УДК 677.051.174

# ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ВОЛОКНА В ЧЁСАЛЬНОЙ МАШИНЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ МАРКОВА

***Студ. Жолудев К.С., студ. Лемницкая А.В., ст. преп. Статковский Н.С.***

*Витебский государственный технологический университет*

Рассматривается чёсальная шляпочная машина, блок-схема которой показана на рисунке 1.

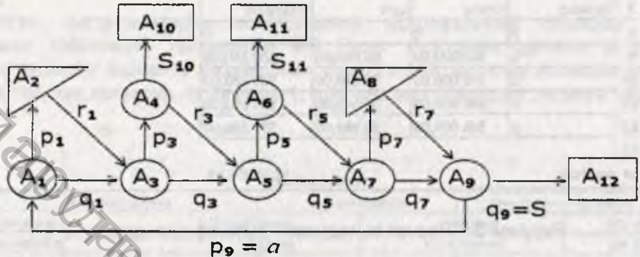


Рисунок 1 – Блок-схема чёсальной машины

Точки $A_2$, $A_8$ и $A_4$, $A_6$ обозначают неподвижные и подвижные шляпки, $A_1$, $A_3$, $A_5$, $A_7$ – зоны шляпок, $A_9$ – зона съемного барабана, $A_{10}$, $A_{11}$ – точки, в которых волокно выпадает в очес, $A_{12}$ – съемный барабан. На входе волокно попадает в точку $A_1$ – зону первой неподвижной шляпки. Далее оно следует по точкам графа в соответствии с указанными вероятностями переходов $p_1$, $q_1$, $r_1$, … , $p_9=a$, $q_9=S$, $S_{10}$, $S_{11}$, которые определяются характеристиками машины. Предположим, что вероятности переходов постоянны. Получим цепь Маркова с множеством состояний $A_1$, … , $A_{12}$. Матрица вероятностей переходов имеет вид $P=\begin{pmatrix} Q & R \\ O & E \end{pmatrix}$, где $E$ – единичная подматрица поглощающих состояний, $O$ – нулевая подматрица, $Q$ – подматрица перехода из одних транзитных состояний в другие, $R$ – подматрица перехода из транзитных состояний в поглощающие.

Вычислим матрицу математических ожиданий числа попаданий системы в транзитные состояния $N = (E - Q)^{-1}$. Здесь $E$ – единичная матрица того же порядка, что и $Q$. Предположим, что $m$ – число всех шляпок (подвижных и неподвижных). Тогда $N$ – матрица порядка $2m + 1$. Для блок-схемы на рисунке, в частности, $m = 4$, $2m + 1 = 9$. Элементы первой строки матрицы $N$ обозначим $n_{11}, n_{12}, \ldots, n_{1\,(2m+1)}$ – это частоты попадания системы из начального состояния $A_1$ в соответствующие транзитные состояния.

Выпишем некоторые характеристики процесса чесания:

$$n_{зш} = \sum_{k=1}^{m} n_{1\,(2k-1)} = \frac{1}{1-aH}\cdot\sum_{k=1}^{m}\left(\prod_{j=1}^{k-1} h_j\right),\quad n_{ш} = \sum_{k=1}^{m} n_{1\,(2k)} = \frac{1}{1-aH}\cdot\sum_{k=1}^{m}\left(p_k\prod_{j=1}^{k-1} h_j\right)$$

– частоты попадания в зоны шляпок и на шляпки.

$$n_{з\,сб} = n_{1\,(2m+1)} = \frac{H}{1-aH}$$ – частота попадания в зону съемного барабана.



Витебский государственный технологический университет

$$K_{чес} = \sum_{k=1}^{2m+1} n_{1k} = \frac{1}{1-aH}\cdot\left(H + \sum_{k=1}^{m}\left((p_k+1)\cdot\prod_{j=1}^{k-1} h_j\right)\right)$$ – кратность чесания.

$B_{СБ} = n_{3\,СБ}\cdot S = \dfrac{H\cdot S}{1-aH}$ – вероятность поглощения съемным барабаном;

$B_{ШО} = 1 - B_{СБ} = \dfrac{1-H}{1-aH}$ – вероятность попадания в шляпочный очес.

Здесь $h_k = p_k \cdot r_k + q_k$ – <u>характеристика волокнообмена</u> в зоне $k$-й шляпки, то есть вероятность того, что волокно перейдет из зоны $k$-й шляпки в зону ($k$+1)-й шляпки; $H = \prod_{j=1}^{m} h_j$ – вероятность перехода из зоны первой шляпки в зону съемного барабана.

В этих формулах индексы $k$ и $j$ соответствуют порядковым номерам шляпок (безразлично неподвижных или подвижных): $k$, $j$ = 1, 2, 3, 4, ... .

Из приведенных формул видно, что изменение числа шляпок $m$ (неподвижных или подвижных) не влияет существенно на вид формул.

Исследуем, как влияет на характеристики чесания включение дополнительного съемного барабана (рисунок 2).

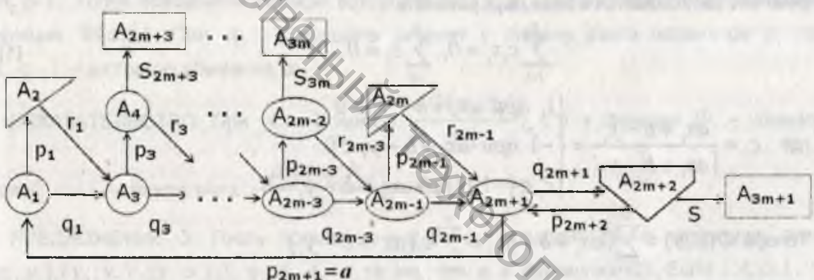


Рисунок 2 – Блок-схема машины с дополнительным съемным барабаном

$A_{2m+2}$ – дополнительный съемный барабан – новое состояние в цепи Маркова. Вычисления, аналогичные предыдущим, приводят к формулам:

$$n_{3Ш} = \frac{1}{b-aH}\cdot\sum_{k=1}^{m} b\cdot\left(\prod_{j=1}^{k-1} h_j\right),\quad n_{Ш} = \frac{1}{b-aH}\cdot\sum_{k=1}^{m}\left(p_k\cdot b\cdot\prod_{j=1}^{k-1} h_j\right),\quad n_{3\,ДСБ} = \frac{H}{b-aH}$$

$$n_{3\,СБ} = \frac{(1-b)\cdot H}{p_{2m+2}\cdot(b-aH)},\quad B_{СБ} = \frac{(1-b)\cdot H\cdot S}{p_{2m+2}\cdot(b-aH)},\quad B_{ШО} = 1-\frac{(1-b)\cdot H\cdot S}{p_{2m+2}\cdot(b-aH)}$$

$$K_{ЧЕС} = \frac{1}{b-aH}\cdot\left(H + \frac{(1-b)H}{p_{2m+2}} + \sum_{k=1}^{m}\left(b.(p_k+1)\cdot\prod_{j=1}^{k-1} h_j\right)\right).$$

Здесь мы наблюдаем существенное усложнение формул для всех параметров. В них появились новые величины:

$p_{2m+2}$ – вероятность возврата волокна с дополнительного барабана;

$b = 1 - q_{2m+1}\cdot p_{2m+2}$ – вероятность того, что из зоны дополнительного барабана волокно вернется на главный барабан или, пройдя дополнительный барабан, поглотится съемным барабаном.

Витебский государственный технологический университет

Таким образом, присоединение дополнительных барабанов влияет на перераспределение частот всех элементов цепи Маркова, и это обстоятельство можно использовать для оптимизации параметров процесса чесания волокна.

УДК 517.9

# НЕДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫЙ АНАЛОГ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

***Студ. Жданова М.Д., студ. Норова А.А., ст. преп. Силивончик В.В.***

*Витебский государственный технологический университет*

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. Пусть на плоскости дана последовательность точек $(x_1, y_1),...,(x_n, y_n)$, причём $x_i \neq x_j$ при $i \neq j$. Требуется найти прямую, определяемую уравнением $y = ax + b$, для которой функция $\Phi(a,b) = \sum_1^n |ax_i + b - y_i|$ принимает минимальное значение.

КРИТЕРИЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ. Функция $\Phi(a,b)$ является выпуклой. Достаточным условием минимальности функции является наличие нулевого субградиента, что формально записывается в виде двух равенств

$$\sum_{i=1}^n c_i x_i = 0, \ \sum_{i=1}^n c_i = 0, \qquad (1)$$

где $c_i = \dfrac{ax_i + b - y_i}{|ax_i + b - y_i|} = \begin{cases} 1, \ при \ ax_i + b - y_i > 0 \\ -1 \ при \ ax_i + b - y_i < 0 \\ c_i \in [-1;1] \ при \ ax_i + b - y_i = 0 \end{cases}$.

Теперь $\Phi(a,b) = \sum_{i=1}^n |ax_i + b - y_i| = \sum_{i=1}^n c_i(ax_i + b - y_i)$.

ПРОСТЕЙШИЕ СЛУЧАИ. Пусть прямая $y = ax + b$ удовлетворяет системе уравнений (1). 1. Прямая не проходит через точки $(x_1, y_1),...,(x_n, y_n)$. Тогда её можно сдвигать и поворачивать до соприкосновения с первой попавшейся точкой с сохранением равенств (1). Имеем множество оптимальных прямых. 2. Прямая проходит ровно через одну точку $(x_1, y_1)$. Из второго уравнения (1) получаем, что $c_1$ – целое. Если $c_1 = 1$, прямую можно поворачивать и сдвигать вверх с сохранением равенств (1); если $c_1 = -1$, прямую можно поворачивать и сдвигать вниз; если $c_1 = 0$, прямую можно поворачивать. Движения можно производить до соприкосновения с первой попавшейся точкой. Опять имеем множество оптимальных прямых.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 1. Пусть прямая $y = a_0 x + b_0$ проходит ровно через одну точку $(x_1, y_1)$ и $A_1 = -\sum_{i=2}^n c_i$. Тогда, если $A_1 > 1$, то прямую можно двигать вверх, а если $A_1 < -1$, – вниз с уменьшением значения функции $\Phi(a,b)$. Если $A_1 x_1 + \sum_{i=2}^n c_i x_i < 0$, то

Витебский государственный технологический университет