

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учреждение образования
«Витебский государственный технологический университет»

МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ

методические указания для выполнения курсовых и расчетно-графических
работ
для студентов специальности
6-05-0722-05 «Производство изделий на основе трехмерных технологий»,
6-05-0714-02 «Технология машиностроения, металлорежущие станки и
инструменты»

Витебск
2026

УДК 539.3/.6
ББК 22.2

Рецензенты:

заведующий кафедрой «Информационные системы и технологии»
кандидат технических наук, доцент Казаков В. Е.;

директор государственного предприятия «НТПВГТУ» Луцейкович В. И.

Одобрено кафедрой «Технология машиностроения»
УО «ВГТУ», протокол № 10 от 19.05.2026.

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом
УО «ВГТУ», протокол № 9 от 29.05.2026.

Буткевич, В. Г.

Б93 **Механика материалов : методические указания / сост. В. Г. Буткевич,
Г. И. Москалев, Т. А. Мачихо. – Витебск : УО «ВГТУ», 2026. – 71 с.**

Содержат задания и методические рекомендации по выполнению курсовых и расчетно-графических работ для студентов специальности 6-05-0722-05 «Производство изделий на основе трехмерных технологий», 6-05-0714-02 «Технология машиностроения, металлорежущие станки и инструменты». Для каждой темы приведены 30 вариантов схем, для каждой схемы – по 10 вариантов числовых значений.

УДК 539.3/.6
ББК 22.2

© УО «ВГТУ», 2026

СОДЕРЖАНИЕ

РАЗДЕЛ 1. Расчетно-графические работы	4
1 Растяжение и сжатие	4
1.1 Основные понятия	4
1.2 Построение эпюр продольных сил, нормальных напряжений и осевых перемещений	6
1.3 Условие прочности при растяжении (сжатии)	8
1.4 Задание на расчетно-графическую работу 1	10
1.5 Пример выполнения расчетно-графической работы 1	10
Варианты расчетных схем	15
2 Сдвиг и кручение	21
2.1 Основные понятия	21
2.2 Задание на расчетно-графическую работу 2	23
2.3 Пример выполнения расчетно-графической работы 2	23
Варианты расчетных схем	27
3 Изгиб	31
3.1 Основные понятия	31
3.2 Задание на расчетно-графическую работу 3	32
3.3 Пример выполнения расчетно-графической работы 3	33
Варианты расчетных схем	37
РАЗДЕЛ 2. Курсовая работа	45
Введение	45
1 Цель и задачи курсовой работы	45
2. Порядок выполнения и оформления курсовой работы	46
3. Задания к курсовой работе	47
3.1 Расчет на прочность и жесткость ступенчатого стержня при центральном растяжении и сжатии	47
3.2 Расчет на прочность и жесткость ступенчатого стержня при кручении	50
3.3 Расчет на прочность и жесткость балки при изгибе	54
3.4 Проверочный расчет на устойчивость продольно-сжатого стержня	57
3.5 Проектировочный расчет вала ременной передачи из условия статической прочности	61
3.6 Расчет промежуточного вала зубчатой передачи из условий статической, усталостной прочности и жесткости	66
Список использованных источников	70

РАЗДЕЛ 1. Расчетно-графические работы

1 Растяжение и сжатие

1.1 Основные понятия

Растяжение (сжатие) – такой вид нагружения, при котором в поперечных сечениях бруса возникает только *продольная сила N* . При растяжении продольная сила направлена от сечения, при сжатии – к сечению.

На растяжение (сжатие) работают тросы, тяги приводов управления, шатуны, болты и многие другие детали.

Как показывает опыт, плоские поперечные сечения, перпендикулярные оси бруса, остаются плоскими и перпендикулярными к его оси при растяжении или сжатии (рис. 1.1). Это положение называют гипотезой плоских сечений. Из этой гипотезы следует, что напряжение во всех точках поперечного сечения одинаково, а значит, его можно найти как отношение внутренней силы N к площади поперечного сечения A .

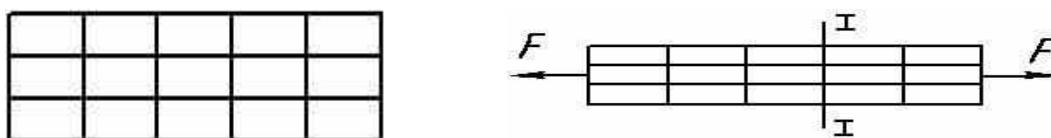


Рисунок 1.1 – Схема нагружения

В поперечном сечении I–I при растяжении (сжатии) возникает только *нормальное напряжение σ* , так как сила N перпендикулярна плоскости сечения:

$$\sigma = \frac{N}{A}. \quad (1.1)$$

Под действием растягивающей силы (рис. 1.2) происходит удлинение бруса в продольном направлении и одновременное сужение в поперечном направлении.

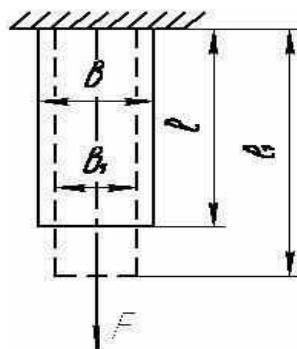


Рисунок 1.2 – Схема деформации

Абсолютное удлинение бруса:

$$\Delta l = l_1 - l \quad (1.2)$$

Относительное удлинение (**относительная продольная деформация**):

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (1.3)$$

Абсолютное сужение:

$$\Delta b = b_1 - b. \quad (1.4)$$

Относительное сужение (**относительная поперечная деформация**):

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b}. \quad (1.5)$$

При растяжении абсолютная и относительная продольные деформации – величины положительные, поперечная деформация – величина отрицательная (так как $b > b_1$). При сжатии, наоборот, поперечная деформация – положительна, продольная – отрицательна.

Как показывает опыт, продольная и поперечная деформации связаны прямо пропорциональной зависимостью:

$$\varepsilon' = -\mu\varepsilon, \quad (1.6)$$

где μ – **коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона)** – физическая постоянная материала, характеризующая его упругие свойства.

Величина коэффициента Пуассона определяется опытным путем. Его значения для разных материалов лежат в пределах $0 \leq \mu \leq 0,5$. Для большинства сталей $\mu = 0,3$.

Для большинства материалов в определенных пределах справедлив **закон Гука**. Применительно к растяжению (сжатию) закон Гука формулируется так: нормальное напряжение при растяжении (сжатии) прямо пропорционально относительной продольной деформации:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (1.7)$$

где E – **модуль упругости (модуль Юнга)** – физическая постоянная, характеризующая жесткость материала. Для сталей $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа.

Подставим в формулу (1.7) зависимости для определения напряжения (1.1) и деформаций (1.3).

Получим

$$\frac{N}{A} = \frac{E \cdot \Delta l}{l}, \quad (1.8)$$

откуда

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}. \quad (1.9)$$

По формуле (1.8) определяют абсолютное удлинение (укорочение) бруса. Произведение EA называется жесткостью при растяжении (сжатии).

1.2 Построение эпюр продольных сил, нормальных напряжений и осевых перемещений

Для проведения расчетов на прочность и жесткость необходимо знать, как изменяются продольные силы, нормальные напряжения и осевые перемещения по длине бруса. С этой целью строят специальные графики, называемые *эпюрами*. Рассмотрим построение эпюр на следующем примере.

Пусть ступенчатый брус с площадью поперечного сечения A в правой части и $2A$ – в левой нагружен осевыми силами F и $4F$ (рис. 1.3, *а*).

Последовательность расчета бруса такова:

- разбиваем брус на участки, границами которых являются точки приложения сосредоточенных сил и места изменения поперечного сечения;
- методом сечений на каждом участке определяем продольную силу N .

Расчет начинаем со свободного конца бруса. Разрежем третий участок произвольным поперечным сечением и отбросим левую часть. Покажем оставшуюся часть бруса и заменим действие отброшенной части продольной силой N_3 (рис. 1.3, *б*).

Составляем уравнение равновесия:

$$\sum Z_i = 0, \quad N_3 + F = 0, \quad N_3 = -F.$$

Таким образом, третий участок испытывает сжатие ($N_3 < 0$). По аналогии на втором и первом участках имеем

$$N_2 - 4F + F = 0, \quad N_2 = N_1 = 3F,$$

т. е. первые два участка испытывают растяжение.

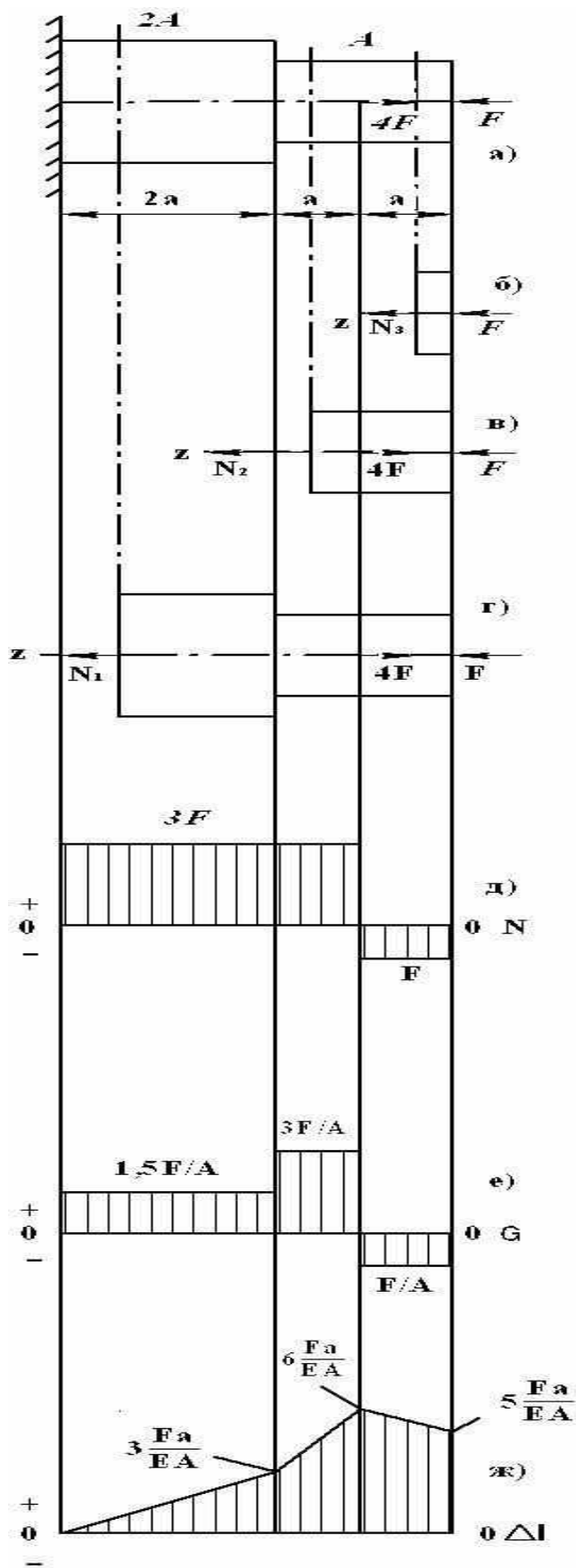


Рисунок 1.3 – Эпюры внутренних силовых факторов

Для построения эпюры продольных сил (рис. 1.3, д) проводим нулевую линию 0–0 параллельно оси бруса. Будем откладывать положительные величины вверх, а отрицательные – вниз от нулевой линии. На первом участке $N_1 = 3F$, т. е. первые два участка испытывают растяжение. Поскольку сечение было сделано произвольно, можно утверждать, что в любом сечении на первом участке $N_1 = 3F$, т. е. эпюра имеет вид прямоугольника, высота которого в выбранном масштабе равна силе $3F$ и отложена вверх от нулевой линии.

По аналогии строится эпюра на втором и третьем участках.

Находим нормальное напряжение, возникающее в поперечных сечениях бруса на каждом участке:

$$\sigma = \frac{N}{A}.$$

На первом участке продольная сила $N_1 = 3F$, площадь поперечного сечения – $2A$, поэтому

$$\sigma_1 = \frac{3F}{2A}.$$

На втором и третьем участках имеем

$$\sigma_2 = \frac{3F}{A}, \sigma_3 = -\frac{F}{A}$$

Откладывая от нулевой линии найденные значения в масштабе, строим эпюру нормальных напряжений (рис. 1.3, *е*). Из эпюры видим, в частности, что максимальное напряжение возникает на втором участке.

Вычисляем осевые перемещения Δ . В заделке перемещение отсутствует ($\Delta = 0$), поэтому расчеты начнем с заделки. В начале первого участка ($z = 0$) $\Delta_0 = 0$. В конце первого участка ($z = 2a$) перемещение будет равно удлинению бруса на этом участке, которое найдем по формуле (1.9):

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA}.$$

$$\Delta_1 = \Delta l_1 = \frac{3F \cdot 2a}{EA} = \frac{3Fa}{EA}.$$

В конце второго участка ($z = 3a$) перемещение будет складываться из перемещения правого конца первого участка и удлинения второго участка:

$$\Delta_2 = \Delta_1 + \Delta l_2 = \frac{3Fa}{EA} + \frac{3Fa}{EA} = \frac{6Fa}{EA}.$$

По аналогии на третьем участке ($z = 4a$):

$$\Delta_3 = \Delta_2 + \Delta l_3 = \frac{6Fa}{EA} + \frac{(-F) \cdot a}{EA} = \frac{5Fa}{EA}.$$

В промежуточных точках участков перемещения определяются точками прямых, соединяющих значения Δ на границах участков, так как удлинение прямо пропорционально расстоянию до сечения. С учетом этого строим эпюру осевых перемещений (рис. 1.3, *ж*). Из эпюры, в частности, видно, что свободный конец бруса переместится вправо (знак «+») на величину $\frac{5Fa}{EA}$.

Иногда производится расчет по условию жесткости, в соответствии с которым максимальное перемещение Δ сравнивается с допускаемым значением осевого перемещения $[\Delta]$: $\Delta_{max} \leq [\Delta]$.

1.3. Условие прочности при растяжении (сжатии)

При расчете на прочность по допускаемым напряжениям считается, что прочность обеспечена, если максимальное возникающее в нем напряжение не превышает допускаемого напряжения, поэтому при растяжении (сжатии) условие прочности имеет следующий вид:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma], \quad (1.10)$$

здесь

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[n]} \text{ или } [\sigma] = \frac{\sigma_B}{[n]},$$

где σ_T – предел текучести; σ_B – предел прочности; $[n]$ – заданный запас прочности.

Условие прочности позволяет решать три типа задач:

Определение необходимых размеров поперечного сечения бруса.

Из неравенства (1.9) находится необходимая площадь поперечного сечения бруса:

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]}. \quad (1.11)$$

Если сечение бруса – круг, то, зная площадь сечения, находят его диаметр; если сечение – прямоугольник, то по заданному соотношению сторон находят их размеры. Сечение бруса может быть стандартным профилем (уголок, двутавр, швеллер), в этом случае по найденной площади сечения находят соответствующий профиль по ГОСТам сортамента проката.

Определение безопасной нагрузки для бруса.

Из условия прочности (1.9) допустимое значение продольной силы, возникающей в бруссе, удовлетворяет следующему условию:

$$N \leq A[\sigma]. \quad (1.12)$$

По найденному значению N определяется и безопасная внешняя осевая нагрузка F . Если продольная сила постоянна по длине бруса, то $F = N$.

Проверка прочности бруса.

По заданным нагрузкам и размерам бруса определяется максимальное напряжение, возникающее в нем, и сравнивается с допустимым. Расхождение этих величин характеризует недогрузку или перегрузку бруса:

$$\eta = \frac{\sigma_{max} - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100 \%. \quad (1.13)$$

Рекомендуется, чтобы эта величина лежала в пределах $\pm 5 \%$.

Если материал бруса по-разному сопротивляется растяжению и сжатию, то проверку прочности ведут отдельно для растянутых и сжатых участков:

$$\sigma_{P \max} \leq [\sigma_P], \quad \sigma_{C \max} \leq [\sigma_C].$$

1.4 Задание на расчетно-графическую работу 1

Расчетно-графическая работа 1 по теме «Растяжение и сжатие» включает две задачи: подбор сечений статически определимого бруса из хрупкого материала (чугуна) и определение безопасной нагрузки для статически определимого бруса.

Задача 1. Для чугунного бруса построить эпюру продольных сил. Из расчета на прочность подобрать размеры круглого и квадратного поперечных сечений участков бруса.

Таблица 1.1 – Варианты заданий задачи 1

Вариант	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
F , кН	2	4	6	8	10	12	16	18	20	22
σ_{BP} , МПа	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
σ_{BC} , МПа	340	360	380	400	420	500	540	560	600	800
$[n]$	2,5	3,0	3,5	4,0	3,5	2,5	3,0	3,5	4,0	3,5

Задача 2. Для стального бруса построить эпюры продольных сил, нормальных напряжений и осевых перемещений. Из расчета на прочность по допускаемым напряжениям определить безопасное значение силы F . Вычислить перемещение точки приложения этой силы.

Таблица 1.2 – Варианты заданий задачи 2

Вариант	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
A , мм ²	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220
l , мм	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
$[\sigma]$, МПа	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400

1.5 Пример выполнения расчетно-графической работы 1

Задача 1

Исходные данные:

$F = 2$ кН;

$\sigma_{BP} = 100$ МПа;

$\sigma_{BC} = 320$ МПа;

$[n] = 2,5$

Требуется определить размеры поперечного сечения каждого участка

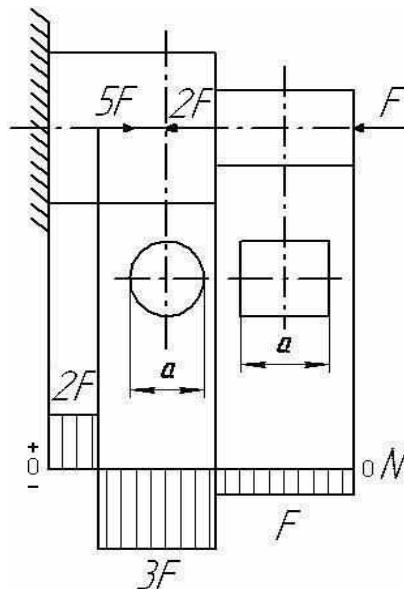


Рисунок 1.4 – Эпюры внутренних силовых факторов

Решение:

Методом сечений РОЗУ определяем продольные силы на участках бруса. Разрезая каждый участок и отбрасывая мысленно закрепленную часть, составляем уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} N_1 - 5F + 2F + F &= 0, & N_2 + 2F + F &= 0, & N_3 + F &= 0, \\ N_1 &= 2F \text{ (растяжение)}, & N_2 &= -3F \text{ (сжатие)}, & N_3 &= -F \text{ (сжатие)}. \end{aligned}$$

По рассчитанным данным строим эпюру продольных сил.

Из расчета на прочность определяем необходимые размеры круглого и квадратного поперечных сечений участков бруса.

Условие прочности бруса на первом участке:

$$\sigma_p = \frac{N_1}{A_1} = \frac{2F}{A_1} \leq [\sigma_p],$$

где

$$[\sigma_p] = \frac{\sigma_{\text{ВР}}}{[n]}, \quad A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4},$$

тогда

$$\frac{2F \cdot 4}{\pi d_1^2} < \frac{\sigma_{\text{ВР}}}{[n]},$$

откуда

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{8F[n]}{\pi \cdot \sigma_{\text{ВР}}}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 2,5}{3,14 \cdot 100}} = 11 \text{ (мм)}.$$

Условие прочности бруса на втором участке:

$$\sigma_c = \frac{3F}{A_2} \leq [\sigma_c]$$

По аналогии с первым участком получим:

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{12F[n]}{\pi \cdot \sigma_{BP}}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 2,5}{3,14 \cdot 320}} = 8(\text{мм}).$$

Для того чтобы удовлетворить условие прочности и на первом, и на втором участках, выбираем большее из двух найденных значений диаметра $d = 11$ мм.

Условие прочности бруса на третьем участке:

$$\sigma_c = \frac{F}{A_3} \leq [\sigma_c]$$

где

$$A_3 = a^2,$$

тогда

$$\frac{F}{a^2} \leq \frac{\sigma_{BC}}{[n]},$$

откуда

$$a \geq \sqrt{\frac{F[n]}{\sigma_{BC}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^3 \cdot 2,5}{320}} = 4(\text{мм}).$$

Ответ: диаметр круга $d = 11$ мм, сторона квадрата $a = 4$ мм.

Задача 2

Исходные данные:

$$A = 40 \text{ мм}^2;$$

$$l = 100 \text{ мм};$$

$$[\sigma] = 200 \text{ МПа}.$$

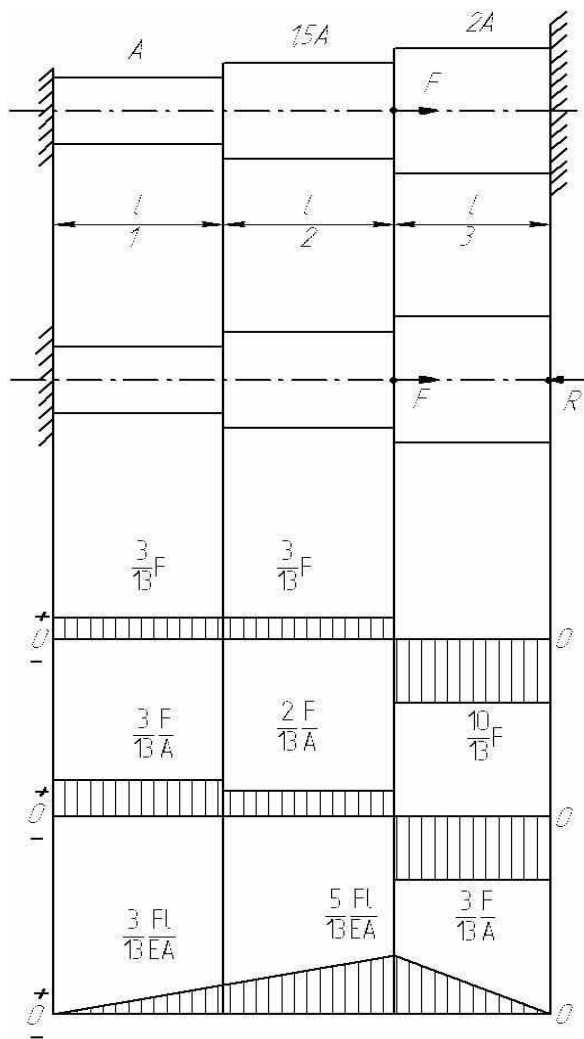
Требуется определить:

$$F, \Delta_F$$

Решение:

Брус один раз статически неопределим, так как неизвестных реакций заделок – две, а уравнение статики можно составить только одно. В качестве лишней неизвестной примем реакцию правой заделки R . Для раскрытия статической неопределимости бруса составим уравнение перемещений.

Поскольку справа – заделка, перемещение правого конца бруса должно быть равно нулю: $\Delta = 0$.



Это перемещение складывается из удлинений или укорочений каждого из трех участков бруса: $\Delta = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3$.

По закону Гука

$$\Delta = \frac{N_1 l}{EA} + \frac{N_2 l}{1.5EA} + \frac{N_3 l}{2EA}.$$

Выразим продольные силы на каждом участке:

$$\begin{aligned} N_1 - F + R &= 0, & N_2 - F + R &= 0, \\ N_3 - R &= 0, \\ N_1 &= F - R, & N_2 &= F - R, \\ N_3 &= -R. \end{aligned}$$

Подставим найденные значения в уравнение перемещений:

$$\frac{(F-R)l}{EA} + \frac{(F-R)l}{1.5EA} + \frac{(-R)l}{2EA} = 0,$$

откуда

Рисунок 1.5 – Эпюры внутренних силовых факторов

$$(F - R) + \frac{F-R}{1.5} - \frac{R}{2} = 0, R = \frac{3}{13} F.$$

Строим эпюру продольных сил:

$$\begin{aligned} N_1 = N_2 = F - R &= F - \frac{3}{13} F = \frac{10}{13} F \text{ (растяжение),} \\ N_3 = -R &= -\frac{3}{13} F \text{ (сжатие).} \end{aligned}$$

Строим эпюру нормальных напряжений:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{10}{13} \frac{F}{A}.$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{1.5A} = \frac{10}{13 \cdot 1.5} \frac{F}{A} = \frac{20}{39} \frac{F}{A}.$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{2A} = -\frac{3}{13 \cdot 2} \frac{F}{A} = -\frac{3}{26} \frac{F}{A}.$$

Из расчета на прочность определим безопасное значение силы F . Брус стальной, поэтому наиболее опасен третий участок, на котором возникает максимальное напряжение (несмотря на то, что его площадь сечения самая большая).

$$\sigma_{max} = [\sigma_3] = \frac{5}{13} \frac{F}{A} \leq [\sigma],$$

откуда

$$F \leq \frac{13[\sigma]A}{5} = \frac{13 \cdot 200 \cdot 40}{5} = 208 \cdot 10^3 (H) = 208 (кН).$$

Строим эпюру осевых перемещений:

в левой заделке: $\Delta = 0$;

в конце первого участка:

$$\Delta_1 = \Delta l_1 = \frac{N_1 l}{EA} = \frac{3}{13} \frac{Fl}{EA}$$

в конце второго участка:

$$\Delta_2 = \Delta_1 + \Delta l_2 = \frac{3}{13} \frac{Fl}{EA} + \frac{3Fl}{13 \cdot 1,5EA} = \frac{5}{13} \frac{Fl}{EA}$$

в конце третьего участка:

$$3 = \Delta_2 + \Delta l_3 = \frac{5}{13} \frac{Fl}{EA} + \left(-\frac{10}{13} F\right) \frac{l}{2EA} = 0.$$

Находим перемещение точки приложения силы F :

$$\Delta_F = \Delta_2 = \frac{5}{13} \frac{Fl}{EA} = \frac{5 \cdot 208 \cdot 10^3 \cdot 100}{13 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 40} = 0,1 \text{ (мм)}$$

Ответ: безопасное значение силы $F = 208 \text{ кН}$, точка приложения этой силы сместится вправо на $0,1 \text{ мм}$.

Варианты расчетных схем

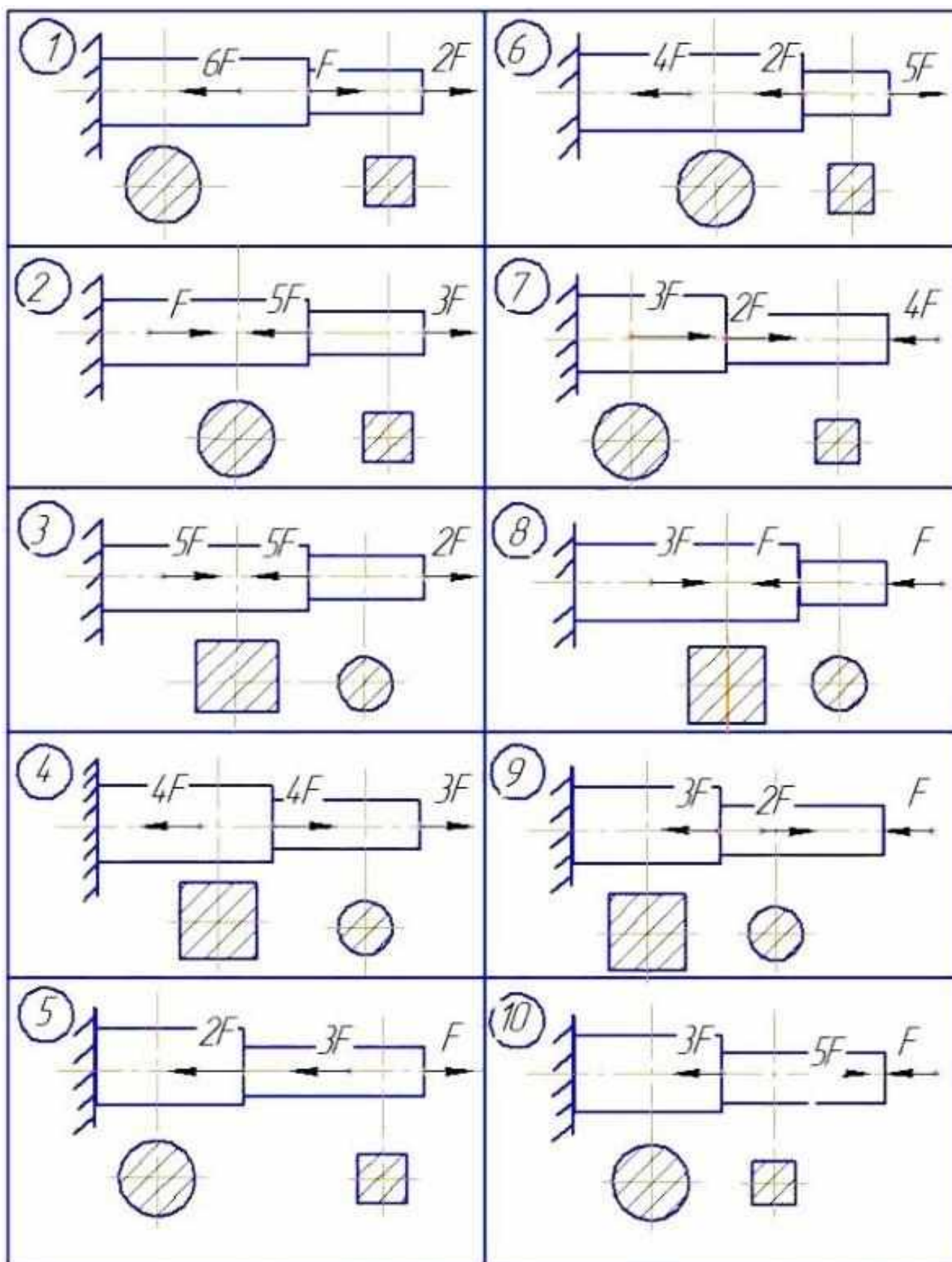


Рисунок 1.6 – Варианты расчетных схем (1–10) задачи 1

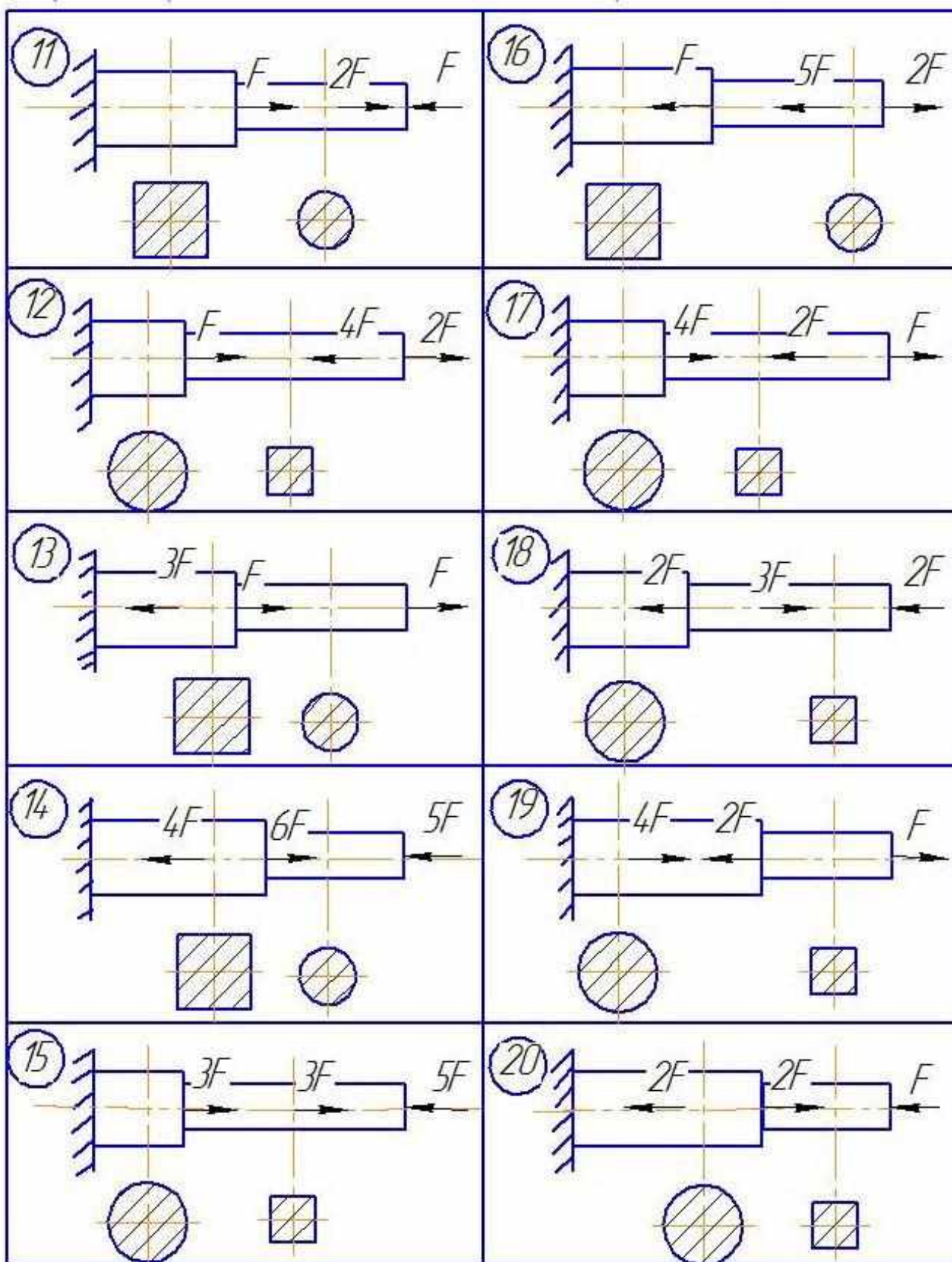


Рисунок 1.7 – Варианты расчетных схем (11–20) задачи 1

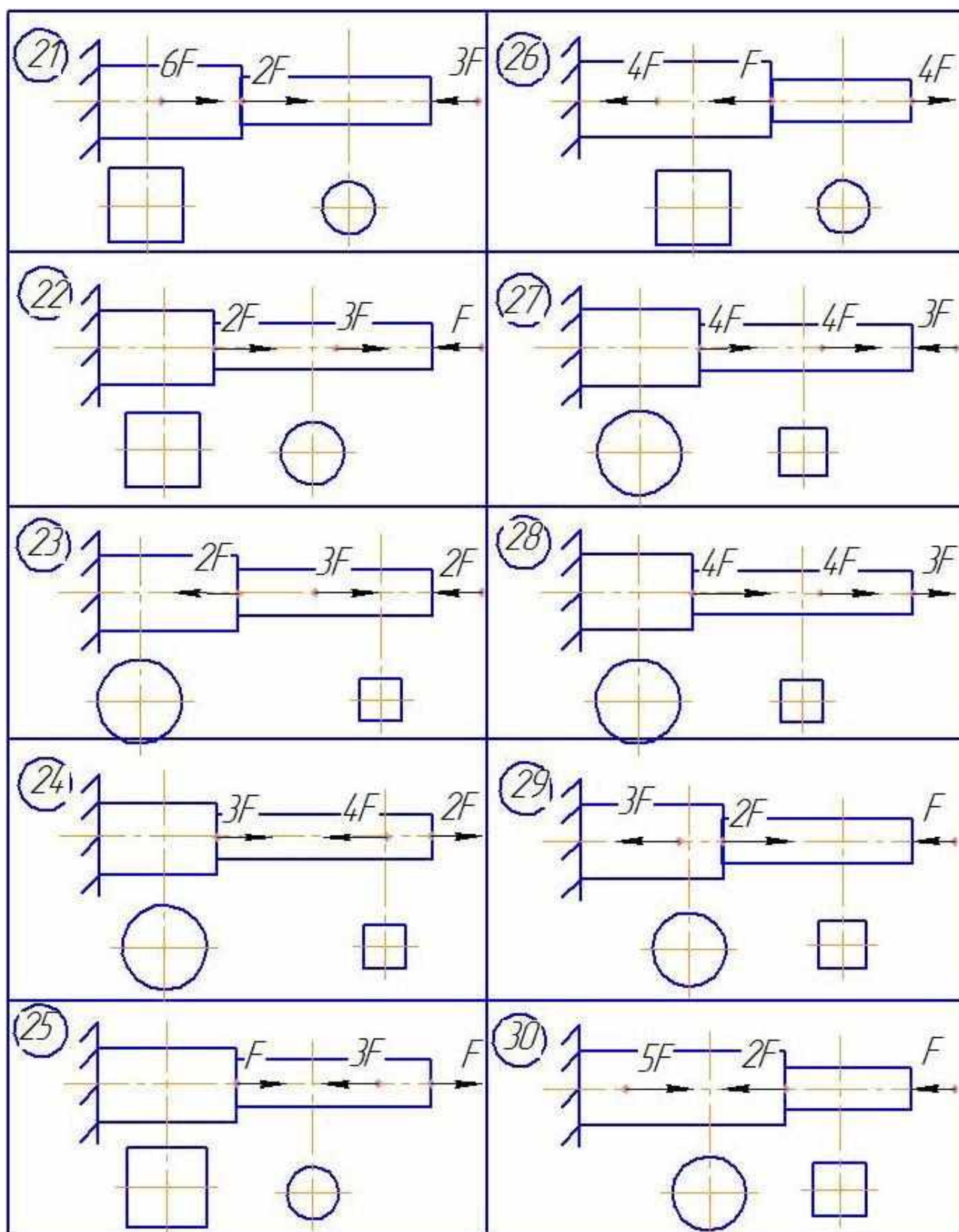


Рисунок 1.8 – Варианты расчетных схем (21–30) задачи 1

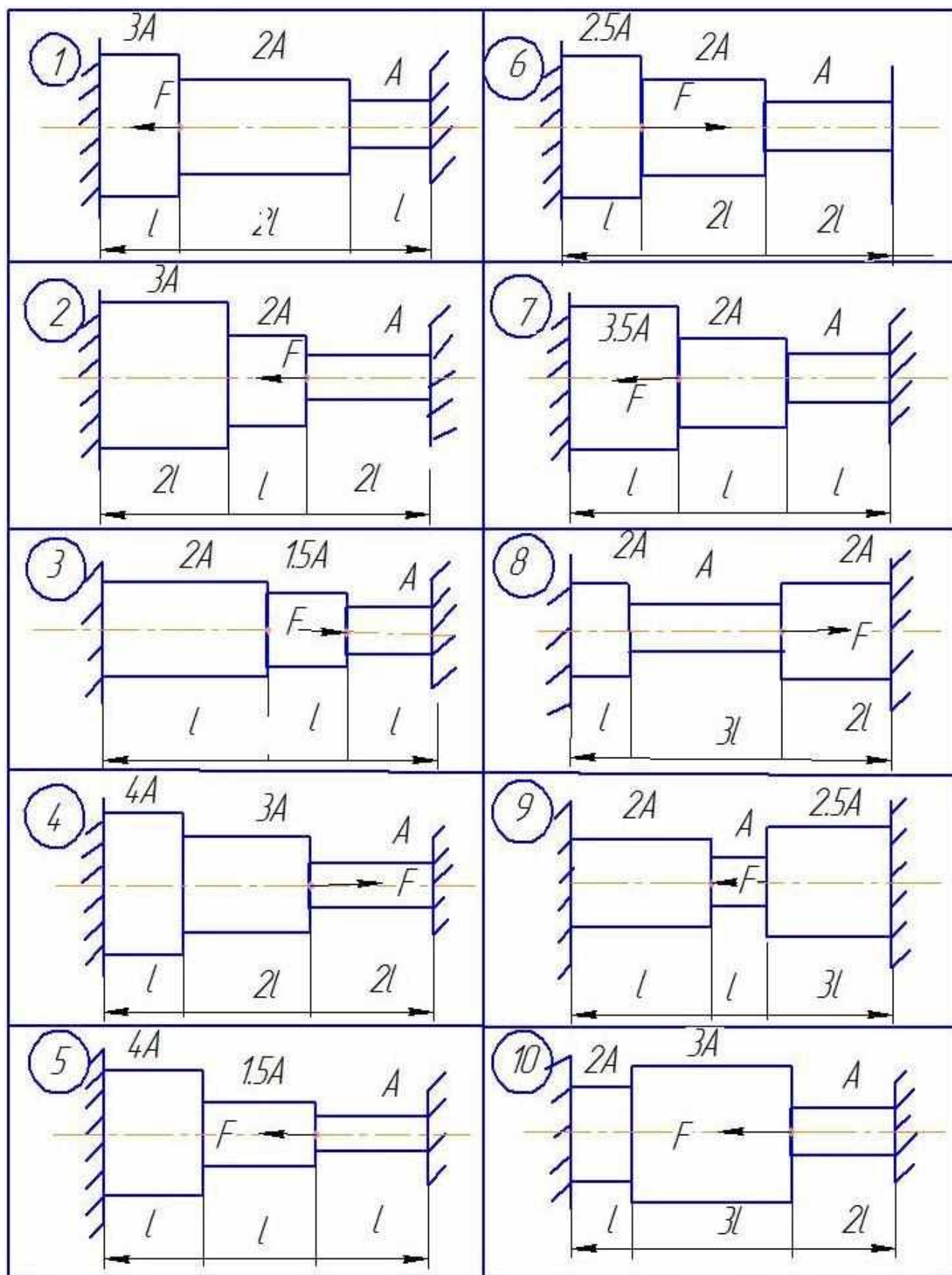


Рисунок 1.9 – Варианты расчетных схем (1–10) задачи 2

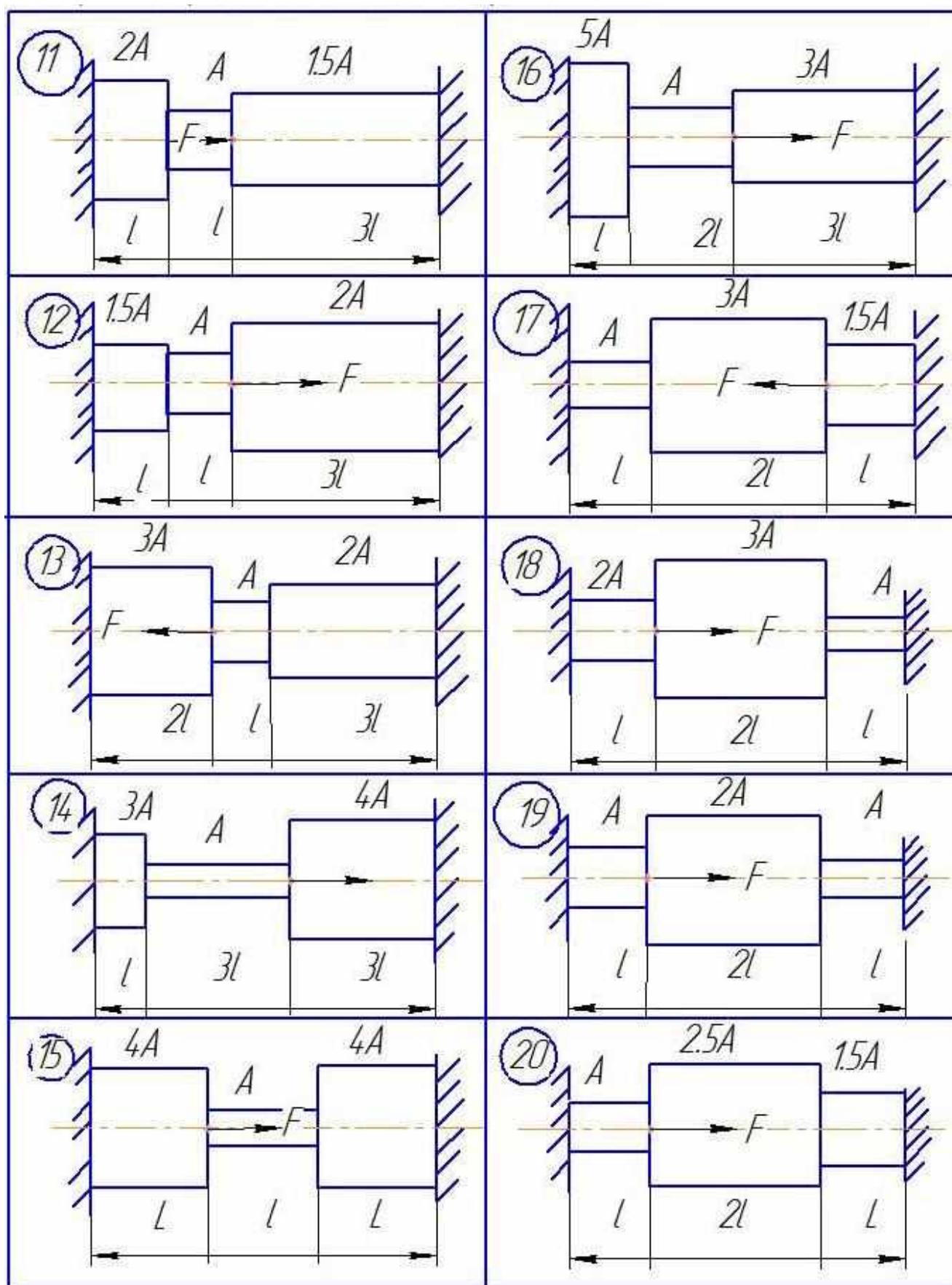


Рисунок 1.10 – Варианты расчетных схем (11–20) задачи 2

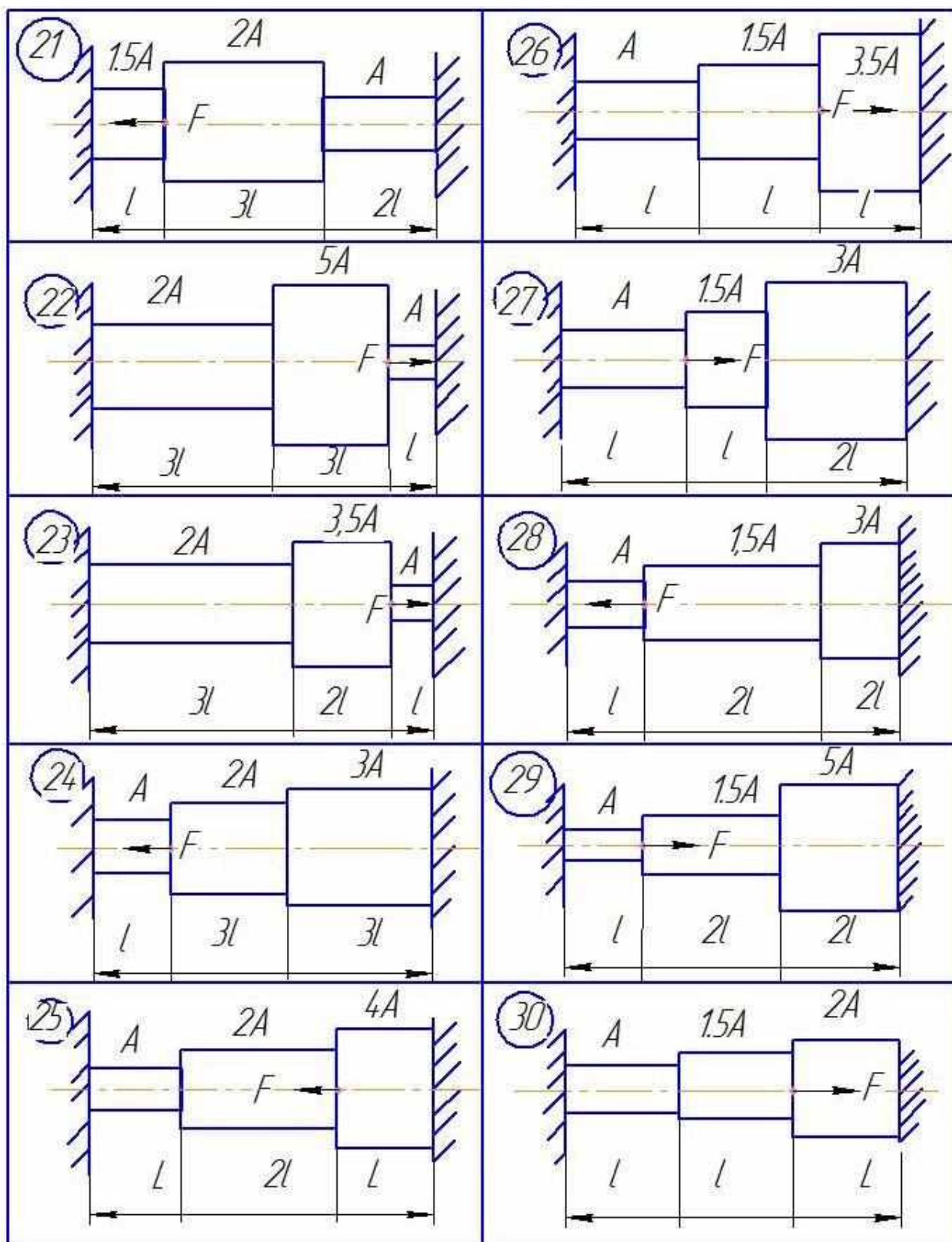


Рисунок 1.11 – Варианты расчетных схем (21–30) задачи 2

2. Сдвиг и кручение

2.1. Основные понятия

Сдвиг – такой вид деформации, при котором в поперечном сечении действует только перерезывающая сила, а остальные силовые факторы отсутствуют. *Закон Гука при сдвиге:*

$$\tau = G\gamma, \quad (2.1)$$

где γ – угол сдвига; τ – касательное напряжение; G – модуль сдвига (физическая постоянная материала).

Модуль сдвига связан с двумя другими постоянными – модулем упругости E и коэффициентом поперечной деформации μ – следующей зависимостью:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}. \quad (2.2)$$

В частности, для стали $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, $\mu = 0,3$, тогда $G = 8 \cdot 10^4$ МПа.

Деформация сдвига возникает в болтовых соединениях, нагруженных силами, перпендикулярными оси болта, в заклепочных, шпоночных, шлицевых соединениях, а также в ряде других случаев. Обычно сдвиг сопровождается изгибом, смятием; касательные напряжения сдвига распределяются неравномерно по сечению. На практике для простоты проводят условные расчеты, полагая напряжение распределенным по сечению равномерно. *Условие прочности при сдвиге:*

$$\tau = \frac{Q}{A} \leq [\tau_c], \quad (2.3)$$

где τ – касательное напряжение сдвига; Q – поперечная сила; A – площадь поперечного сечения; $[\tau_c]$ – допускаемое касательное напряжение при сдвиге.

Кручение – такой вид деформации, при котором в поперечных сечениях бруса возникает крутящий момент T_k . Брус, работающий на кручение, называют валом. Кручение испытывают валы коробок передач, редукторов, торсионные, карданные валы, пружины и другие детали. Крутящий момент, как внутреннее усилие, определяется методом сечений. *Условие прочности при кручении:*

$$\tau_{max} = \frac{T_k}{W_p} \leq [\tau], \quad (2.4)$$

где $[\tau]$ – допускаемое касательное напряжение при кручении.

Полярный момент сопротивления W_p для круглого сечения:

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3, \quad (2.5)$$

где d – диаметр круга.

По аналогии для кольцевого сечения с наружным диаметром d и внутренним d_1 получим

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \left(1 - \frac{d_1^4}{d^4}\right). \quad (2.6)$$

С помощью условия прочности (2.4) с учетом зависимостей (2.5) и (2.6) можно проверить прочность вала, определить допустимое значение момента на валу, а также провести проектный расчет – определить необходимый диаметр вала. Для определения диаметра вала из условия (2.4) имеем

$$W_p \geq \frac{T_K}{[\tau]},$$

откуда, учитывая условие (2.5), найдем

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{T_K}{0,2[\tau]}} \quad (2.7)$$

Жесткость вала при кручении оценивается по относительному углу закручивания θ (град/м).

Условие жесткости:

$$\theta = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{T_K}{GJ_p} \leq [\theta], \quad (2.8)$$

где $[\theta]$ – допустимое значение относительного угла закручивания; J_p – полярный момент инерции сечения.

В зависимости от назначения вала допустимое значение относительного угла закручивания изменяется в широких пределах, например, для валов силовых передач $[\theta] = 2,5$ град/м.

Условие (2.8) позволяет проверить жесткость вала, определить допустимый момент на валу, а также определить диаметр вала из расчета на жесткость. В последнем случае из условия (2.8) имеем

$$J_p \geq \frac{180^\circ}{\pi} \frac{T_k}{G[\theta]}$$

но для вала круглого сечения $J_p \approx 0,1d^4$, откуда

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{180^\circ}{\pi} \frac{T_k}{0,1G[\theta]}}$$

2.2. Задание на расчетно-графическую работу 2

Расчетно-графическая работа 2 по теме «Сдвиг и кручение» включает одну задачу.

Задача. Найти диаметры фланцевого соединения, при которых конструкция является равнопрочной. Определить необходимое количество болтов М10 с внутренним диаметром резьбы $d_1 = 8,4$ мм для соединения фланцев, полагая $D = 1,2d_n$. Допускаемое напряжение при сдвиге и кручении считать одинаковыми.

Таблица 2.1 – Данные к расчету задачи 2.

Вариант	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
T_1 , кНм	2	3	4	5	6	7	8	8	7	6
T_2 , кНм	1	3	5	7	5	3	1	3	5	7
T_3 , кНм	2	4	6	8	10	12	12	10	8	6
$[\tau]$, МПа	200	250	300	350	400	450	500	450	400	350
d_b / d_n	0,6	0,7	0,8	0,8	0,7	0,6	0,6	0,7	0,8	0,8

2.3 Пример выполнения расчетно-графической работы 2

Задача 1

Найти диаметры фланцевого соединения, при которых конструкция является равнопрочной. Определить необходимое количество болтов М8 для отверстий из-под развертки с расчетным диаметром $d_1 = 7$ мм для скрепления фланцев, полагая $D = 1,4d_n$. Допускаемое напряжение при сдвиге и кручении считать одинаковыми, равными 140 МПа. Фланец нагружен моментами $T_1 = 2$ кНм, $T_2 = 1$ кНм, $T_3 = 4$ кНм. Соотношение диаметров в трубчатой части соединения $\frac{d_b}{d_n} = 0,6$.

Исходные данные:

$T_1 = 2$ кНм;

$T_2 = 1$ кНм;

$T_3 = 4$ кНм;

$d_1 = 7$ мм;

$$D = 1,4d_H;$$

$$\frac{d_B}{d_H} = 0,6.$$

$$[\tau] = 140 \text{ МПа}.$$

Требуется определить:

$$d, d_H, d_B, m$$

Решение:

Методом сечений определяем крутящие моменты в сечениях на каждом участке вала:

$$T_{K3} = T_1 = 2 \text{ кНм},$$

$$T_{K3} = T_1 + T_2 = 3 \text{ кНм},$$

$$T_{K3} = T_1 + T_2 - T_3 = 1 \text{ кНм}.$$

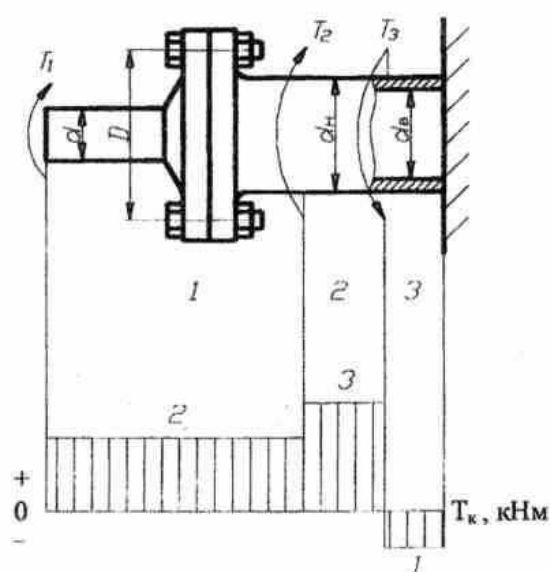


Рисунок 2.1 – Эпюра крутящего момента

По рассчитанным данным строим эпюру крутящих моментов.

Из расчета на прочность при кручении найдем диаметр d левой части фланцевого соединения:

$$\tau_1 = \frac{T_{K1}}{W_{p1}} \leq [\tau].$$

Здесь полярный момент сопротивления круглого сечения $W_p \approx 0,2d^3$,

$$\text{т. е. } \frac{T_{K1}}{0,2d^3} \leq [\tau], \text{ откуда}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{T_{k1}}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 140}} \approx 42 \text{ (мм)}$$

Из расчета на прочность при кручении найдем диаметры d_B и d_H трубчатой части соединения. Наиболее опасен здесь второй участок, где возникает максимальный крутящий момент, поэтому условие прочности имеет следующий вид:

$$\tau_2 = \frac{T_{K2}}{W_{p2}} \leq [\tau].$$

Для кольцевого сечения

$$W_p \approx 0,2d_H^3 \left(1 - \frac{d_B^3}{d_H^3}\right),$$

т. е.

$$\frac{T_{K2}}{0,2d_H^3 \left(1 - \frac{d_B^4}{d_H^4}\right)} \leq [\tau],$$

откуда

$$d_H \geq \sqrt[3]{\frac{T_{K2}}{0,2[\tau] \left(1 - \frac{d_B^4}{d_H^4}\right)}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 140 \cdot (1 - 0,6^4)}} \approx 50 \text{ (мм)},$$

тогда

$$d_B = 0,6d_H = 0,6 \cdot 50 = 30 \text{ (мм)}.$$

Из расчета на прочность при сдвиге найдем необходимое количество болтов М8 для соединения фланцев:

$$\tau = \frac{Q}{A} \leq [\tau],$$

где Q – поперечная сила в сечении болта.

Сила Q на плече, равном $\frac{D}{2}$, создает момент относительно оси вала. Результирующий момент, создаваемый силами Q , возникающими во всех m болтах, равен крутящему моменту на фланце, который, как видно из эпюры, равен $T_{K1} = 2 \text{ кНм}$. Т. е.

$$T_{K1} = Q \frac{D}{2} m,$$

откуда поперечная сила равна

$$Q = \frac{2T_{K1}}{mD} = \frac{2T_{K1}}{m \cdot 1,4d_H},$$

где d_H – наружный диаметр трубы.

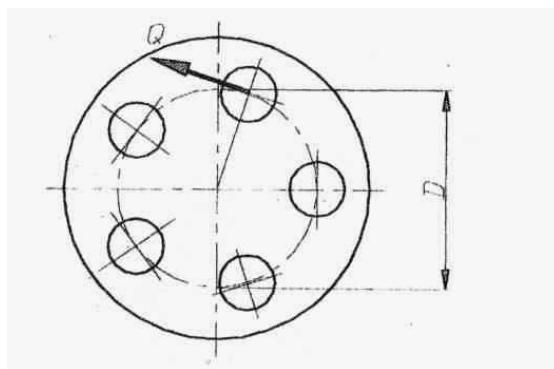


Рисунок 2.2 – Размеры фланцевого соединения:
 Q – поперечная сила, D – диаметр закрепления болтов на фланце.

Площадь поперечного сечения болта равна

$$A = \frac{\pi d_1^2}{4},$$

тогда условие прочности болта на сдвиг примет следующий вид:

$$\frac{2T_{K1} \cdot 4}{m \cdot 1,4d_H \cdot \pi \cdot d_1^2} \leq [\tau],$$

откуда искомое число болтов

$$m \geq \frac{2T_{K1} \cdot 4}{1,4d_H \cdot \pi \cdot d_1^2 \cdot [\tau]} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 4}{1,4 \cdot 50 \cdot 3,14 \cdot 7^2 \cdot 140} = 11.$$

Ответ: диаметры фланцевого соединения $d = 42$ мм, $d_H = 50$ мм, $d_B = 30$ мм; для соединения необходимо не менее 11 болтов М8.

Варианты расчетных схем

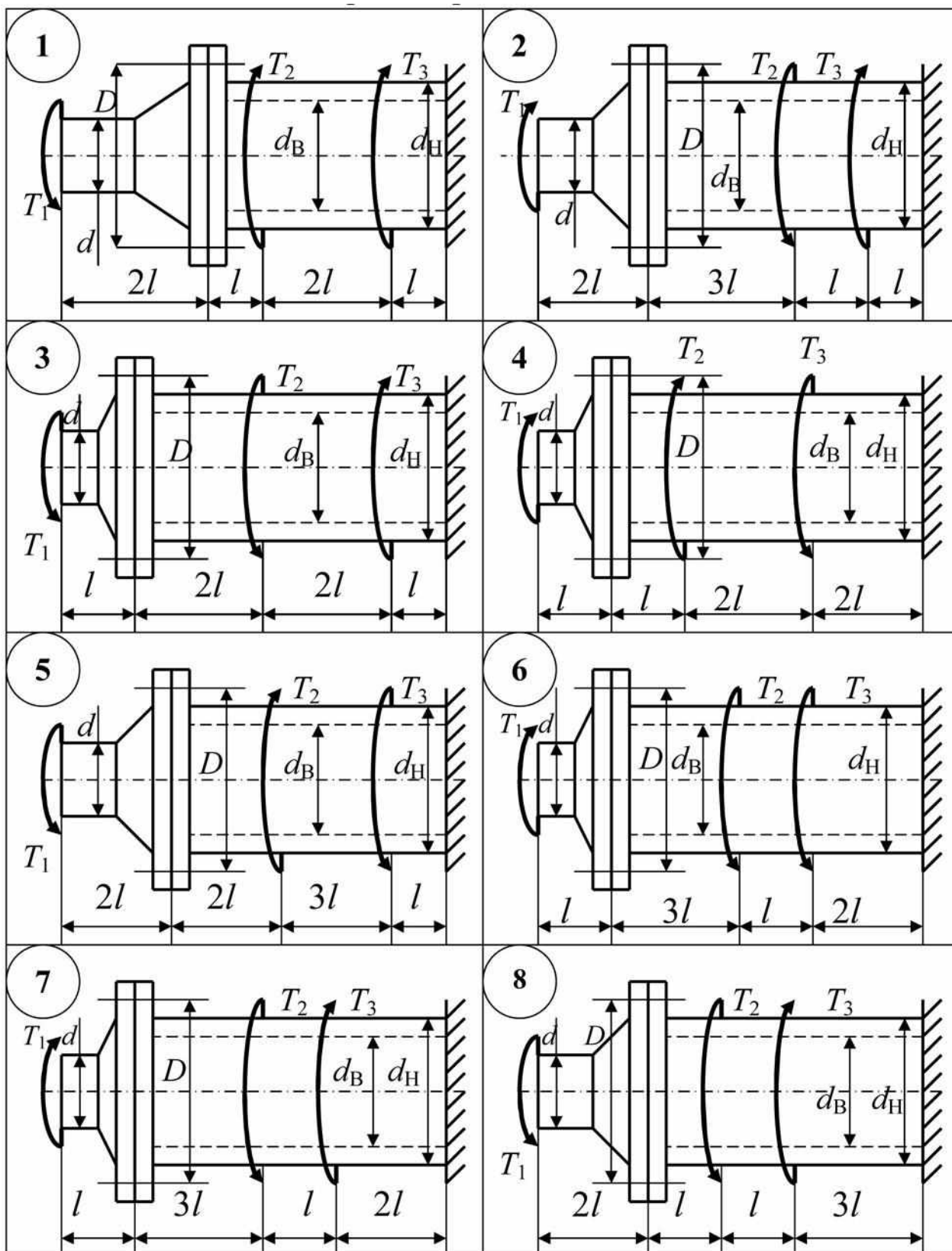


Рисунок 2.3 – Варианты расчетных схем (1–8) задание 2

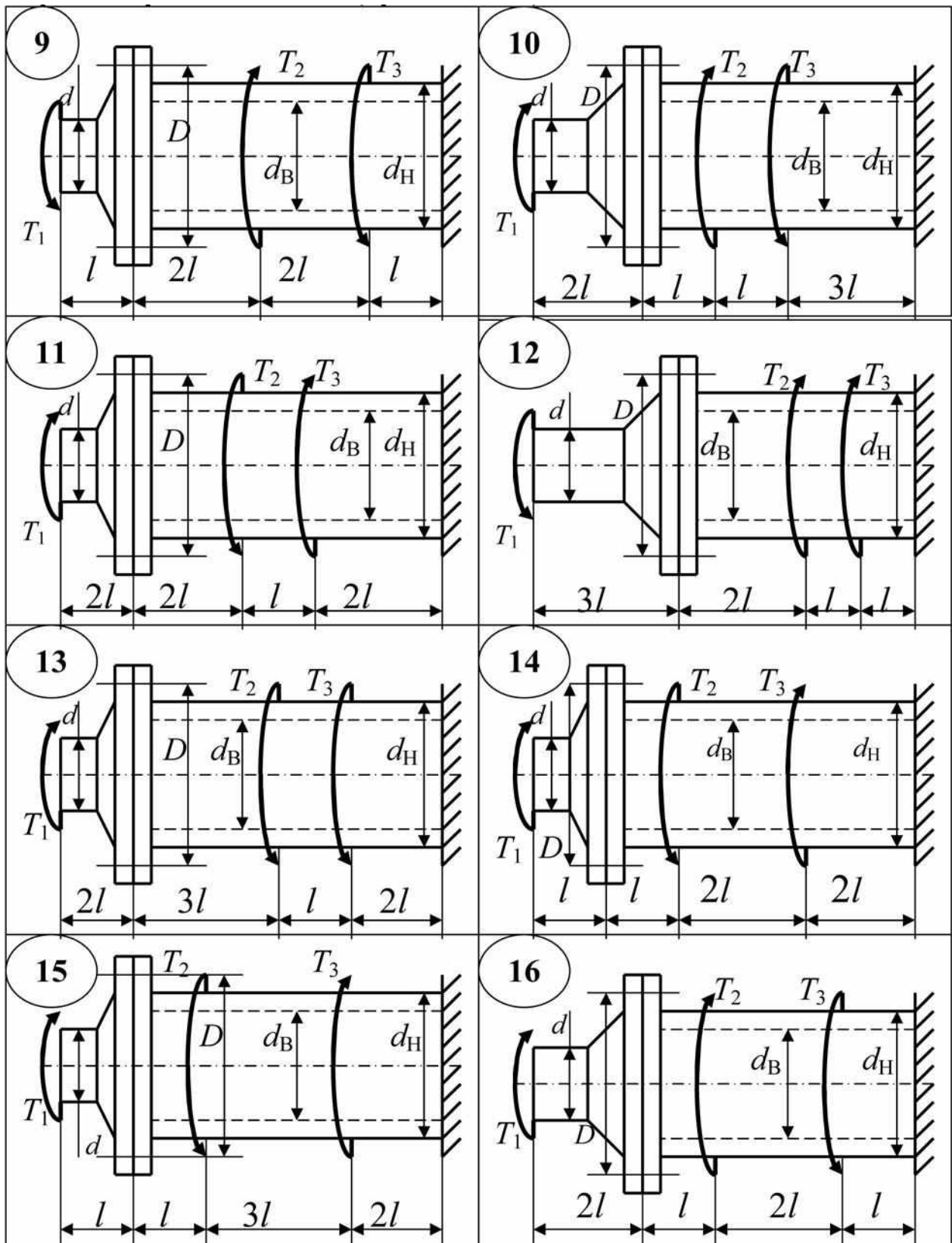


Рисунок 2.4 – Варианты расчетных схем (9–16) задание 2

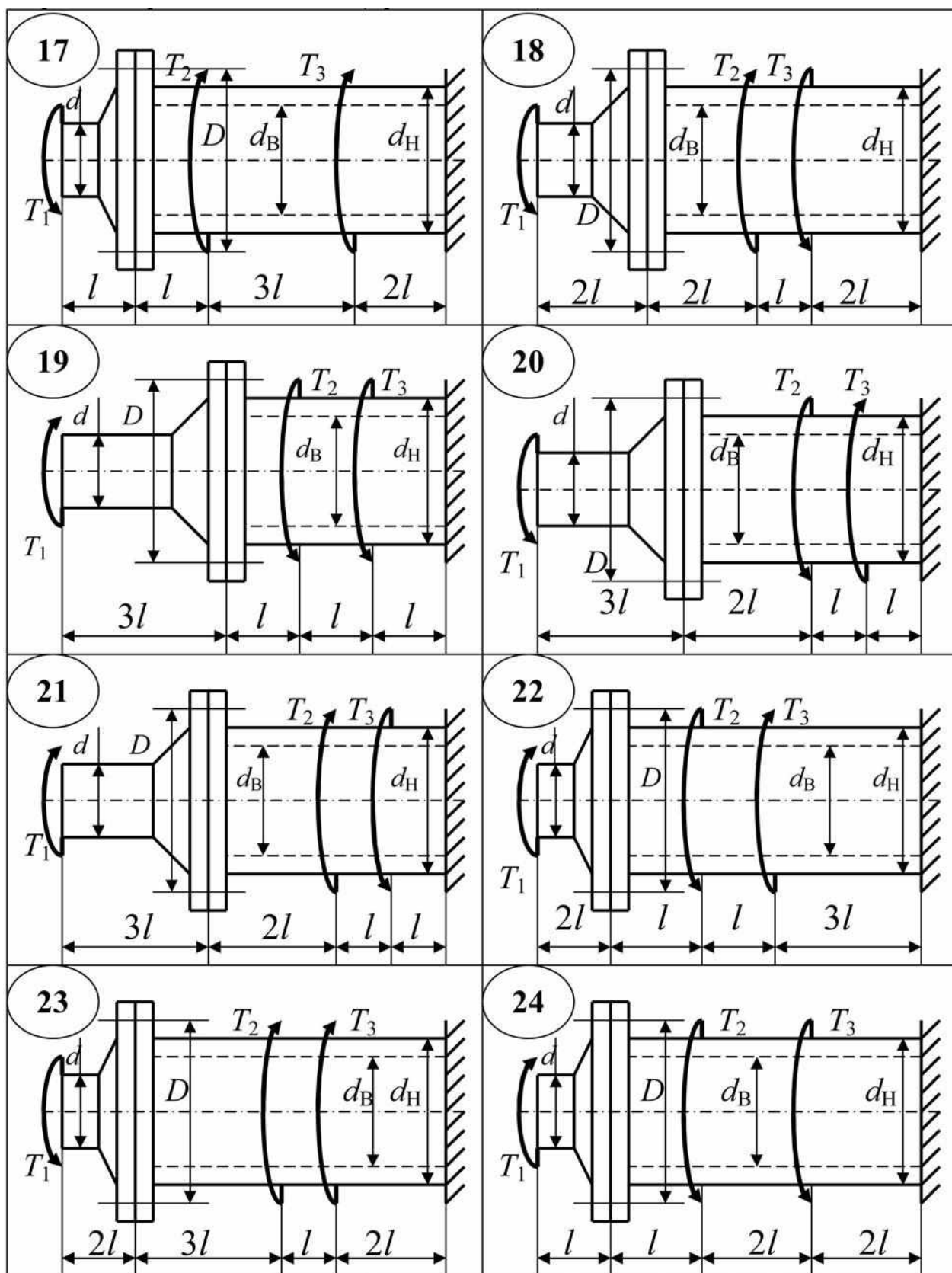


Рисунок 2.5 – Варианты расчетных схем (17–24) задание 2

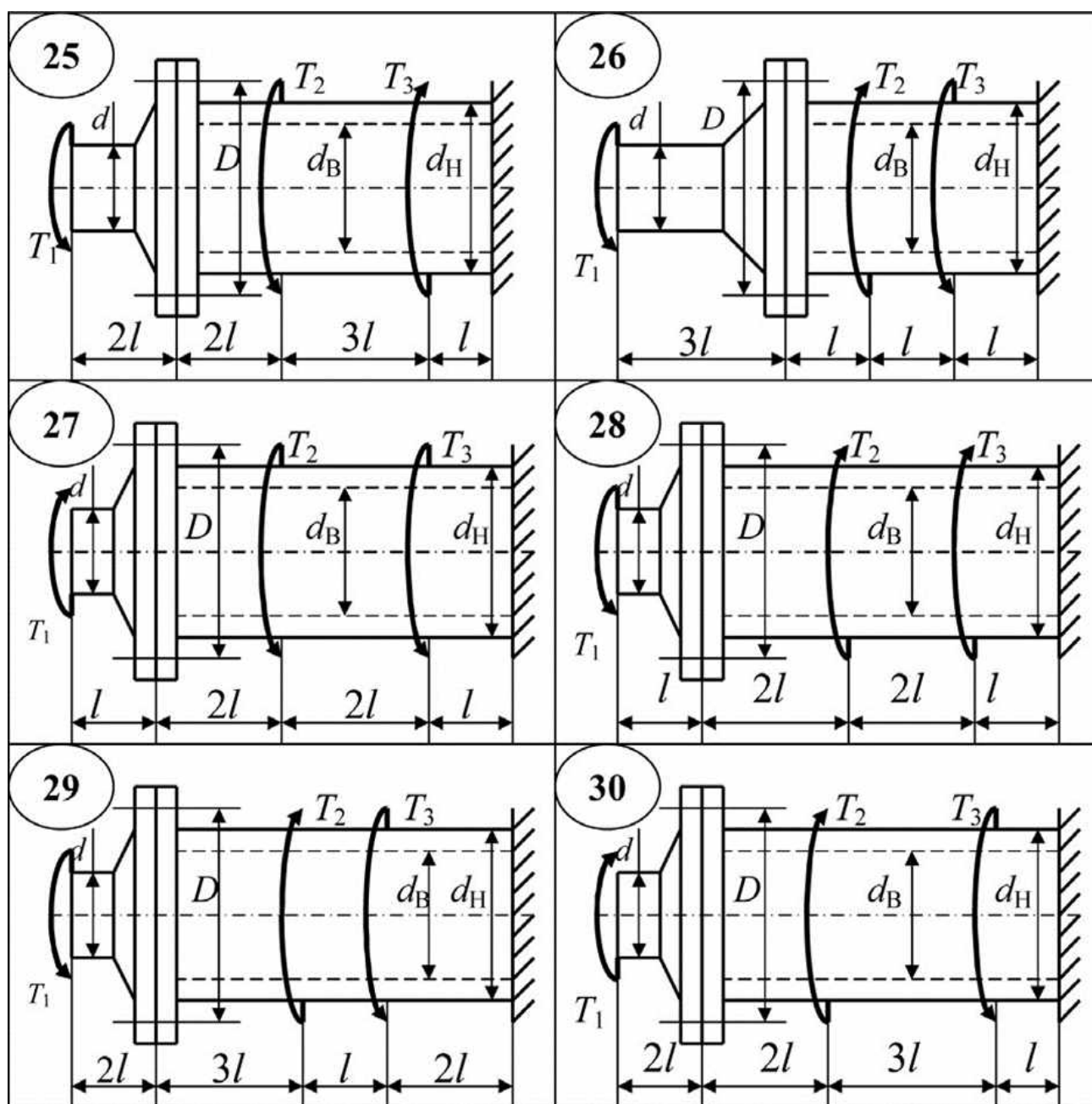


Рисунок 2.6 – Варианты расчетных схем (25–30) задание 2

3. Изгиб

3.1 Основные понятия

Изгиб – такой вид деформации, при котором в поперечных сечениях бруса возникает изгибающий момент. Если изгибающий момент – единственное внутреннее усилие в сечении, изгиб называется **чистым**. Если же одновременно с изгибающим моментом в сечении возникает поперечная сила, то изгиб называется **поперечным**. Такой изгиб наиболее распространен. При изгибе прямого бруса происходит искривление его оси.

Брус, работающий на изгиб, называется балкой. Балки устанавливаются на опоры. Расстояние между опорами называется пролетом. Балка, жестко заделанная одним концом, называется консольной.

При расчете балок необходимо заменить опоры опорными реакциями.

Правило знаков при построении эпюр поперечных сил и изгибающих моментов

При определении внутренних усилий при изгибе используется следующее правило знаков:

Поперечная сила Q_y положительна, если равнодействующая R внешних сил слева от сечения направлена вверх, а справа – вниз.

Условие прочности при изгибе

Нормальное напряжение при изгибе определяется по следующей формуле:

$$\sigma = M_x \frac{y}{J_x}, \quad (3.1)$$

где M_x – изгибающий момент; J_x – осевой момент инерции сечения; y – координата точки, в которой определяется напряжение.

Максимальное нормальное напряжение:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x y_{max}}{J_x}$$

Осевой момент сопротивления сечения:

$$W_x = \frac{J_x}{y_{max}}; \quad (3.2)$$

для прямоугольного сечения:

$$J_x = \frac{bh^3}{12}, \quad y_{max} = \frac{h}{2}, \quad W_x = \frac{bh^2}{6}; \quad (3.3)$$

для круглого сечения:

$$J_x = \frac{\pi d^4}{64}, \quad y_{max} = \frac{d}{2}, \quad W_x = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^3. \quad (3.4)$$

С учетом формулы (3.2) условие прочности при изгибе примет следующий вид:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma], \quad (3.5)$$

где $[\sigma]$ – допускаемое нормальное напряжение при изгибе.

3.2 Задание на расчетно-графическую работу 3

Расчетно-графическая работа 3 по теме «Изгиб» включает в себя две задачи: подбор сечений консольной балки с оценкой их рациональности и определение безопасной нагрузки для двухопорной балки.

Задача 1. Из расчета консольной балки на прочность подобрать двутавровое, прямоугольное ($\frac{h}{b} = 1,5$) и круглое сечения. Принять $[\sigma] = 160$ МПа. Сравнить по массе балки указанных сечений.

Таблица 3.1 – Варианты заданий к задаче 1

Вариант	I	II	III	IV	V	VI	VII	VII	IX	X
F , кН	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
M , кНм	20	22	24	26	28	30	28	26	24	22
l , м	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0

Задача 2. Прогон пролетного строения изготавливается в виде сварного пакета из двух стальных горячекатаных швеллеров по ГОСТ 8240–72. Определить допустимую нагрузку на прогон, принимая допускаемое напряжение на изгиб $[\sigma] = 100$ МПа; сосредоточенная сила $F = ql$.

Таблица 3.2 – Варианты заданий к задаче 2

Вариант	I	II	III	IV	V	VI	VII	VII	IX	X
Швеллер	40	36	33	30	27	24a	24	22a	22	20a
l , м	8,0	7,0	6,0	5,6	5,0	4,8	4,0	3,6	3,0	2,4

3.3 Пример выполнения расчетно-графической работы 3

Задача 1

Исходные данные:

$$F = 10 \text{ кН};$$

$$M = 20 \text{ кНм};$$

$$l = 1,2 \text{ м};$$

$$[\sigma] = 160 \text{ МПа}.$$

Требуется определить:

номер двутавра, h , b , d – ?

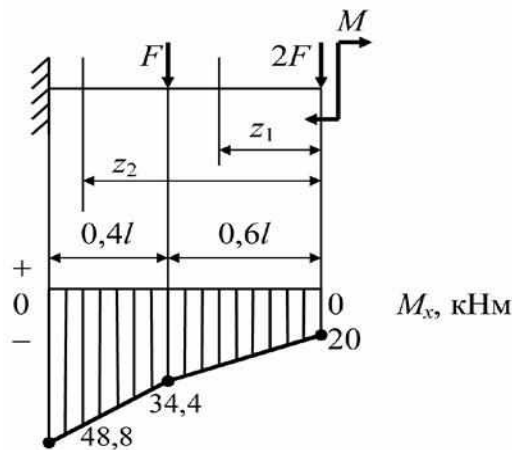


Рисунок 3.1 – Эпюра изгибающих моментов

Решение:

1. Строим эпюру изгибающих моментов:

$$0 \leq z_1 \leq 0,6l,$$

$$M_{x_1} = -M - 2Fz_1,$$

$$\text{при } z_1 = 0, M_{x_1} = -M = -20 \text{ (кНм)},$$

$$\text{при } z_1 = 0,6l, M_{x_1} = -20 - 2 \cdot 10 \cdot 0,6 \cdot 1,2 = -34,4 \text{ (кНм)};$$

$$0 \leq z_2 \leq 0,6l,$$

$$M_{x_2} = -M - 2Fz_2 - F(z_2 - 0,6l),$$

$$\text{при } z_2 = 0,6l, M_{x_2} = -34,4 \text{ (кНм)},$$

$$\text{при } z_2 = 1, M_{x_2} = -48,8 \text{ (кНм)}.$$

По рассчитанным данным строим эпюру, опасное сечение – в заделке. Из расчета на прочность при изгибе найдем необходимый осевой момент сопротивления сечения балки:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma],$$

откуда

$$W_x = \frac{M_x}{[\sigma]} = \frac{48,8 \cdot 10^6}{160} = 305 \cdot 10^3 (\text{мм}^3) = 305 (\text{см}^3).$$

Подбираем заданные сечения.

По ГОСТ 8239–72 находим двутавр, имеющий $W_x \geq 305 \text{ см}^3$. Для двутавра № 24а $W_x = 317 \text{ см}^3$.

Прямоугольное сечение:

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b1,5^2b^6}{6} = 0,375b^3 = 305 (\text{см}^3).$$

откуда

$$b = \sqrt[3]{\frac{305}{0,375}} = 9,3 (\text{см}), h = 1,5b = 14 (\text{см}).$$

Круглое сечение:

$$W_x = 0,1d^3 = 305 (\text{см}^3),$$

откуда

$$d = \sqrt[3]{3050} = 14,5 (\text{см}).$$

Сравним по массе балки найденных сечений:

$$m_d : m_{\text{п}} : m_{\text{к}} = \rho V_d : \rho V_{\text{п}} : \rho V_{\text{к}} = l A_d : l A_{\text{п}} : l A_{\text{к}} = A_d : bh : \frac{\pi d^2}{4},$$

где m – масса; ρ – плотность; V – объем; A_d – площадь сечения двутавра, прямоугольника, круга.

По ГОСТ 8239–72 для двутавра № 24а $A_d = 37,5 \text{ см}^2$.

$$\begin{aligned} m_d : m_{\text{п}} : m_{\text{к}} &= 37,5 : (9,3 \times 14) : \frac{3,14 \cdot 14,5^2}{4} = 37,5 : 130,2 : 165,1 = \\ &= 1 : 3,5 : 4,4. \end{aligned}$$

Ответ: двутавр № 24а, прямоугольник 9,3×14 см, круг диаметром 14,5 см; наиболее рационально двутавровое сечение, масса балки прямоугольного сечения в 3,5 раза больше, а круглого – в 4,4 раза больше, чем двутаврового, при одинаковой прочности.

Задача 2

Исходные данные:

швеллер № 40;

$l = 8,0 \text{ м};$

$[\sigma] = 100 \text{ МПа}.$

Требуется определить:

$q, F - ?$

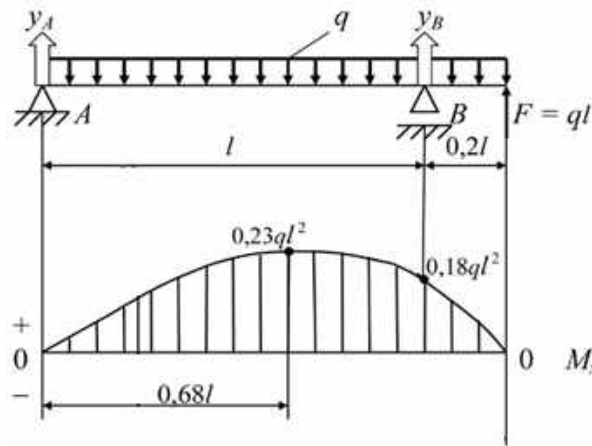


Рисунок 3.2 – Эпюра изгибающих моментов

Решение:

Определяем реакции опор, составляя уравнения моментов относительно точек A и B:

$$\sum M_A = 0, \quad -q \cdot 1,2l \cdot 0,6l + F \cdot 1,2l + y_B l = 0, \quad y_B = -0,4 ql;$$

$$\sum M_B = 0, \quad -y_A l + q \cdot 1,2l \cdot 0,4l + F \cdot 0,2l = 0, \quad y_A = 0,68ql.$$

Проверка:

$$\sum y = 0; \quad y_A + y_B + F - q \cdot 1,2l = 0, \quad 0,68ql - 0,48ql + ql - 1,2ql = 0.$$

Рассчитываем эпюру изгибающих моментов:

$$0 \leq z_1 \leq l,$$

$$M_{x_1} = y_A z_1 - \frac{q z_1^2}{2},$$

$$\text{при } z_1 = 0, M_{x_1} = 0;$$

$$\text{при } z_1 = l, M_{x_1} = 0,68 ql^2 - 0,5ql^2 = 0,18ql^2.$$

Найдем положение вершины параболы:

$$\frac{dM_{x_1}}{dz_1} = y_A - qz_1 = 0, z_1 = \frac{y_A}{q} = 0,68l,$$

$$\text{при } z_1 = 0,68l, M_{x_1} = 0,23ql^2.$$

$$0 \leq z_2 \leq 0,2l,$$

$$M_{x_2} = Fz_2 - q \frac{z_2^2}{2};$$

$$\text{при } z_2 = 0, M_{x_2} = 0;$$

$$\text{при } z_2 = 0,2l, M_{x_2} = 0,18ql^2.$$

Найдем положение вершины параболы на втором участке:

$$\frac{dM_{x_2}}{dz_2} = F - qz_2 = 0, z_2 = \frac{F}{q} = l,$$

$$\text{при } z_2 = l, M_{x_2} = 0,5 ql^2.$$

По рассчитанным данным строим эпюру изгибающих моментов. Опасным является сечение при $z_1 = 0,68l$, где $M_x = 0,23ql^2$.

Определим геометрические характеристики сечения прогона, которое состоит из двух сваренных швеллеров.

Сечение имеет две оси симметрии, которые и являются главными центральными осями.

Момент инерции одного швеллера № 40 относительно оси x (по ГОСТ 8240–72) $J_{x_1} = 15220 \text{ см}^4$. Для сварочного сечения, учитывая, что ось x для всего сечения совпадает с главной центральной осью швеллера: $J_x = 2J_{x_1}$, $J_x = 2 \cdot 15220 = 30440 \text{ см}^4$.

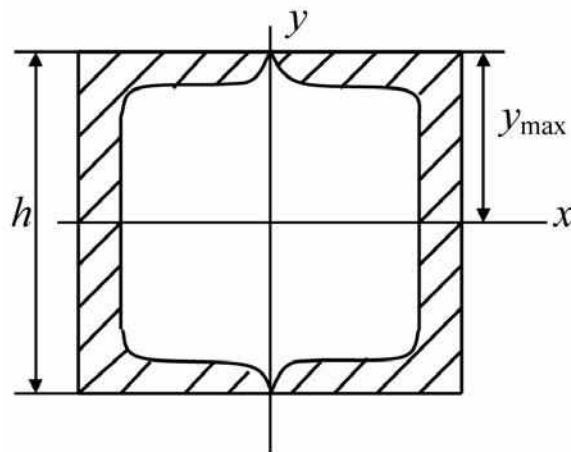


Рисунок 3.3 – Поперечное сечение прогона

Осевой момент сопротивления сечения:

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}} = \frac{30440}{20} = 1522 \text{ (см}^3\text{)}$$

здесь $y_{\max} = \frac{h}{2}$, $h = 40 \text{ см}$ (для швеллера № 40).

Из расчета на прочность при изгибе найдем допустимую нагрузку на прогон. Условие прочности:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma],$$

где $M_x = 0,23ql^2$; $l = 8 \text{ м}$; $W_x = 1522 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$; $[\sigma] = 100 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$, тогда

$$\frac{0,23q \cdot 8^2}{1522 \cdot 10^{-6}} \leq 100 \cdot 10^6 \left(\frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \right),$$

$$q \leq \frac{1522 \cdot 100}{0,23 \cdot 8^2} = 10,3 \cdot 10^3 \left(\frac{\text{Н}}{\text{м}} \right) = 10,3 \left(\frac{\text{кН}}{\text{м}} \right),$$

$$F = ql = 10,3 \cdot 8 = 82,4 \text{ (кН)}.$$

Ответ: распределенная нагрузка $q = 10,3 \text{ кН/м}$, допустимая нагрузка $F = 82,4 \text{ кН}$.

Варианты расчетных схем

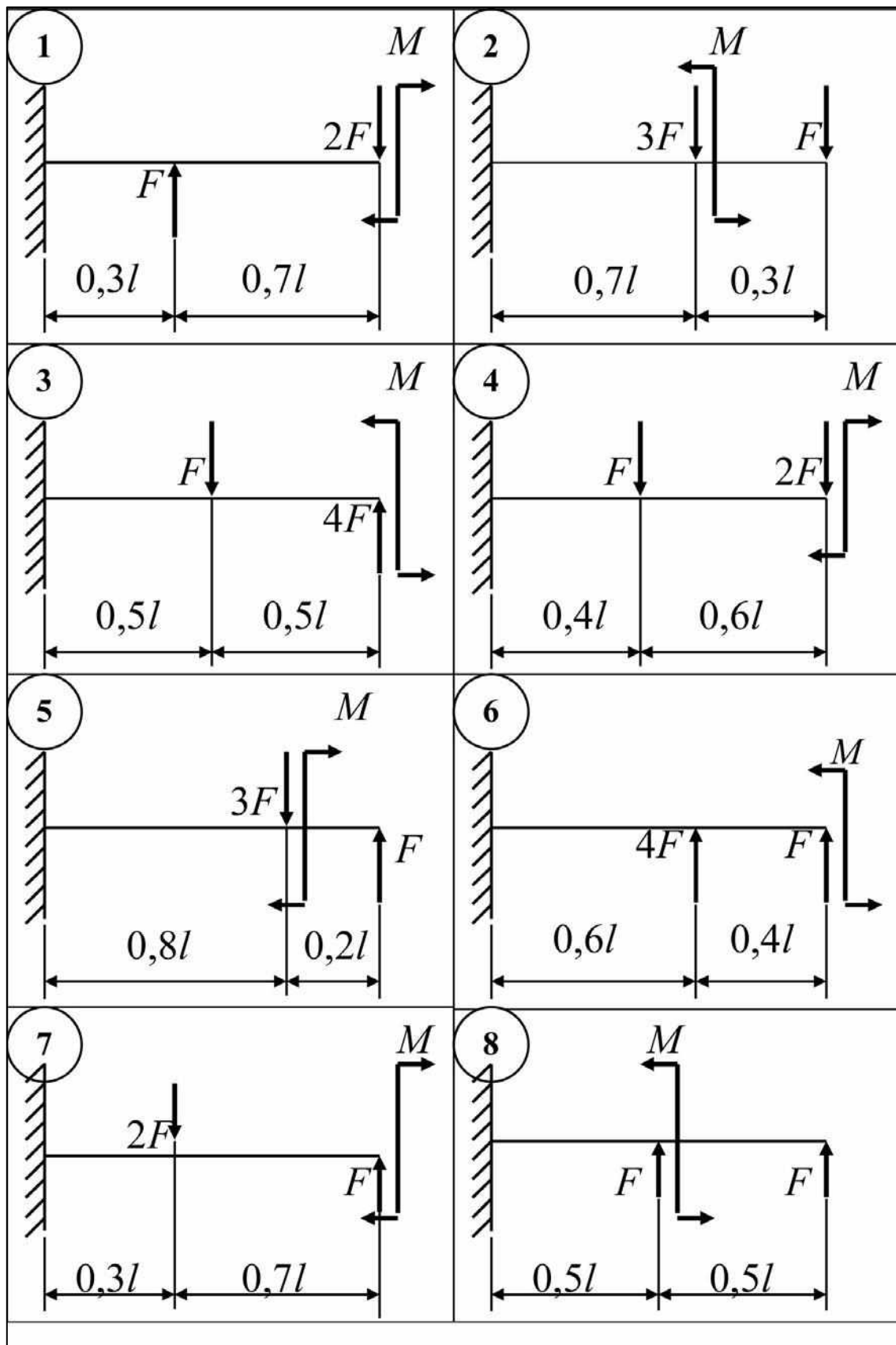


Рисунок 3.4 – Варианты расчетных схем (1–8) задача 3.1

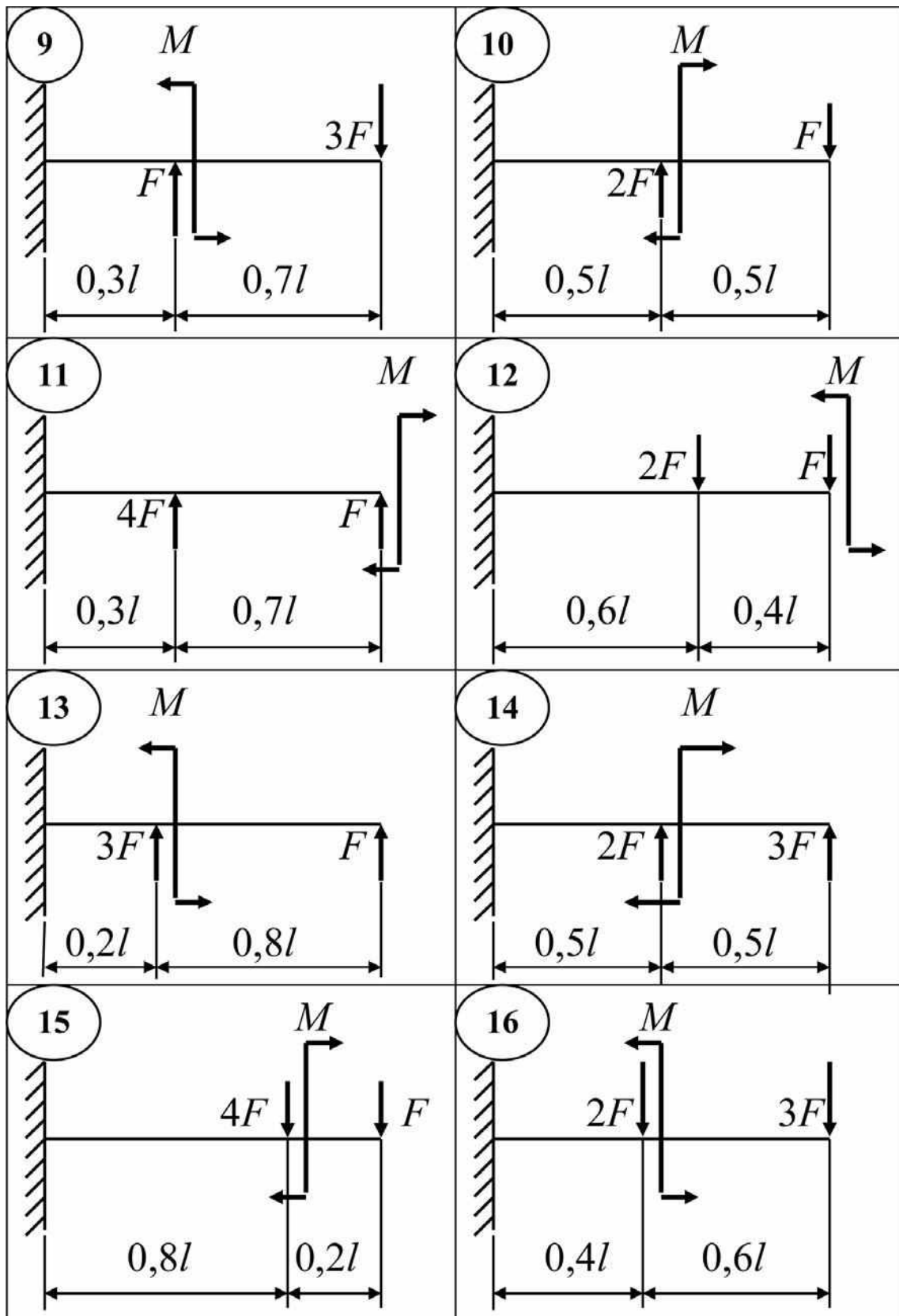


Рисунок 3.5 – Варианты расчетных схем (9–16) задача 3.1

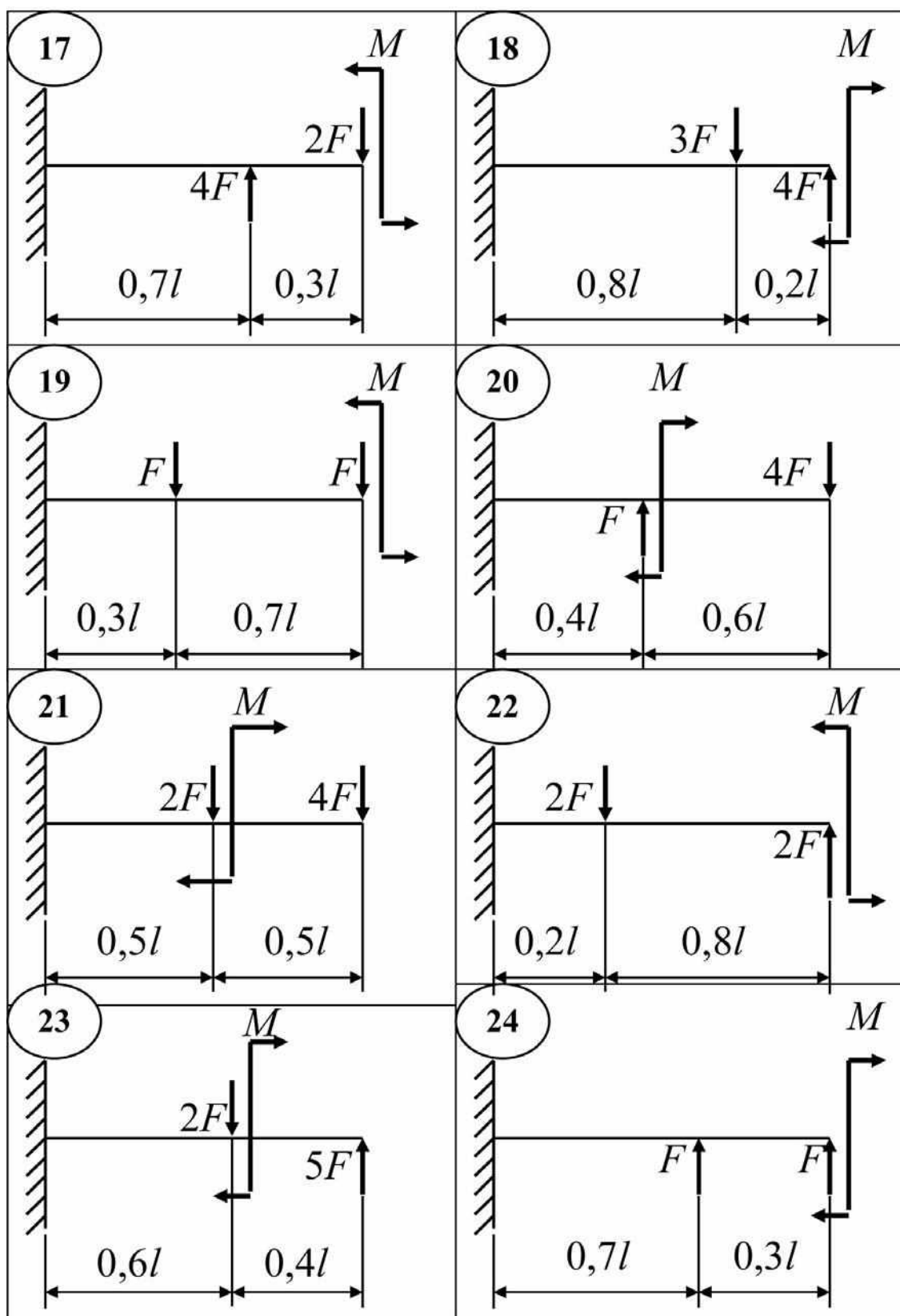


Рисунок 3.6 – Варианты расчетных схем (17–24) задача 3.1

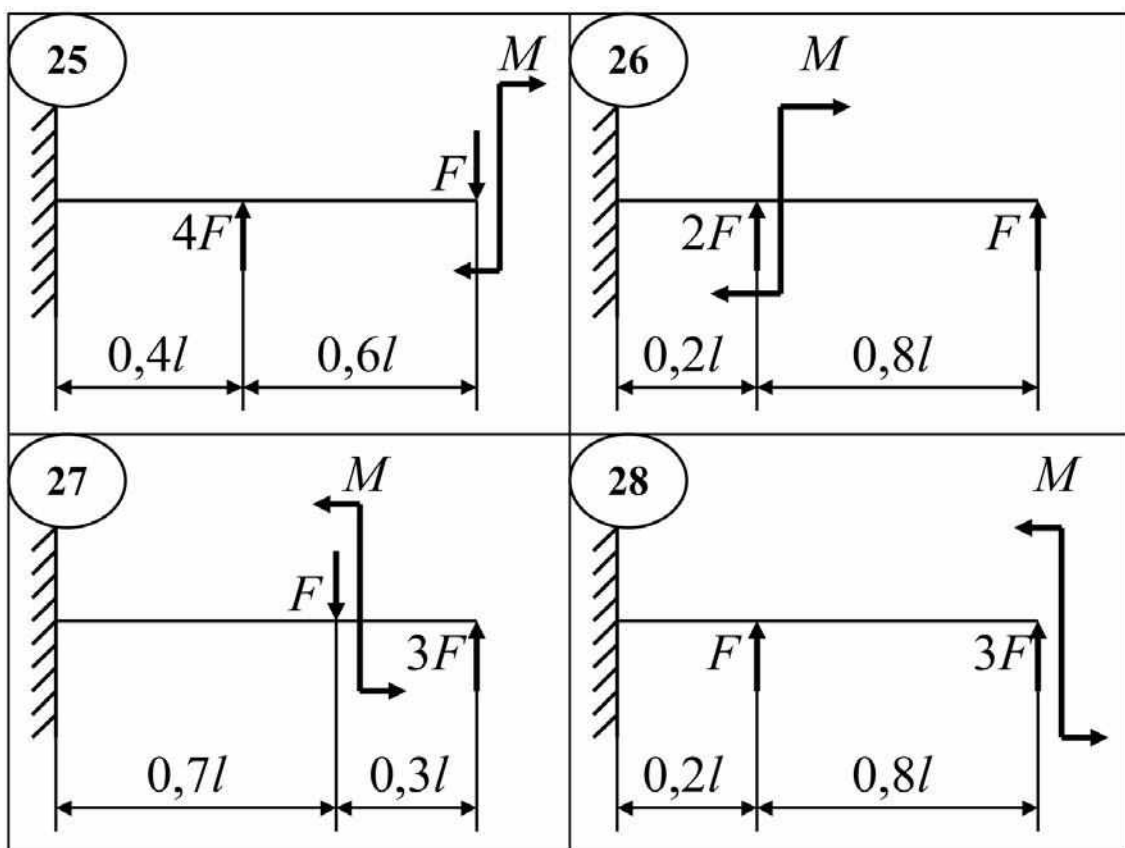


Рисунок 3.7 – Варианты расчетных схем (25–28) задача 3.1

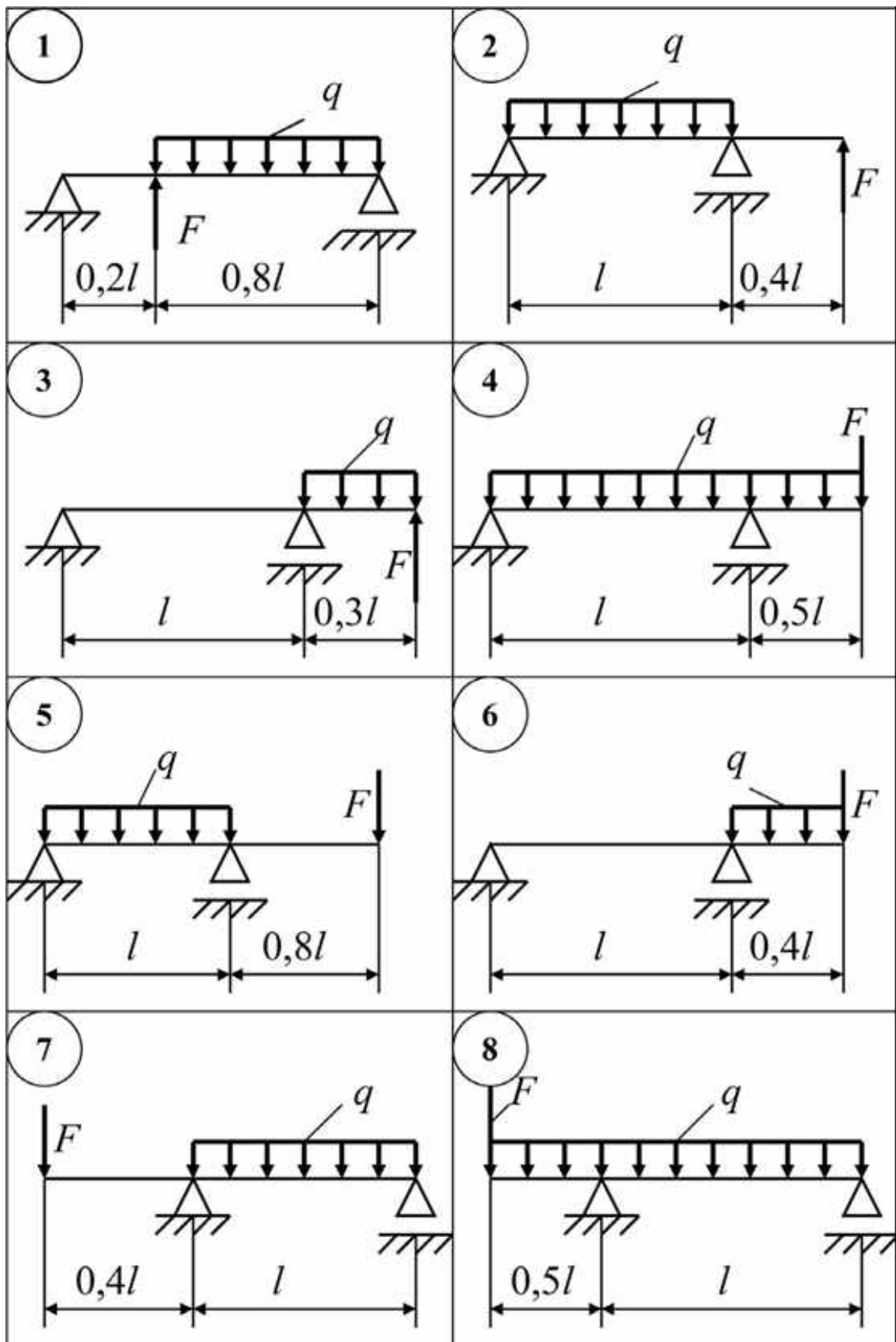


Рисунок 3.8 – Варианты расчетных схем (1–8) задача 3.2

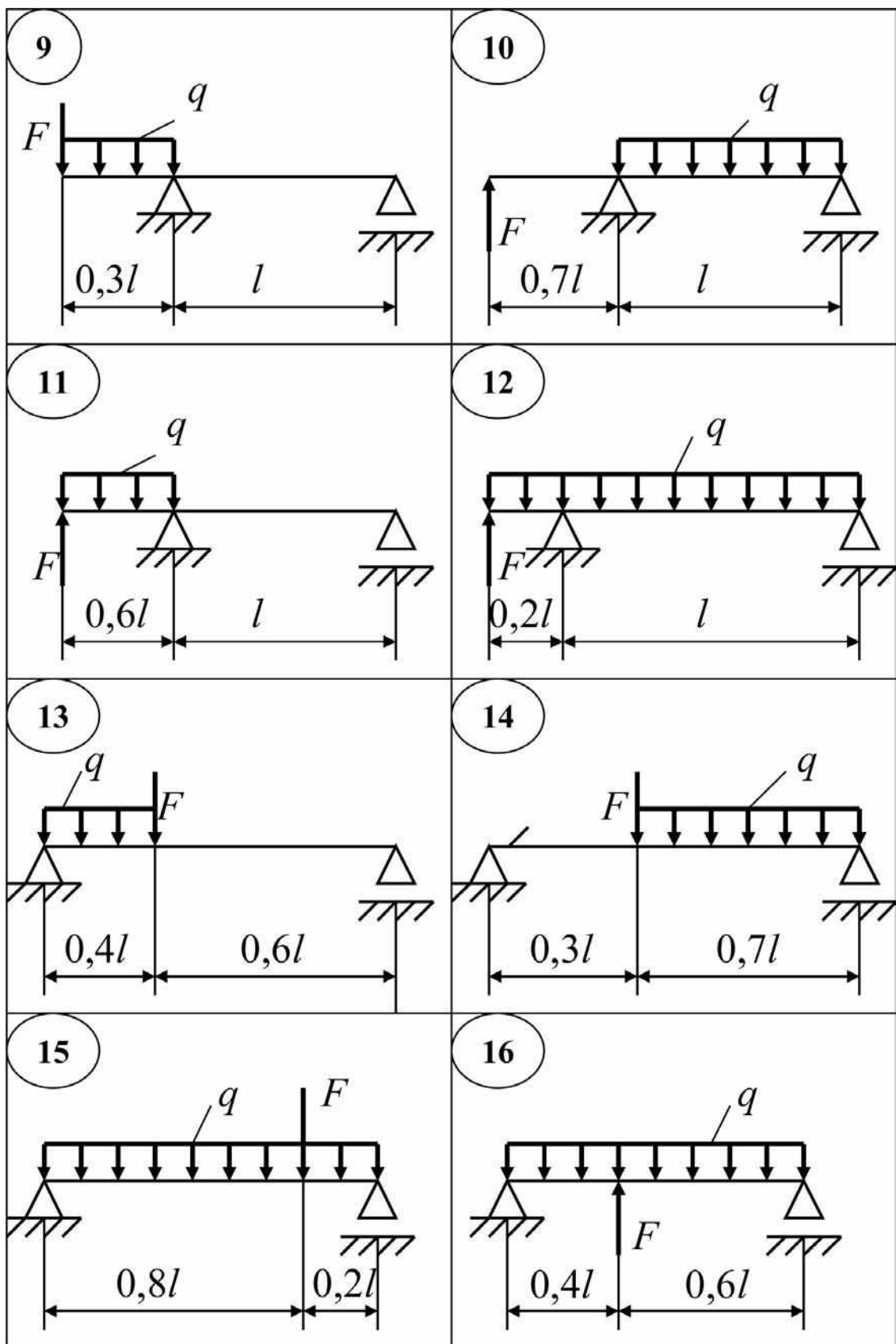


Рисунок 3.9 – Варианты расчетных схем (9–16) задача 3.2

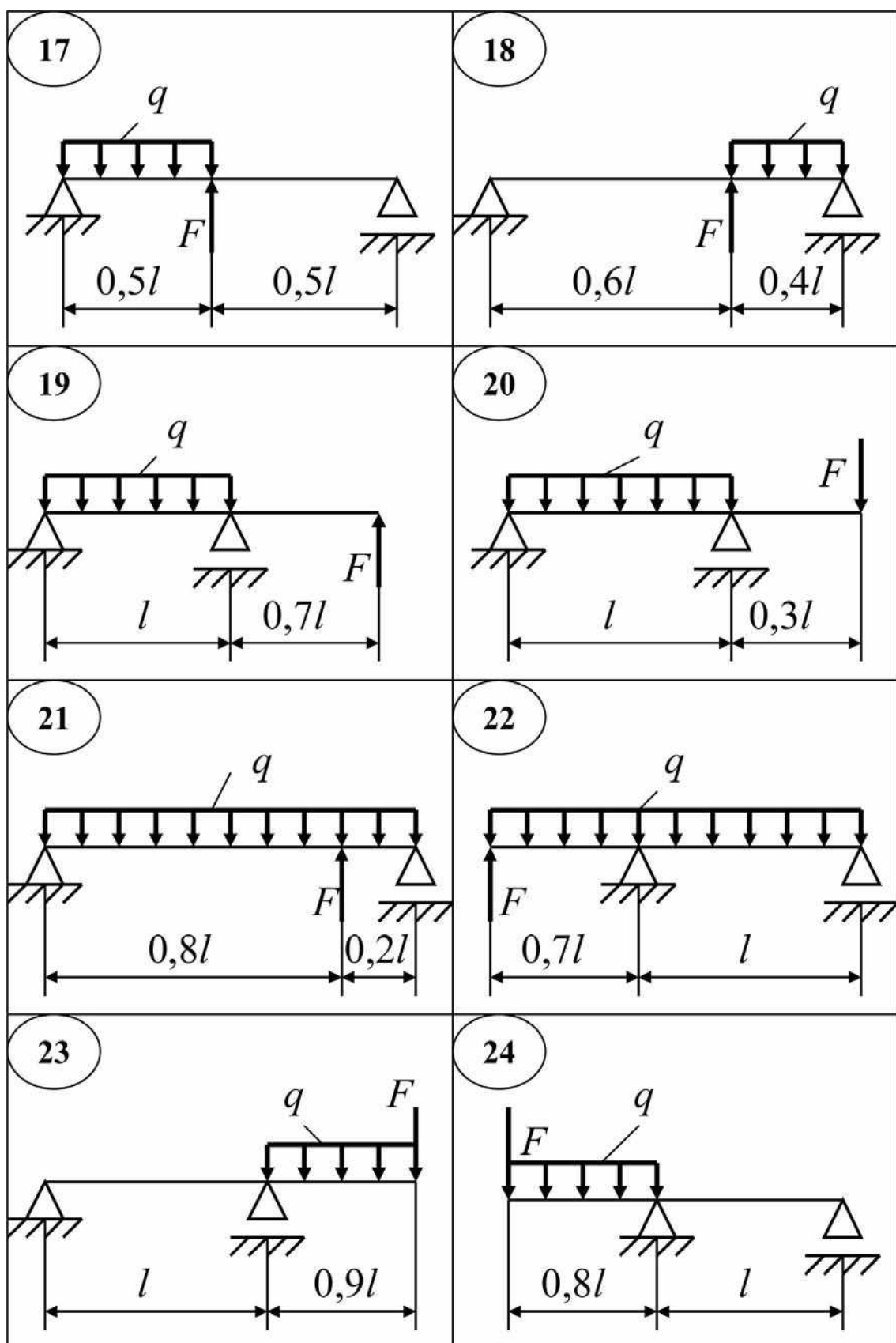


Рисунок 3.10 – Варианты расчетных схем (17–24) задача 3.2

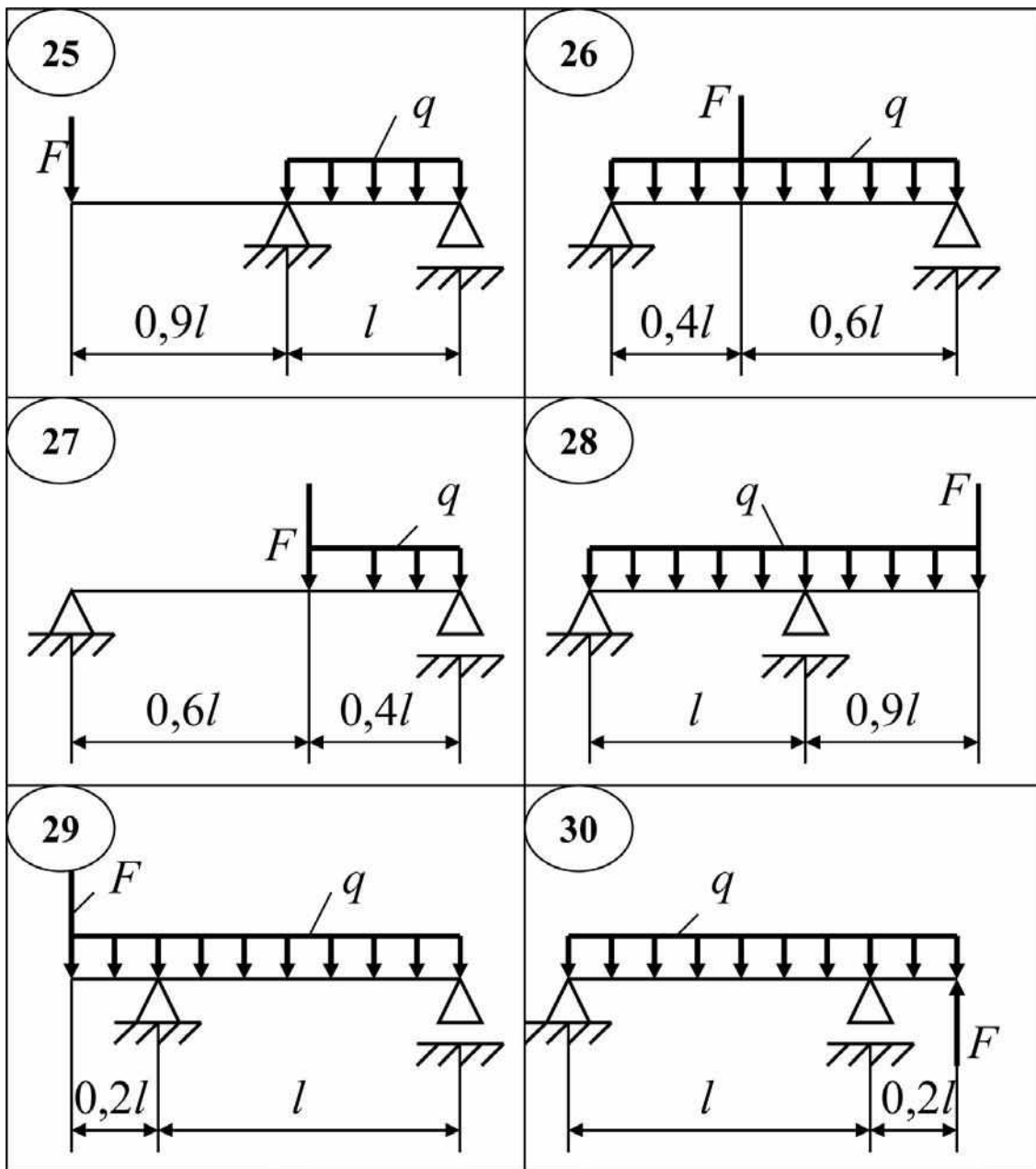


Рисунок 3.11 – Варианты расчетных схем (25–30) задача 3.2

РАЗДЕЛ 2. Курсовая работа

ВВЕДЕНИЕ

Наряду с освоением теоретического материала большое значение имеет выполнение самостоятельных индивидуальных заданий, а именно, курсовой работы, что способствует закреплению учебного материала и развитию навыков в самостоятельном решении инженерных задач различного уровня.

1 Цель и задачи курсовой работы

Целью курсовой работы «Расчеты на прочность, жесткость и устойчивость элементов конструкций» по дисциплине «Механика материалов и конструкций» является приобретение практических навыков расчета элементов конструкций в условиях простого и сложного сопротивления.

Задачи курсовой работы:

- выполнение расчетов на прочность, жесткость и устойчивость стержневых конструкций с элементами проектирования;
- приобретение навыков в работе с технической литературой, справочниками и стандартами.

В методических указаниях представлены порядок выполнения и оформления, варианты заданий к курсовой работе, литература, рекомендуемая для выполнения курсовой работы.

Задания к курсовой работе представлены по основным разделам курса «Механика материалов и конструкций»: расчеты на прочность и жесткость при простых состояниях стержня (центральное растяжение и сжатие, кручение, прямой поперечный изгиб балки и рамы); устойчивость сжатых стержней, сложное сопротивление (изгиб с кручением).

Курсовая работа включает следующие задания:

Задание 1 – Расчет на прочность и жесткость ступенчатого стержня при центральном растяжении и сжатии.

Задание 2 – Расчет на прочность и жесткость ступенчатого стержня при кручении.

Задание 3 – Расчет на прочность и жесткость балки при изгибе.

Задание 4 – Проверочный расчет на устойчивость продольно-сжатого стержня.

Задание 5 – Проектировочный расчет вала ременной передачи из условия статической прочности.

Задание 6 – Расчет промежуточного вала зубчатой передачи из условий статической, усталостной прочности и жесткости.

2 Порядок выполнения и оформления курсовой работы

К выполнению заданий следует приступать после усвоения соответствующих теоретических разделов курса «Механика материалов и конструкций» и приобретения навыков в решении задач, связанных с содержанием раздела.

Исходные данные для решения задач и расчетные схемы выбираются из таблиц заданий. Номера строк исходных данных и расчетных схем совпадают с номерами вариантов.

Каждое задание должно содержать условие задачи, расчетно-графическую схему, результаты расчета и эпюры с указанием на них в числах всех величин.

Решение проводится в общем (буквенном) виде. Числовые значения подставляются только в окончательные результаты. Расчеты выполняются в единицах системы СИ (для удобства допускается использование производных единиц).

Схемы и рисунки выполняются в карандаше или с помощью программных средств автоматизированного проектирования. Все эпюры должны содержать числовые величины в характерных точках и размерность.

В процессе защиты заданий курсовой работы могут быть предложены вопросы и задачи из соответствующего раздела курса.

Курсовая работа должна быть сдана до начала экзаменационной сессии. Срок выполнения курсовой работы определяется календарным графиком учебного процесса.

Курсовая работа оформляется согласно правилам оформления студенческих работ, приведенным в СТО 02069024.101 – 2015. Работы студенческие. Общие требования и правила оформления.

Курсовая работа состоит из титульного листа, бланка задания, аннотации, содержания, введения, основной части и списка использованных источников.

Титульный лист является первым листом курсовой работы (не нумеруется). Все надписи выполняют чернилами черного цвета.

Бланк задания располагается после титульного листа (не считается и не нумеруется). Задание должно содержать тему курсовой работы, цель и задачи, исходные данные, перечень вопросов, подлежащих разработке, дату выдачи и получения задания, срок выполнения с подписями заведующего кафедрой, руководителя и исполнителя.

Аннотация является третьим листом курсовой работы. Пример текста аннотации приведен ниже.

Курсовая работа посвящена теме «Расчеты на прочность, жесткость и устойчивость элементов конструкций».

В работе приводятся результаты расчетов на прочность и жесткость стержней при центральном растяжении-сжатии, кручении и прямом поперечном изгибе; проверочный расчет стержня на устойчивость; проекторочный расчет вала ременной передачи по условию статической

прочности; проектировочный расчет вала зубчатой передачи по условиям статической, усталостной прочности и жесткости

Работа содержит ____ листов текста, ____ рисунков, ____ таблиц.

Курсовая работа на тему «Расчеты на прочность, жесткость и устойчивость элементов конструкций» выполнена по дисциплине «Механика материалов и конструкций».

Цель курсовой работы: приобретение практических навыков расчета элементов конструкций в условиях простого и сложного сопротивления.

Задачи:

выполнение расчетов на прочность, жесткость и устойчивость стержневых конструкций с элементами проектирования;

приобретение навыков в работе с технической литературой, справочниками и стандартами.

Курсовая работа включает в себя шесть заданий. Каждое задание содержит условие задачи, расчетно-графическую схему, результаты расчета и эпюры с указанием на них в числах всех величин.

3 Задания к курсовой работе

3.1 Расчет на прочность и жесткость ступенчатого стержня при центральном растяжении и сжатии

Задание 1 – Расчет на прочность и жесткость ступенчатого стержня при центральном растяжении и сжатии.

Стальной ступенчатый стержень (модуль упругости $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; допускаемое нормальное напряжение $[\sigma] = 160$ МПа) нагружен сосредоточенными силами F_1, F_2, F_3 . Стержень состоит из трех участков, два из которых имеют одинаковый тип и размер поперечного сечения. Принять допускаемую абсолютную линейную деформацию для стержня $[l] = 1$ мм.

Требуется:

Определить продольную силу N_z , кН, на каждом участке нагружения стержня и построить эпюру.

Определить из условия прочности размеры поперечных сечений стержня по участкам: прямоугольное поперечное сечение (при соотношении сторон $h/b = 2$); круглое сплошное поперечное сечение.

Определить наибольшее нормальное напряжение σ_{max} , МПа, на каждом участке нагружения стержня и выполнить проверку условия прочности. Построить эпюру распределения наибольших нормальных напряжений σ_{max} , МПа, по длине стержня и эпюры распределения нормальных напряжений σ , МПа, по поперечным сечениям стержня.

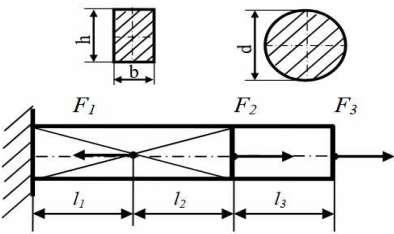
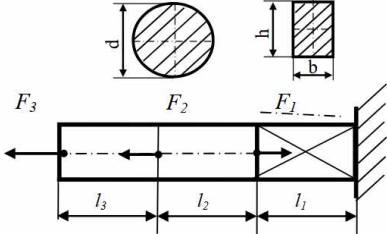
Определить абсолютную линейную деформацию стержня Δl , мм, и выполнить проверку условия жесткости стержня. Построить эпюру линейных перемещений поперечных сечений Δl , мм.

Из таблиц 3.1 и 3.2 выбрать исходные данные и схему нагружения в соответствии со своим вариантом.

Таблица 3.1 – Исходные данные к задаче 1

№ строки	F_1 , кН	F_2 , кН	F_3 , кН	l_1 , м	l_2 , м	l_3 , м
1	2	3	4	5	6	7
1	250	20	120	0,1	0,2	0,1
2	240	170	80	0,2	0,1	0,3
3	60	80	120	0,2	0,1	0,2
4	230	100	30	0,1	0,2	0,3
5	180	70	90	0,2	0,1	0,1
6	90	140	130	0,2	0,1	0,3
7	70	230	120	0,1	0,2	0,2
8	220	10	90	0,1	0,3	0,2
9	20	210	60	0,3	0,2	0,3
10	50	40	100	0,2	0,3	0,2
11	20	60	90	0,2	0,1	0,2
12	270	20	180	0,2	0,1	0,2
13	150	130	110	0,2	0,3	0,2
14	60	40	130	0,3	0,1	0,3
15	150	60	190	0,1	0,3	0,1
16	120	170	190	0,1	0,2	0,3
17	50	90	160	0,1	0,2	0,1
18	30	10	180	0,1	0,3	0,1
19	90	20	170	0,2	0,3	0,2
20	50	40	80	0,1	0,3	0,1

Таблица 3.2 – Схемы нагружения стержня задача 1

№	Схема нагружения стержня	№	Схема нагружения стержня
1	2	3	4
1		5	

Продолжение таблицы 3.2

1	2	3	4
2		6	
3		7	
4		8	
9		13	
10		14	
11		15	

Окончание таблицы 3.2

1	2	3	4
12		16	
17		18	
19		20	

3.2 Расчет на прочность и жесткость ступенчатого стержня при кручении

Задание 2 – Расчет на прочность и жесткость ступенчатого стержня при кручении.

Стальной ступенчатый стержень (модуль сдвига $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$; допустимое касательное напряжение $[\tau] = 56 \text{ МПа}$) нагружен сосредоточенными моментами M_1 , M_2 , M_3 . Стержень состоит из трех участков, два из которых имеют одинаковый тип и размер поперечного сечения. Принять допустимую абсолютную угловую деформацию $[\varphi] = 1 \text{ град}$.

Требуется:

Определить крутящий момент M_z , $\text{Н}\cdot\text{м}$, на каждом участке нагружения стержня и построить эпюру.

Определить из условия прочности размеры поперечных сечений стержня:

прямоугольное поперечное сечение ($h/b = 2$); круглое сплошное поперечное сечение или круглое трубчатое ($a = \frac{d}{D} = 0,7$).

Определить наибольшее касательное напряжение τ_{max} , МПа, на каждом участке нагружения стержня и выполнить проверку условия прочности. Построить эпюру распределения наибольших касательных напряжений τ_{max} , МПа, по длине стержня и эпюры распределения касательных напряжений τ , МПа, по поперечным сечениям.

Определить абсолютную угловую деформацию стержня $\Delta\varphi$, рад, и выполнить проверку условия жесткости стержня. Построить эпюру углов закручивания поперечных сечений стержня $\Delta\varphi$, рад.

Из таблиц 3.3–3.4 выбрать исходные данные и расчетную схему в соответствии со своим вариантом.

Таблица 3.3 – Исходные данные задача 2

№ строки	M ₁ , Н·м	M ₂ , Н·м	M ₃ , Н·м	l ₁ , м	l ₂ , м	l ₃ , м
1	200	150	100	0,15	0,20	0,30
2	320	190	330	0,23	0,19	0,18
3	240	90	400	0,25	0,18	0,32
4	120	210	180	0,31	0,15	0,20
5	400	470	320	0,25	0,31	0,17
6	350	180	130	0,18	0,23	0,33
7	230	50	420	0,21	0,30	0,23
8	590	480	250	0,32	0,27	0,33
9	520	50	170	0,26	0,17	0,32
10	530	160	110	0,16	0,21	0,31
11	580	150	250	0,22	0,15	0,30
12	560	370	230	0,21	0,32	0,19
13	140	110	160	0,20	0,30	0,21
14	480	110	240	0,26	0,17	0,31
15	300	200	420	0,23	0,31	0,22
16	60	160	410	0,21	0,28	0,19
17	110	520	300	0,22	0,32	0,21
18	210	370	260	0,26	0,15	0,19
19	450	470	300	0,31	0,26	0,32
20	230	50	410	0,24	0,32	0,18

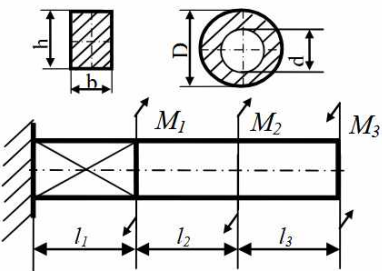
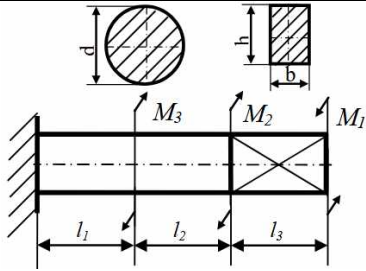
Таблица 3.4 – Схемы нагружения задача 2

№	Схема нагружения стержня	№	Схема нагружения стержня
1	2	3	4
1		2	
3		4	
5		6	
7		8	

Продолжение таблицы 3.4

1	2	3	4
9		10	
11		12	
13		14	
15		16	
17		18	

Окончание таблицы 3.4

1	2	3	4
19		20	

3.3 Расчет на прочность и жесткость балки при изгибе

Задание 3 – Расчет на прочность и жесткость балки при изгибе.

Стальная балка на двух опорах (модуль нормальной упругости $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$; допускаемое нормальное напряжение $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$) нагружена равномерной распределенной нагрузкой интенсивностью q , сосредоточенной силой F или сосредоточенным моментом M . Принять допускаемое линейное перемещение $[y] = 3 \text{ мм}$; допускаемую относительную угловую деформацию $[\theta] = 0,5^\circ$.

Требуется:

Построить эпюры распределения поперечной силы Q_y , кН , и изгибающего момента M_x , $\text{кН}\cdot\text{м}$, по длине балки.

Из условия прочности по нормальным напряжениям определить размер поперечного сечения: круглое сплошное и двутавр (швеллер).

Определить наибольшее нормальное напряжение $\sigma_{\max}$, МПа , и выполнить проверку условия прочности. Построить эпюры распределения нормальных напряжений σ , МПа , по поперечным сечениям балки.

Определить линейные (прогиб) Δy , мм , и угловые перемещения $\Delta \theta$, град , граничных сечений по методу начальных параметров для балки круглого поперечного сечения. Построить эпюры линейных Δy , мм , и угловых $\Delta \theta$, град , перемещений сечений балки. Выполнить проверку условия жесткости.

Из таблиц 3.5–3.6 выбрать исходные данные и схему нагружения в соответствии со своим вариантом.

Таблица 3.5 – Исходные данные к задаче 3

№ строки	F, кН	M, кН·м	q, кН/м	a, м	b, м
1	2	3	4	5	6
1	20	10	10	0,1	0,2
2	25	15	15	0,2	0,1
3	30	20	20	0,2	0,1
4	35	25	25	0,1	0,2

Окончание таблицы 3.5

1	2	3	4	5	6
5	40	10	30	0,2	0,1
6	45	15	10	0,2	0,1
7	50	20	15	0,1	0,2
8	55	25	20	0,1	0,3
9	60	10	25	0,3	0,2
10	65	15	30	0,2	0,3
11	70	20	10	0,2	0,1
12	75	25	15	0,2	0,1
13	80	10	20	0,2	0,3
14	85	15	25	0,3	0,1
15	90	20	30	0,1	0,3
16	95	25	10	0,1	0,2
17	10	10	15	0,1	0,2
18	15	15	20	0,1	0,3
19	20	20	25	0,2	0,3
20	25	25	30	0,1	0,3

Таблица 3.6 – Схемы нагружения к задаче 3

№	Схема нагружения	№	Схема нагружения
1	2	3	4
1		2	
3		4	

Продолжение таблицы 3.6

1	2	3	4
5		6	
7		8	
9		10	
11		12	
13		14	
15		16	

Окончание таблицы 3.6

1	2	3	4
17		18	
19		20	
21		22	

3.4 Проверочный расчет на устойчивость продольно-сжатого стержня

Задание 4 – Проверочный расчет на устойчивость продольно-сжатого стержня.

Металлическая стойка (модуль нормальной упругости $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; допускаемое напряжение на сжатие $[\sigma] = 160$ МПа; предел пропорциональности $\sigma_{\text{пц}} = 200$ МПа; коэффициенты $a = 310$ МПа, $b = 1,14$ МПа) заданного поперечного сечения сжата силой F .

Требуется:

Определить геометрические характеристики сечения (площадь поперечного сечения A , см^2 , минимальный осевой момент инерции сечения $J_{\min}$, см^4 , минимальный радиус инерции сечения $i_{\min}$, см).

Определить геометрическую гибкость стержня λ .

Определить предельную гибкость стержня $\lambda_{\text{пред}}$.

Определить критическую силу $F_{\text{кр}}$, кН.

Определить допускаемую нагрузку на устойчивость $[F_y]$, кН.

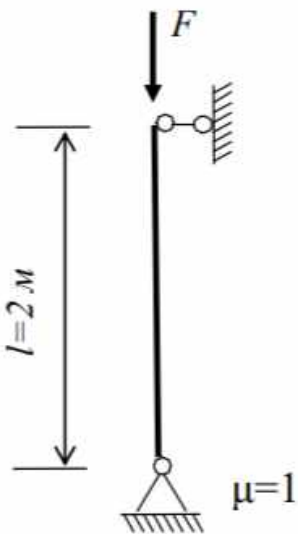
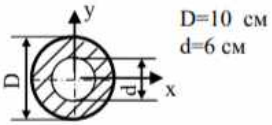
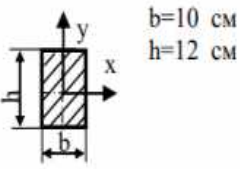
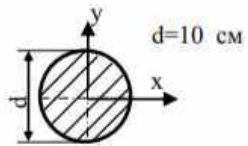
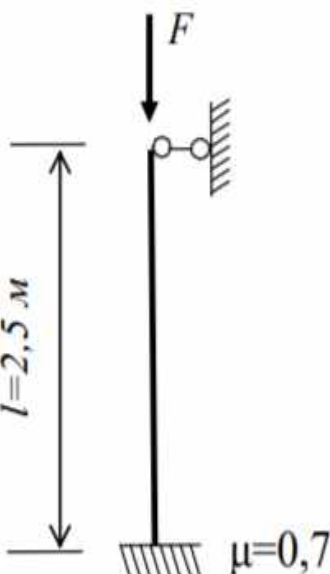
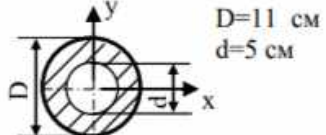
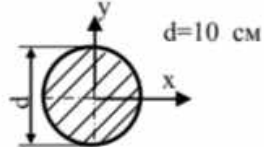
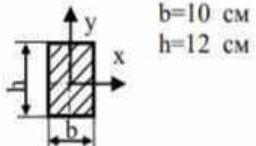
Определить нормативный коэффициент запаса устойчивости $[n]$.

Определить коэффициент запаса устойчивости n_y .

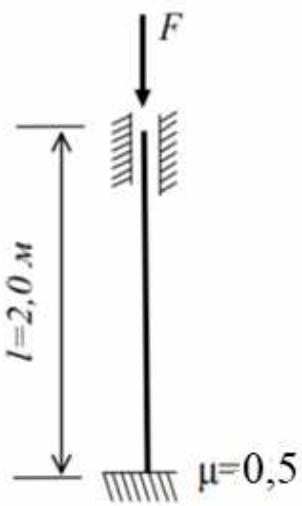
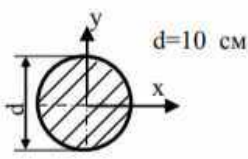
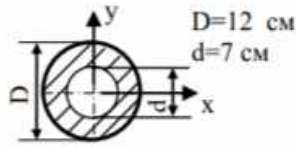
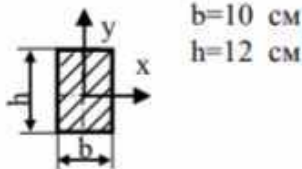
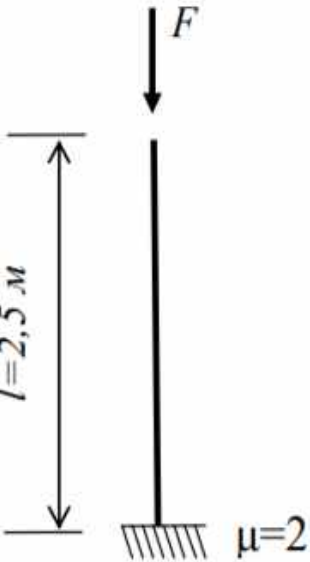
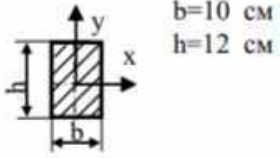
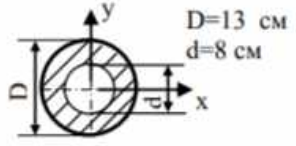
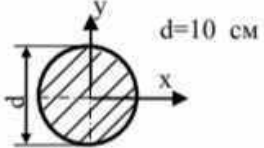
Выполнить проверку условия устойчивости.

Исходные данные и схемы нагружения представлены в таблице 3.7

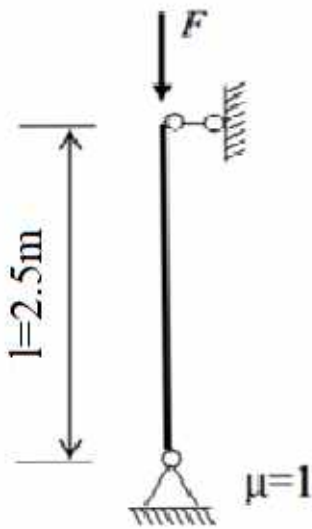
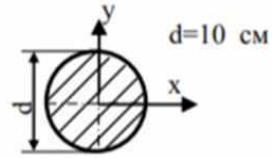
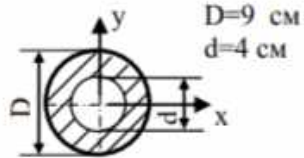
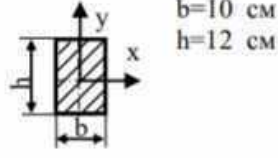
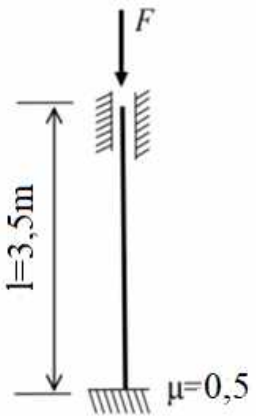
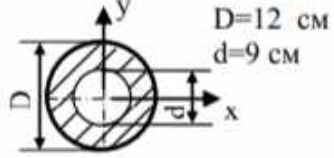
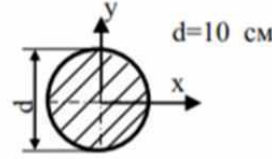
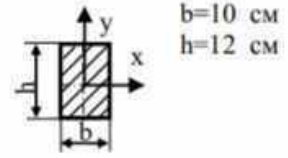
Таблица 3.7 – Исходные данные и схемы нагружения к задаче 4

№ строки	Схема нагружения	Тип сечения	F, кН
1	2	3	4
1			90
2			95
3			80
4			85
5			70
6			75

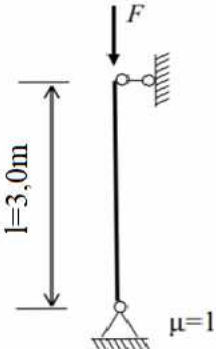
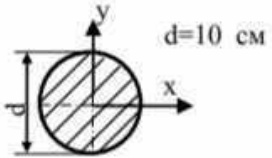
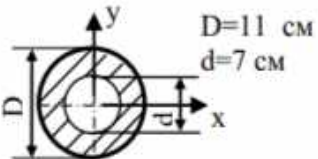
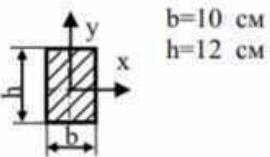
Продолжение таблицы 3.7

1	2	3	4
7			80
8			85
9			90
10			95
11			70
12			75

Продолжение таблицы 3.7

1	2	3	4
13	 $l=2.5\text{m}$ $\mu=1$	 $d=10\text{ cm}$	80
14		 $D=9\text{ cm}$ $d=4\text{ cm}$	85
15		 $b=10\text{ cm}$ $h=12\text{ cm}$	70
16	 $l=3.5\text{m}$ $\mu=0.5$	 $D=12\text{ cm}$ $d=9\text{ cm}$	75
17		 $d=10\text{ cm}$	80
18		 $b=10\text{ cm}$ $h=12\text{ cm}$	85

Окончание таблицы 3.7

1	2	3	4
19			90
20			95
21			100

3.5 Проектировочный расчет вала ременной передачи из условия статической прочности

Задание 5 – Проектировочный расчет вала ременной передачи из условия статической прочности.

На стальной вал одинакового номинального диаметра d по всей длине насажены шкив 1 диаметром D_1 и шкив 2 диаметром D_2 . Через шкив 1 перекинут приводной ремень, ветви которого составляют угол α с осью x . Через шкив 2 перекинут приводной ремень, ветви которого параллельны осям x или y .

Посредством ременной передачи через шкив 2 к валу подводится мощность P при угловой скорости вращения ω , которая передается через шкив 1 к рабочим частям машины. Собственным весом вала, шкивов, а также силой трения в расчетах пренебречь. Значение допускаемого нормального напряжения $[\sigma]$ приведено в таблице исходных данных.

Требуется:

Определить нагрузки, действующие на вал.

Построить эпюры распределения изгибающих M_x и M_y , $\text{кН}\cdot\text{м}$, крутящего M_z , $\text{кН}\cdot\text{м}$, и приведенного $M_{\text{прив}}^{\text{III}}$, $\text{кН}\cdot\text{м}$, моментов по длине вала.

Определить диаметр поперечного сечения вала d , мм , из условия прочности. Расчет выполнить по гипотезе прочности наибольших касательных напряжений (по третьей теории прочности).

Из таблиц 3.8–3.9 выбрать исходные данные и схему нагружения в соответствии со своим вариантом.

Таблица 3. 8 – Исходные данные к задаче 5

№ строки	a, м	b, м	c, м	D1, мм	D2, мм	P, кВт	ω , рад/с	α , град	$[\sigma]$, МПа
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,11	0,20	0,26	400	600	13,2	10,0	30	40
2	0,12	0,21	0,27	350	500	24,3	10,5	35	45
3	0,13	0,22	0,28	170	360	12,5	11,0	40	50
4	0,14	0,23	0,29	190	380	14,6	11,5	45	55
5	0,15	0,24	0,30	200	450	11,7	12,0	20	60
6	0,16	0,25	0,31	300	400	18,9	12,5	15	65
7	0,17	0,11	0,32	180	370	13,1	13,0	10	40
8	0,18	0,12	0,33	200	390	15,4	13,5	25	45
9	0,19	0,13	0,34	200	250	17,3	14,0	30	50
10	0,20	0,14	0,35	220	450	8,3	14,5	5	55
11	0,21	0,15	0,26	225	450	13,5	15,0	35	60
12	0,22	0,16	0,27	230	385	12,7	15,5	40	65
13	0,23	0,17	0,28	210	270	9,3	10,4	25	40
14	0,24	0,11	0,29	230	470	15,4	11,6	45	45
15	0,25	0,12	0,30	210	415	23,5	12,7	40	50
16	0,11	0,14	0,31	170	370	13,8	13,2	50	55
17	0,12	0,15	0,32	450	350	22,7	14,9	55	60

Окончание таблицы 3.8

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
18	0,13	0,16	0,33	550	400	20,8	10,6	30	65
19	0,14	0,17	0,34	230	170	21,3	15,8	65	40
20	0,15	0,18	0,35	300	190	18,4	12,3	30	45

Таблица 3.9 – Схемы нагружения к задаче 5

№	Схема нагружения	№	Схема нагружения
1	2	3	4
1		2	
3		4	

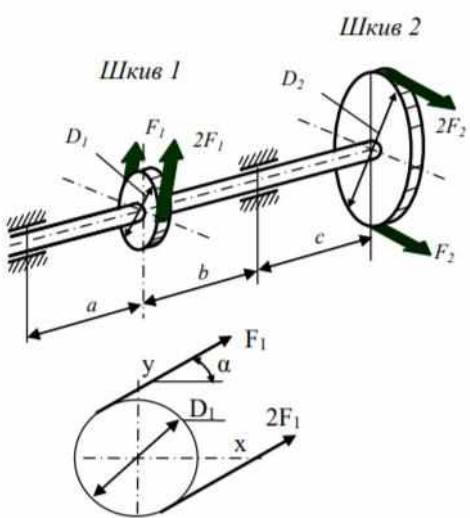
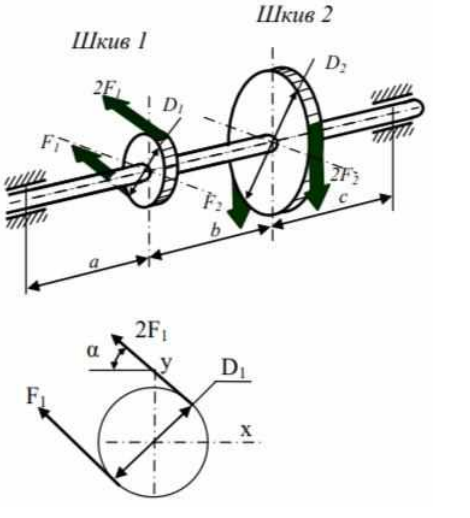
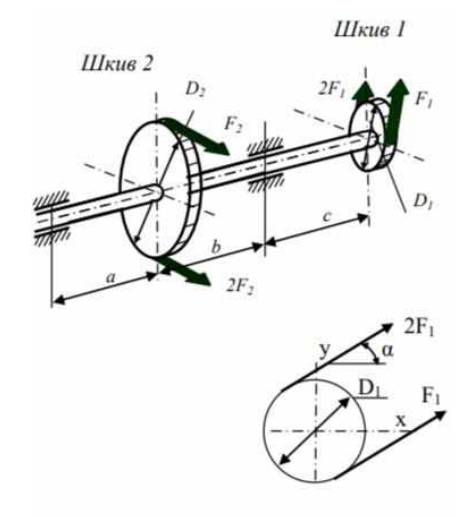
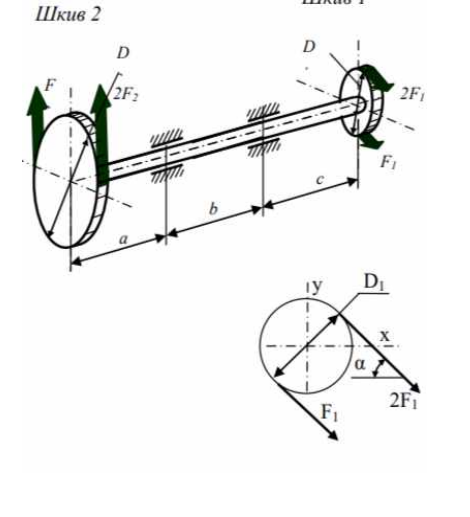
Продолжение таблицы 3.9

1	2	3	4
5	Шкив 2	6	Шкив 2
7	Шкив 2	8	Шкив 2
9	Шкив 2	10	Шкив 2

Продолжение таблицы 3.9

1	2	3	4
11	Шкив 2	12	Шкив 2
13	Шкив 2	14	Шкив 1
15	Шкив 2	16	Шкив 2

Окончание таблицы 3.9

1	2	3	4
17		18	
19		20	

3.6 Расчет промежуточного вала зубчатой передачи из условий статической, усталостной прочности и жесткости

Задание 6 – Расчет промежуточного вала зубчатой передачи из условий статической, усталостной прочности и жесткости.

Стальной промежуточный вал двухступенчатого редуктора передает мощность P при частоте вращения n . На вал насажены зубчатые колеса диаметрами D_1 и D_2 . Для цилиндрических прямозубых передач принять $F_r = 0,364F_t$; для цилиндрических косозубых передач принять $F_r = 0,374F_t$ и $F_a = 0,14F_t$; для конических передач принять $F_r = 0,32F_t$ и $F_a = 0,21F_t$. Весом вала и зубчатых колес в расчетах пренебречь. Значение допускаемого нормального напряжения $[\sigma]$ приведено в таблице исходных данных.

Требуется:

Определить нагрузки, действующие на вал.

Построить эпюры распределения изгибающих M_x и M_y , $кН·м$, крутящего M_z , $кН·м$, и приведенного $M_{прив}^{III}$, $кН·м$, моментов по длине вала.

Определить из условия прочности диаметр вала d , $мм$, в сечениях под серединой зубчатых колес. Расчет выполнить по гипотезе прочности наибольших касательных напряжений (по третьей теории прочности).

Выполнить расчет вала на жесткость по линейным перемещениям в местах установки зубчатых колес и по угловым перемещениям в опорах. Уточнить диаметр вала.

Из таблиц 3.10–3.11 выбрать исходные данные и схему нагружения в соответствии со своим вариантом.

Таблица 3.10 – Исходные данные к задаче 6

№ строки	a, мм	b, мм	c, мм	D1, мм	D2, мм	P, кВт	n, об/мин	[σ], МПа
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	55	80	100	265	130	6,0	300	50
2	60	85	105	135	270	7,2	250	55
3	65	90	100	140	275	7,8	230	60
4	60	95	95	145	280	8,7	350	65
5	55	100	90	150	285	7,0	200	70
6	50	105	85	155	290	8,2	330	75
7	45	110	80	150	300	8,5	400	80
8	50	105	75	145	305	9,2	450	50
9	55	100	80	135	310	8,0	220	55
10	60	95	85	315	130	8,6	420	60
11	65	90	100	140	320	9,7	370	65
12	60	85	105	135	315	9,8	280	70
13	55	80	110	145	310	9,0	430	75
14	40	75	105	150	305	9,6	340	80
15	45	80	100	155	300	10,5	270	50
16	50	85	100	295	145	10,7	410	55
17	55	90	105	290	150	10,0	240	60
18	60	95	110	285	135	11,0	380	65

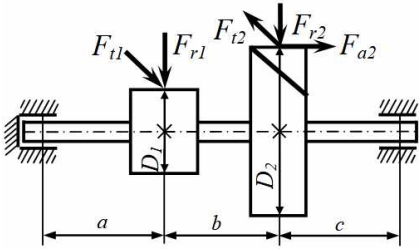
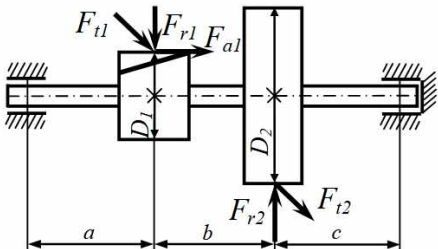
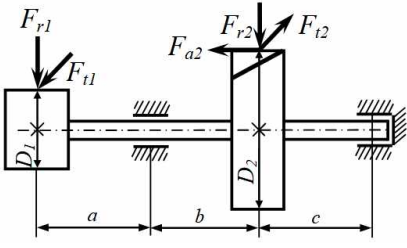
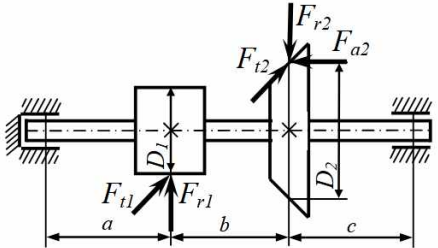
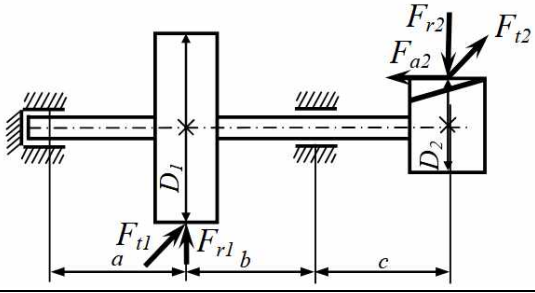
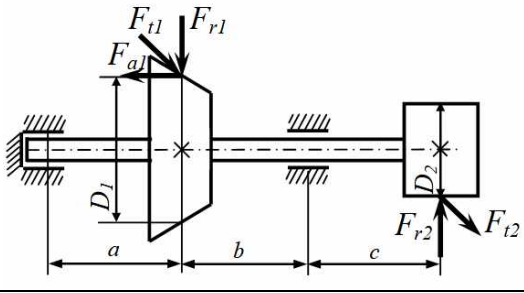
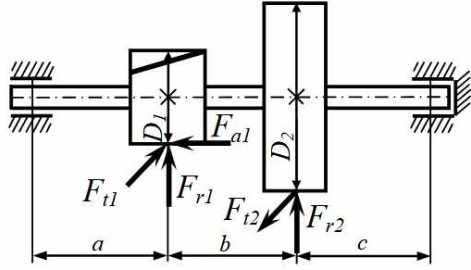
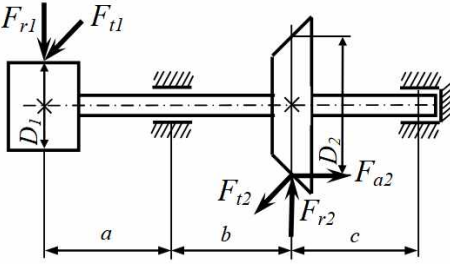
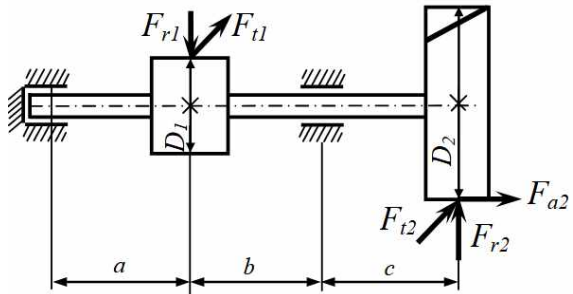
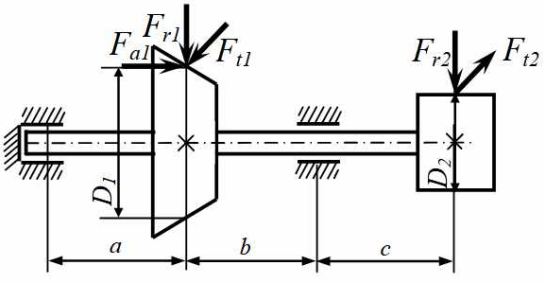
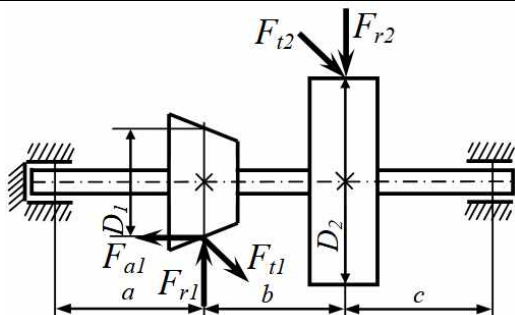
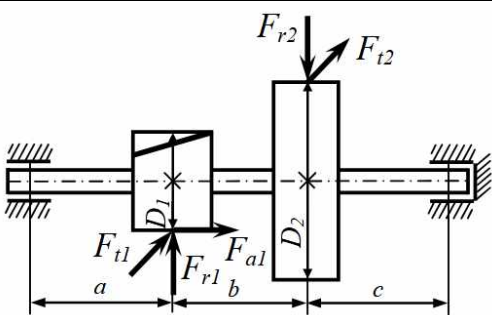
Окончание таблицы 3.10

1	2	3	4	5	6	7	8	9
19	65	100	105	130	280	10,8	260	70
20	70	105	100	135	275	11,5	470	75

Таблица 3.11 – Схемы нагружения к задаче 6

№	Схема нагружения	№	Схема нагружения
1	2	3	4
1		2	
3		4	
5		6	
7		8	

Окончание таблицы 3.11

1	2	3	4
9		10	
11		12	
13		14	
15		16	
17		18	
19		20	

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Рукин, Ю. Б. Механика машин и конструирование привода: курсовое проектирование : учебное пособие / Ю. Б. Рукин, Р. А. Жилин. - Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2022. – 220 с. URL: <https://znanium.com/catalog/product/1902769> (дата обращения: 13.11.2025). – Текст : электронный.
2. Федосеев, Г. Н. Механика материалов : курс лекций для студентов спец. 1-36 01 01 "Технология машиностроения", 1-36 01 03 "Технологическое оборудование машиностроительного производства", 1-36 01 04 "Оборудование и технологии высокоэффективных процессов обработки материалов" / Г. Н. Федосеев, В. Н. Сакевич ; УО "ВГТУ". – Изд. 2-е, испр. – Витебск, 2018. – 181 с.
3. Афанасенко, Е. В. Механика материалов : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по техническим спец. / Е. В. Афанасенко, М. В. Нестеров. – Минск: ИВЦ Минфина, 2014. – 399 с.
4. Механика материалов : методические указания к расчетно-графическим работам студентов-механиков дневного отделения спец. 1-36 01 01, 1-36 01 03, 1-35 01 04, 1-36 08 01. Ч. 1 / сост.: Г. Н. Федосеев, А. В. Карпушко; УО "ВГТУ". – Витебск, 2004. – 44 с.
5. Механика материалов : методические указания к расчетно-графическим работам для студентов механических спец. 1-36 01 01, 1-36 01 03, 1-36 01 04, 1-360801 дневной формы обучения. Ч. 2 / сост.: Г. Н. Федосеев, А. В. Карпушко; УО "ВГТУ". – Витебск, 2005. – 77 с.

Учебное издание

МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ

Методические указания
для выполнения курсовых и расчетно-графических работ

Составители:

Буткевич Вячеслав Гарьевич
Москалев Геннадий Иванович
Мачихо Татьяна Афанасьевна

Редактор *Р.А. Никифорова*
Корректор *А.С. Прокопюк*
Компьютерная верстка *В.Г. Буткевич*

Подписано в печать 22.06.2026. Формат 60х90¹/₁₆. Усл. печ. листов 4,4.
Уч.-изд. листов 5,5. Тираж 70 экз. Заказ № 169.

Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет»
210038, г. Витебск, Московский пр-т, 72.

Отпечатано на ризографе учреждения образования

«Витебский государственный технологический университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,

Распространителя печатных изданий № 1/172 от 12 февраля 2014 г.

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,

Распространителя печатных изданий № 3/1497 от 30 мая 2017 г.