

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учреждение образования
«Витебский государственный технологический университет»

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Практикум
для студентов специальностей
6-05-0714-02 «Технология машиностроения,
металлорежущие станки и инструменты»,
6-05-0722-05 «Производство изделий на основе трехмерных технологий»

Витебск
2026

УДК 687.03 (075)
ББК 37.24Я7
Л68

Рецензенты:
заведующий кафедрой «Информационные системы и технологии»,
кандидат технических наук, доцент Казаков В. Е.;
директор государственного предприятия «НТПВГТУ» Луцейкович В. И.

Одобрено кафедрой «Технология машиностроения»
УО «ВГТУ», протокол № 7 от 17.02.2026.

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом
УО «ВГТУ», протокол № 7 от 27.03.2026.

Буткевич, В. Г.
Л68 **Теория механизмов и машин:** практикум / Сост. В. Г. Буткевич,
Г. И. Москалёв, Т. А. Мачихо. – Витебск: УО «ВГТУ», 2026. – 102 с.

В практикуме дана краткая теория, порядок решения задач, приведены задания и вопросы для самоконтроля.

Практикум составлен для студентов механических и технологических специальностей дневной и заочной форм обучения.

УДК 687.03 (075)
ББК 37.24Я7

© УО «ВГТУ», 2026

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1 СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ	5
2 КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ	25
3 СИЛОВОЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ	63
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	101

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Теория механизмов и машин» (ТММ) предполагает изучение основных методов и алгоритмов анализа и синтеза механизмов и машин, а также систем, разработанных на их базе.

Организация учебного процесса по очной форме предполагает выделение на проведение аудиторных занятий более 50 % от объема часов, предусмотренных государственным образовательным стандартом для изучения дисциплины ТММ. Целью аудиторных занятий является ознакомление и консультирование по наиболее сложным темам дисциплины, а также выявление уровня освоения материала дисциплины каждым студентом с последующей итоговой аттестацией. Основные положения и терминология дисциплины «Теория механизмов и машин» освещаются на лекционных занятиях, а практическое освоение, проработка полученных знаний осуществляется на практических занятиях и при выполнении лабораторных работ.

До 50 % объема часов выделяется для работы студентов, направленной на самостоятельное освоение необходимого материала дисциплины ТММ и выполнение требуемых видов работ. К видам самостоятельной работы относятся: проработка тем лекционного материала, выполнение и подготовка к защите расчетно-графических заданий (РГР) и выполнения практических заданий (ПЗ). Особое внимание при реализации самостоятельной работы сосредотачивается на выполнении РГР и ПЗ по дисциплине «Теория механизмов и машин».

Расчетно-графические задания способствуют закреплению, углублению и обобщению теоретических знаний, развивают творческую инициативу и самостоятельность, повышают интерес к изучению дисциплины, прививают навыки научно-исследовательской работы. РГР выполняются применительно ко всем видам анализа и метрическому синтезу плоских рычажных механизмов.

Разделы расчетно-графических заданий и практических работ охватывают анализ и синтез рычажных, зубчатых и кулачковых механизмов, являющихся составляющими более сложной технической системы. Выполненные расчетно-графические задания студенты лично защищают у преподавателя. По результатам самостоятельной работы студенты сдают итоговый контроль – зачет или экзамен согласно модулю обучения.

Данный лабораторный практикум предназначен для выработки у студентов всех форм обучения умений и навыков решения задач анализа и синтеза основных видов механизмов, изучаемых в дисциплине «Теория механизмов и машин», оказания консультативной помощи при выполнении расчетно-графических заданий, лабораторных и практических работ, при оформлении отчетов и пояснительных записок, а также для подготовки к их защите и сдаче зачета и(или) экзамена.

1 СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Задача 1.1. Выполнить структурный анализ кривошипно-ползунного механизма (рис. 1.1 а).

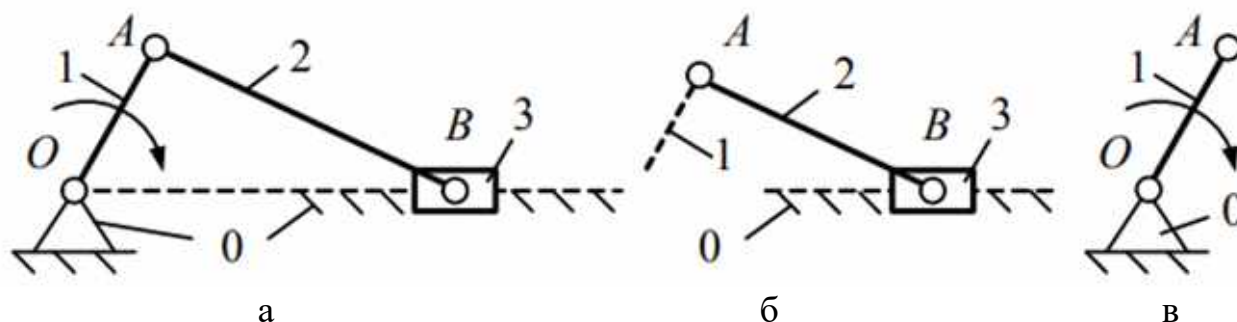


Рисунок 1.1 – Схема кривошипно-ползунного механизма и её элементы:
а – общая схема, б, в – схемы составляющих

Решение. Схема кривошипно-ползунного механизма представляет собой замкнутую кинематическую цепь, следовательно, данный механизм является плоским механизмом. В этом случае структурный анализ кривошипно-ползунного механизма сводится к решению двух задач:

- 1) к определению подвижности механизма;
- 2) к определению состава структуры.

Рассмотрим каждую задачу в отдельности.

Подвижность кривошипно-ползунного механизма определяется по структурной формуле Чебышева:

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_5 - p_4,$$

где p_4 , p_5 – количество кинематических пар четвертого и пятого классов, n – количество подвижных звеньев кинематической цепи.

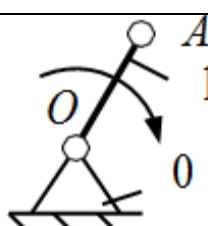
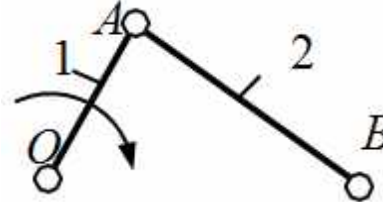
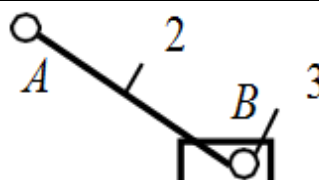
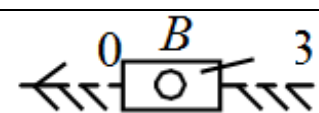
Структурная схема рассматриваемого механизма состоит из четырех звеньев (рис. 1.1 а):

- 1 – звено OA – кривошип,
- 2 – звено AB – шатун,
- 3 – звено B – ползун,
- 0 – стойка.

При этом звенья 1–3 являются подвижными звеньями, а стойка 0 представлена в структурной схеме шарнирно-неподвижной опорой и направляющей ползуна 3 и является неподвижным звеном. Следовательно, $n = 3$.

Для определения значений коэффициентов p_4 и p_5 выявим все кинематические пары, входящие в состав схемы механизма. Результаты анализа заносим в табл. 1.1.

Таблица 1.1 – Результаты анализа механизма, изображенного на рисунке 1.1.

Номера звеньев / название	Схема	Класс / подвижность	Вид контакта / замыкание
1. 0–1 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
2. 1–2 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
3. 2–3 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
4. 3–0 / поступательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое

Из анализа данных табл. 1.1 следует, что исследуемая схема кривошипно-ползунного механизма представляет собой замкнутую кинематическую цепь, звенья которой образуют между собой четыре пары пятого класса.

Следовательно, $p_5 = 4$, а $p_4 = 0$.

Подставив найденные значения коэффициентов в структурную формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 9 - 8 = 1.$$

Результат означает, что для однозначного определения взаимного расположения звеньев кривошипно-ползунного механизма достаточно одной обобщенной координаты φ_1 .

Состав структуры кривошипно-ползунного механизма исследуем согласно принципу построения механизмов по Ассуру.

Начиная с выходного звена – ползуна 3, разбиваем рассматриваемую схему кривошипно-ползунного механизма на группы звеньев. При этом руководствуемся следующим правилом: если выделенная группа звеньев обладает совместно нулевой подвижностью, то эта группа звеньев является структурной группой.

Группа звеньев 3–2 представлена на рисунке 1.1 б. Данная группа звеньев

состоит из двух подвижных звеньев: шатуна 2 и ползуна 3 и трех кинематических пар пятого класса: 1–2, 2–3 – вращательных пар и 3–0 – поступательной пары. Тогда коэффициенты формулы Чебышева принимают следующие значения: $n = 2$; $p_5 = 3$, $p_4 = 0$.

Подставив выявленные значения коэффициентов в структурную формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - 0 = 6 - 6 = 0.$$

Следовательно, группа звеньев 3 – 2 является структурной группой 2-го класса 2-го порядка 2-го вида, структурная формула которой имеет вид ВВП.

Группа звеньев 0–1 представлена на рисунке 1.1 в. Данная группа звеньев состоит из подвижного звена – кривошипа 1 и стойки 0, образующих одну кинематическую пару пятого класса; 0–1 – вращательная пара, тогда $n = 1$, $p_5 = 1$, $p_4 = 0$.

Подставив выявленные значения коэффициентов в структурную формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 0 = 3 - 2 = 1.$$

Следовательно, группа звеньев 0–1 не является структурной группой, а представляет собой первичный механизм.

Из проведенного структурного анализа следует, что структура кривошипно-ползунного механизма состоит из первичного механизма с подвижностью, равной 1, и одной структурной группы 2-го класса 2-го порядка 2-го вида (рис. 1.2).

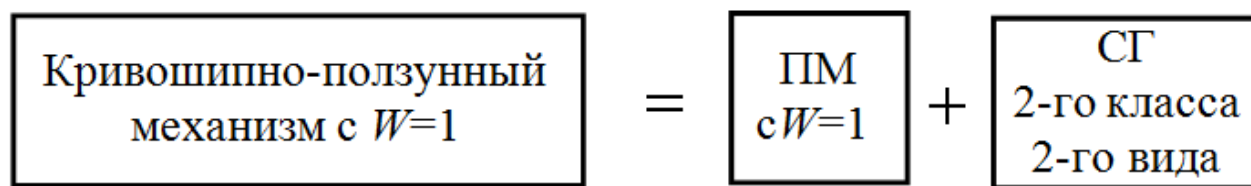


Рисунок 1.2. – Состав структуры кривошипно-ползунного механизма.

Вывод. Полученный результат показывает, что кривошипно-ползунный механизм является механизмом второго класса и независимо от числа структурных групп его подвижность определяется подвижностью первичного механизма, что соответствует результату первой задачи структурного анализа данного механизма.

Задача 1.2. Выполнить структурный анализ шарнирного механизма (рис. 1.3 а).

Решение. Схема шарнирного механизма представляет собой замкнутую кинематическую цепь, следовательно, данный механизм является плоским

механизмом. В этом случае задачи исследования будут аналогичны предшествующему анализу кривошипно-ползунного механизма.

Подвижность шарнирного механизма определяется по структурной формуле Чебышева.

Структурная схема рассматриваемого механизма состоит из четырех звеньев (рис. 1.3 а):

- 1 – звено OA – кривошип,
- 2 – звено AB – шатун,
- 3 – звено BC – коромысло,
- 0 – стойка.

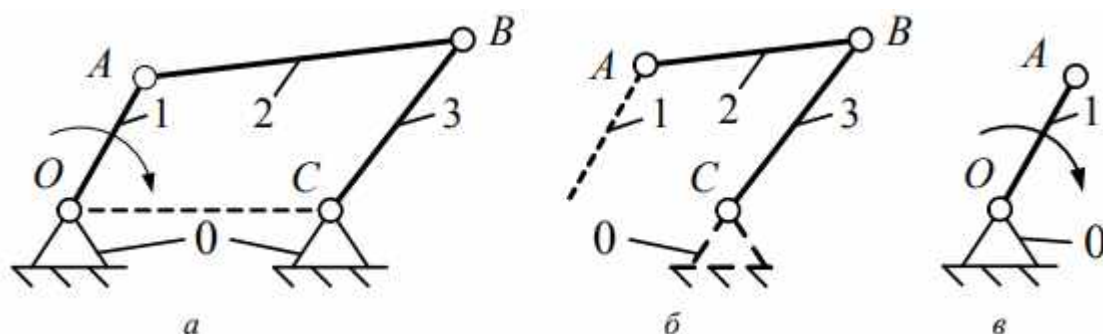


Рисунок 1.3 – Схема шарнирного механизма и ее элементы:
а – схема механизма; б, в – элементы схемы

При этом звенья 1–3 являются подвижными звеньями, а стойка 0 является неподвижным звеном и в составе структурной схемы представлена двумя шарнирно-неподвижными опорами с центрами шарниров в точках O и C . Следовательно, $n = 3$.

Для определения значений коэффициентов p_4 и p_5 выявим все кинематические пары, входящие в состав схемы шарнирного механизма. Результаты анализа заносим в таблицу 1.2.

Из анализа данных таблицы 1.2 следует, что исследуемая схема шарнирного механизма представляет собой замкнутую кинематическую цепь, звенья которой образуют между собой четыре пары пятого класса. Следовательно, $p_5 = 4$, $p_4 = 0$.

Подставив найденные значения коэффициентов в структурную формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 9 - 8 = 1.$$

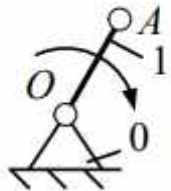
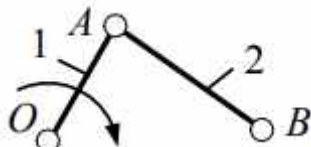
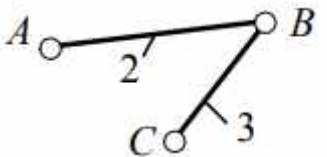
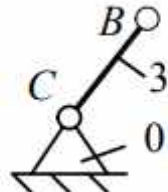
Результат означает, что для однозначного определения взаимного расположения звеньев шарнирного механизма достаточно одной обобщенной координаты ϕ_1 .

Состав структуры шарнирного механизма исследуем согласно принципу построения механизмов по Ассуру.

Начиная с выходного звена – коромысло 3, разбиваем рассматриваемую

схему шарнирного механизма на группы звеньев. При этом руководствуемся следующим правилом: если выделенная группа звеньев обладает совместно нулевой подвижностью, то эта группа звеньев является структурной группой.

Таблица 1.2 – Результаты анализа механизма, изображенного на рисунке 1.3.

Номера звеньев / название	Схема	Класс / подвижность	Вид контакта / замыкание
1. 0–1 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
2. 1–2 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
3. 2–3 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
4. 3–0 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое

Группа звеньев 3–2 представлена на рисунке 1.3 б. Данная группа звеньев состоит из двух подвижных звеньев: шатуна 2 и коромысла 3 и трех вращательных кинематических пар пятого класса: 1–2, 2–3, 3–0, тогда $n = 2$; $p_5 = 3$, $p_4 = 0$.

Подставив выявленные значения коэффициентов в структурную формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - 0 = 15 - 15 = 0.$$

Следовательно, группа звеньев 3–2 является структурной группой 2-го класса 2-го порядка 1-го вида структурная формула которой имеет вид ВВВ.

Группа звеньев 0–1 показана на рисунке 1.3 в. Данная группа звеньев состоит из подвижного звена – кривошипа 1 и стойки 0, образующих между собой одну вращательную кинематическую пару: 0–1, тогда $n = 1$; $p_5 = 1$, $p_4 = 0$.

Подставив выявленные значения коэффициентов в структурную формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 0 = 3 - 2 = 1.$$

Следовательно, группа звеньев 0–1 не является структурной группой, а представляет собой первичный механизм.

Из проведенного структурного анализа следует, что структура шарнирного механизма состоит из первичного механизма с подвижностью, равной 1, и одной структурной группы 2-го класса 2-го порядка 1-го вида (рис. 1.4).

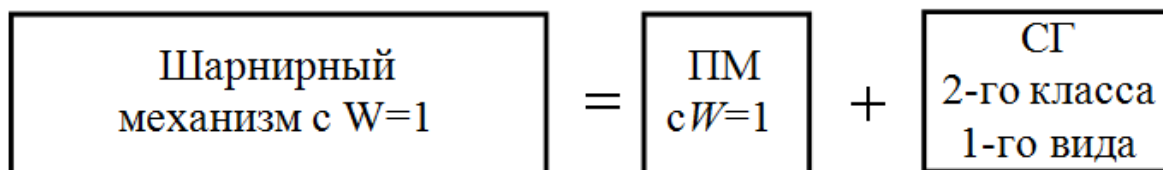


Рисунок 1.4 – Состав структуры шарнирного механизма

Вывод. Полученный результат показывает, что шарнирный механизм является механизмом второго класса и независимо от числа структурных групп его подвижность определяется подвижностью первичного механизма, что соответствует результату первой задачи структурного анализа данного механизма.

Задача 1.3. Выполнить структурный анализ кулисного механизма (рис. 1.5, а).

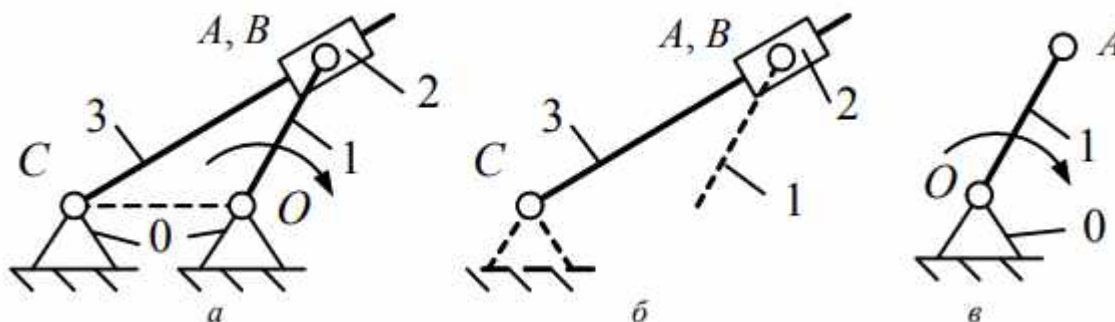


Рисунок 1.5 – Схема кулисного механизма и ее элементы:
а – схема механизма; б, в – элементы схемы

Решение. Схема кулисного механизма представляет собой замкнутую кинематическую цепь, следовательно, данный механизм является плоским механизмом. В этом случае задачи исследования будут аналогичны предшествующим анализам предшествующих механизмов.

Подвижность кулисного четырехзвенного механизма определяется по структурной формуле Чебышева.

Структурная схема рассматриваемого механизма состоит из четырех звеньев (рис. 1.5 а):

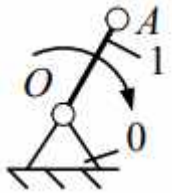
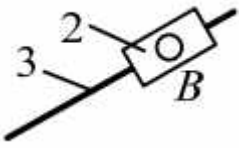
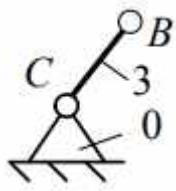
- 1 – звено OA – кривошип,
- 2 – звено A – ползун,
- 3 – звено BC – коромысло (кулиса),
- 0 – стойка.

При этом звенья 1–3 являются подвижными звеньями, а стойка 0 является неподвижным звеном и в составе структурной схемы представлена двумя шарнирно-неподвижными опорами с центрами шарниров в точках O и C . Следовательно, $n = 3$.

Для определения значений коэффициентов p_4 и p_5 выявим все кинематические пары, входящие в состав схемы кулисного механизма. Результаты исследования заносим в таблице 1.3.

Из анализа данных таблице 1.3 следует, что исследуемая схема кулисного механизма представляет собой замкнутую кинематическую цепь, звенья которой образуют между собой четыре пары пятого класса. Следовательно, $p_5 = 4$, $p_4 = 0$.

Таблица 1.3– Результаты анализа механизма, изображенного на рисунке 1.5.

Номера звеньев / название	Схема	Класс / подвижность	Вид контакта / замыкание
1. 0–1 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
2. 1–2 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
3. 2–3 / поступательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
4. 3–0 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое

Подставив найденные значения коэффициентов в структурную формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 9 - 8 = 1.$$

Результат означает, что для однозначного определения взаимного расположения звеньев кулисного механизма достаточно одной обобщенной координаты φ_1 .

Структурный состав кулисного механизма определяется согласно принципу построения механизмов по Ассуру.

Начиная с выходного звена – коромысла (кулисы) 3, разбиваем рассматриваемую схему кулисного механизма на группы звеньев. При этом руководствуемся следующим правилом: если выделенная группа звеньев обладает совместно нулевой подвижностью, то эта группа звеньев является структурной группой.

Группа звеньев 3–2 показана на рисунке 1.5 б. Данная группа звеньев состоит из двух подвижных звеньев: ползуна 2 и коромысла (кулисы) 3, двух вращательных кинематических пар пятого класса: 1–2, 3–0 и одной поступательной кинематической пары пятого класса – 2–3, тогда $n = 2$, $p_5 = 3$, $p_4 = 0$.

Подставив выявленные значения коэффициентов в структурную формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - 0 = 15 - 15 = 0.$$

Следовательно, группа звеньев 3–2 является структурной группой 2-го класса 2-го порядка 3-го вида структурная формула, которой имеет вид ВПВ.

Группа звеньев 0 – 1 представлена на рисунке 1.5 в. Данная группа звеньев состоит из подвижного звена – кривошипа 1 и стойки 0, образующих между собой одну вращательную кинематическую пару, – 0–1, тогда $n = 1$, $p_5 = 1$, а $p_4 = 0$. Подставив выявленные значения коэффициентов в структурную формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 0 = 3 - 2 = 1.$$

Следовательно, группа звеньев 0–1 не является структурной группой Ассура, а представляет собой первичный механизм.

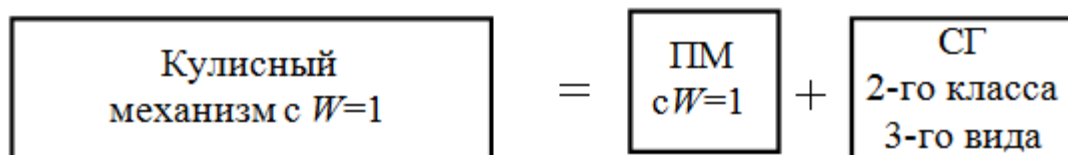


Рисунок 1.6 – Состав структуры кулисного механизма.

Из проведенного структурного анализа следует, что структура кулисного механизма состоит из первичного механизма с подвижностью, равной 1, и одной структурной группы 2-го класса 2-го порядка 3-го вида (рис. 1.6).

Вывод. Полученный результат показывает, что кулисный механизм является механизмом второго класса и независимо от числа структурных групп

его подвижность определяется подвижностью первичного механизма, что соответствует результату первой задачи структурного анализа данного механизма.

Задача 1.4. Для механизма качающегося транспортера (рис. 1.7) выполнить структурный анализ.

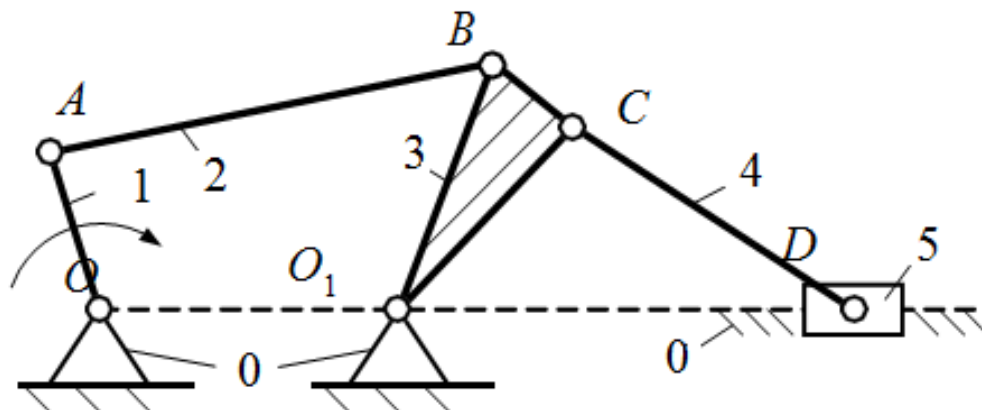


Рисунок 1.7 – Схема механизма качающегося транспортера.

Решение. Схема механизма качающегося транспортера представляет собой замкнутую кинематическую цепь, следовательно, данный механизм является плоским механизмом. В этом случае задачи исследования будут аналогичны структурным анализам предшествующих механизмов.

Подвижность механизма качающегося транспортера определяется по структурной формуле Чебышева.

Для определения величины коэффициента n проанализируем структурную схему механизма качающегося транспортера (рис. 1.7). Структурная схема механизма состоит из шести звеньев:

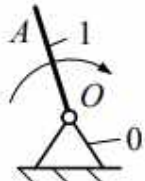
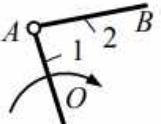
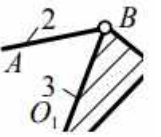
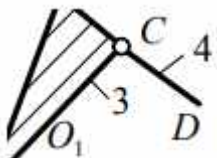
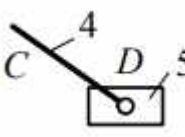
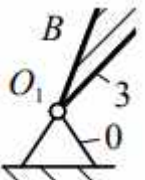
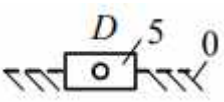
- | | |
|----------------|-------------|
| 1 – кривошип, | 4 – шатун, |
| 2 – шатун, | 5 – ползун, |
| 3 – коромысло, | 0 – стойка. |

При этом звенья 1–5 являются подвижными звеньями, а стойка 0 – неподвижным звеном, которая представлена в составе структурной схемы двумя шарнирно-неподвижными опорами и направляющей ползуна 5. Следовательно, $n = 5$.

Для определения значений коэффициентов p_4 и p_5 найдем все кинематические пары, входящие в состав рассматриваемой кинематической цепи. Результаты исследования заносим в таблице 1.4.

Из анализа данных таблицы 1.4 следует, что звенья механизма качающегося транспортера составляют замкнутую кинематическую цепь и образуют семь пар пятого класса. Следовательно, $p_5 = 7$, $p_4 = 0$.

Таблица 1.4 – Результаты анализа механизма, изображенного на рисунке 1.7.

Номера звеньев / название	Схема	Класс / подвижность	Вид контакта / замыкание
1. 0–1 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
2. 1–2 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
3. 2–3 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
4. 3–4 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
5. 4–5 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
6. 3–0 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
7. 5–0 / поступательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое

Подставив найденные значения коэффициентов n , p_4 и p_5 в формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 15 - 14 = 1.$$

Результат говорит, что для однозначного описания положений звеньев механизма качающегося транспортера на плоскости необходима одна обобщенная координата φ_1 .

Структурный состав синусного четырехзвенного механизма определяется согласно принципу построения механизмов по Ассуру.

Структурная группа звеньев 4–5 показана на рисунке 1.8 а. Данная

группа состоит из двух подвижных звеньев: шатуна 4 и ползуна 5; двух поводков: коромысла 3 и направляющей (стойка) 0 и трех кинематических пар пятого класса: вращательных пар 4–5 и 3–4; поступательной пары 5–0. Тогда $n = 2$, $p_5 = 3$, $p_4 = 0$.

Подставив выявленные значения коэффициентов в формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 6 - 6 = 0.$$

Следовательно, группа звеньев 4–5 является структурной группой 2-го класса 2-го порядка 2-го вида структурной формулы, которая имеет вид ВВП.

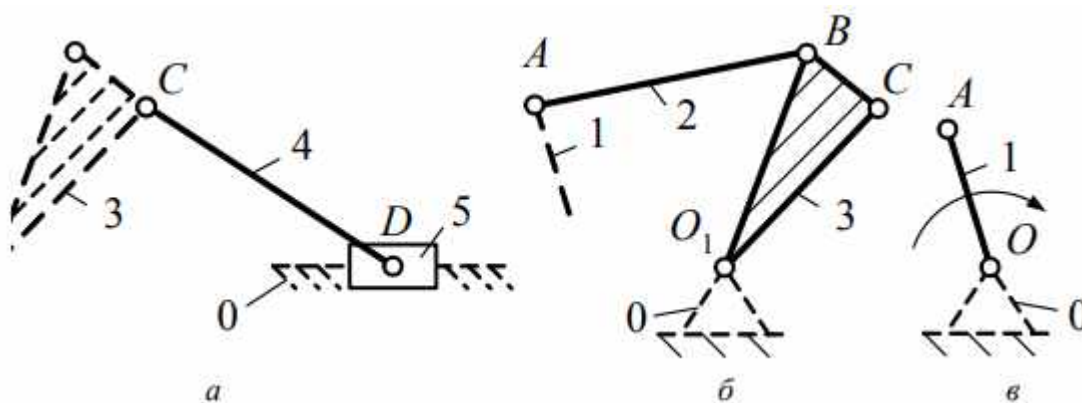


Рисунок 1.8 – Составляющие структуры механизма качающегося транспортера

Вторая группа звеньев 2–3 (рис. 1.8 б). Данная группа состоит из двух подвижных звеньев: шатуна 2 и коромысла 3; двух поводков: кривошипа 1 и стойки 0; трех кинематических пар пятого класса: вращательных пар: 2–3, 1–2, 3–0. Тогда $n = 2$, $p_5 = 3$, $p_4 = 0$.

Подставив выявленные значения коэффициентов в формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 6 - 6 = 0.$$

Следовательно, группа звеньев 2–3 является структурной группой 2-го класса 2-го порядка 1-го вида структурной формулы, которая имеет вид ВВВ.

Третья группа звеньев 0–1 представлена на рис. 1.8 в. Данная группа состоит из подвижного звена кривошипа 1, стойки 0 и вращательной пары пятого класса 0–1. Тогда $n = 1$, $p_5 = 1$, $p_4 = 0$.

Подставив найденные значения коэффициентов в формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 15 - 14 = 1,$$

$$W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 0 = 3 - 2 = 1.$$

Следовательно, группа звеньев 0–1 не является структурной группой, а представляет собой первичный механизм, подвижность которого равна 1.

Из проведенного анализа следует, что механизм качающегося транспортера имеет следующий структурный состав: первичный механизм с подвижностью, равной 1, и две структурные группы 2-го класса 2-го порядка 1-го и 2-го видов (рис. 1.9).

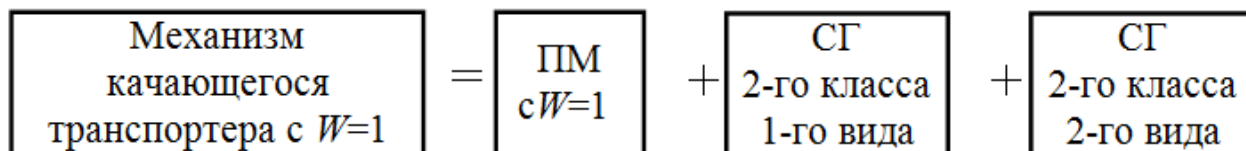


Рисунок 1.9 – Состав структуры механизма качающегося транспортера

Вывод. Полученный результат показывает, что механизм качающегося транспортера является механизмом второго класса и независимо от числа структурных групп его подвижность определяется подвижностью первичного механизма, что соответствует результату первой задачи структурного анализа данного механизма.

Задача 1.5. Выполнить структурный анализ плоского рычажного механизма (рис. 1.10).

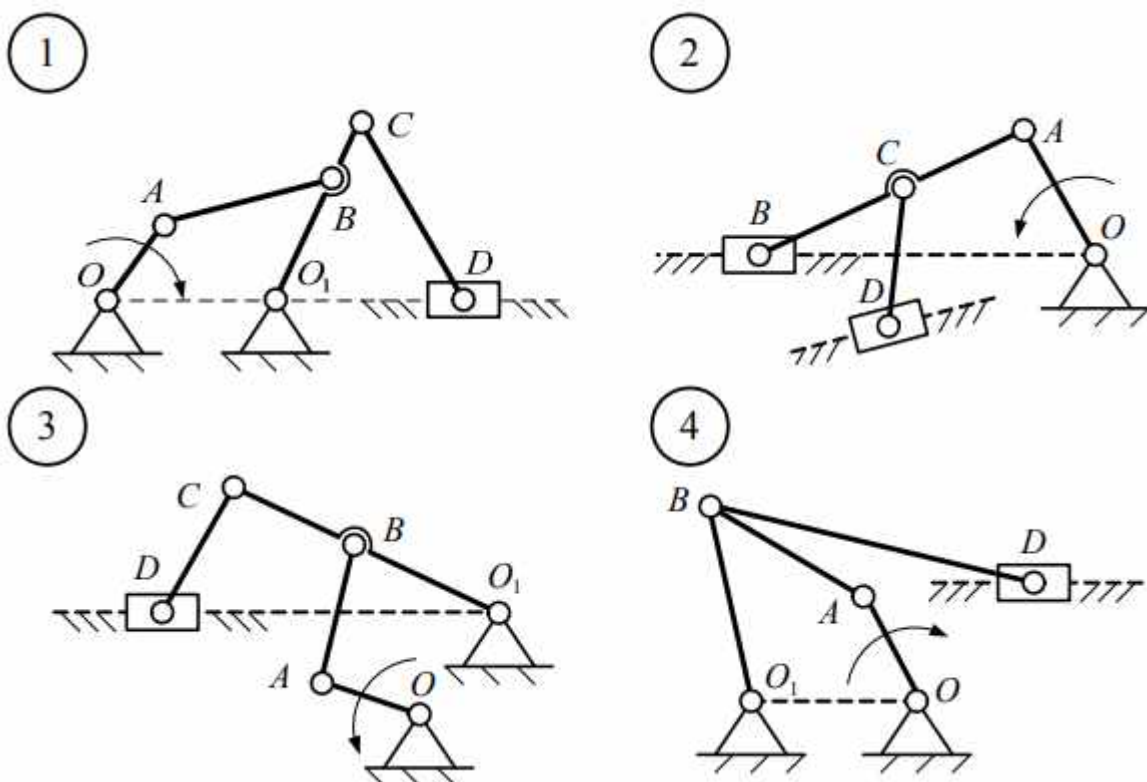
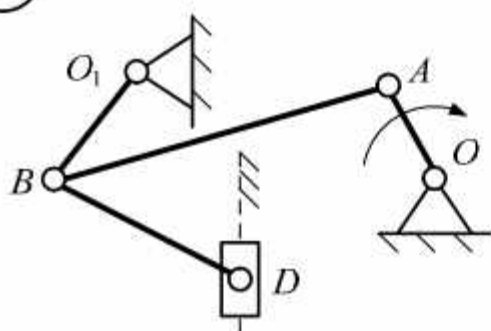
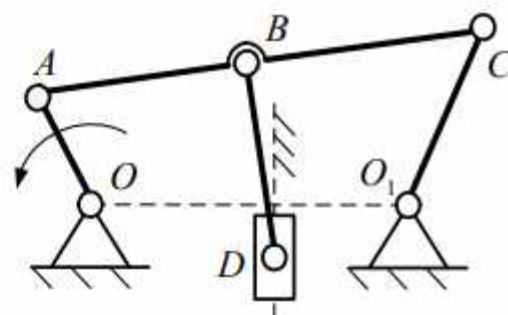


Рисунок 1.10 – Схемы 1–4

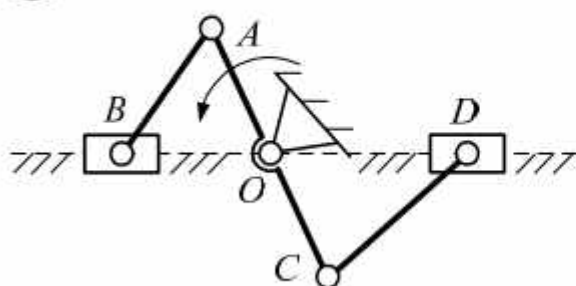
5



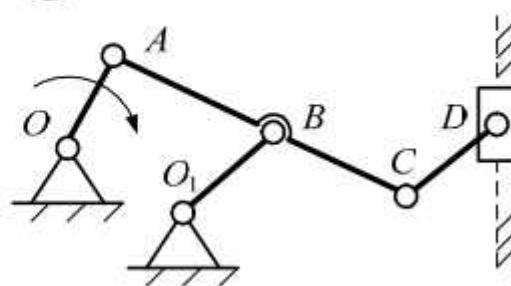
6



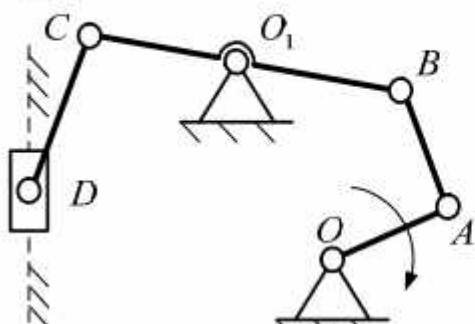
7



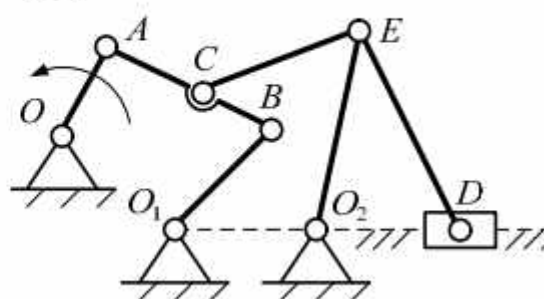
8



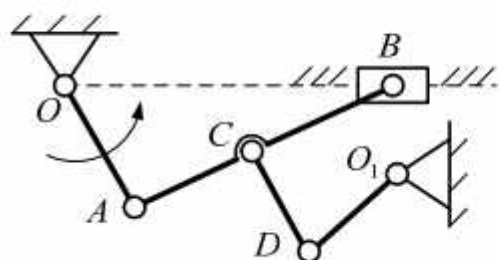
9



10



11



12

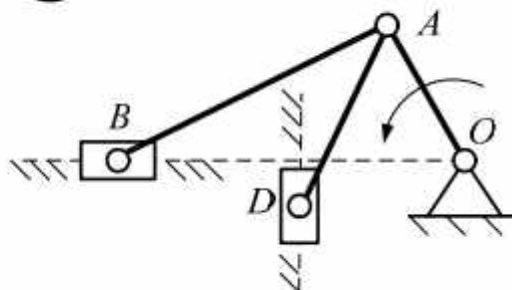
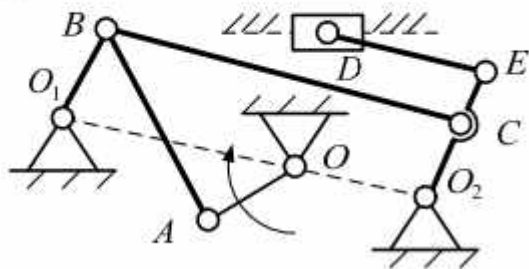
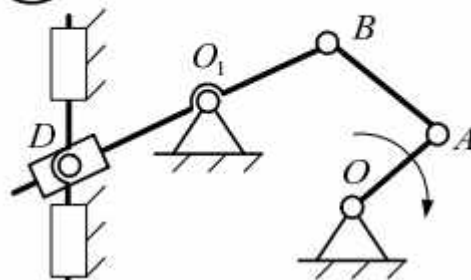


Рисунок 1.10 – Схемы 5–12 (продолжение)

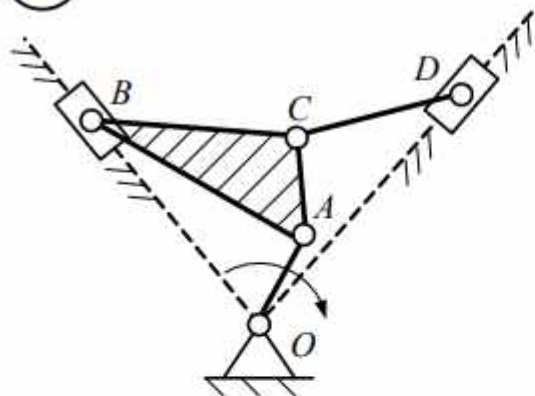
13



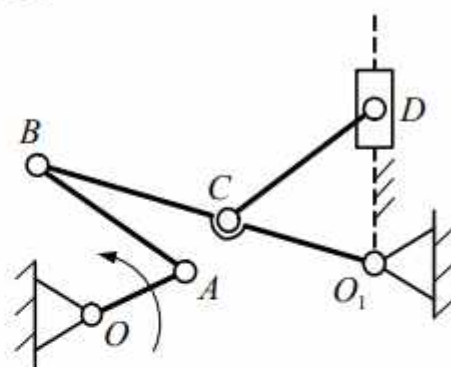
14



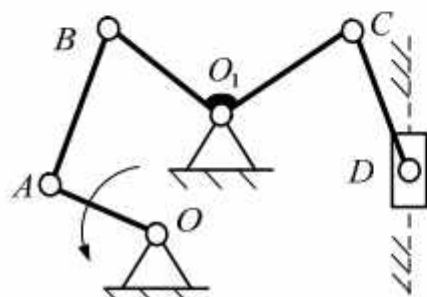
15



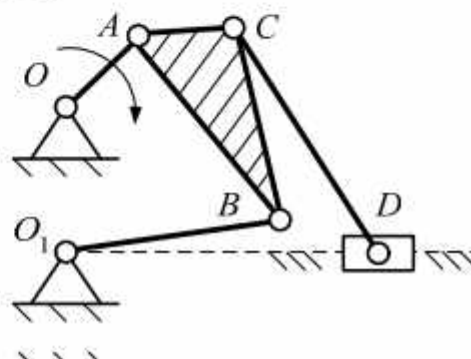
16



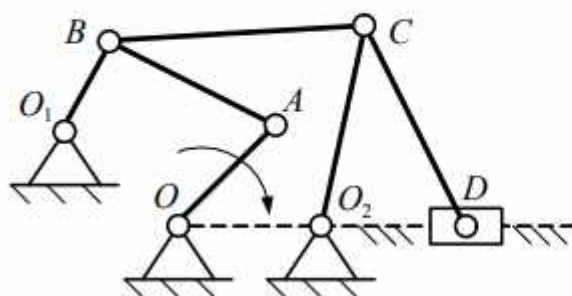
17



18



19



20

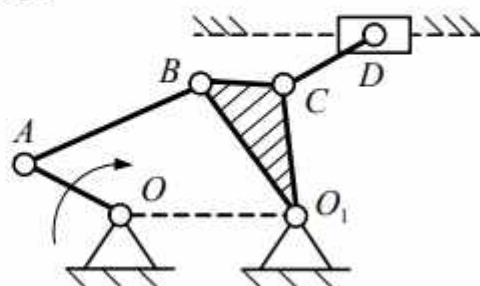
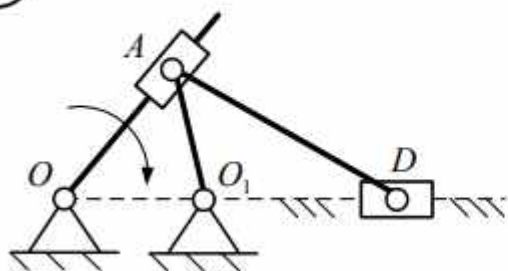
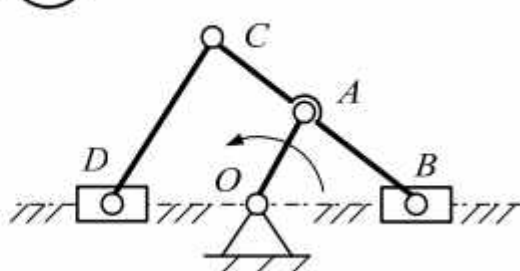


Рисунок 1.10 – Схемы 13–20 (продолжение)

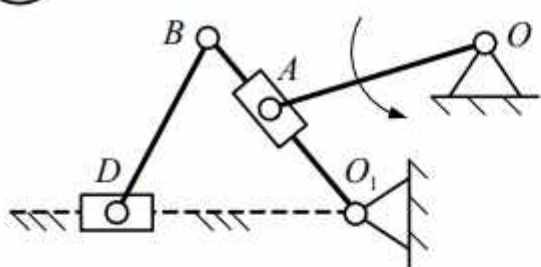
21



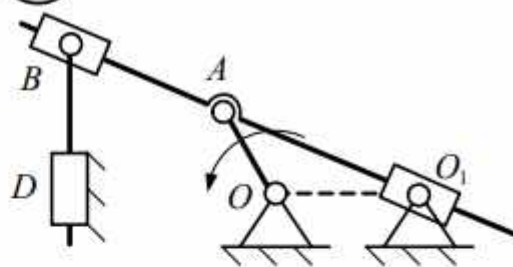
22



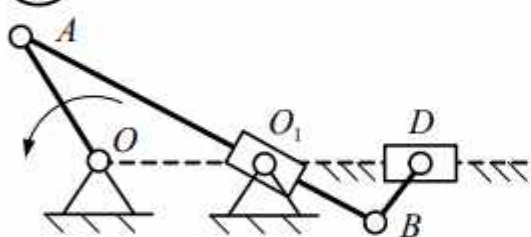
23



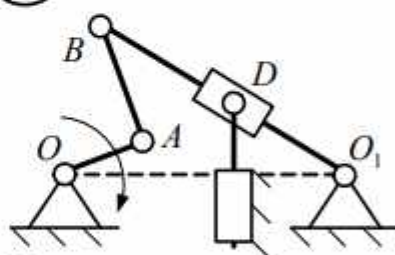
24



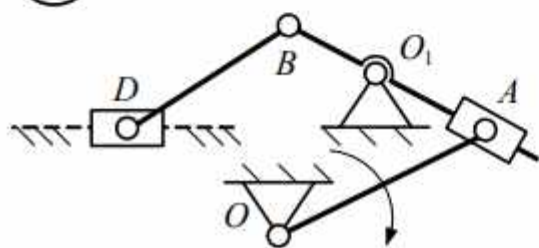
25



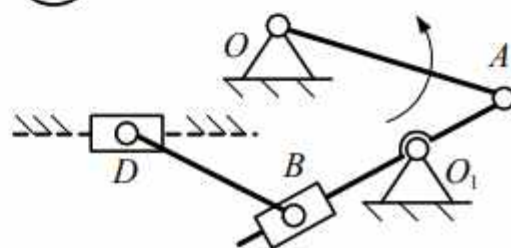
26



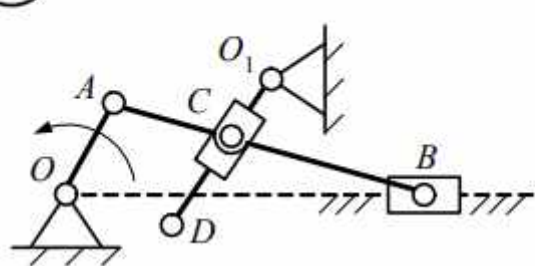
27



28



29



30

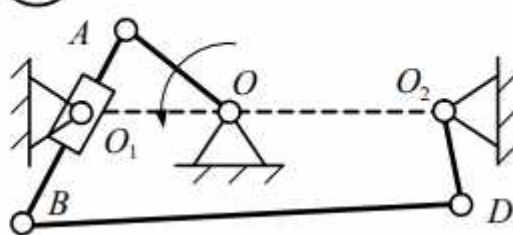


Рисунок 1.10 – Схемы 21–30 (продолжение)

Задача 1.6. Определить подвижность и маневренность механизма манипулятора промышленного робота (рис. 1.11).

Решение. 1. Проанализируем схему механизма (рис. 1.11), выходное звено 5 которого со стойкой 0 не образует кинематических пар, следовательно, схема рассматриваемого механизма является незамкнутой кинематической цепью, подвижность которой определяется по формуле Сомова – Малышева.

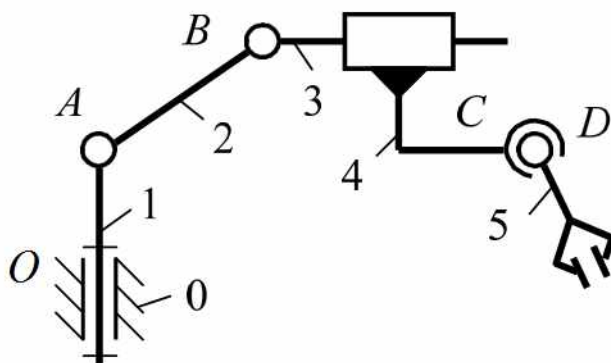


Рисунок 1.11 – Схема механизма манипулятора промышленного робота

Схема механизма промышленного манипулятора (рис. 1.11) состоит из одного неподвижного звена – стойки 0 и подвижных звеньев 1, 2, 3, 4, 5. Следовательно, число подвижных звеньев равно пяти, т. е. $n = 5$.

Для определения значений коэффициентов p_1, p_2, p_3, p_4 и p_5 выявим все кинематические пары, входящие в состав схемы механизма промышленного манипулятора. Результаты исследования заносим в таблицу 1.5.

Из анализа данных таблицы 1.5 следует, что исследуемая схема механизма манипулятора промышленного робота представляет собой разомкнутую кинематическую цепь, звенья которой образуют между собой четыре пары пятого класса: 0–1, 1–2, 2–3, 3–4 и одну сферическую пару третьего класса – 4–5. Следовательно, $p_5 = 4$, $p_4 = 0$, $p_3 = 1$, $p_2 = 0$, $p_1 = 0$. Подставив найденные значения коэффициентов в структурную формулу Сомова – Малышева, получим

$$W = 6 \cdot 5 - 5 \cdot 4 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 0 = 30 - 20 - 3 = 7.$$

Результат свидетельствует о том, что для однозначного описания положений звеньев механизма манипулятора промышленного робота в пространстве необходимо семь обобщенных координат.

2. Маневренность – это подвижность пространственного механизма при неподвижном звене 5. Маневренность обозначают m и определяют по формуле Сомова – Малышева.

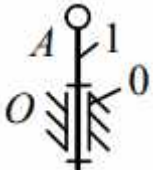
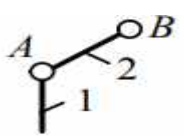
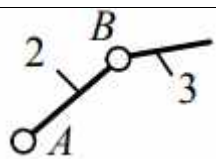
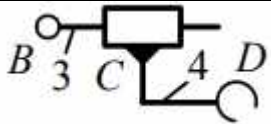
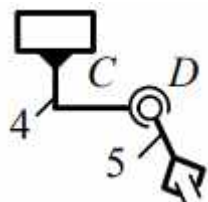
Для определения маневренности необходимо остановить (запретить перемещаться) выходное звено 5. Следовательно, число подвижных звеньев становится равным четырем, т. е. $n = 4$. Значения всех остальных

коэффициентов не изменяются, т. е. $p_5 = 4$, $p_4 = 0$, $p_3 = 1$, $p_2 = 0$, $p_1 = 0$.

Подставив найденные значения коэффициентов в выражение для маневренности, получим

$$m = 6 \cdot 4 - 5 \cdot 4 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 0 = 24 - 20 - 3 = 1.$$

Таблица 1.5 – Результаты анализа механизма, изображенного на рисунке 1.11.

Номера звеньев / название	Схема	Класс / подвижность	Вид контакта / замыкание
1. 0–1 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
2. 1–2 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
3. 2–3 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
4. 3–4 / поступательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
5. 4–5 / сферическая		3/3	Поверхность (низшая) / геометрическое

Результат говорит о том, что для однозначного определения положений звеньев механизма манипулятора промышленного робота, имеющего замкнутую кинематическую цепь, достаточно одной обобщенной координаты.

Проверим полученное значение

$$m = W - 6 = 7 - 6 = 1.$$

Вывод. Расчет по обоим выражениям дает одинаковое значение маневренности, которое удовлетворяет условию работоспособности пространственного рычажного механизма, гласящему, что маневренность должна быть больше либо равна единице.

Задача 1.7. Определить подвижность и маневренность механизма манипулятора промышленного робота (рис. 1.12).

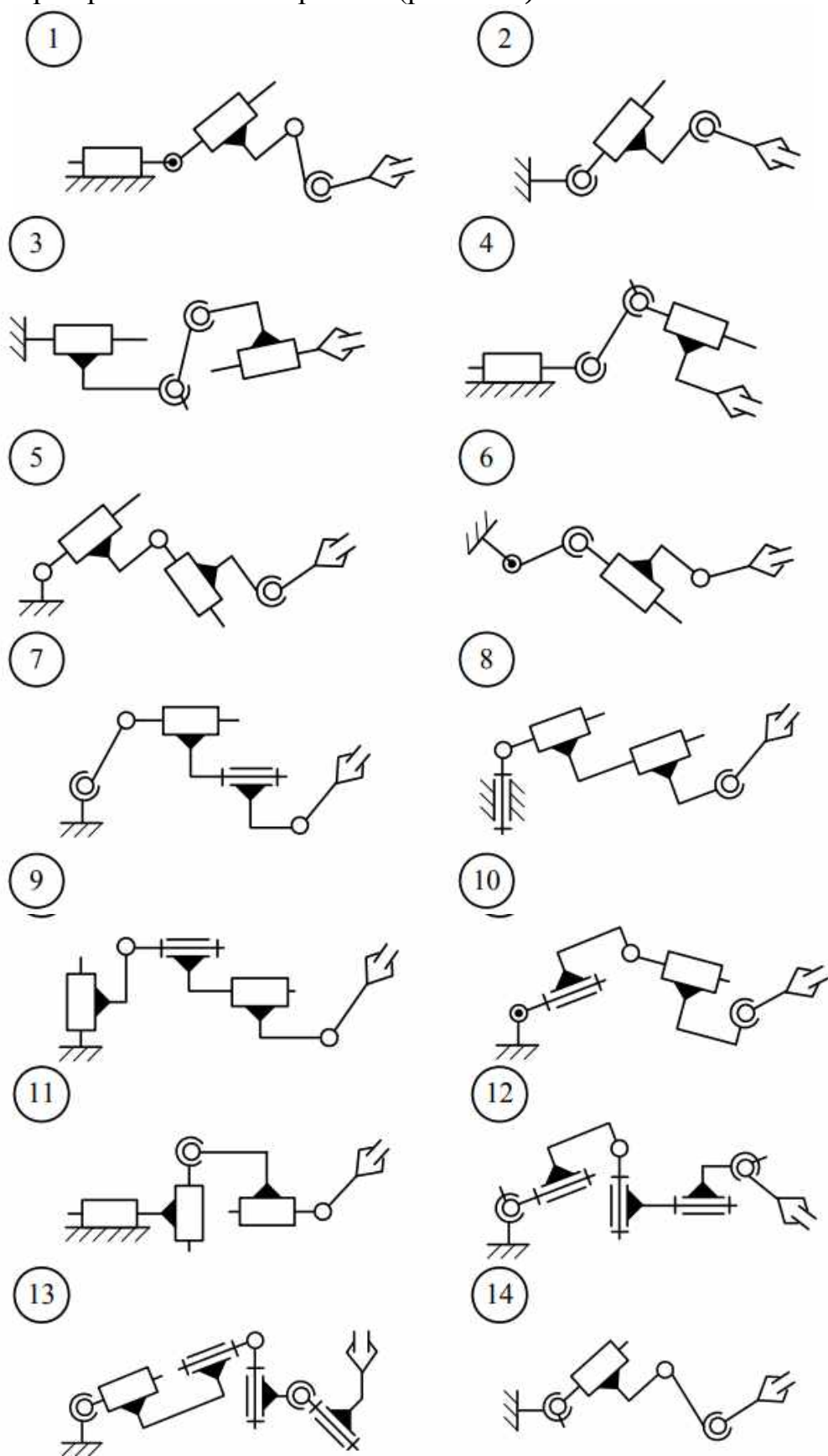


Рисунок 1.12 – Схемы 1–14.

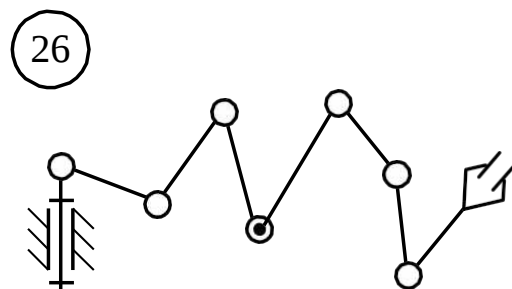
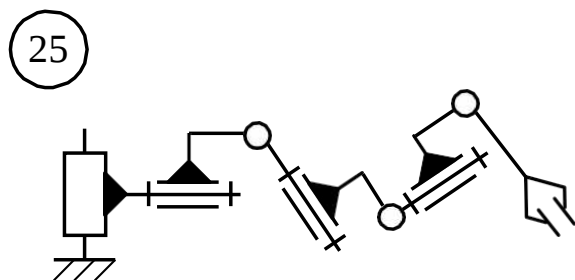
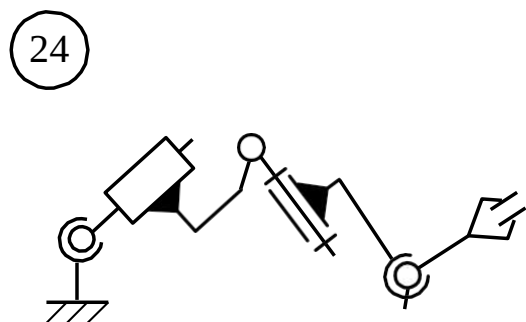
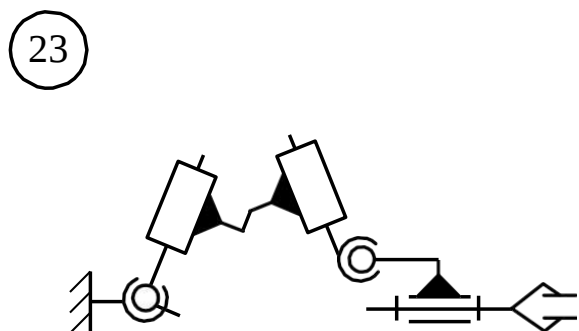
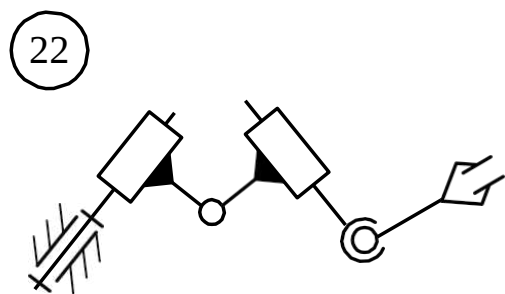
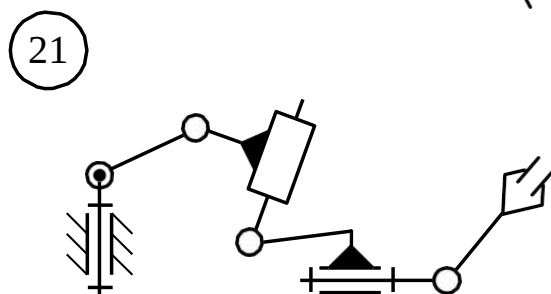
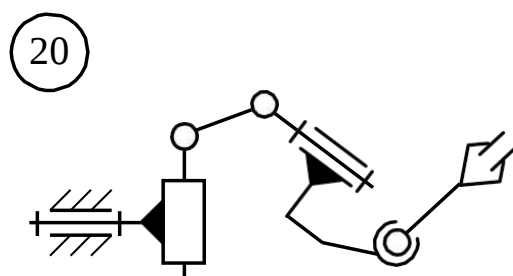
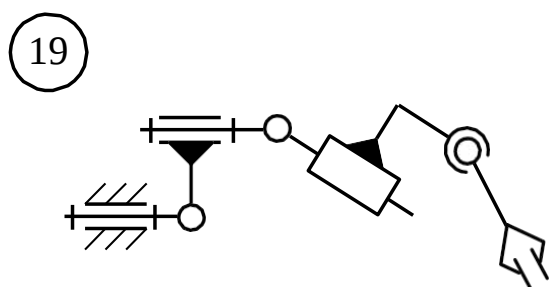
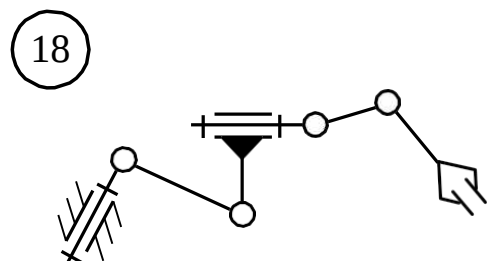
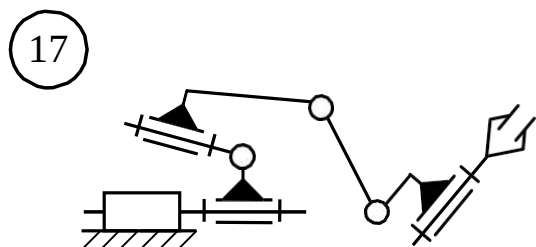
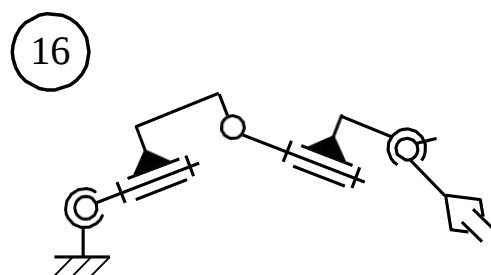
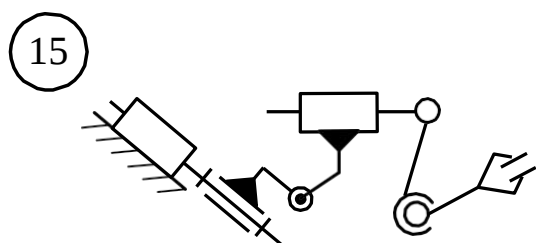


Рисунок 1.12– Схемы 15–26 (продолжение)

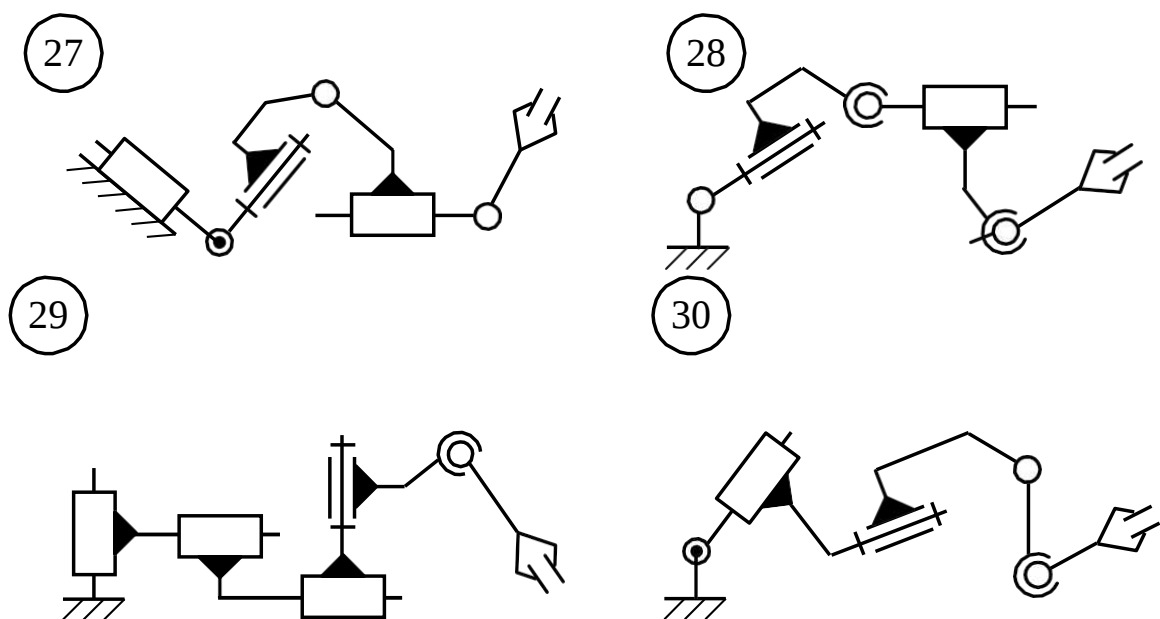


Рисунок 1.12– Схемы 27–30 (окончание)

2 КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Задача 2.1. Известно, что длины звеньев кривошипно-ползунного механизма, соответственно, равны $l_{OA} = 0,24$ м; $l_{AB} = 0,34$ м; $l_{AC} = 0,10$ м; $l_{OC} = 0,5$ м, обобщенная координата кривошипа $\varphi = 36^\circ$. Число оборотов кривошипа $n_1 = 956$ мин⁻¹. Выполнить кинематический анализ кривошипно-ползунного механизма (рис. 2.1 а) графоаналитическим методом.

Решение. 1. Построим по заданным геометрическим параметрам кинематическую схему кривошипно-ползунного механизма в масштабном коэффициенте длин $\mu = 0,01$ м/мм (рис. 2.1 а).

2. Угловую скорость кривошипа, с⁻¹, вычислим по формуле

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 956}{30} = 100 \text{ с}^{-1}.$$

Полученный результат свидетельствует о том, что кривошип вращается с постоянной угловой скоростью.

Проанализируем полученную кинематическую схему кривошипно-ползунного механизма: точка O является неподвижной точкой, следовательно, значение скорости этой точки равно нулю, т. е. $V_O = 0$.

Вектор скорости точки A представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки O и скорости относительного вращательного движения точки A вокруг точки O :

$$\vec{V}_A = \vec{V}_O + \vec{V}_{AO} \perp \vec{OA}. \quad (2.1)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.1) имеет значение, равное нулю, следовательно, вектор $\vec{V}_O$ является точечным вектором, который на плане скоростей изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана. При этом линия $\vec{V}_{AO}$ является перпендикуляром к оси кривошипа 1, а направление действия совпадает с направлением его вращения (рис. 2.1 б).

Следовательно, скорость относительного вращательного движения точки A вокруг неподвижной точки O

$$V_{AO} = \omega_1 \cdot l_{OA}, \quad (2.2)$$

где ω_1 , l_{OA} – соответственно, угловая скорость и длина кривошипа 1.

Подставив заданные значения в выражение (2.2), получим, м/с,

$$V_{AO} = 100 \cdot 0,24 = 24 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (2.3)$$

Вектор скорости точки B , принадлежащей шатуну 2, представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки A и вектора скорости относительного вращательного движения точки B вокруг точки A :

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}^{\perp AB}. \quad (2.4)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.4) описано выше представленным уравнением (2.1). Линия действия вектора относительной скорости $\vec{V}_{BA}$ в уравнении (2.4) является перпендикуляром к оси шатуна 2 (рис. 2.1 *а*), а на плане скоростей он направлен к точке b , т. к. буква B стоит первой в индексе при векторе этой скорости.

В то же время точка B принадлежит и ползуну 3. Ползун 3 может совершать только возвратно-поступательное движение параллельно прямой OB (рис. 2.1 *б*). Следовательно, линия действия вектора скорости точки B , принадлежащей ползуну 3, всегда параллельна прямой OB :

$$\vec{V}_B // OB. \quad (2.5)$$

Совместное решение выражений (2.4) и (2.5) позволит определить направление и линию действия вектора скорости точки B .

Масштабный коэффициент плана скоростей

$$\mu_v = \frac{V_{Ao}}{|pa|},$$

где $|pa|$ – произвольный отрезок, изображающий на плане скоростей вектор скорости относительного вращательного движения точки A вокруг точки O .

Приняв $|pa| = 48$ мм, с учетом формулы (2.3) получим, м/с·мм,

$$\mu_v = \frac{24}{48} = 0,5 \frac{м}{с \cdot мм}.$$

Разрешив графически векторные уравнения (2.1), (2.4), (2.5), построим план скоростей (рис. 2.1, *б*). Отрезок, изображающий вектор скорости точки C в составе ||плана скоростей, найдем, воспользовавшись теоремой подобия:

$$\frac{l_{AB}}{l_{AC}} = \frac{|ab|}{|ac|},$$

откуда

$$|ac| = |ab| \cdot \frac{l_{AC}}{l_{AB}}, \quad (2.6)$$

где $|ab|$, $|ac|$ – отрезки, изображающие на плане скоростей векторы скоростей $\vec{V}_{BA}$ и $\vec{V}_{CA}$ соответственно.

Замерив на плане скоростей длину отрезка $|ab| = 42$ мм и подставив найденное значение в выражение (2.6), получим, мм,

$$|ac| = |ab| \cdot \frac{l_{AC}}{l_{AB}} = 42 \cdot \frac{0,10}{0,34} = 12 \text{ мм.}$$

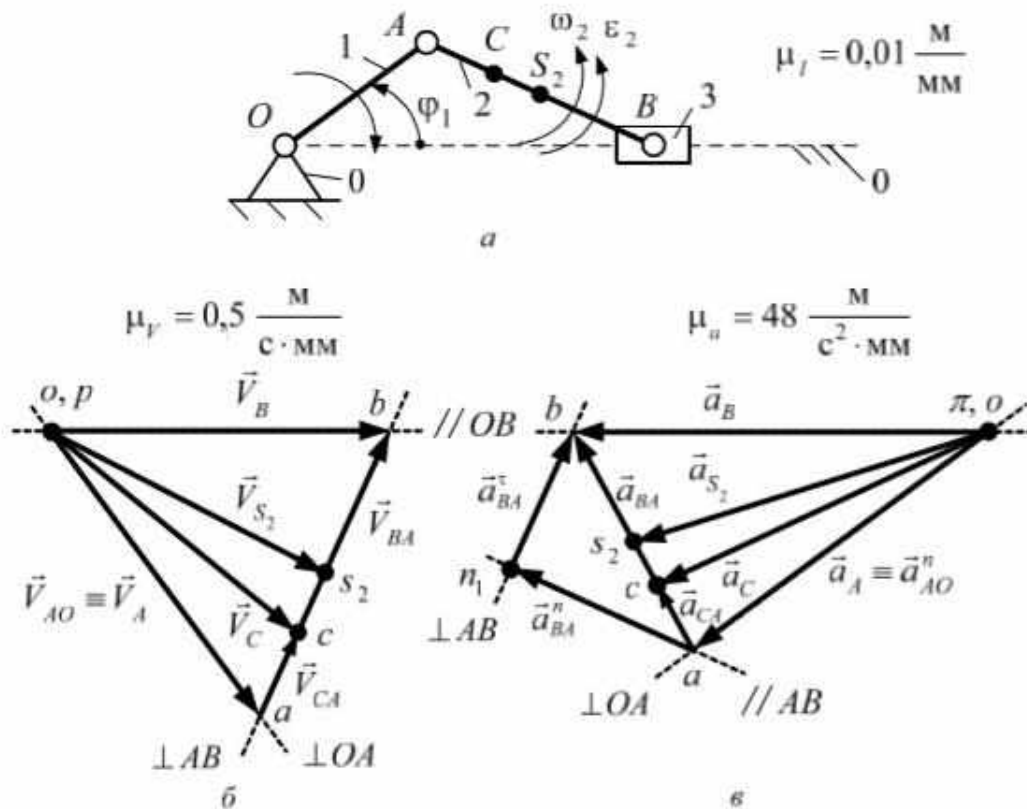


Рисунок 2.1 – Кинематический анализ кривошипно-ползунного механизма:
а – план положений, б – план скоростей, в – план ускорений

Отложив отрезок $|ac|$ на плане скоростей (рис. 2.1 б), найдем положение точки c . Соединив точки c и p на плане скоростей, найдем вектор скорости точки C . Замерив на плане скоростей длины отрезков $|pb|$, $|ab|$ и $|pc|$, получим, мм,

$$\begin{aligned} |pb| &= 46,5 \text{ мм,} \\ |ab| &= 42 \text{ мм,} \\ |pc| &= 43 \text{ мм.} \end{aligned}$$

Используя найденные величины отрезков $|pb|$, $|ab|$ и $|pc|$, определим значения соответствующих скоростей.

Скорость точки В, м/с,

$$V_B = |pb| \cdot \mu_B = 46,5 \cdot 0,5 = 23,25 \frac{м}{с}.$$

Скорость относительного вращательного движения точки B вокруг точки A , м/с,

$$V_{BA} = |ab| \cdot \mu_V = 42 \cdot 0,5 = 21,0 \frac{м}{с}. \quad (2.7)$$

Скорость точки C , м/с,

$$V_C = |pc| \cdot \mu_V = 43 \cdot 0,5 = 21,5 \frac{м}{с}.$$

Угловая скорость шатуна 2 с учетом формулы (2.7), $с^{-1}$,

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{BA}} = \frac{21}{0,34} = 61,76 \text{ с}^{-1}.$$

Направление угловой скорости шатуна 2 укажет вектор скорости $\vec{V}_{BA}$, взятый с плана скоростей (рис. 2.1 б) и мысленно перенесенный в точку B на кинематической схеме (рис. 2.1 а). При этом условно разрывается связь звеньев 2 и 3, а точка A условно закрепляется. В этом случае шатун 2 под действием вектора скорости $\vec{V}_{BA}$ будет вращаться в направлении, противоположном действию часовой стрелки. Данное направление движения и есть направление действия угловой скорости ω_2 . Ползун 3 совершает только поступательные движения, следовательно, угловая скорость этого звена равна нулю, т. е. $\omega_3 = 0$.

Примечание. Считая центр масс шатуна 2, лежащим на середине этого звена, найдем скорость центра масс шатуна, м/с:

$$V_{s_2} = |ps_2| \cdot \mu_V = 42 \cdot 0,5 = 21 \frac{м}{с}.$$

3. Для построения плана ускорений составим векторные уравнения. Вектор ускорения точки A представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки O , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки A вокруг точки O :

$$\vec{a}_A = \vec{a}_f + \vec{a}_{\frac{AO}{//AO}}^n + \vec{a}_{\frac{AO}{\perp AO}}^t. \quad (2.8)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.8) имеет значение, равное нулю, т. е. $a_O = 0$, следовательно, вектор $\vec{a}_O$ является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана.

Значит, нормальное (центростремительное) ускорение, $м/с^2$

$$a_{AO}^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 100^2 \cdot 0,24 = 2400 \frac{м}{с^2}. \quad (2.9)$$

Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения $\vec{a}_{AO}^n$ в уравнении (2.8) параллельна оси кривошипа 1 и направлен этот вектор на схеме механизма от точки A к точке O (рис. 2.1 а), т. к. буква A стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений этот вектор направлен от полюса плана π к точке a (рис. 2.1 в).

Значение тангенциального (вращательного) ускорения $\vec{a}_{AO}^r$ в уравнении (2.8) равно нулю, т. к. по условию задачи угловая скорость кривошипа 1 является постоянной величиной, следовательно, вектор $\vec{a}_{AO}^r$ является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с вершиной вектора $\vec{a}_{AO}^n$ (рис. 2.1 в).

Вектор ускорения точки B , принадлежащей шатуну 2, представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки A , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки B вокруг точки A :

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^r. \quad (2.10)$$

$\parallel AB \qquad \perp AB$

Первое слагаемое в уравнении (2.10) описано представленным выше уравнением (2.8). Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения в уравнении (2.10) параллельна оси шатуна 2 и направлен этот вектор на схеме механизма от точки B к точке A (рис. 2.1 а), т. к. буква B стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку a и направлен этот вектор от точки a к точке n_1 (рис. 2.1 в).

Следовательно, нормальное (центростремительное) ускорение с учетом формулы (2.7), $м/с^2$,

$$a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{l_{BA}} = \frac{21,0^2}{0,34} = 1297,01 \frac{м}{с^2}. \quad (2.11)$$

Линия действия вектора тангенциального (вращательного) ускорения $\vec{a}_{AI}^r$ в уравнении (2.10) является перпендикуляром к оси шатуна 2 (рис. 2.1 а), а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку n_1 и направлен этот вектор от точки n_1 к точке b (рис. 2.1 в). В то же время точка B принадлежит и ползуну 3. Ползун 3 совершает только прямолинейное возвратно-поступательное движение вдоль направляющей (прямая OB), следовательно, линия действия вектора ускорения точки B проходит параллельно прямой OB

$$\vec{a}_B \parallel OB. \quad (2.12)$$

Масштабный коэффициент плана ускорений

$$\mu_a = \frac{a_{Ao}^n}{|\pi a|},$$

где $|\pi a|$ – произвольный отрезок, изображающий на плане ускорений вектор нормального ускорения относительного вращательного движения точки А вокруг точки О. Приняв $|\pi a| = 50$ мм, с учетом формулы (2.9) получим, м/с² · мм,

$$\mu_a = \frac{2400}{50} = 48 \frac{\text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{мм}}.$$

Разрешив графически векторные уравнения (2.8), (2.10), (2.12), построим план ускорений (рис. 2.1 в).

Длина отрезка, изображающего в составе плана вектор нормального ускорения $\vec{a}_{BA}^n$ с учетом формулы (2.11), мм,

$$|an| = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{1297,01}{48} = 27 \text{ мм}.$$

Длину отрезка, изображающего на плане ускорений вектор ускорения точки С, найдем, воспользовавшись теоремой подобия. Замерив на плане ускорений длину отрезка $|ab| = 34$ мм и подставив найденное значение в выражение (2.6), получим, мм,

$$|ac| = |ab| \cdot \frac{l_{AC}}{l_{AB}} = 34 \cdot \frac{0,10}{0,34} = 10 \text{ мм}.$$

Отложив отрезок $|ac|$ на плане ускорений (рис. 2.1 в), найдем положение точки c на плане ускорений. Соединив точки c и π на плане ускорений, найдем вектор ускорения точки С. Замерив на плане ускорений длины соответствующих отрезков, определим значения ускорений, м/с²:

$$\begin{aligned} a_B &= |\pi b| \cdot \mu_a = 57 \cdot 48 = 2736 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \\ a_{BA}^t &= |n_1 b| \cdot \mu_a = 20,5 \cdot 48 = 984 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \\ a_{BA} &= |ab| \cdot \mu_a = 34 \cdot 48 = 1632 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \\ a_C &= |\pi c| \cdot \mu_a = 50 \cdot 48 = 2400 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}. \end{aligned}$$

Из проведенного анализа известно, что кривошип 1 вращается с постоянной угловой скоростью и значение вектора тангенциального (касательного) ускорения равен нулю, следовательно, угловое ускорение данного звена также равно нулю, с⁻²:

$$\varepsilon_1 = \frac{a_{A0}^r}{l_{A0}} = \frac{0}{0,24} = 0 \text{ с}^{-2}.$$

Угловое ускорение шатуна 2, с^{-2} ,

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^r}{l_{AB}} = \frac{984}{0,34} = 2894,12 \text{ с}^{-2}.$$

Направление углового ускорения указывает вектор тангенциального ускорения $\vec{a}_{A0}^r$, перенесенный с плана ускорений (рис. 2.1 в) в точку B , принадлежащую шатуну 2 на схеме механизма (рис. 2.1 а). При этом разрывается связь между шатуном 2 и ползуном 3 (шарнир B), а к точке A прикладывается шарнирно-неподвижная опора. В этом случае точка A становится условно неподвижной, а точка B совместно с шатуном 2 под действием вектора $\vec{a}_{A0}^r$ получает возможность совершать вращательное движение вокруг условно неподвижной точки A в направлении действия этого вектора (рис. 2.1 а). Полученное направление вращательного движения шатуна 2 и является направлением действия углового ускорения данного звена. Угловое ускорение ползуна 3 равно нулю, т. е. $\varepsilon_3 = 0$. Так как ползун 3 со стойкой 0 образует поступательную пару 5-го класса, то данное звено может совершать только поступательные прямолинейные движения.

Примечание. Считая центр масс шатуна 2 лежащим на середине этого звена, найдем ускорение центра масс шатуна, м/с^2 :

$$a_{S_2} = |\pi s_2| \cdot \mu_a = 51 \cdot 48 = 2448 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Задача 2.2. Известно, что длины звеньев, соответственно, равны $l_{OA} = 0,30 \text{ м}$, $l_{AB} = 0,40 \text{ м}$, $l_{BO_1} = 0,35 \text{ м}$, $l_{AC} = 0,25 \text{ м}$, геометрического параметра $a = 0,50 \text{ м}$, обобщенная координата кривошипа $\varphi_1 = 50^\circ$. Число оборотов кривошипа $n_1 = 478 \text{ мин}^{-1}$. Выполнить кинематический анализ шарнирного механизма (рис. 2.2 а) графоаналитическим методом.

Решение. 1. Построим по заданным геометрическим параметрам кинематическую схему шарнирного механизма в масштабном коэффициенте $\mu_l = 0,01 \text{ м/мм}$ (рис. 2.2 а).

2. Угловую скорость кривошипа, с^{-1} , определим по формуле

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 478}{30} = 50 \text{ с}^{-1}$$

Полученный результат свидетельствует о том, что кривошип вращается с постоянной угловой скоростью.

Проанализируем полученную кинематическую схему кривошипно-ползунного механизма: точка O является неподвижной точкой, следовательно, значение скорости этой точки равно нулю, т. е. $V_O = 0$.

Вектор скорости точки A представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки O и скорости относительного вращательного движения точки A вокруг точки O :

$$\vec{V}_A = \vec{V}_O + \vec{V}_{AO} \quad (2.13)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.13) имеет значение, равное нулю, следовательно, вектор $\vec{V}_O$ является точечным вектором, который на плане скоростей изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана. При этом линия действия вектора $\vec{V}_{AO}$ является перпендикуляром к оси кривошипа 1, а направление действия совпадает с направлением его вращения (рис. 2.2 б). Скорость относительного вращательного движения точки A вокруг точки O с учетом формулы (2.2), м/с,

$$V_{AO} = \omega_1 \cdot l_{OA} = 50 \cdot 0,30 = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (2.14)$$

Вектор скорости точки B , принадлежащей шатуну 2, представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки A и вектора скорости относительного вращательного движения точки B вокруг точки A :

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA} \quad (2.15)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.15) описано выше представленным уравнением (2.13). Линия действия вектора относительной скорости в уравнении (2.15) является перпендикуляром к оси шатуна 2 (рис. 2.2 а), а на плане скоростей он направлен к точке b , т. к. буква B стоит первой в индексе при векторе этой скорости. В то же время точка B принадлежит коромыслу 3, следовательно, вектор скорости точки B представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки O_1 и вектора скорости относительного вращательного движения точки B вокруг точки O_1 :

$$\vec{V}_B = \vec{V}_{O_1} + \vec{V}_{BO_1} \quad (2.16)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.16) имеет значение, равное нулю, т. е. $V_{O_1} = 0$, следовательно, вектор $\vec{V}_{O_1}$ является точечным вектором, который на плане скоростей изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана. При этом линия действия вектора относительной скорости $\vec{V}_{BO_1}$ является перпендикуляром к оси коромысла 3 (рис. 2.2 а), а на плане скоростей этот вектор направлен к точке b , т. к. точка B стоит первой в индексе при векторе этой скорости (рис. 2.2, б). Совместное решение выражений (2.15) и (2.16)

позволит определить направление и линию действия вектора скорости точки B . Приняв $|pa| = 62$ мм, с учетом формулы (2.14) получим, м · мм /с,

$$\mu_v = \frac{V_{AO}}{|pa|} = \frac{15}{62} = 0,24 \frac{\text{м} \cdot \text{мм}}{\text{с}}.$$

Разрешив графически векторные уравнения (2.13), (2.15), (2.16), строим план скоростей (рис. 2.2 б).

Отрезок, изображающий вектор скорости точки C , найдем, воспользовавшись теоремой подобия, мм:

$$\frac{l_{AB}}{l_{AC}} = \frac{|ab|}{|ac|} \Rightarrow |ac| = |ab| \cdot \frac{l_{AC}}{l_{AB}} = 33 \cdot \frac{0,25}{0,40} = 20,6 \approx 21 \text{ мм}.$$

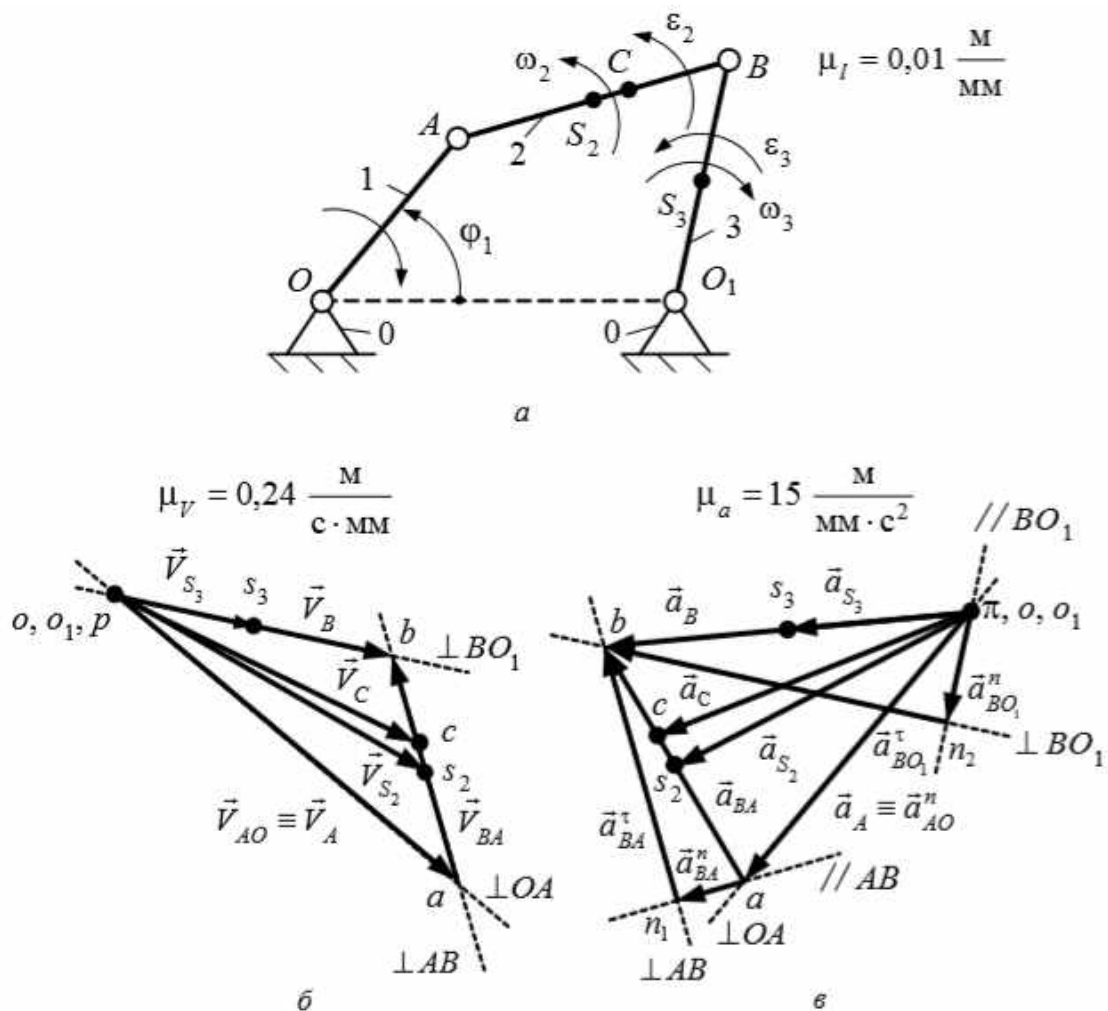


Рисунок 2.2 – Кинематический анализ шарнирного механизма:

а – план положений, б – план скоростей, в – план ускорений

Отложив отрезок $|ac|$ на плане скоростей (рис. 2.2, б), найдем положение точки c . Соединив точки c и p на плане скоростей, найдем вектор скорости точки C . Замерив на плане скоростей длины соответствующих отрезков, найдем скорости характерных точек механизма, м/с:

$$V_B = |pb| \cdot \mu_V = 40 \cdot 0,24 = 9,60 \frac{м}{с}, \quad (2.17)$$

$$V_{BA} = |ab| \cdot \mu_V = 33 \cdot 0,24 = 7,92 \frac{м}{с}, \quad (2.18)$$

$$V_C = |pc| \cdot \mu_V = 47 \cdot 0,24 = 11,28 \frac{м}{с}.$$

Угловые скорости шатуна 2 и коромысла 3, c^{-1} , равны

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{BO_1}} = \frac{7,92}{0,40} = 19,80 c^{-1},$$

$$\omega_3 = \frac{V_B}{l_{BO_1}} = \frac{9,60}{0,35} = 27,43 c^{-1}.$$

Направление угловых скоростей шатуна 2 и коромысла 3, соответственно, укажут вектора скоростей $\vec{V}_{BA}$ и $\vec{V}_B$, взятые с плана скоростей (рис. 2.2 б) и мысленно перенесенные в точку B на кинематической схеме (рис. 2.2 а). При этом условно разрывается связь звеньев 2 и 3, а точка A условно закрепляется. В этом случае под действием векторов скоростей $\vec{V}_{BA}$ и $\vec{V}_S$ соответственно шатун 2 будут вращаться в направлении, противоположном действию часовой стрелки, а коромысло 3 – в направлении, совпадающем с действием часовой стрелки. Данные направления движений и есть направления действия угловых скоростей ω_2 и ω_3 соответственно.

Примечание. Считая центры масс шатуна 2 и коромысла 4 лежащими на серединах этих звеньев, найдем скорости их центров масс, м/с:

$$V_{S_2} = |ps_2| \cdot \mu_V = 51 \cdot 0,24 = 12,24 \frac{м}{с},$$

$$V_{S_3} = |ps_3| \cdot \mu_V = 20 \cdot 0,24 = 4,80 \frac{м}{с}.$$

3. Для построения плана ускорений составим векторные уравнения. Вектор ускорения точки A представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки O , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки A вокруг точки O :

$$\vec{a}_A = \vec{a}_O + \vec{a}_{AO}^n + \vec{a}_{AO}^t. \quad (2.19)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.19) имеет значение, равное нулю, т. е. $a_O = 0$, следовательно, вектор $\vec{a}_O$ является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана.

$$a_{AO}^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 50^2 \cdot 0,30 = 750. \quad (2.20)$$

Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения $\vec{a}_{AO}^n$ в уравнении (2.19) параллельна оси кривошипа 1. Направлен этот вектор на схеме механизма от точки A к точке O (рис. 2.2 а), т. к. буква A стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений этот вектор направлен от полюса плана π к точке a (рис. 2.2 в).

Значение тангенциального (вращательного) ускорения $\vec{a}_{AO}^r$ в уравнении (2.19) равно нулю, т. к. по условию задачи угловая скорость кривошипа 1 является постоянной величиной, следовательно, вектор $\vec{a}_{AO}^r$ является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с вершиной вектора $\vec{a}_{AO}^n$ (рис. 2.2 в).

Вектор ускорения точки B , принадлежащей шатуну 2, представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки A , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки B вокруг точки A :

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^r. \quad (2.21)$$

$\parallel AB$ $\perp AB$

Первое слагаемое в уравнении (2.21) описано представленным выше уравнением (2.19). Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения $\vec{a}_{BA}^n$ в уравнении (2.21) параллельна оси шатуна 2. Направлен этот вектор на схеме механизма от точки B к точке A (рис. 2.2 а), т. к. буква B стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку a и направлена она от точки a к точке n_1 (рис. 2.2 в).

Линия действия вектора тангенциального (вращательного) ускорения $\vec{a}_{BA}^r$ в уравнении (2.21) является перпендикуляром к оси шатуна 2 (рис. 2.2 а), а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку n_1 и направлена она от точки n_1 к точке b (рис. 2.2 в). Вектор ускорения точки B , принадлежащей коромыслу 3, представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки O_1 , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки B вокруг точки O_1 :

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{O_1} + \vec{a}_{BO_1}^n + \vec{a}_{BO_1}^r. \quad (2.22)$$

$\parallel BO_1$ $\perp BO_1$

Первое слагаемое в уравнении (2.22) имеет значение, равное нулю, т. е. $a_{O_1} = 0$, следовательно, вектор $\vec{a}_{O_1}$ является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана.

Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения $\vec{a}_{BO}^n$ в уравнении (2.22) параллельна оси коромысла 3. Направлен этот вектор на схеме механизма от точки B к точке O_1 (рис. 2.2 а), т. к. буква B стоит первой в

индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через полюс плана и направлена она от точки π к точке n_2 (рис. 2.2 в).

Линия действия вектора тангенциального (вращательного) ускорения $\vec{a}_{Bo_1}^r$ является перпендикуляром к оси коромысла 3 (рис. 2.2 а), а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку n_2 , и направлена она к точке b (рис. 2.2 в).

С учетом равенств (2.17) и (2.18) определим значения векторов нормальных ускорений, м/с²:

$$a_{BA}^n = \frac{v_{BA}^2}{l_{AB}} = \frac{7,92^2}{0,40} = 156,82 \frac{м}{с^2},$$

$$a_{Bo_1}^n = \frac{V_B^2}{l_{Bo_1}} = \frac{9,60^2}{0,35} = 263,31 \frac{м}{с^2}.$$

Приняв $|\pi a| = 50$ мм, с учетом формулы (2.20) получим, мм м/с²,

$$\mu_a = \frac{a_{Ao}^n}{|\pi a|} = \frac{750}{50} = 15 \frac{м}{с^2}.$$

Длины отрезков, изображающих в составе плана ускорений вектора $\vec{a}_{BA}^n$ и $\vec{a}_{Bo_1}^n$ мм, равным

$$|an_1| = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{150,82}{15} = 10,05 \text{ мм},$$

$$|\pi n_2| = \frac{a_{Bo_1}^n}{\mu_a} = \frac{263,31}{15} = 17,55 \text{ мм}.$$

Разрешив графически векторные уравнения (2.19), (2.21), (2.22), построим план ускорений (рис. 2.2 в).

Длину отрезка, изображающего на плане ускорений вектор ускорения точки С, найдем, воспользовавшись теоремой подобия, мм:

$$|ac| = |ab| \cdot \frac{l_{AC}}{l_{AB}} = 38 \cdot \frac{0,25}{0,40} = 23,75 \approx 24 \text{ мм}.$$

Отложив отрезок $|ac|$ на плане ускорений (рис. 2.2 в), найдем положение точки c на плане ускорений. Соединив точки c и π на плане ускорений, найдем вектор ускорения точки С. Замерив на плане скоростей длины соответствующих отрезков, найдем значения скоростей характерных точек механизма, м/с²:

$$\begin{aligned}
a_B &= |\pi b| \cdot \mu_a = 52 \cdot 15 = 780 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \\
a_{BA}^\tau &= |n_1 b| \cdot \mu_a = 37 \cdot 15 = 555 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \\
a_{Bo_1}^\tau &= |n_2 b| \cdot \mu_a = 50 \cdot 15 = 750 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \\
a_{BA} &= |ab| \cdot \mu_a = 38 \cdot 15 = 570 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \\
a_C &= |\pi c| \cdot \mu_a = 48 \cdot 15 = 720 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.
\end{aligned}$$

Из приведённого анализа следует, что кривошип 1 вращается с постоянной угловой скоростью и значение вектора тангенциального (касательного) ускорения равно нулю. Следовательно, угловое ускорение данного звена также равно нулю, с^{-2} :

$$\varepsilon_1 = \frac{a_{Ao}^\tau}{l_{Ao}} = \frac{0}{0,30} = 0 \text{ с}^{-2}.$$

Угловые ускорения шатуна 2 и коромысла 3, с^{-2} , равны

$$\begin{aligned}
\varepsilon_2 &= \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{555}{0,40} = 1387,5 \text{ с}^{-2}, \\
\varepsilon_3 &= \frac{a_{Bo_1}^\tau}{l_{Bo_1}} = \frac{750}{0,35} = 2142,86 \text{ с}^{-2}.
\end{aligned}$$

Направление действия угловых ускорений шатуна 2 и коромысла 3 указывают вектора тангенциальных ускорений $\vec{a}_{BA}^\tau$ и $\vec{a}_{Bo_1}^\tau$ перенесенные с плана ускорений (рис. 2.2 в) в точку B , принадлежащую шатуну 2 и коромыслу 3 на схеме механизма (рис. 2.2 а). При этом разрывается связь между шатуном 2 и коромыслом 3 (шарнир B), а к точке A прикладывается шарнирно-неподвижная опора. В этом случае точка A становится условно неподвижной, а точка B , совместно с шатуном 2 под действием вектора $\vec{a}_{BA}^\tau$ получает возможность совершать вращательное движение в направлении действия этого вектора вокруг условно неподвижной точки A (рис. 2.2 а).

В то же время точка B , принадлежащая коромыслу 3, под действием вектора $\vec{a}_{Bo_1}^\tau$ получает возможность совершать вращательные движения в направлении действия этого вектора вокруг неподвижной точки C . Полученные направления вращательных движений шатуна 2 и коромысла 3 соответственно и будут являться направлениями действий угловых ускорений данных звеньев.

Примечание. Считая центры масс шатуна 2 и коромысла 3 лежащими на серединах этих звеньев, найдём ускорение их центров масс, $\text{м}/\text{с}^2$:

$$a_{s_2} = |\pi s_2| \cdot \mu_a = 47 \cdot 15 = 705 \frac{\text{м}}{\text{с}^2},$$

$$a_{s_3} = |\pi s_3| \cdot \mu_a = 26 \cdot 15 = 390 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Задача 2.3. Известно, что длины звеньев кулисного механизма, соответственно, равны $l_{AO} = 0,20$ м, $l_{BO_1} = 0,35$ м, $l_{OO_1} = 0,20$ м, $l_{BC} = 0,18$ м, обобщенная координата кривошипа $\varphi_1 = 50^\circ$. Число оборотов кривошипа $n_1 = 200$ мин⁻¹. Выполнить кинематический анализ кулисного механизма (рис. 2.3 а) графоаналитическим методом.

Решение. 1. Построим по заданным геометрическим параметрам кинематическую схему кулисного механизма в масштабном коэффициенте длин $\mu_l = 0,01$ м/мм (рис. 2.3 а).

2. Угловую скорость кривошипа, ω_1 , вычислим по выражению

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 200}{30} = 20,93 \text{ с}^{-1}.$$

Полученный результат свидетельствует о том, что кривошип вращается с постоянной угловой скоростью.

Проанализируем полученную кинематическую схему кулисного механизма: точка O является неподвижной точкой, следовательно, значение скорости этой точки равно нулю, т. е. $V_O = 0$.

Вектор скорости точки A представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки O и скорости относительного вращательного движения точки A вокруг точки O :

$$\vec{V}_A = \vec{V}_O + \vec{V}_{AO}^{\perp OA}. \quad (2.23)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.23) имеет значение, равное нулю, следовательно, вектор $\vec{V}_O$ является точечным вектором, который на плане скоростей изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана. При этом линия действия вектора $\vec{V}_{AO}$ является перпендикуляром к оси кривошипа 1, а направление действия совпадает с направлением его вращения (рис. 2.3 б). Следовательно, скорость относительного вращательного движения точки A вокруг точки O с учетом формулы (2.2), м/с,

$$V_{AO} = \omega_1 \cdot l_{OA} = 20,93 \cdot 0,20 = 4,186 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (2.24)$$

Вектор скорости точки B , принадлежащей шатуну 2, представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки A и вектора скорости поступательного движения точки B относительно точки A :

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}^{\parallel AB}. \quad (2.25)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.25) описано представленным выше уравнением (2.23). Линия действия вектора относительной скорости $\vec{V}_{BA}$ параллельна оси кулисы 3 (рис. 2.3 а). На плане скоростей этот вектор направлен к букве **b**, т. к. точка *B* стоит первой в индексе при векторе этой скорости.

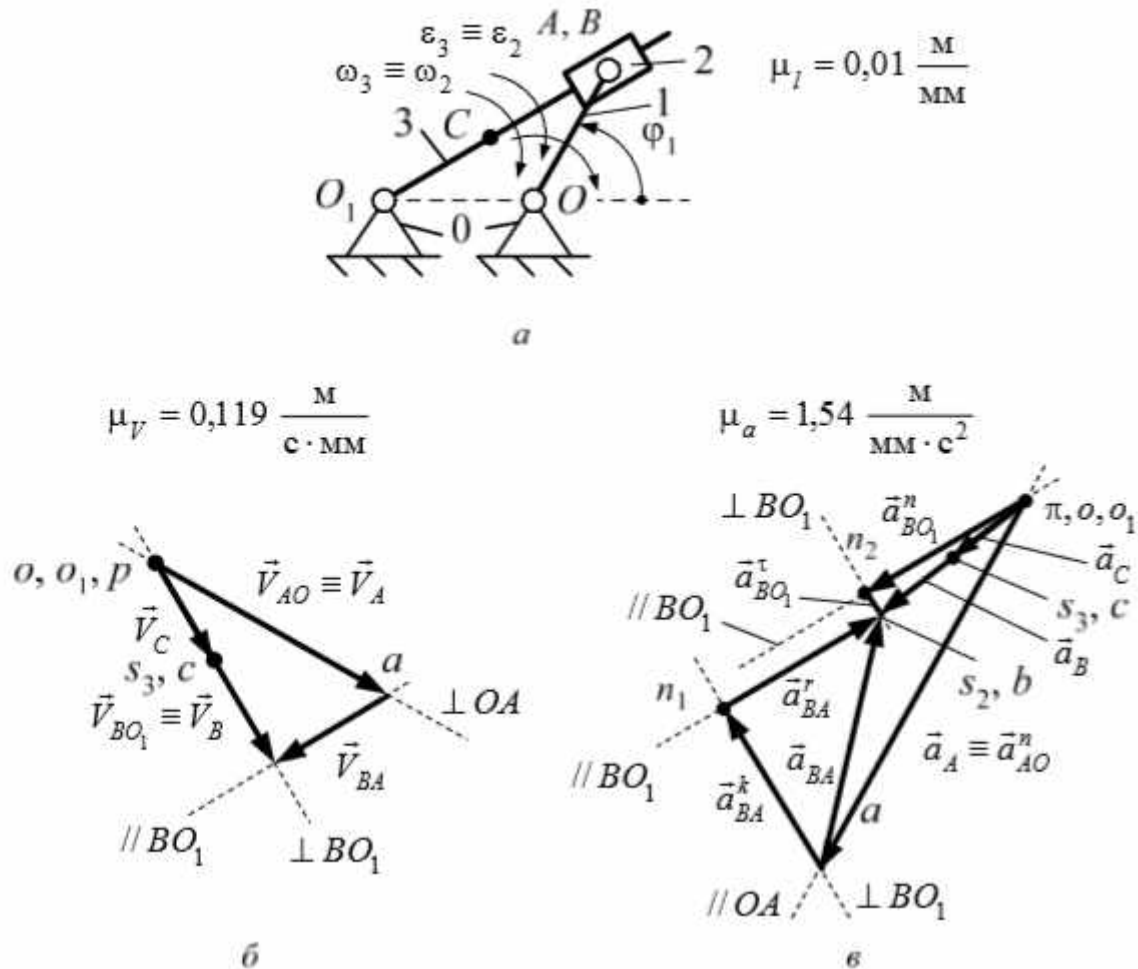


Рисунок 2.3 – Кинематический анализ кулисного механизма:
а – план положений, б – план скоростей, в – план ускорений

В то же время точка *B* принадлежит кулисе 3, следовательно, вектор скорости точки *B* представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки O_1 и вектора скорости относительного вращательного движения точки *B* вокруг точки O_1 :

$$\vec{V}_B = \vec{V}_{O_1} + \vec{V}_{BO_1}^{\perp BO_1}. \quad (2.26)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.26) имеет значение, равное нулю, т. е. $V_{O_1} = 0$, следовательно, вектор $\vec{V}_{O_1}$ является точечным вектором, который на плане скоростей изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана. При этом линия действия вектора относительной скорости $\vec{V}_{BO_1}$ является

перпендикуляром к оси коромысла 3 (рис. 2.3 а), а на плане скоростей этот вектор направлен к точке **b**, т. к. точка *B* стоит первой в индексе при векторе этой скорости (рис. 2.3 б).

Совместное решение выражений (2.25) и (2.26) позволит определить направление и линию действия вектора скорости точки *B*.

Приняв $|pa| = 35$ мм, с учетом формулы (2.24) получим, м/с · мм,

$$\mu_V = \frac{V_{AO}}{|pa|} = \frac{4,186}{35} = 0,119 \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{мм}}.$$

Разрешив графически векторные уравнения (2.23), (2.25), (2.26), строим план скоростей (рис. 2.3 б).

Отрезок, изображающий вектор скорости точки *C*, найдем, воспользовавшись теоремой подобия, мм:

$$\frac{l_{BO_1}}{l_{BC}} = \frac{|bp|}{|bc|} \Rightarrow |bc| = |bp| \cdot \frac{l_{BC}}{l_{BO_1}} = 31 \cdot \frac{0,18}{0,35} = 15,94 \approx 16 \text{ мм}.$$

Отложив отрезок $|ac|$ на плане скоростей (рис. 2.3 б), найдем положение точки *c*. Соединив точки *c* и *p* на плане скоростей, найдем вектор скорости точки *C*. Замерив на плане скоростей длины соответствующих отрезков, найдем скорости характерных точек механизма, м/с:

$$\begin{aligned} V_B &= |pb| \cdot \mu_V = 31 \cdot 0,119 = 3,69 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \\ V_{BA} &= |ab| \cdot \mu_V = 17 \cdot 0,119 = 2,02 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \\ V_c &= |pc| \cdot \mu_V = 16 \cdot 0,119 = 1,90 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \end{aligned}$$

Угловая скорость кулисы 3 и ползуна 2, с^{-1} , равна

$$\omega_2 = \omega_3 = \frac{V_{BO_1}}{l_{BO_1}} = \frac{3,69}{0,35} = 10,54 \text{ с}^{-1}.$$

Направление действия угловых скоростей кулисы 3 и ползуна 2 указывает вектор скорости $\vec{V}_{BO_1}$, перенесенный с плана скоростей (рис. 2.3 б) в точку *B* на схеме механизма (рис. 2.3 а). При этом разрывается связь между кривошипом 1 и ползуном 2 (шарнир *B*). В этом случае точка *B* совместно с ползуном 2 и кулисой 3 под действием вектора $\vec{V}_{BO_1}$ получает возможность совершать вращательное движение в направлении действия этого вектора вокруг неподвижной точки *C*. Полученные направления вращательных движений ползуна 2 и кулисы 3 и будут являться направлениями действий угловых скоростей данных звеньев.

Примечание. Считая центры масс ползуна 2 и кулисы 3 лежащими на серединах этих звеньев, найдем скорости их центров масс, м/с:

$$V_{S_2} = |ps_2| \cdot \mu_V = |pb| \cdot \mu_V = 31 \cdot 0,119 = 3,69 \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

$$V_{S_3} = |ps_3| \cdot \mu_V = |pc| \cdot \mu_V = 16 \cdot 0,119 = 1,90 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

3. Для построения плана ускорений составим векторные уравнения. Вектор ускорения точки A представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки O , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки A вокруг точки O :

$$\vec{a}_A = \vec{a}_O + \underbrace{\vec{a}_{AO}^n}_{\parallel AO} + \underbrace{\vec{a}_{AO}^r}_{\perp AO}, \quad (2.27)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.27) имеет значение, равное нулю, т. е. $a_O = 0$, следовательно, вектор $\vec{a}_O$ является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана.

Нормальное (центростремительное) ускорение, м/с², равно

$$a_{AO}^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 20,93^2 \cdot 0,20 = 87,61 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}. \quad (2.28)$$

Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения $\vec{a}_{AO}^n$ в уравнении (2.27) параллельна оси кривошипа 1. Направлен этот вектор на схеме механизма от точки A к точке O (рис. 2.3 а), т. к. буква A стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений этот вектор направлен от полюса плана π к точке a (рис. 2.3 в).

Значение тангенциального (вращательного) ускорения $\vec{a}_{AO}^r$ в уравнении (2.27) равно нулю, т. к. по условию задачи угловая скорость кривошипа 1 является постоянной величиной, следовательно, вектор $\vec{a}_{AO}^r$ является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с вершиной вектора $\vec{a}_{AO}^n$ (рис. 2.3 в).

Вектор ускорения точки B , принадлежащей ползуну 2 (рис. 2.3 а), представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки A , вектора кориолисова ускорения $\vec{a}_{BA}^k$ и вектора радиального ускорения $\vec{a}_{BA}^r$ относительного движения точки B вокруг условно неподвижной точки A :

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \underbrace{\vec{a}_{BA}^k}_{\perp AB} + \underbrace{\vec{a}_{BA}^r}_{\parallel AB}. \quad (2.29)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.29) описано представленным выше уравнением (2.27). Линия и направление действия вектора кориолисова ускорения $\vec{a}_{BA}^k$ определяется поворотом вектора относительной скорости $\vec{V}_{BA}$

(рис. 2.3 б) на 90° в направлении действия угловой скорости кривошипа 1. При этом линия действия вектора $\vec{a}_{BA}^k$ на плане ускорений проходит через точку a и направлена она к точке n_1 (рис. 2.3 в).

Линия действия вектора радиального ускорения $\vec{a}_{BA}^r$ в уравнении (2.29) является перпендикуляром к линии действия вектора кориолисова ускорения или параллельна оси кулисы 3, а на плане ускорений данный вектор направлен от точки n_1 к точке b , т. к. точка B стоит первой в индексе при векторе этого ускорения (рис. 2.3 в).

Вектор ускорения точки B , принадлежащей кулисе 3, представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки O_1 , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки B вокруг точки O_1 :

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{O_1} + \vec{a}_{BO_1}^n + \vec{a}_{BO_1}^r. \quad (2.30)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.30) имеет значение, равное нулю, т. е. $a_{O_1} = 0$, следовательно, вектор $\vec{a}_{O_1}$ является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана.

Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения $\vec{a}_{BO_1}^n$ в уравнении (2.30) параллельна оси шатуна 2. Направлен этот вектор на схеме механизма от точки B к точке O_1 (рис. 2.3 а), т. к. буква B стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через полюс плана, и направлена она от точки π к точке n_2 (рис. 2.3 в).

Линия действия вектора тангенциального (вращательного) ускорения $\vec{a}_{BO_1}^r$ является перпендикуляром к оси коромысла 3 (рис. 2.3 а), а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку n_2 , и направлена она от точки n_2 к точке b (рис. 2.3 в).

Кориолисово и нормальное ускорения, м/с^2 , равны

$$a_{BA}^k = 2 \cdot \omega_2 \cdot V_{BA} = 2 \cdot 10,54 \cdot 2,02 = 42,58 \frac{\text{м}}{\text{с}^2},$$

$$a_{BO_1}^n = \frac{V_B^2}{l_{BO_1}} = \frac{3,69^2}{0,35} = 38,90 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Приняв $|\pi a| = 57 \text{ мм}$, с учетом формулы (2.28) получим, $\text{м/с}^2 \cdot \text{мм}$,

$$\mu_a = \frac{a_{AO}^n}{|\pi a|} = \frac{87,61}{57} = 1,54 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Длины отрезков, изображающих в составе плана ускорений вектора $\vec{a}_{BA}^k$ и $\vec{a}_{BO_1}^n$, мм, равны

$$|an_1| = \frac{a_{BA}^k}{\mu_a} = \frac{42,58}{1,54} = 27,65 \approx 28 \text{ мм},$$

$$|\pi n_2| = \frac{a_{BO_1}^n}{\mu_a} = \frac{38,90}{1,54} = 25,26 \approx 25 \text{ мм}.$$

Разрешив графически векторные уравнения (2.27), (2.29), (2.30), построим план ускорений (рис. 2.3 в).

Длину отрезка, изображающего на плане ускорений вектор ускорения точки С, найдем, воспользовавшись теоремой подобия, мм:

$$\frac{l_{BO_1}}{l_{BC}} = \frac{|bp|}{|bc|} \Rightarrow |bc| = |bp| \cdot \frac{l_{BC}}{l_{BO_1}} = 25 \cdot \frac{0,18}{0,35} = 12,86 \approx 13 \text{ мм}.$$

Отложив отрезок $|ac|$ на плане ускорений (рис. 2.3 в), найдем положение точки c на плане ускорений. Соединив точки c и π на плане ускорений, найдем вектор ускорения точки С. Замерив на плане скоростей длины соответствующих отрезков, найдем значения ускорений характерных точек механизма, м/с²:

$$a_B = |\pi b| = \mu_a = 25 \cdot 1,54 = 38,50 \frac{\text{м}}{\text{с}^2},$$

$$a_{BA}^r = |n_1 b| \cdot \mu_a = 24 \cdot 1,54 = 36,96 \frac{\text{м}}{\text{с}^2},$$

$$a_{BO_1}^r = |n_2 b| \cdot \mu_a = 4 \cdot 1,54 = 6,16 \frac{\text{м}}{\text{с}^2},$$

$$a_{BA} = |ab| = \mu_a = 35 \cdot 1,54 = 53,90 \frac{\text{м}}{\text{с}^2},$$

$$a_c = |\pi c| = \mu_a = 13 \cdot 1,54 = 20,02 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Из проведенного анализа следует, что кривошип 1 вращается с постоянной угловой скоростью и значение вектора тангенциального (касательного) ускорения равно нулю, следовательно, угловое ускорение данного звена также равно нулю, с⁻²:

$$\varepsilon_1 = \frac{a_{AO}^r}{l_{AO}} = \frac{0}{0,30} = 0 \text{ с}^{-2}.$$

Угловое ускорение кулисы 3 и ползуна 2, с⁻², равно

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_2 = \frac{a_{AO_1}^r}{l_{AO_1}} = \frac{6,16}{0,35} = 17,60 \text{ с}^{-2}.$$

Направление действия угловых ускорений кулисы 3 и ползуна 2 указывает вектор тангенциального ускорения $\vec{a}_{BO_1}^t$, перенесенный с плана ускорений (рис. 2.3 в) в точку B на схеме механизма (рис. 2.3 а). При этом разрывается связь между кривошипом 1 и ползуном 2. В этом случае точка B совместно с ползуном 2 и кулисой 3 под действием вектора $\vec{a}_{BO_1}^t$ получает возможность совершать вращательное движение в направлении действия этого вектора вокруг неподвижной точки O_1 (рис. 2.3 а). Полученные направления вращательных движений ползуна 2 и кулисы 3 и будут являться направлениями действий угловых ускорений данных звеньев.

Примечание. Считая центры масс ползуна 2 и кулисы 3 лежащими на серединах этих звеньев, найдем скорости их центров масс, м/с^2 :

$$a_{S_2} = |\pi s_2| \cdot \mu_a = |\pi b| \cdot \mu_a = 25 \cdot 1,54 = 38,50 \frac{\text{м}}{\text{с}^2},$$

$$a_{S_3} = |\pi s_3| \cdot \mu_a = |\pi c| \cdot \mu_a = 13 \cdot 1,54 = 20,02 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Задача 2.4. Известно, что длины звеньев механизма качающегося транспортера, соответственно, равны $l_{OA} = 0,15 \text{ м}$, $l_{AB} = 0,37 \text{ м}$, $l_{CD} = 0,26 \text{ м}$, $l_{BO_1} = l_{CO_1} = 0,20 \text{ м}$, $l_{BC} = 0,08 \text{ м}$, $a = 0,25 \text{ м}$, обобщенная координата кривошипа $\varphi_1 = 110^\circ$. Число оборотов кривошипа $n_1 = 250 \text{ мин}^{-1}$. Выполнить кинематический анализ механизма качающегося транспортера (рис. 2.4 а) графоаналитическим методом.

Решение. 1. По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему шарнирного механизма качающегося транспортера в масштабном коэффициенте $\mu_1 = 0,01 \text{ м/мм}$ (рис. 2.4 а).

2. Угловую скорость кривошипа, с^{-1} , вычислим по формуле

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 250}{30} = 26 \text{ с}^{-1}.$$

Полученный результат свидетельствует о том, что кривошип вращается с постоянной угловой скоростью.

Проанализируем полученную схему механизма качающегося транспортера: точка O является неподвижной точкой, следовательно, значение скорости этой точки равно нулю ($V_O = 0$).

Вектор скорости точки A представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки O и скорости относительного вращательного движения точки A вокруг точки O :

$$\vec{V}_A = \vec{V}_O + \vec{V}_{AO}^{\perp OA}. \quad (2.31)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.31) имеет значение, равное нулю, следовательно, вектор $\vec{V}_O$ является точечным вектором, который на плане скоростей изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана. При этом линия действия вектора $\vec{V}_{AO}$ является перпендикуляром к оси кривошипа 1, а направление действия совпадает с направлением его вращения (рис. 2.4 б). Линия действия вектора скорости $\vec{V}_{AO}$ является перпендикуляром к оси кривошипа 1, а направление действия этого вектора $\vec{V}_{AO}$ совпадает с направлением вращения кривошипа 1.

Значение скорости точки A , м/с, равно

$$V_{AO} = \omega_1 \cdot l_{OA} = 26 \cdot 0,15 = 3,90 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (2.32)$$

Вектор скорости точки B , принадлежащей шатуну 2, представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки A и вектора скорости относительного вращательного движения точки B вокруг точки A :

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{\frac{BA}{\perp AB}}. \quad (2.33)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.33) описано представленным выше уравнением (2.31). Линия действия вектора относительной скорости $\vec{V}_{BA}$ в уравнении (2.33) является перпендикуляром к оси шатуна 2 (рис. 2.4 а), а на плане скоростей он направлен к точке b , т. к. буква B стоит первой в индексе при векторе этой скорости.

В то же время точка B принадлежит коромыслу 4, следовательно, вектор скорости точки B представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки O_1 и вектора скорости относительного вращательного движения точки B вокруг точки O_1 :

$$\vec{V}_B = \vec{V}_{O_1} + \vec{V}_{\frac{BO_1}{\perp BO_1}}. \quad (2.34)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.34) имеет значение, равное нулю, т. е. $V_{O_1} = 0$, следовательно, вектор $\vec{V}_{O_1}$ является точечным вектором, который на плане скоростей изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана. При этом линия действия вектора относительной скорости $\vec{V}_{BO_1}$ является перпендикуляром к прямой BO_1 (рис. 2.4 а), а на плане скоростей этот вектор направлен к точке b , т. к. точка B стоит первой в индексе при векторе этой скорости (рис. 2.4 б).

Совместное решение выражений (2.49) и (2.50) позволит определить направление и линию действия вектора скорости точки B .

Вектор скорости точки C , принадлежащей коромыслу 3, представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки B и вектора скорости относительного вращательного движения точки C вокруг точки B :

$$\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{CB}^{\perp BC}. \quad (2.35)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.51) описано представленными выше уравнениями (2.33) и (2.34). Линия действия вектора относительной скорости $\vec{V}_{CB}$ в уравнении (2.35) является перпендикуляром к прямой BC (рис. 2.4 а), а на плане скоростей он направлен к точке c , т. к. буква C стоит первой в индексе при векторе этой скорости (рис. 2.4 б).

В то же время точка C представляет собой и геометрическую сумму вектора скорости точки O_1 и вектора скорости относительного вращательного движения точки C вокруг точки O_1 :

$$\vec{V}_C = \vec{V}_{O_1} + \vec{V}_{CO_1}^{\perp CO_1}. \quad (2.36)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.52) имеет значение, равное нулю, т. е. $V_{O_1} = 0$, следовательно, вектор $\vec{V}_{O_1}$ является точечным вектором, который на плане скоростей изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана.

При этом линия действия вектора относительной скорости $\vec{V}_{CO_1}$ является перпендикуляром к прямой CO_1 (рис. 2.4 а), а на плане скоростей этот вектор направлен к точке c , т. к. буква C стоит первой в индексе при векторе этой скорости (рис. 2.4 б).

Совместное решение выражений (2.35) и (2.36) позволит определить направление и линию действия вектора скорости точки C .

Вектор скорости точки D , принадлежащей шатуну 4, представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки C и вектора скорости относительного вращательного движения точки D вокруг точки C :

$$\vec{V}_D = \vec{V}_C + \vec{V}_{DC}^{\perp DC}. \quad (2.37)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.53) описано представленными выше уравнениями (2.35) и (2.36). Линия действия вектора относительной скорости $\vec{V}_{DC}$ в уравнении (2.37) является перпендикуляром к оси шатуна 4 (рис. 2.4 а), а на плане скоростей он направлен к точке d , т. к. буква D стоит первой в индексе при векторе этой скорости (рис. 2.4 б).

В то же время точка D принадлежит и ползуну 5. Ползун 5 совершает только прямолинейное возвратно-поступательное движение вдоль направляющей (прямая OD), следовательно, линия действия вектора скорости точки D проходит параллельно прямой OD :

$$\vec{V}_D // OD. \quad (2.38)$$

Совместное решение выражений (2.37) и (2.38) позволит определить направление и линию действия вектора скорости точки D .

Приняв $|pa| = 52$ мм, с учетом формулы (2.32) получим, м/с · мм,

$$\mu_V = \frac{V_{Ao}}{|pa|} = \frac{3,90}{52} = 0,075 \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{мм}}.$$

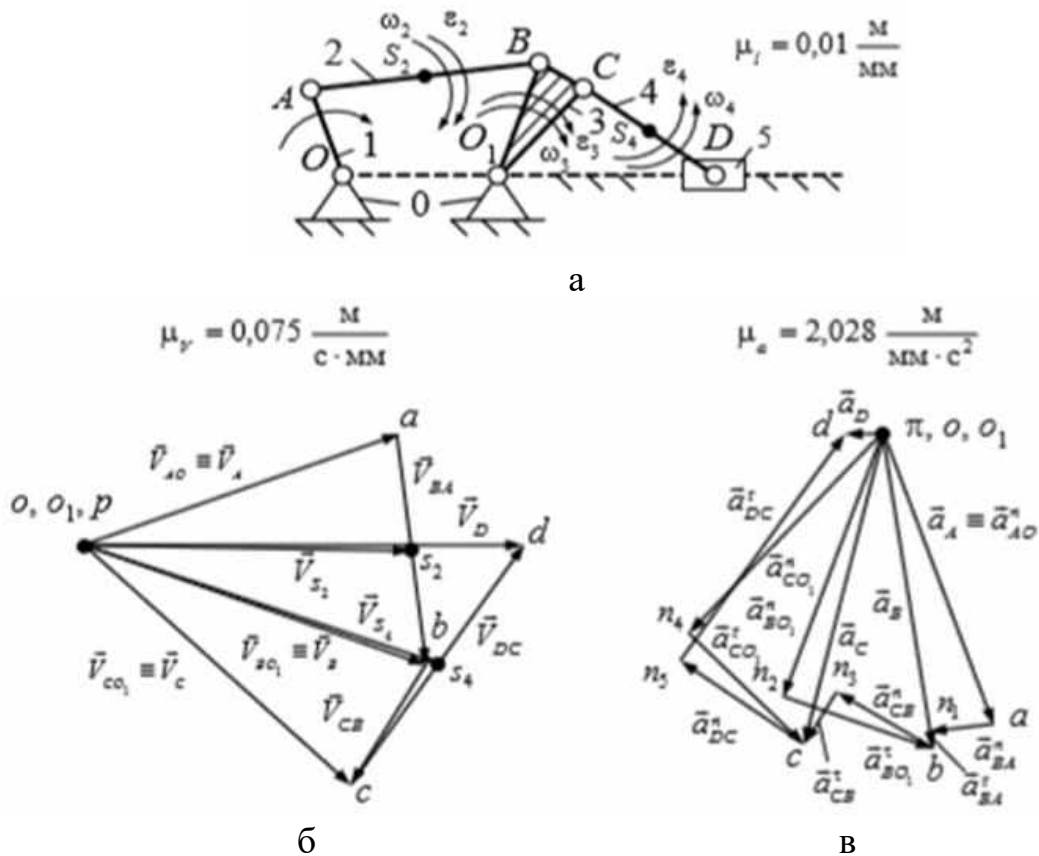


Рисунок 2.4 – Кинематический анализ механизма качающегося транспортера:
а – план положений, б – план скоростей, в – план ускорений

Разрешив графически векторные уравнения (2.31), (2.33)–(2.38), строим план скоростей для заданного взаимного расположения звеньев механизма качающегося транспортера (рис. 2.4 б).

Замерив на плане скоростей (рис. 2.4 б) длины соответствующих отрезков, найдем значения скоростей характерных точек механизма, м/с:

$$V_{BA} = |ab| \cdot \mu_V = 37 \cdot 0.075 = 2,77 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad (2.39)$$

$$V_B = |pb| \cdot \mu_V = 56 \cdot 0.075 = 4,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad (2.40)$$

$$V_C = |pc| \cdot \mu_V = 56 \cdot 0.075 = 4,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad (2.41)$$

$$V_{CB} = |bc| \cdot \mu_V = 22 \cdot 0.075 = 1,65 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad (2.42)$$

$$V_D = |pd| \cdot \mu_V = 68 \cdot 0.075 = 5,10 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad (2.43)$$

$$V_{DC} = |cd| \cdot \mu_V = 47 \cdot 0.075 = 3,52 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (2.44)$$

С учетом выражений (2.39), (2.40) и (2.44) определим угловые скорости шатунов 2, 4 и коромысла 3, с^{-1} :

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{2,77}{0,37} = 7,49 \text{ с}^{-1},$$

$$\omega_3 = \frac{V_B}{l_{BO_1}} = \frac{4,2}{0,20} = 21 \text{ с}^{-1},$$

$$\omega_4 = \frac{V_{DC}}{l_{CD}} = \frac{3,52}{0,26} = 13,54 \text{ с}^{-1}.$$

Направление угловых скоростей шатунов 2, 3 и коромысла 4, соответственно, укажут векторы скоростей $\vec{V}_{BA}$, $\vec{V}_B$, $\vec{V}_{DC}$, взятые с плана скоростей (рис. 2.4 б) и мысленно перенесенные в точки B и D на кинематической схеме механизма (рис. 2.4 а). При этом условно разрывается связь звеньев 2–3 и звеньев 4–5, а точки A и C условно закрепляются. В этом случае под действием векторов скоростей $\vec{V}_{BA}$, $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_{DC}$, соответственно, шатун 2 и коромысло 3 будут вращаться в направлении, совпадающем с действием часовой стрелки, шатун 4 – в направлении, противоположном действию часовой стрелки. Данные направления движений и есть направления действия угловых скоростей ω_2 , ω_3 и ω_4 соответственно.

Примечание. Считая центры масс шатунов 2 и 4 лежащими на серединах этих звеньев, найдем скорости их центров масс, м/с :

$$V_{S_2} = |ps_2| \cdot \mu_V = 51 \cdot 0.075 = 3,83 \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

$$V_{S_4} = |ps_4| \cdot \mu_V = 58 \cdot 0.075 = 4,35 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

3. Для построения плана ускорений составим векторные уравнения. Вектор ускорения точки A представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки O , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки A вокруг точки O :

$$\vec{a}_A = \vec{a}_O + \vec{a}_{AO}^n + \vec{a}_{AO}^t. \quad (2.45)$$

$\parallel AO \qquad \perp AO$

Первое слагаемое в уравнении (2.45) имеет значение, равное нулю, т. е. $\vec{a}_O = 0$, следовательно, вектор $\vec{a}_O$ является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана. Нормальное (центростремительное) ускорение, м/с², равно

$$a_{AO}^n = \omega_1^2 \cdot l_{AO} = 26^2 \cdot 0,15 = 101,40 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}. \quad (2.46)$$

Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения $\vec{a}_{AO}^n$ в уравнении (2.44) параллельна оси кривошипа 1. Направлен этот вектор на схеме механизма от точки A к точке O (рис. 2.4 а), т. к. буква A стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений этот вектор направлен от полюса плана π к точке a (рис. 2.4 в).

Значение тангенциального (вращательного) ускорения $\vec{a}_{AO}^r$ в уравнении (2.44) равно нулю, т. к. по условию задачи угловая скорость кривошипа 1 является постоянной величиной, следовательно, вектор $\vec{a}_{AO}^r$ является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с вершиной вектора $\vec{a}_{AO}^n$ (рис. 2.4 в).

Вектор ускорения точки B , принадлежащей шатуну 2, представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки A , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки B вокруг точки A :

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^r. \quad (2.47)$$

$\parallel\parallel\parallel AB \quad \perp AB$

Первое слагаемое в уравнении (2.47) описано представленным выше уравнением (2.45). Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения $\vec{a}_{BA}^n$ в уравнении (2.47) параллельна оси шатуна 2. Направлен этот вектор на схеме механизма от точки B к точке A (рис. 2.4 а), т. к. буква B стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку a , и направлена она от точки a к точке n_1 (рис. 2.4 в).

Линия действия вектора тангенциального (вращательного) ускорения $\vec{a}_{BA}^r$ в уравнении (2.46) является перпендикуляром к оси шатуна 2 (рис. 2.4 а), а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку n_1 и направлена она от точки n_1 к точке b (рис. 2.4 в).

Вектор ускорения точки B , принадлежащий коромыслу 3, представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки O_1 , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки B вокруг точки O_1 :

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{O_1} + \vec{a}_{BO_1}^n + \vec{a}_{BO_1}^r. \quad (2.48)$$

$\parallel BO_1 \quad \perp BO_1$

Первое слагаемое в уравнении (2.48) имеет значение, равное нулю, т. е. $\mathbf{a}_{O_1} = 0$, следовательно, вектор $\vec{\mathbf{a}}_{O_1}$ является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана.

Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения $\vec{\mathbf{a}}_{BO_1}^n$ в уравнении (2.64) параллельна прямой BO_1 . Направлен этот вектор на схеме механизма от точки B к точке O_1 , (рис. 2.4 а), т. к. буква B стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через полюс плана и направлена она от точки π к точке n_2 , (рис. 2.4 в).

Линия действия вектора тангенциального (вращательного) ускорения $\vec{\mathbf{a}}_{BO_1}^r$ является перпендикуляром к прямой BO_1 (рис. 2.4 а), а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку n_2 , и направлена она к точке b (рис. 2.4 в).

С учетом равенств (2.39) (2.40) определим значения векторов нормальных ускорений $\vec{\mathbf{a}}_{BA}^n$ и $\vec{\mathbf{a}}_{BO_1}^n$, м/с²:

$$\begin{aligned} a_{BA}^n &= \frac{V_{BA}^2}{l_{AB}} = \frac{2,77^2}{0,37} = 20,74 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \\ a_{BA}^n &= \frac{V_B^2}{l_{BO_1}} = \frac{4,2^2}{0,20} = 88,20 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}. \end{aligned}$$

Приняв $|\pi a| = 50$ мм, с учетом формулы (2.62) получим, м/с² · мм,

$$\mu_a = \frac{a_A}{|\pi a|} = \frac{101,40}{50} = 2,028 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Длины отрезков, изображающих в составе плана вектора нормальных ускорений $\vec{\mathbf{a}}_{BA}^n$ и $\vec{\mathbf{a}}_{BO_1}^n$, мм, равны

$$\begin{aligned} |an_1| &= \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{20,74}{2,028} = 10,23 \approx 10 \text{ мм}, \\ |\pi n_2| &= \frac{a_{BO_1}^n}{\mu_a} = \frac{88,2}{2,028} = 44,49 \approx 44 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Совместное решение уравнений (2.47) и (2.48) позволит определить направление и линию действия вектора ускорения точки B .

Вектор ускорения точки C , принадлежащей коромыслу 3, представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки B , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки C вокруг точки B :

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \underbrace{\vec{a}_{CB}^n}_{\parallel BC} + \underbrace{\vec{a}_{CB}^\tau}_{\perp BC}. \quad (2.49)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.49) описано представленными выше уравнениями (2.47) и (2.48). Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения $\vec{a}_{CB}^n$ в уравнении (2.49) параллельна прямой BC . Направлен этот вектор на схеме механизма от точки C к точке B (рис. 2.4 а), т. к. буква C стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку b , от точки b к точке n_3 , (рис. 2.4 в).

Линия действия вектора тангенциального (вращательного) ускорения $\vec{a}_{CB}^\tau$ в уравнении (2.65) является перпендикуляром к прямой BC (рис. 2.4 а), а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку n_3 , и направлена она от точки n_3 к точке c (рис. 2.4 в).

В то же время вектор ускорения точки C представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки O_1 , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки C вокруг точки O_1 :

$$\vec{a}_N = \vec{a}_I + \underbrace{\vec{a}_{NO}^n}_{\parallel NO_1} + \underbrace{\vec{a}_{NO}^\tau}_{\perp NO_1}. \quad (2.50)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.50) имеет значение равное нулю, т. е. $a_{O_1} = 0$, следовательно, вектор $\vec{a}_{O_1}$ является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана.

Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения $\vec{a}_{CO_1}^n$ в уравнении (2.50) параллельна прямой CO_1 . Направлен этот вектор на схеме механизма от точки C к точке O_1 (рис. 2.4, а), т. к. буква C стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через полюс плана и направлена она от точки π к точке n_4 (рис. 2.4 в).

Линия действия вектора тангенциального (вращательного) ускорения $\vec{a}_{CO_1}^\tau$ является перпендикуляром к прямой CO_1 (рис. 2.4 а), а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку n_4 и направлена она к точке c (рис. 2.4 в).

С учетом равенств (2.40) и (2.42) определим значения векторов нормальных ускорений $\vec{a}_{CB}^n$ и $\vec{a}_{CO_1}^n$, м/с²:

$$a_{CB}^n = \frac{V_{CB}^2}{l_{CB}} = \frac{1,65^2}{0,08} = 34,03 \frac{\text{м}}{\text{с}^2},$$

$$a_{CO_1}^n = \frac{V_C^2}{l_{CO_1}} = \frac{4,2^2}{0,20} = 88,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Длины отрезков, изображающих в составе плана вектора нормальных ускорений $\vec{a}_{CB}^n$ и $\vec{a}_{CO_1}^n$, мм, равны

$$|bn_3| = \frac{a_{CB}^n}{\mu_a} = \frac{34,03}{2,028} = 16,78 \approx 17 \text{ мм},$$

$$|pn_4| = \frac{a_{CO_1}^n}{\mu_a} = \frac{88,2}{2,028} = 43,49 \approx 43 \text{ мм}.$$

Совместное решение уравнений (2.49) и (2.50) позволит определить направление и линию действия вектора ускорения точки C .

Вектор ускорения точки D , принадлежащей шатуну 4, представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки C , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки D вокруг точки C :

$$\vec{a}_D = \vec{a}_C + \underbrace{\vec{a}_{DC}^n}_{\parallel \vec{CD}} + \underbrace{\vec{a}_{DC}^t}_{\perp \vec{CD}}. \quad (2.51)$$

Первое слагаемое в уравнении (2.51) описано представленными выше уравнениями (2.49) и (2.50). Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения $\vec{a}_{DC}^n$ в уравнении (2.51) параллельна оси шатуна 4. Направлен этот вектор на схеме механизма от точки D к точке C (рис. 2.4 а), т. к. буква D стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку c и направлена она от точки c к точке n_5 (рис. 2.4 в).

Нормальное (центростремительное) ускорение с учетом (2.41), м/с², равно

$$a_{CB}^n = \frac{V_{DC}^2}{l_{CD}} = \frac{3,52^2}{0,26} = 47,65 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}. \quad (2.52)$$

Длина отрезка, изображающего в составе плана вектор $\vec{a}_{DC}^n$, мм, равна

$$|cn_5| = \frac{a_{DC}^n}{\mu_a} = \frac{47,65}{2,028} = 23,5 \text{ мм}. \quad (2.53)$$

В то же время точка D принадлежит и ползуну 5. Ползун 5 совершает только прямолинейное возвратно-поступательное движение вдоль направляющей (прямая OD), следовательно, линия действия вектора ускорения точки D проходит параллельно прямой OD :

$$\vec{a}_D \parallel OD.$$

Совместное решение уравнений (2.52) и (2.53) позволит определить направление и линию действия вектора ускорения точки D .

Разрешив графически векторные уравнения (2.45), (2.47)–(2.53), построим план ускорений (рис. 2.4 в).

Замерив на плане ускорений (рис. 2.4 в) длины соответствующих отрезков, найдем значения ускорений характерных точек механизма, м/с^2 :

$$a_{BA}^{\tau} = |n_1 b| \cdot \mu_a = 3 \cdot 2,028 = 6,08 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \quad (2.54)$$

$$a_{CO_1}^{\tau} = |n_2 b| \cdot \mu_a = 25 \cdot 2,028 = 50,70 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \quad (2.55)$$

$$a_B = |\pi b| \cdot \mu_a = 52 \cdot 2,028 = 105,46 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \quad (2.56)$$

$$a_{NB}^{\tau} = |n_3 \dot{n}| \cdot \mu_a = 10 \cdot 2,028 = 20,28 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \quad (2.57)$$

$$a_{CO_1}^{\tau} = |n_4 c| \cdot \mu_a = 25 \cdot 2,028 = 50,70 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \quad (2.58)$$

$$a_C = |\pi c| \cdot \mu_a = 51 \cdot 2,028 = 103,43 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \quad (2.59)$$

$$a_{DC}^{\tau} = |n_5 d| \cdot \mu_a = 45 \cdot 2,028 = 91,26 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \quad (2.60)$$

$$a_D = |\pi d| \cdot \mu_a = 6 \cdot 2,028 = 12,17 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}. \quad (2.61)$$

С учетом выражений (2.52)–(2.61) найдем угловые ускорения шатунов 2, 4 и коромысла 3, с^{-1} :

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= \frac{a_{BA}^{\tau}}{l_{AB}} = \frac{6,08}{0,37} = 16,43 \text{ с}^{-1}, \\ \varepsilon_3 &= \frac{a_{BO_1}^{\tau}}{l_{BO_1}} = \frac{50,70}{0,20} = 253,5 \text{ с}^{-1}, \\ \varepsilon_4 &= \frac{a_{DC}^{\tau}}{l_{CD}} = \frac{91,26}{0,26} = 351 \text{ с}^{-1}. \end{aligned}$$

Направление угловых ускорений шатунов 2, 4 и коромысла 3 соответственно укажут векторы тангенциальных ускорений $\vec{a}_{BA}^{\tau}$, $\vec{a}_{BO_1}^{\tau}$ и $\vec{a}_{DC}^{\tau}$, взятые из плана ускорений (рис. 2.4 в) и мысленно перенесенные в точки B и D на кинематической схеме механизма (рис. 2.4 а). При этом условно разрывается связь звеньев 2–3 и звеньев 4–5, а точки A и C условно закрепляются. В этом случае под действием векторов тангенциальных ускорений $\vec{a}_{BA}^{\tau}$, $\vec{a}_{BO_1}^{\tau}$ и $\vec{a}_{DC}^{\tau}$, соответственно, шатун 2 и коромысло 3 будут вращаться в направлении, совпадающем с действием часовой стрелки, а шатун 4 – в направлении, противоположном действию часовой стрелки. Данные направления движений и есть направления действия угловых ускорений ε_2 , ε_3 и ε_4 соответственно.

Задача 2.5. Считая угловую скорость кривошипа 1 постоянной величиной, выполнить кинематический анализ плоского рычажного механизма графоаналитическим методом. Определить угловые скорости и ускорения всех звеньев механизма, а также скорость и ускорение точки C . Данные взять: для рис. 2.5 в табл. 2.1; для рис. 2.6 в табл. 2.2; для рис. 2.7 в табл. 2.3; для рис. 2.8 в табл. 2.4; для рис. 2.9 в табл. 2.5; для рис. 2.10 в табл. 2.6.; значения чисел оборотов кривошипа приведены в табл. 2.7.

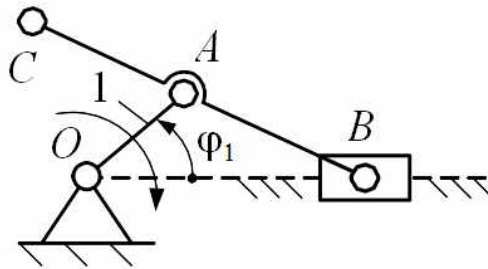


Рисунок 2.5 – Кривошипно-шатунный механизм (исследование 1)

Таблица 2.1 – Значения длин звеньев и угла поворота кривошипа

Вариант	1	2	3	4	5
l_{OA} , м	0,10	0,20	0,40	0,50	0,30
l_{AB} , м	0,55	0,85	0,90	1,05	0,70
l_{AC} , м	0,30	0,15	0,45	0,60	0,35
φ_1 , °	30	100	200	280	45

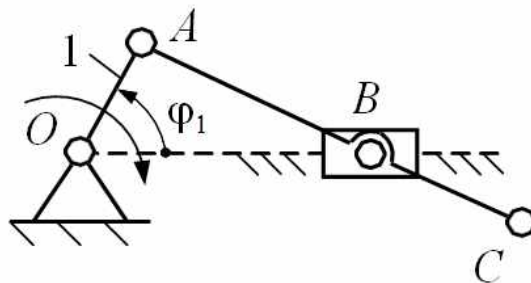


Рисунок 2.6 – Кривошипно-шатунный механизм (исследование 2)

Таблица 2.2 – Значения длин звеньев и угла поворота кривошипа

Вариант	1	2	3	4	5
l_{OA} , м	0,15	0,60	0,70	0,35	0,40
l_{AB} , м	0,70	1,20	1,50	0,80	0,90
l_{BC} , м	0,35	0,35	0,55	0,45	0,45
φ_1 , °	15	120	210	290	250

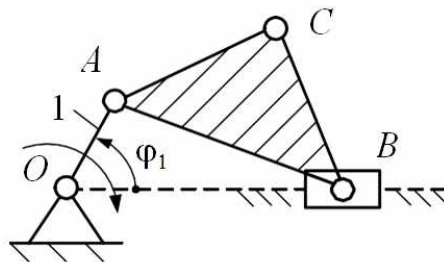


Рисунок 2.7 – Кривошипно-коромысловый механизм (исследование 3)

Таблица 2.3 – Значения длин звеньев и угла поворота кривошипа

Вариант	1	2	3	4	5
l_{OA} , м	0,15	0,60	0,70	0,30	0,45
l_{AB} , м	0,70	1,20	1,50	0,80	0,90
l_{BC} , м	0,50	0,80	0,80	0,60	0,70
l_{AC} , м	0,35	0,75	1,10	0,60	0,65
φ_1 , °	15	120	210	290	60

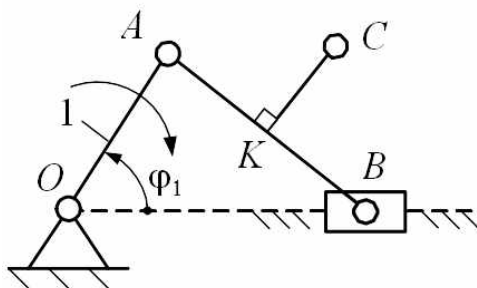


Рисунок 2.8 – Кривошипно-шатунный механизм (исследование 4)

Таблица 2.4 – Значения длин звеньев и угла поворота механизма

Вариант	1	2	3	4	5
l_{OA} , м	0,50	0,90	1,10	1,20	0,25
l_{AB} , м	0,80	1,30	2,00	1,80	0,80
l_{AK} , м	0,30	0,30	0,40	0,70	0,30
l_{CK} , м	0,45	0,35	0,28	0,38	0,50
φ_1 , °	70	160	240	330	300

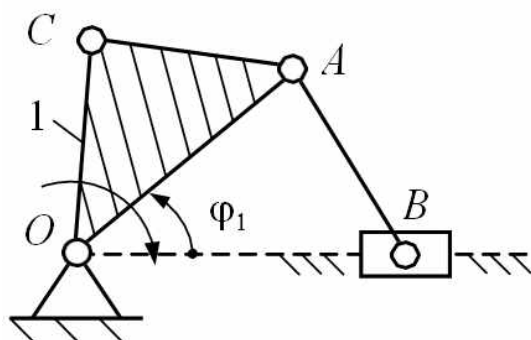


Рисунок 2.9 – Коромысло-шатунный механизм (исследование 5)

Таблица 2.5 – Значения длин звеньев и угла поворота коромысла

Вариант	1	2	3	4	5
l_{OA} , м	0,35	0,50	0,80	0,90	0,15
l_{AB} , м	0,90	1,00	1,40	1,80	0,75
l_{OC} , м	0,45	0,70	0,50	0,50	0,30
l_{AC} , м	0,60	0,70	0,60	0,50	0,30
φ_1 , °	60	140	250	320	30

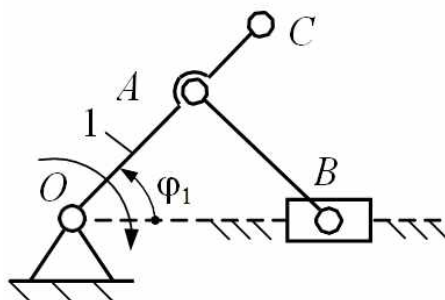


Рисунок 2.10 – Кривошипно-шатунный механизм (исследование 6)

Таблица 2.6 – Значения длин звеньев и угла поворота кривошипа.

Вариант	1	2	3	4	5
l_{OA} , м	0,40	0,60	0,80	0,50	0,25
l_{AB} , м	0,90	1,30	1,50	1,25	0,65
l_{AC} , м	0,35	0,25	0,45	0,35	0,15
φ_1 , °	40	110	220	310	150

Таблица 2.7 – Значения чисел оборотов кривошипа (коромысла).

Вариант	1	2	3	4	5
n , мин ⁻¹	300	500	800	450	250

Задача 2.6. Считая угловую скорость кривошипа 1 постоянной величиной, выполнить кинематический анализ плоского рычажного механизма графоаналитическим методом. Определить угловые скорости и ускорения всех звеньев механизма, а также скорость и ускорение точки C . Данные взять: для рис. 2.11 в табл. 2.8; для рис. 2.12 в табл. 2.9; для рис. 2.13 в табл. 2.10; для рис. 2.14 в табл. 2.11; для рис. 2.15 в табл. 2.12; для рис. 2.16 в табл. 2.13; значения чисел оборотов кривошипа приведены в табл. 2.14.

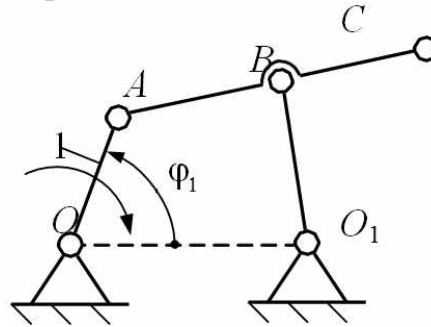


Рисунок 2.11 – Рычажный механизм (исследование 1)

Таблица 2.8 – Значения длин звеньев и угла поворота

Вариант	1	2	3	4	5
l_{OA} , м	0,30	0,40	0,60	0,70	0,25
l_{AB} , м	0,90	0,90	0,8	1,1	0,60
l_{BO_1} , м	0,50	0,35	0,45	0,50	0,50
l_{OO_1} , м	0,80	0,90	1,10	0,95	0,85
l_{AC} , м	0,40	0,30	0,35	0,45	0,30
φ_1 , °	65	95	240	120	300

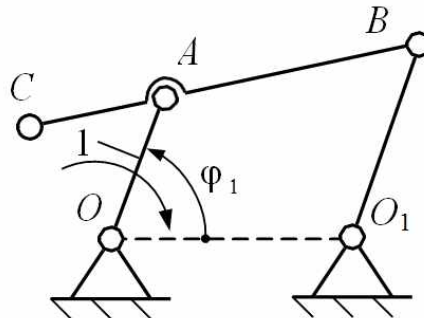


Рисунок 2.12 – Рычажный механизм (исследование 2)

Таблица 2.9 – Значения длин звеньев и угла поворота

Вариант	1	2	3	4	5
l_{OA} , м	0,30	0,40	0,60	0,70	0,25
l_{AB} , м	0,90	0,90	0,8	1,1	0,60
l_{BO} , м	0,50	0,35	0,45	0,50	0,50
l_{OO} , м	0,80	0,90	1,10	0,95	0,85
l_{AC} , м	0,40	0,30	0,35	0,45	0,30
φ_1 , °	65	95	240	120	300

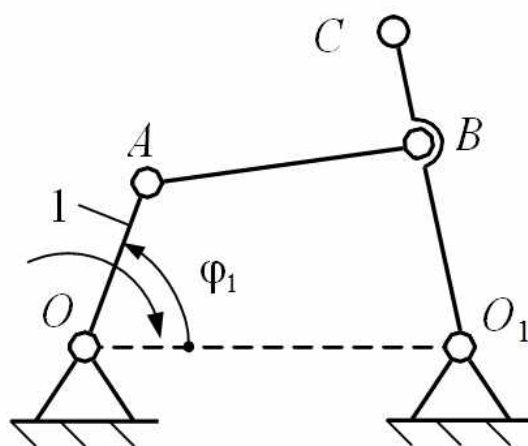


Рисунок 2.13 – Рычажный механизм (исследование 3)

Таблица 2.10 – Значения длин звеньев и угла поворота

Вариант	1	2	3	4	5
l_{OA} , м	0,35	0,59	0,45	0,79	0,25
l_{AB} , м	0,85	0,75	0,65	0,95	0,80
l_{BO} , м	0,35	0,36	0,70	0,50	0,60
l_{OO_1} , м	0,85	0,75	0,70	0,50	0,60
l_{BC} , м	0,35	0,20	0,40	0,30	0,20
φ_1 , °	100	150	30	45	290

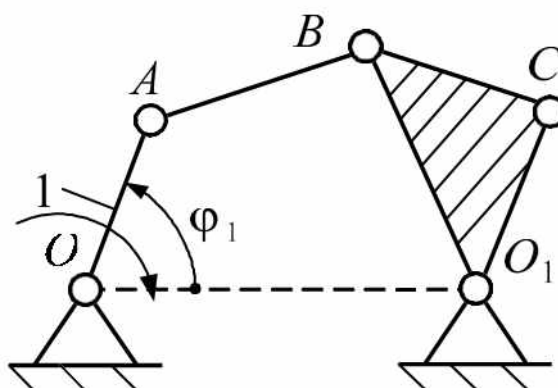


Рисунок 2.14 – Рычажный механизм (исследование 4)

Таблица 2.11 – Значения длин звеньев и угла поворота.

Вариант	1	2	3	4	5
l_{OA} , м	0,60	0,50	0,80	0,30	0,45
l_{AB} , м	1,30	1,15	1,60	0,60	0,80
l_{BO_1} , м	0,75	0,70	0,95	0,55	0,55
l_{OO_1} , м	1,40	1,30	1,55	0,85	0,75
l_{CO_1} , м	1,00	0,90	1,30	0,85	0,50
l_{BC} , м	1,10	0,85	0,75	0,90	0,50
φ_1 , °	50	100	140	80	250

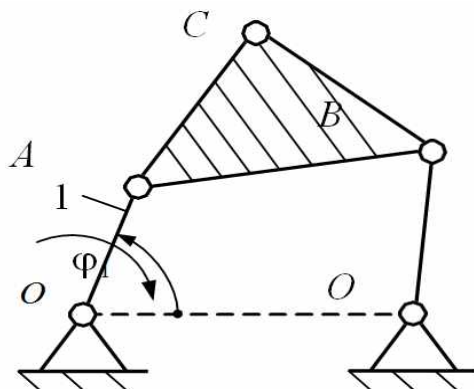


Рисунок 2.15 – Рычажный механизм (исследование 5)

Таблица 2.12 – Значения длин звеньев и угла поворота

Вариант	1	2	3	4	5
l_{OA} , м	0,40	0,30	0,70	0,5	0,35
l_{AB} , м	0,85	0,80	1,10	0,90	0,65
l_{BO_1} , м	0,55	0,60	0,80	0,70	0,75
l_{OO_1} , м	0,75	0,95	1,30	1,10	0,55
l_{AC} , м	0,60	0,70	0,55	0,65	0,55
l_{BC} , м	0,60	0,50	0,85	0,80	0,55
φ_1 , °	160	130	75	60	260

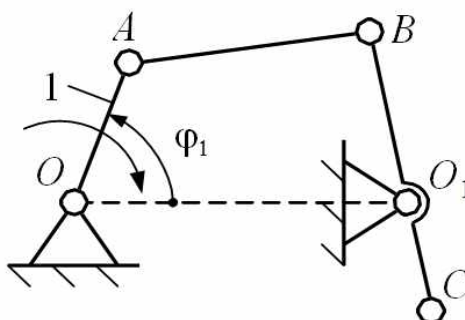


Рисунок 2.16 – Рычажный механизм (исследование 6)

Таблица 2.13 – Значения длин звеньев и угла поворота

Вариант	1	2	3	4	5
l_{OA} , м	0,30	0,25	0,45	0,20	0,15
l_{AB} , м	0,80	0,50	0,75	0,55	0,55
l_{BO_1} , м	0,40	0,40	0,60	0,40	0,30
l_{OO_1} , м	0,80	0,40	0,55	0,30	0,35
l_{BC} , м	0,70	0,80	0,90	0,60	0,60
φ_1 , °	60	120	200	90	300

Таблица 2.14 – Значения чисел оборотов кривошипа

Вариант	1	2	3	4	5
n_1 , мин ⁻¹	550	150	400	160	350

Задача 2.7. Считая угловую скорость кривошипа 1 постоянной величиной, выполнить кинематический анализ плоского рычажного механизма графоаналитическим методом. Определить угловые скорости и ускорения всех звеньев механизма, а также скорость и ускорение точки C . Данные взять: для рис. 2.17 в табл. 2.15; для рис. 2.18 в табл. 2.16; для рис. 2.19 в табл. 2.17; для рис. 2.20 в табл. 2.18; для рис. 2.21 в табл. 2.19; для рис. 2.22 в табл. 2.20; значения чисел оборотов кривошипа приведены в табл. 2.21.

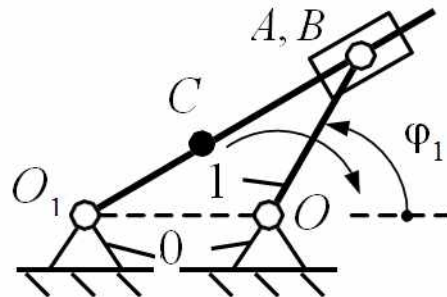


Рисунок 2.17 – Плоский рычажный механизм (исследование 1)

Таблица 2.15 – Значения длин звеньев и угла поворота.

Вариант	1	2	3	4	5
l_{OA} , м	0,30	0,60	0,40	0,50	0,30
l_{BO_1} , м	0,57	0,61	0,30	0,85	0,56
l_{CO_1} , м	0,30	0,25	0,50	0,40	0,80
φ_1 , °	35	110	220	280	300

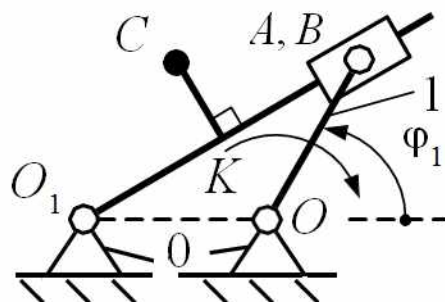


Рисунок 2.18 – Плоский рычажный механизм (исследование 2)

Таблица 2.16 – Значения длин звеньев и угла поворота

Вариант	1	2	3	4	5
l_{OA} , м	0,35	0,65	0,45	0,55	0,38
l_{BO_1} , м	0,66	0,60	0,50	0,83	0,63
l_{KO_1} , м	0,30	0,25	0,80	0,40	0,85
l_{CK} , м	0,30	0,20	0,30	0,25	0,15
φ_1 , °	56	133	238	295	309

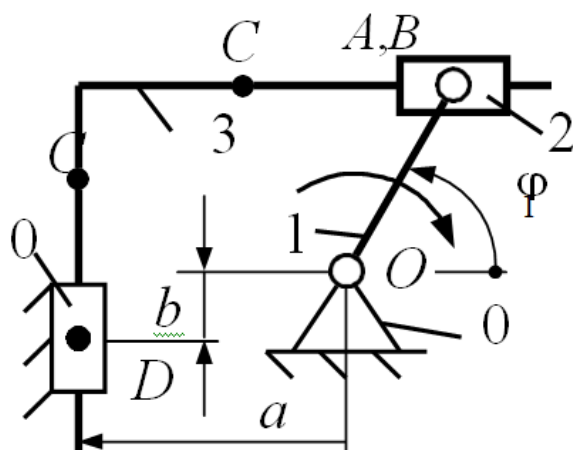


Рисунок 2.19 – Плоский рычажный механизм (исследование 3)

Таблица 2.17 – Значения длин звеньев и угла поворота

Вариант	1	2	3	4	5
l_{OA} , м	0,62	0,45	0,32	0,38	0,76
a , м	0,66	0,55	0,60	0,52	0,43
b , м	0,10	0,15	0,40	0,67	0,85
l_{BC} , м	0,20	0,0	0,48	0,0	0,50
l_{CD} , м	0,0	0,22	0,0	0,45	0,0
φ_1 , °	25	140	210	300	330

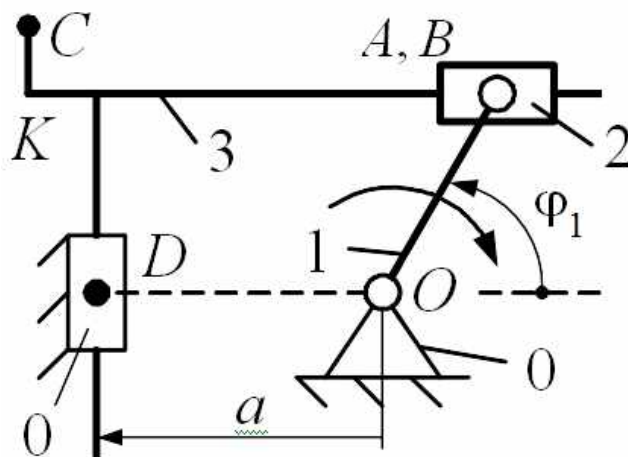


Рисунок 2.20 – Плоский рычажный механизм (исследование 4)

Таблица 2.18 – Значения длин звеньев и угла поворота.

Вариант	1	2	3	4	5
l_{OA} , м	0,68	0,42	0,44	0,30	0,45
a , м	0,45	0,75	0,40	0,85	0,58
l_{BK} , м	1,20	0,30	0,90	0,50	0,97
l_{CK} , м	0,15	0,25	0,08	0,10	0,22
φ_1 , °	42	145	52	135	60

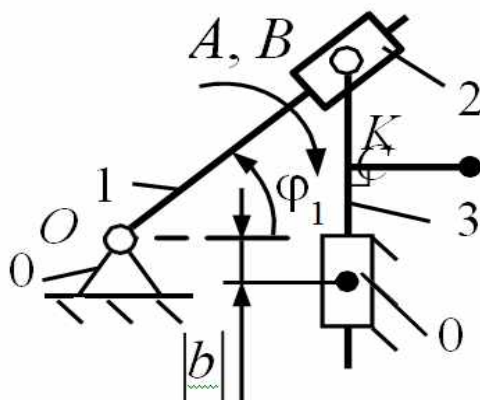


Рисунок 2.21 – Плоский рычажный механизм (исследование 5)

Таблица 2.19 – Значения длин звеньев и угла поворота.

Вариант	1	2	3	4	5
l_{OA} , м	0,68	0,42	0,52	0,30	0,25
b , м	0,20	0,15	0,25	0,15	0,12
l_{BK} , м	0,25	0,80	0,30	0,63	0,72
l_{CK} , м	0,15	0,20	0,08	0,10	0,22
φ_1 , °	28	115	54	142	70

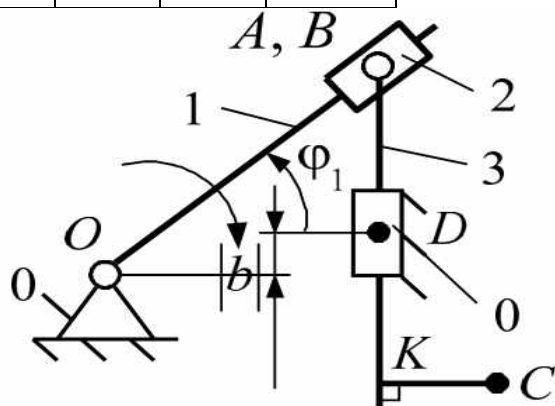


Рисунок 2.22 – Плоский рычажный механизм (исследование 6)

Таблица 2.20 – Значения длин звеньев и угла поворота.

Вариант	1	2	3	4	5
l_{OA} , м	0,68	0,42	0,74	0,83	0,98
b , м	0,10	0,05	0,20	0,28	0,17
l_{BK} , м	0,58	0,70	0,15	0,68	0,17
l_{CK} , м	0,15	0,25	0,15	0,10	0,22
φ_1 , °	33	155	58	136	60

Таблица 2.21 Значения чисел оборотов кривошипа

Вариант	1	2	3	4	5
n , мин ⁻¹	225	110	382	330	450

3 СИЛОВОЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Задача 3.1. Центры масс шатуна 2 и ползуна 3 кривошипно-ползунного механизма лежат на серединах этих звеньев. Массы шатуна 2 и ползуна 3 находятся в соотношении $m_3 = 0,6 \cdot m_2$. Найти значения и направления действия сил инерции и моментов пар сил инерции звеньев кривошипно-ползунного механизма, если масса шатуна $m_2 = 3,4$ кг. Данные для построения кинематической схемы механизма схемы взять из задачи 3.1.

Решение. 1. По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему кривошипно-ползунного механизма в масштабном коэффициенте длин $\mu_l = 0,01$ м/мм (рис. 3.1 а).

2. Для полученной кинематической схемы строим план ускорений в соответствующем масштабном коэффициенте (рис. 3.1 б).

3. Сила инерции определяется по формуле

$$F_{иi} = m_i \cdot a_{Si}, \quad (3.1)$$

где m_i – масса i -го звена; a_{Si} – ускорение центра масс i -го звена.

Используя теорему подобия, определим положение точки s_2 на плане ускорений (рис. 3.1 б). Соединив точку s_2 с полюсом плана ускорений точкой π , получим вектор ускорения центра масс шатуна 2, значение которого найдем по выражению, м/с²,

$$a_{s_2} = |\pi s_2| \cdot \mu_a = 51 \cdot 48 = 2448 \frac{\text{м}}{\text{с}^2},$$

где $|\pi s_2|$ – отрезок, соединяющий точки π и s_2 на плане ускорений и изображающий вектор ускорения центра масс $\vec{a}_{s_2}$ шатуна 2 (рис. 3.1 б).

Вектор ускорения центра масс ползуна 3 совпадает с вектором ускорения точки В, тогда $a_{s_3} = a_B = 2736$ м/с².

Силы инерции шатуна 2 и ползуна 3 найдем согласно формуле (3.1), Н:

$$\begin{aligned} F_{и2} &= m_2 \cdot a_{s_2} = 3,4 \cdot 2424 = 8241,6 \text{ Н}, \\ F_{и3} &= 0,6 \cdot m_2 \cdot a_{s_3} = 0,6 \cdot 3,4 \cdot 2736 = 5581,81 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Вектора сил инерции $\vec{F}_{и2}$ и $\vec{F}_{и3}$ (рис. 3.1 а) лежат на прямых, параллельных, соответственно, линиям действия векторов ускорений центров масс $\vec{a}_{s_2}$ и $\vec{a}_{s_3}$ (рис. 3.1 б), а направление действия этих векторов противоположно направлению действия векторов ускорений центров масс этих звеньев.

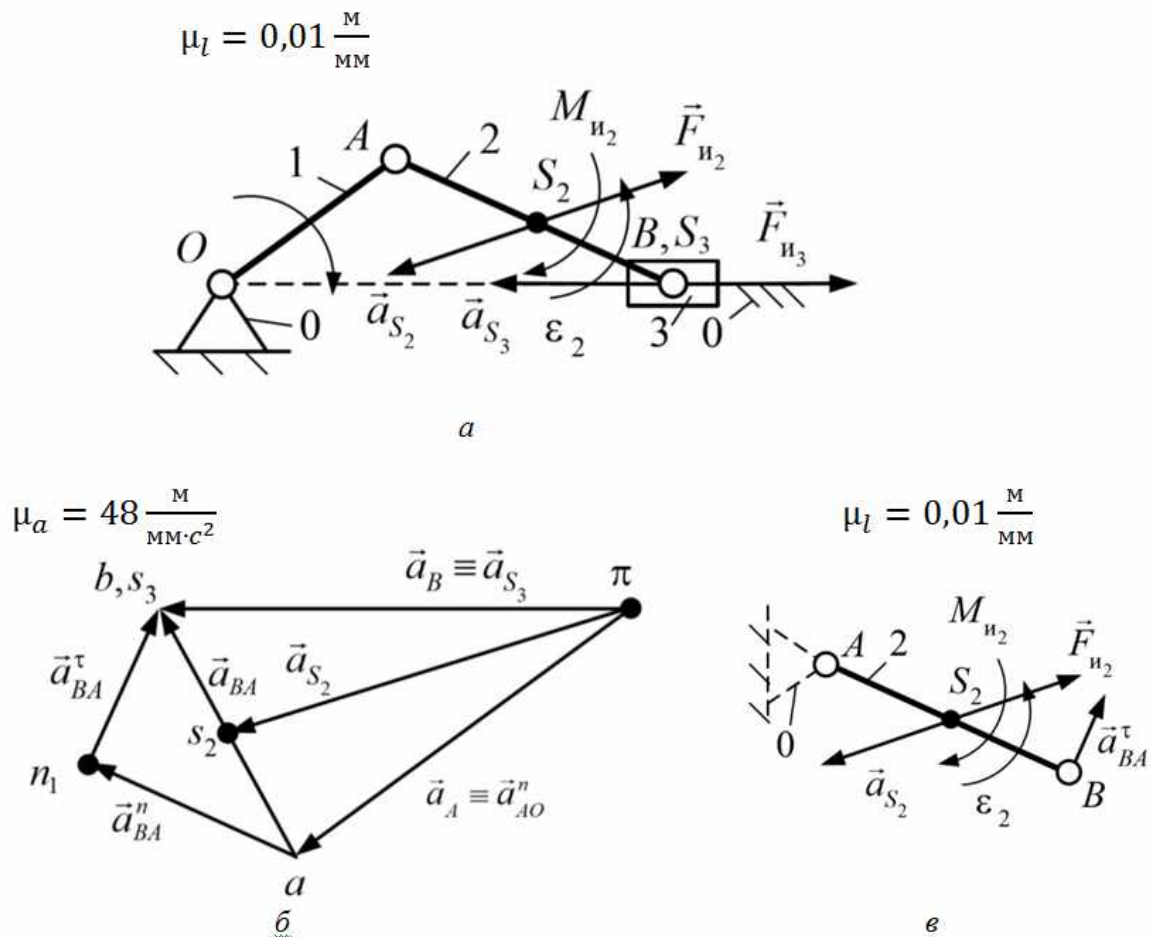


Рисунок 3.1 – К определению инерциальных параметров кривошипно-ползунного механизма:

a – план положений, $\bar{b}$ – план ускорений, $в$ – сила инерции

4. Момент пары сил инерции вычисляется по формуле

$$M_{и_i} = J_{S_i} \cdot \varepsilon_i, \quad (3.2)$$

где J_{S_i} – момент инерции i -го звена; ε_i – угловое ускорение i -го звена.

Момент инерции i -го звена определяется по формуле

$$J_{S_i} = 0,083 \cdot m_i \cdot l_i^2 \quad (3.3)$$

где m_i – масса i -го звена; l_i – длина i -го звена.

Момент инерции шатуна 2 согласно формуле (3.3), $\text{кг} \cdot \text{м}^2$, равен

$$J_{S_2} = 0,083 \cdot m_2 \cdot l_{AB} = 0,083 \cdot 3,4 \cdot 0,34^2 = 0,03 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Угловое ускорение шатуна 2, с^{-2} , равно

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^r}{l_{AB}} = \frac{|n_1 b| \cdot \mu_a}{l_{AB}} = \frac{20,5 \cdot 48}{0,34} = 2894,12 \text{ с}^{-2}.$$

Для определения направления действия углового ускорения ε_2 перенесем вектор тангенциального ускорения $\vec{a}_{BA}^r$ шатуна 2 в точку B (рис. 3.1 в). При этом точка A считается условно неподвижной. В этом случае полученная система будет совершать вращательные движения вокруг условно неподвижной точки A в направлении, противоположном направлению действия часовой стрелки. Найденное направление вращения звена и есть направление действия углового ускорения шатуна 2.

Угловая скорость кривошипа 1 является постоянной величиной, следовательно, угловое ускорение этого звена равно нулю, т. е. $\varepsilon_1 = 0$, тогда согласно формуле (3.2) имеем, Н·м,

$$M_{и1} = J_{S1} \cdot \varepsilon_1 = J_{S1} \cdot 0 = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Ползун 3 совершает только поступательные движения, следовательно, угловое ускорение этого звена равно нулю, т. е. $\varepsilon_3 = 0$, тогда, согласно формуле (3.2), найдем момент пары сил инерции ползуна 3, Н·м:

$$M_{и3} = J_{S3} \cdot \varepsilon_3 = J_{S3} \cdot 0 = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Момент пары сил инерции ползуна 2 найдем согласно формуле (3.2), Н·м:

$$M_{и2} = J_{S2} \cdot \varepsilon_2 = 0,033 \cdot 2894,12 = 95,51 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Направление действия момента пары сил инерции $M_{и2}$ противоположно направлению действия углового ускорения ε_2 . Следовательно, момент пары сил инерции шатуна 2 действует в направлении хода часовой стрелки (рис. 3.1 в).

Задача 3.2. Центры масс шатуна 2 и коромысла 4 шарнирного механизма лежат на серединах этих звеньев. Массы шатуна 2 и коромысла 4 находятся в соотношении $m_3 = 0,6 \cdot m_2$. Найти значения и направления действия сил инерции и моментов пар сил инерции звеньев шарнирного механизма, если масса шатуна 2 $m_2 = 4,5$ кг. Данные для построения кинематической схемы механизма взять из задачи 3.2.

Решение. 1. По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему шарнирного механизма в масштабном коэффициенте длин $\mu_l = 0,01$ м/мм (рис. 3.2 а).

2. Для полученной кинематической схемы строим план ускорений в соответствующем масштабном коэффициенте (рис. 3.2 б).

3. Используя теорему подобия, определим положение точек S_2 и S_3 на плане ускорений (рис. 3.2 б). Соединив точки S_2 и S_3 с полюсом плана

ускорений точкой π , получим вектора ускорения центра масс шатуна 2 и коромысла 3, м/с^2 :

$$a_{S_2} = |\pi s_2| \cdot \mu_a = 47 \cdot 15 = 705,0 \frac{\text{м}}{\text{с}^2},$$

$$a_{S_3} = |\pi s_3| \cdot \mu_a = 26 \cdot 15 = 390,0 \frac{\text{м}}{\text{с}^2},$$

где $|\pi s_2|$, $|\pi s_3|$ – отрезки с плана ускорений (рис. 3.2, б).

Силы инерции шатуна 2 и коромысла 3 найдем согласно формуле (3.1), Н:

$$F_{и_2} = m_2 \cdot a_{S_2} = 4,5 \cdot 705 = 3172,53 \text{ Н},$$

$$F_{и_3} = 0,6 \cdot m_2 \cdot a_{S_3} = 0,6 \cdot 4,5 \cdot 390 = 1053 \text{ Н}.$$

Вектора сил инерции $\vec{F}_{и_2}$ и $\vec{F}_{и_3}$ (рис. 3.2 а), соответственно, лежат на прямых, параллельных линиям действия векторов ускорений центров масс $\vec{a}_{S_2}$ и $\vec{a}_{S_3}$ (рис. 3.2 б), а направление действия этих векторов противоположно направлению действия векторов ускорений центров масс этих звеньев.

4. Моменты инерции шатуна 2 и коромысла 3 определим согласно выражению (3.3), $\text{кг} \cdot \text{м}^2$:

$$J_{S_2} = 0,083 \cdot m_2 \cdot l_{AB}^2 = 0,083 \cdot 4,5 \cdot 0,40^2 = 0,059 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$J_{S_3} = 0,083 \cdot m_3 \cdot l_{BO_1}^2 = 0,083 \cdot 0,85 \cdot m_2 \cdot l_{BO_1}^2 =$$

$$= 0,083 \cdot 0,85 \cdot 4,5 \cdot 0,35^2 = 0,04 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Угловые ускорения шатуна 2 и коромысла 3, с^{-2} , вычислим по формулам

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^t}{l_{AB}} = \frac{|n_1 b| \cdot \mu_a}{l_{AB}} = \frac{37 \cdot 15}{0,40} = 1387,5 \text{ с}^{-2},$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{BO_1}^t}{l_{BO_1}} = \frac{|n_2 b| \cdot \mu_a}{l_{BO_1}} = \frac{50 \cdot 15}{0,35} = 2142,86 \text{ с}^{-2}.$$

Для определения направлений действия угловых ускорений ε_2 и ε_3 перенесем вектора тангенциальных ускорений $\vec{a}_{BA}^t$ и $\vec{a}_{BO_1}^t$ соответственно в точку В (рис. 3.2 в, г). При этом точка А считается условно неподвижной. В этом случае полученные системы будут совершать вращательные движения, соответственно, вокруг неподвижных точек А и O_1 в направлении, противоположном направлению действия часовой стрелки. Данные направления движений и есть направления действия угловых ускорений этих звеньев.

Угловая скорость кривошипа 1 является постоянной величиной, следовательно, угловое ускорение этого звена равно нулю, т. е. $\varepsilon_1 = 0$, тогда согласно выражению (3.2) имеем, Н·м,

$$M_{и1} = J_{S1} \cdot \varepsilon_1 = J_{S1} \cdot 0 = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Момент пары сил инерции шатуна 2 и коромысла 3 найдем согласно выражению (3.2), Н·м:

$$M_{и2} = J_{S2} \cdot \varepsilon_2 = 0,059 \cdot 1387,5 = 81,86 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$M_{и3} = J_{S3} \cdot \varepsilon_3 = 0,04 \cdot 2142,86 = 85,71 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

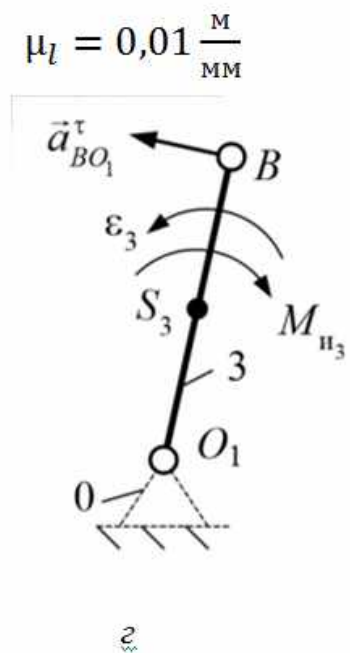
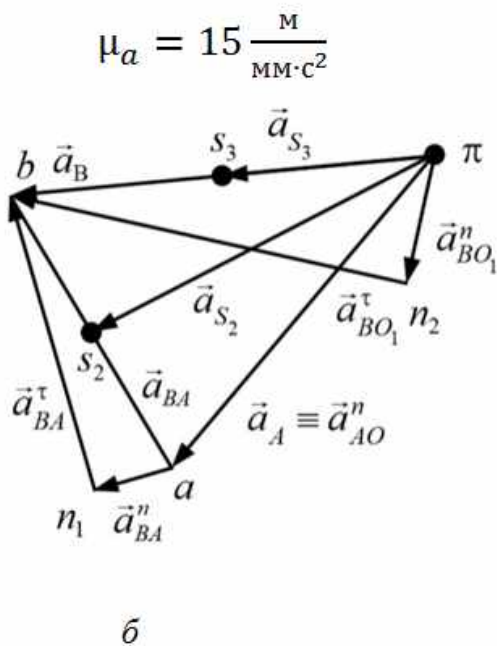
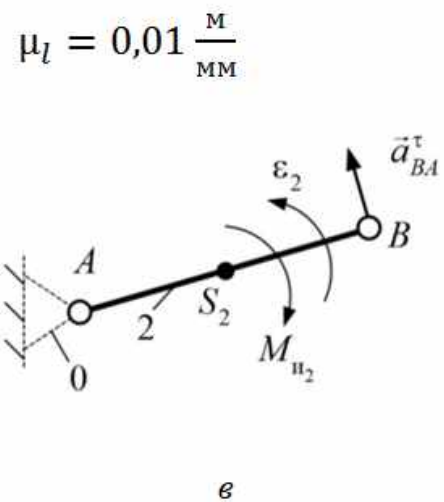
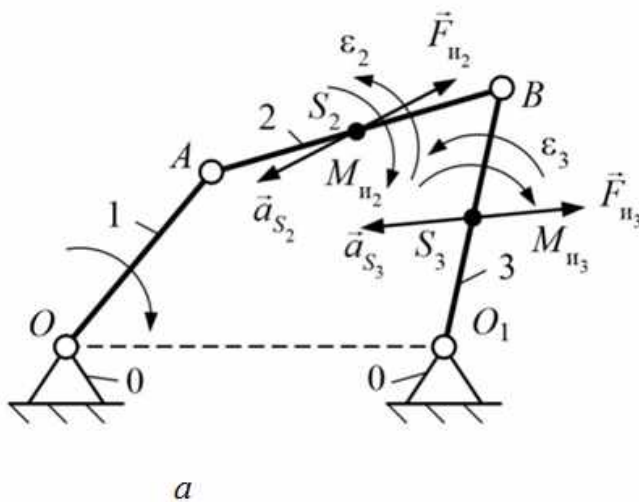


Рисунок 3.2 – К определению инерциальных параметров шарнирного механизма:

а – план механизма, б – входное звено, в – план ускорений, г – выходное звено

Направления действия моментов пар сил инерции $M_{и2}$ и $M_{и3}$, соответственно, противоположны направлениям действия угловых ускорений ε_2 и ε_3 . Следовательно, направление действия моментов пары сил инерции шатуна 2 и коромысла 4 противоположно направлению действия часовой стрелки (рис. 3.2 а).

Задача 3.3. Центры масс ползуна 2 и кулисы 3 кулисного механизма лежат на серединах этих звеньев. Массы кулисы 3 и ползуна 2 находятся в соотношении $m_2 = 0,38 \cdot m_3$. Найти значения и направления действия сил инерции и моментов пар сил инерции звеньев кулисного механизма, если масса кулисы $m_3 = 4,25$ кг. Данные для построения кинематической схемы механизма взять из задачи 3.3.

Решение. 1. По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему кулисного механизма в масштабном коэффициенте длин $\mu_l = 0,01$ м/мм (рис. 3.3 а).

2. Для полученной кинематической схемы строим план ускорений в соответствующем масштабном коэффициенте (рис. 3.3 б).

3. Используя теорему подобия, определим положение точки s_3 на плане ускорений (рис. 3.3 б). Соединив точку s_3 с полюсом плана ускорений точкой π , получим вектор ускорения центра масс кулисы 3, м/с²:

$$a_{s_3} = |\pi s_3| \cdot \mu_a = 13 \cdot 1,54 = 20,02 \frac{\text{м}}{\text{с}^2},$$

где $|\pi s_3|$ – отрезок с плана ускорений (рис. 3.3 б).

Вектор ускорения центра масс ползуна 2 совпадает с вектором ускорения точки В, тогда $a_{s_2} = a_B = 38,5$ м/с².

Силы инерции ползуна 2 и кулисы 3 найдем согласно формуле (3.1), Н:

$$\begin{aligned} F_{и3} &= m_3 \cdot a_{s_3} = 4,25 \cdot 20,02 = 85,08 \text{ Н}, \\ F_{и2} &= m_2 \cdot a_{s_2} = 0,38 \cdot m_3 \cdot a_{s_2} = 0,38 \cdot 4,25 \cdot 38,5 = 62,18 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Вектора сил инерции $F_{и2}$ и $F_{и3}$ (рис. 3.3 а), соответственно, лежат на прямых, параллельных линиям действия векторов ускорений центров масс $\vec{a}_{s_2}$ и $\vec{a}_{s_3}$ (рис. 3.3 б), а направление действия этих векторов противоположно направлению действия векторов ускорений центров масс этих звеньев.

4. Моменты инерции ползуна 2 и кулисы 3 определим согласно формуле (3.3), кг · м²:

$$\begin{aligned} J_{s_3} &= 0,083 \cdot m_3 \cdot l_{BO_1}^2 = 0,083 \cdot 4,25 \cdot 0,35^2 = 0,043 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \\ J_{s_2} &= 0,083 \cdot m_2 \cdot l_{AB}^2 = 0,083 \cdot 0,38 \cdot m_3 \cdot l_{AB}^2 = 0,083 \cdot 0,38 \cdot 4,25 \cdot 0^2 = \\ &= 0 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \end{aligned}$$

Угловое ускорение кулисы 3 и ползуна 2, c^{-2} , вычислим по формуле

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_2 = \frac{a_{Ao_1}^{\tau}}{l_{Ao_1}} = \frac{6,16}{0,35} = 17,6 \text{ c}^{-2}.$$

Для определения направления действия угловых ускорений ε_2 и ε_3 перенесем вектор тангенциального ускорения $\vec{a}_{Bo_1}^{\tau}$ в точку B (рис. 3.3 в). При этом разрывается связь между кривошипом 1 и ползуном 2. В этом случае точка B совместно с ползуном 2 и кулисой 3 под действием вектора $\vec{a}_{Bo_1}^{\tau}$ получают возможность совершать вращательное движение в направлении действия этого вектора вокруг неподвижной точки O_1 (рис. 3.3 а). Полученные направления вращательных движений ползуна 2 и кулисы 3 и будут являться направлениями действий угловых ускорений данных звеньев.

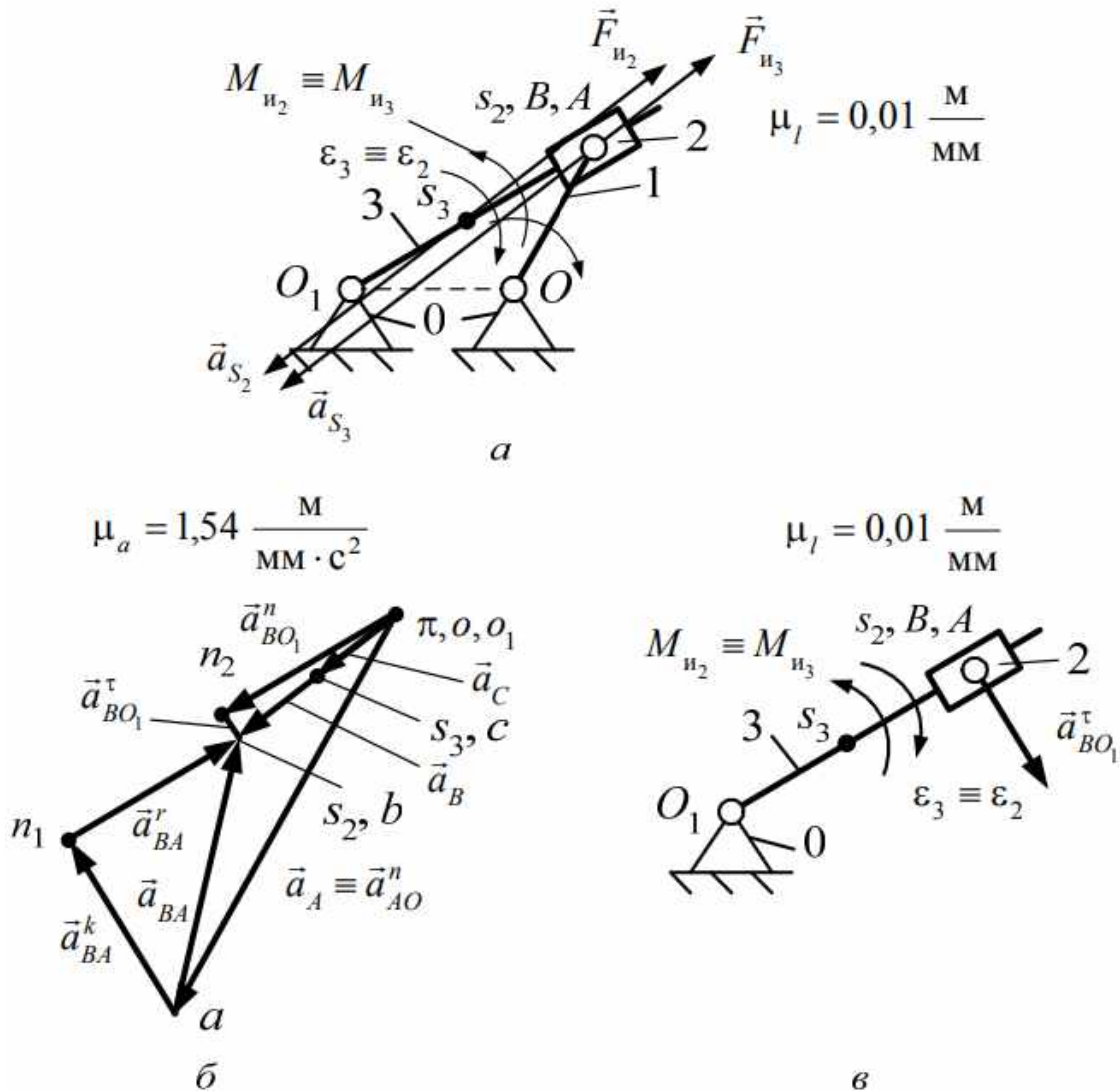


Рисунок 3.3 – К определению инерциальных параметров кулисного механизма:
а – план механизма, б – входное звено, в – выходное звено

Угловая скорость кривошипа 1 является постоянной величиной, следовательно, угловое ускорение этого звена равно нулю, т. е. $\epsilon_1 = 0$, тогда, согласно формуле (3.2), имеем, Н·м,

$$M_{u_1} = J_{s_1} \cdot \epsilon_1 = J_{s_1} \cdot 0 = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Момент пары инерции кулисы 3 найдем по формуле (3.2), Н·м:

$$M_{u_3} = J_{s_3} \cdot \epsilon_3 = 0,043 \cdot 17,60 = 0,757 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Ползун 3 совершает только поступательное движение, следовательно, угловое ускорение этого звена равно нулю, т. е. $\epsilon_3 = 0$, значит момент пары сил инерции ползуна 2 равен нулю.

Направление действия момента пар сил инерции M_{u_3} противоположно направлениям действия углового ускорения ϵ_3 . Следовательно, направление действия моментов пары сил инерции кулисы 3 противоположного направлению действия часовой стрелки (рис. 3.4 а).

Задача 3.4. Считая, что центры масс шатуна 2 и ползуна 3 кривошипно-ползунного механизма лежат на середине этих звеньев, а кривошипа совпадает с осью вращения точкой O , найти значения и направления действия сил инерции и моменты пар сил инерции звеньев. Данные для построения кинематической схемы взять: для рис. 3.3 в табл. 3.1. Для построения планов скоростей и ускорений – из условия задачи 2.5, соотношение масс звеньев и значение силы полезного сопротивления – в табл. 3.1.

Таблица 3.1 – Значения масс звеньев и силы полезного сопротивления

Вариант		1	2	3	4	5
Масса, кг	m_2	6,2	10,1	12,1	9,35	3,85
	m_1	0,25 m_2	0,18 m_2	0,1 m_2	0,3 m_2	0,45 m_2
	m_3	0,7 m_2	0,55 m_2	0,4 m_2	0,85 m_2	0,9 m_2
Сила полезного сопротивления $F_{\text{пс}}$, Н·м		1800	4500	5200	4250	380

Задача 3.5. Считая, что центры масс шатуна 2 и коромысла 3 шарнирного механизма лежат посередине этих звеньев, а кривошипа совпадает с осью вращения точкой O , найти значения и направления действия сил инерции и моменты пар сил инерции звеньев. Данные для построения кинематической схемы взять: для рис. 3.3 в табл. 3.2. Для построения планов скоростей и ускорений – из условия задачи 2.6, соотношение масс звеньев и значение силы полезного сопротивления – в табл. 3.2.

Таблица 3.2 – Значения масс звеньев и силы полезного сопротивления

Вариант		1	2	3	4	5
Масса, кг	m_2	5,8	7,4	12,5	8,3	10,5
	m_1	$0,35 m_2$	$0,16 m_2$	$0,21 m_2$	$0,25 m_2$	$0,5 m_2$
	m_3	$0,8 m_2$	$0,75 m_2$	$0,8 m_2$	$0,68 m_2$	$0,95 m_2$
Сила полезного сопротивления $F_{\text{ПС}}, \text{Н} \cdot \text{м}$		4150	200	375	400	3850

Задача 3.6. Считая, что центры масс звеньев 2 и 3 плоского рычажного механизма лежат на середине этих звеньев, а звена 1 совпадает с осью вращения точкой O , найти значения и направления действия сил инерции и моменты пар сил инерции звеньев. Данные для построения кинематической схемы взять: для рис. 3.4 в таблице 3.3. Для построения планов скоростей и ускорений – из условия задачи 2.7, соотношение масс звеньев и значение силы полезного сопротивления – в табл. 3.3.

Таблица 3.3 – Значения масс звеньев и силы полезного сопротивления

Вариант		1	2	3	4	5
Масса, кг	m_1	$0,7 m_2$	$0,5 \square m_2$	$0,45 m_2$	$0,9 m_2$	$0,85 m_2$
	m_2	$0,18 m_2$	$0,25 m_2$	$0,3 m_2$	$0,1 m_2$	$0,4 m_2$
	m_3	6,2	3,85	9,35	10,1	12,1
Сила полезного сопротивления $F_{\text{ПС}}, \text{Н} \cdot \text{м}$		400	220	410	3200	3800

Задача 3.7. Подвижные звенья 2 и 3 образуют со звеньями 1 и 4 структурную группу 2-го класса 1-го вида (рис. 3.4 а). Используя графоаналитический метод, найти реакции кинематических пар, если $l_{AB} = 0,40 \text{ м}$, $l_{BC} = 0,20 \text{ м}$, $l_{AS_2} = 0,20 \text{ м}$, $l_{BC_3} = 0,10 \text{ м}$, $F_{u_2} = 250 \text{ Н}$, $F_{u_3} = 300 \text{ Н}$, $M_{u_2} = 50 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $M_{u_3} = 60 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $\varphi_1 = 55^\circ$, $\varphi_2 = 140^\circ$, $\varphi_3 = 120^\circ$, $\varphi_4 = 60^\circ$, $m_2 = 3,5 \text{ кг}$, $m_3 = 4,0 \text{ кг}$.

Решение. 1. По заданным геометрическим параметрам построим кинематическую схему структурной группы звеньев (рис. 3.4 а). Приняв $|AB| = 40 \text{ мм}$, определим масштабный коэффициент длин, м/мм:

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{|AB|} = \frac{0,4}{40} = 0,01.$$

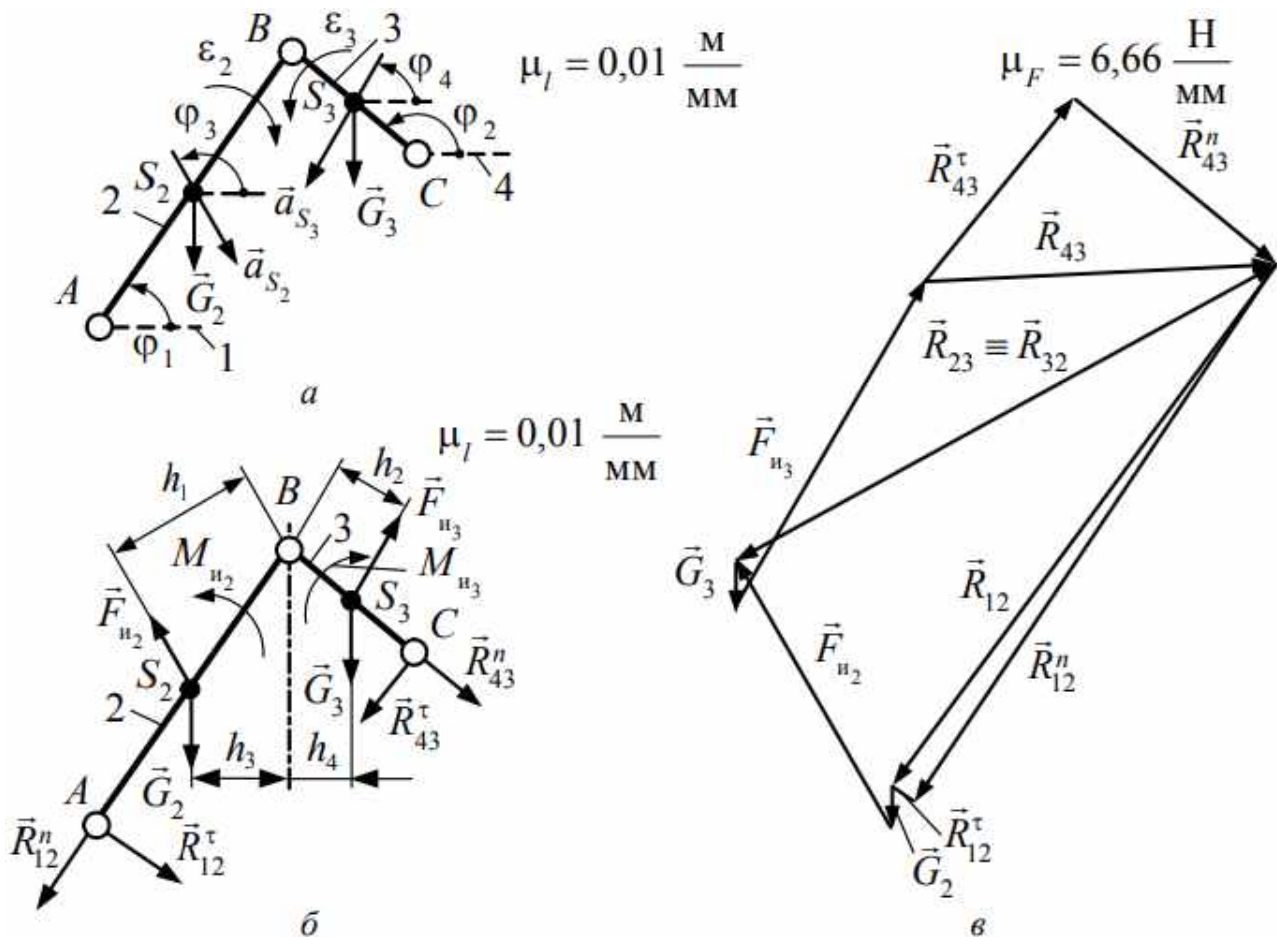


Рисунок 3.4 – Силовой анализ структурной группы звеньев
2-го класса 1-го вида:

а, б – структурные группы, в – план сил

Переводим остальные геометрические параметры в масштабный коэффициент длин, мм:

$$|BC| = \frac{l_{BC}}{\mu_l} = \frac{0,20}{0,01} = 20 \text{ мм},$$

$$|AS_2| = \frac{l_{AS_2}}{\mu_l} = \frac{0,20}{0,01} = 20 \text{ мм},$$

$$|BS_3| = \frac{l_{BS_3}}{\mu_l} = \frac{0,10}{0,01} = 10 \text{ мм}.$$

2. Нанеся на кинематическую схему структурной группы звеньев заданные силовые факторы, составим расчетную схему (рис.3.4 б).

Силы тяжести звеньев 2 и 3, Н, вычислим по формулам

$$G_2 = m_2 \cdot q = 3,5 \cdot 9,81 = 34,34 \text{ Н},$$

$$G_3 = m_3 \cdot q = 4,0 \cdot 9,81 = 39,24 \text{ Н}.$$

Моменты пар сил инерции M_{u_2} и M_{u_3} направляем противоположно направлениям действия угловых ускорений ε_2 и ε_3 соответственно. Вектора сил инерций прикладываем к центрам масс звеньев – точкам S_2 и S_3 соответственно, при этом их направления действия являются противоположными заданным направлениям действия ускорений центров масс этих же звеньев (рис. 3.4 а). В результате полученная картина будет являться расчетной схемой структурной группы звеньев (рис. 3.4 б).

3. Для определения реакций в шарнирах A и C отбросим звенья 1 и 4, а их действия на оставшиеся звенья 2 и 3 заменим соответствующими реакциями $\vec{R}_{12}$ и $\vec{R}_{43}$. Для реакций $\vec{R}_{12}$ и $\vec{R}_{43}$ известны только точки их приложения. Разложим известные реакции $\vec{R}_{12}$ и $\vec{R}_{43}$ шарниров A и C , соответственно, на составляющие $\vec{R}_{12}^n, \vec{R}_{12}^t$ и $\vec{R}_{43}^n, \vec{R}_{43}^t$ (рис. 3.4 б).

Уравнение равновесия полученной системы имеет вид

$$\vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^t + \vec{G}_2 + \vec{F}_{e2} + \vec{G}_3 + \vec{F}_{e3} + \vec{R}_{43}^n + \vec{R}_{43}^t = 0. \quad (3.4)$$

Уравнение равновесия (3.4) содержит четыре неизвестных: $\vec{R}_{12}^n, \vec{R}_{12}^t, \vec{R}_{43}^n, \vec{R}_{43}^t$, следовательно, статическая неопределимость системы равна трем.

С целью раскрытия статической неопределимости найдем значения тангенциальных составляющих реакций $\vec{R}_{12}^t$ и $\vec{R}_{43}^t$.

Звено 2: $\sum m(F_i)_B = 0$, или

$$R_{12}^t \cdot l_{AB} + M_{u_2} - F_{u_2} \cdot h_1 + G_2 \cdot h_3 = 0, \quad (3.5)$$

где плечи моментов, м:

$$h_1 = |h_1| \cdot \mu_1 = 18 \cdot 0,01 = 0,18 \text{ м}, \\ h_3 = |h_3| \cdot \mu_1 = 11,5 \cdot 0,01 = 0,115 \text{ м}.$$

Величина тангенциальной составляющей реакции в шарнире A

$$R_{12}^t = \frac{F_{ei2} \cdot h_1 - M_{ei2} - G_2 \cdot h_3}{l_{AB}} = \frac{250 \cdot 0,18 - 50 - 34,34 \cdot 0,115}{0,40} = -22,37 \text{ Н}.$$

Звено 3: $\sum m(F_i)_B = 0$, или

$$F_{e3} \cdot h_2 - R_{43}^t \cdot l_{AB} - M_{e3} - G_3 \cdot h_4 = 0, \quad (3.6)$$

где плечи моментов, м:

$$h_2 = |h_2| \cdot \mu_1 = 9 \cdot 0,01 = 0,09 \text{ м},$$

$$h_4 = |h_4| \cdot \mu_1 = 7 \cdot 0,01 = 0,07 \text{ м.}$$

Величина тангенциальной составляющей реакции в шарнире С, Н,

$$R_{43}^{\tau} = \frac{F_{e3} \cdot h_2 - M_{e3} - G_2 \cdot h_4}{l_{AB}} = \frac{300 \cdot 0,09 - 60 - 39,24 \cdot 0,07}{0,20} = -187,73 \text{ Н.}$$

Знак «—» обоих тангенциальных составляющих реакций R_{12}^{τ} и R_{43}^{τ} означает, что вектора $\overrightarrow{R_{12}^{\tau}}$ и $\overrightarrow{R_{43}^{\tau}}$ в действительности направлены противоположно направлению, указанному на рис. 3.4 б.

В результат проведенных вычислений в уравнении равновесия (3.4) осталось только две неизвестных — $\overrightarrow{R_{12}^n}$ и $\overrightarrow{R_{43}^n}$, которые являются нормальными составляющими реакций А и С, следовательно, статическая неопределимость системы равна единице. Определение оставшихся неизвестных выполним с помощью плана сил.

Масштабный коэффициент плана сил, Н/мм, определим по формуле

$$\mu_F = \frac{F_{u3}}{|x|} = \frac{300}{45} = 6,66 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

Переведем в масштабный коэффициент плана сил оставленные силы, мм:

$$\begin{aligned} |R_{43}^{\tau}| &= \frac{R_{43}^{\tau}}{\mu_F} = \frac{187,73}{6,66} = 28,19 \approx 28 \text{ мм}, \\ |G_2| &= \frac{G_2}{\mu_F} = \frac{34,34}{6,66} = 5,16 \approx 5 \text{ мм}, \\ |F_{uH2}| &= \frac{F_{uH2}}{\mu_F} = \frac{250}{6,66} = 37,54 \approx 37 \text{ мм}, \\ |G_3| &= \frac{G_3}{\mu_F} = \frac{39,24}{6,66} = 5,89 \approx 6 \text{ мм}, \\ |R_{12}^{\tau}| &= \frac{R_{12}^{\tau}}{\mu_F} = \frac{22,37}{6,66} = 3,36 \approx 3 \text{ мм}. \end{aligned}$$

По полученным величинам строим план сил в выбранном масштабном коэффициенте (рис. 3.4 в).

Отсюда значения нормальных составляющих реакций, Н, равны

$$\begin{aligned} R_{43}^n &= |R_{43}^n| \cdot \mu_F = 31 \cdot 6,66 = 206,46 \text{ Н}, \\ R_{12}^n &= |R_{12}^n| \cdot \mu_F = 77 \cdot 6,66 = 512,82 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Значения полных реакций в шарнирах A и C , H , равны

$$\begin{aligned} R_{43} &= |R_{43}| \cdot \mu_F = 42 \cdot 6,66 = 279,72 \text{ Н}, \\ R_{12} &= |R_{12}| \cdot \mu_F = 77 \cdot 6,66 = 512,82 \text{ Н}. \end{aligned}$$

С целью определения реакции в шарнире B соединим на плане сил вершину вектора реакции $\overrightarrow{R_{43}}$ с началом вектора $\overrightarrow{G_3}$. Замерив полученный отрезок, найдем значение реакции в шарнире B , H :

$$R_{23} = R_{32} = |R_{23}| \cdot \mu_F = 73 \cdot 6,66 = 486,18 \text{ Н},$$

где $|R_{23}|$ – отрезок с плана сил (рис. 3.4 в).

Задача 3.8. Подвижные звенья 2 и 3 образуют со звеньями 1 и 4 структурную группу 2-го класса 2-го вида (рис. 3.5 а). Используя графоаналитический метод, найти реакции в кинематических парах, если $l_{AB} = 0,50 \text{ м}$, $l_{BC} = 0,35 \text{ м}$, $l_{AS_2} = 0,25 \text{ м}$, $l_{BS_3} = 0,175 \text{ м}$, $F_{u_2} = 200 \text{ Н}$, $F_{u_3} = 380 \text{ Н}$, $M_{u_2} = 45 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $M_{u_3} = 70 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $\varphi_1 = 70^\circ$, $\varphi_2 = 120^\circ$, $\varphi_3 = 200^\circ$, $\varphi_4 = 100^\circ$, $m_2 = 4,2 \text{ кг}$, $m_3 = 5,4 \text{ кг}$.

Решение. 1. По заданным геометрическим параметрам построим кинематическую схему структурной группы звеньев (рис. 3.4 а).

Приняв $|AB| = 50 \text{ мм}$, определим масштабный коэффициент длин, м/мм :

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{|AB|} = \frac{0,50}{50} = 0,01 \frac{\text{м}}{\text{мм}}.$$

Переводим остальные геометрические параметры в масштабный коэффициент длин, мм :

$$\begin{aligned} |BC| &= \frac{l_{BC}}{\mu_l} = \frac{0,35}{0,01} = 35 \text{ мм}, \\ |AS_2| &= \frac{l_{AS_2}}{\mu_l} = \frac{0,25}{0,01} = 25 \text{ мм}, \\ |BS_3| &= \frac{l_{BS_3}}{\mu_l} = \frac{0,175}{0,01} = 17,5 \approx 17 \text{ мм}. \end{aligned}$$

2. Нанеся на кинематическую схему структурной группы звеньев заданные силовые факторы, составим расчетную схему (рис. 3.4 б).

Силы тяжести звеньев 2 и 3, H , вычислим по формулам

$$\begin{aligned} G_2 &= m_2 \cdot q = 4,2 \cdot 9,81 = 41,2 \text{ Н}, \\ G_3 &= m_3 \cdot q = 5,4 \cdot 9,81 = 52,97 \text{ Н}. \end{aligned}$$

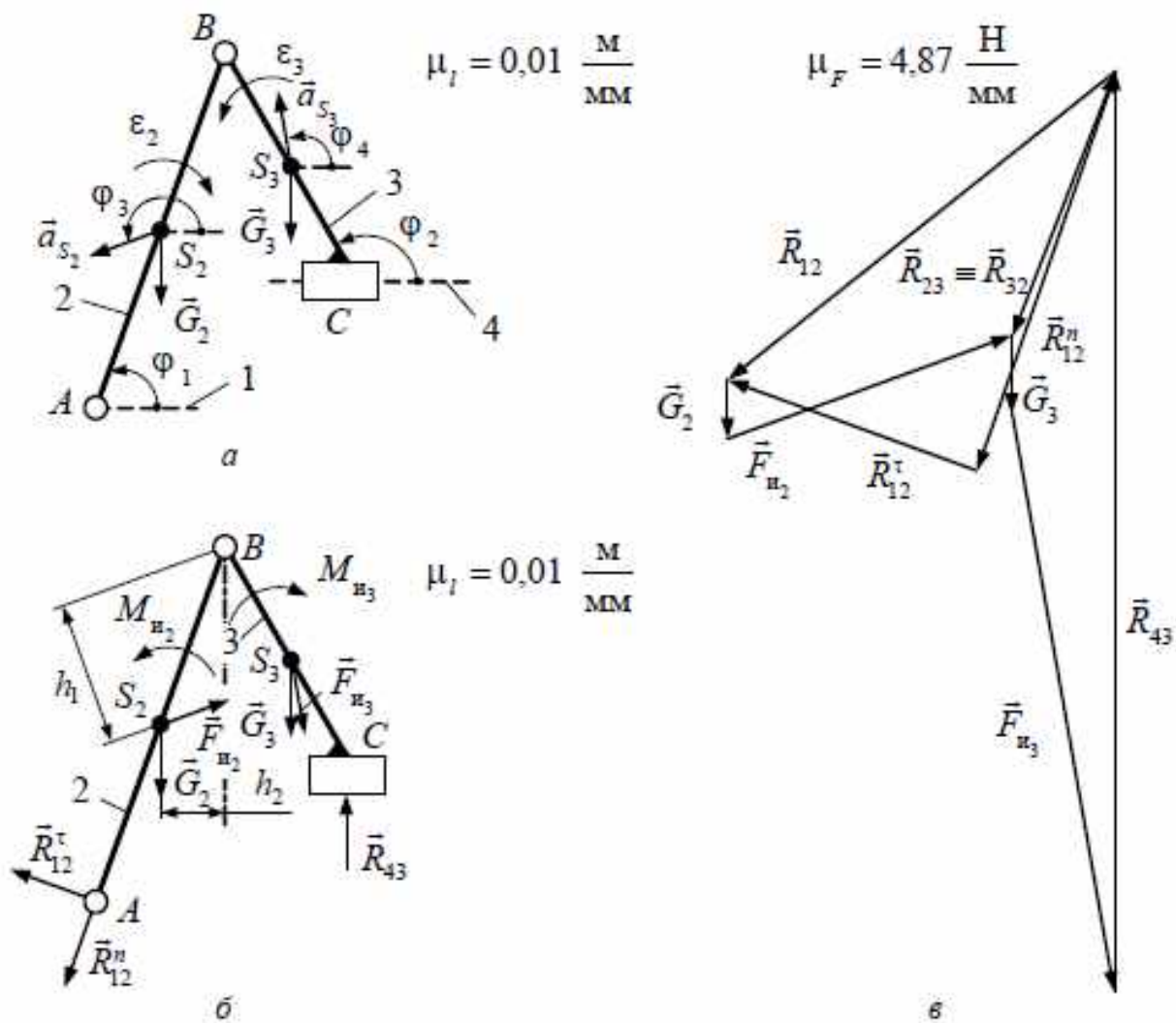


Рисунок 3.5 – Силовой анализ структурной группы 2-го класса 2-го вида:
а, б – структурные группы, в – план сил

Моменты пар сил инерции M_{i2} и M_{i3} направляем противоположно направлениям действия угловых ускорений ϵ_2 и ϵ_3 соответственно. Вектора сил инерций прикладываем к центрам масс звеньев – точкам S_2 и S_3 соответственно, при этом их направления действия являются противоположными заданным направлениям действия ускорений центров масс этих же звеньев (рис 3.5 а). В результате полученная картина будет являться расчетной схемой структурной группы звеньев (рис. 3.5 б).

3. Для определения реакций в шарнирах А и С отбросим звенья 1 и 4, а их действия на оставшиеся звенья 2 и 3 заменим соответствующими реакциями $\vec{R}_{12}$ и $\vec{R}_{43}$. Для реакции $\vec{R}_{12}$ известна только точка её приложения. Разложим неизвестную реакцию $\vec{R}_{12}$ шарнира А на составляющие $\vec{R}_{12}^n, \vec{R}_{12}^t$ (рис. 3.5 б). Для реакции $\vec{R}_{43}$ известна точка ее приложения и линия действия (перпендикулярно оси звена 4).

Уравнение равновесия полученной системы имеет вид

$$\overrightarrow{R_{12}^n} + \overrightarrow{R_{12}^t} + \overrightarrow{G_2} + \overrightarrow{F_{e2}} + \overrightarrow{G_3} + \overrightarrow{F_{e3}} + \overrightarrow{R_{43}} = 0. \quad (3.7)$$

Уравнение равновесия (3.5) содержит три неизвестных: $\overrightarrow{R_{12}^n}$, $\overrightarrow{R_{12}^t}$, $\overrightarrow{R_{43}}$, следовательно, статическая неопределимость системы равна двум.

С целью раскрытия статической неопределимости найдем значение тангенциальной составляющих реакций R_{12}^t .

Звено 2: $\sum m(F_i)_B = 0$, или

$$-R_{12}^t \cdot l_{AB} + M_{u2} - F_{u2} \cdot h_1 + G_2 \cdot h_2 = 0, \quad (3.8)$$

где плечи моментов, м:

$$h_1 = |h_1| \cdot \mu_1 = 19 \cdot 0,01 = 0,19 \text{ м},$$

$$h_2 = |h_2| \cdot \mu_1 = 9 \cdot 0,01 = 0,09 \text{ м}.$$

Величина тангенциальной составляющей реакции в шарнире А, Н,

$$R_{12}^n = \frac{F_{u2} \cdot h_1 + M_{u2} + G_2 \cdot h_2}{l_{AB}} = \frac{200 \cdot 0,1 + 45 + 41,2 \cdot 0,09}{0,50} = 173,42 \text{ Н}.$$

В результат проведенных вычислений в уравнении равновесия (3.7) осталось только две неизвестных $-\overrightarrow{R_{12}^n}$ и $\overrightarrow{R_{43}}$, следовательно, статическая неопределимость системы равна единице. Определение оставшихся неизвестных выполним с помощью плана сил.

Масштабный коэффициент плана сил, Н/мм, определим по формуле

$$\mu_F = \frac{F_{u3}}{|x|} = \frac{380}{78} = 4,87 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

Переведем в масштабный коэффициент остальные силы, мм:

$$|R_{12}^t| = \frac{R_{12}^t}{\mu_F} = \frac{173,42}{4,87} = 35,61 \approx 36 \text{ мм},$$

$$|G_2| = \frac{G_2}{\mu_F} = \frac{41,2}{4,87} = 8,46 \approx 8 \text{ мм},$$

$$|F_{u2}| = \frac{F_{u2}}{\mu_F} = \frac{200}{4,87} = 41,07 \approx 41 \text{ мм},$$

$$|G_3| = \frac{G_3}{\mu_F} = \frac{52,97}{4,87} = 10,88 \approx 11 \text{ мм}.$$

По полученным величинам строим план сил в выбранном масштабном коэффициенте (рис. 3.5 в).

Значения нормальных составляющих реакций в шарнире А, Н

$$R_{12}^n = |R_{12}^n| \cdot \mu_F = 56 \cdot 4,87 = 272,72 \text{ Н.}$$

Значения полных реакций в шарнирах А и С, Н, равны

$$\begin{aligned} R_{43} &= |R_{43}| \cdot \mu_F = 122 \cdot 4,87 = 594,14 \text{ Н,} \\ R_{12} &= |R_{12}| \cdot \mu_F = 66 \cdot 4,87 = 321,42 \text{ Н.} \end{aligned}$$

С целью определения реакции в шарнире В соединим на плане сил вершину вектора реакции $\overrightarrow{R_{43}}$ с началом вектора $\overrightarrow{G_3}$. Замерив полученный отрезок, определим величину реакции в шарнире В, Н:

$$R_{23} = R_{32} = |R_{23}| \cdot \mu_F = 73 \cdot 6,66 = 486,18 \text{ Н,}$$

где $|R_{23}|$ – отрезок с плана сил (рис. 3.5 в).

Задача 3.9. Подвижные звенья 2 и 3 образуют со звеньями 1 и 4 структурную группу 2-го класса 3-го вида (рис. 3.6 а). Используя графоаналитический метод, найти реакции кинематических пар, если $l_{AB} = 0,29 \text{ м}$, $l_{BC} = 0,40 \text{ м}$, $l_{AS_2} = 0,17 \text{ м}$, $l_{BS_3} = 0,27 \text{ м}$, $F_{u_2} = 180 \text{ Н}$, $F_{u_3} = 360 \text{ Н}$, $M_{u_2} = 42 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $M_{u_3} = 78 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $\varphi_1 = 107^\circ$, $\varphi_2 = 180^\circ$, $\varphi_3 = 330^\circ$, $\varphi_4 = 230^\circ$, $m_2 = 5,83 \text{ кг}$, $m_3 = 3,65 \text{ кг}$.

Решение. 1. По заданным геометрическим параметрам построим кинематическую схему структурной группы звеньев (рис. 3.6 а). Приняв $|AB| = 29 \text{ мм}$, определим масштабный коэффициент длин, м/мм:

$$\mu_1 = \frac{l_{AB}}{|AB|} = \frac{0,29}{29} = 0,01 \frac{\text{м}}{\text{мм}}.$$

Переводим остальные геометрические параметры в масштабный коэффициент длин, мм:

$$\begin{aligned} |BC| &= \frac{l_{BC}}{\mu_1} = \frac{0,40}{0,01} = 40 \text{ мм,} \\ |AS_2| &= \frac{l_{AS_2}}{\mu_1} = \frac{0,17}{0,01} = 17 \text{ мм,} \\ |BS_3| &= \frac{l_{BS_3}}{\mu_1} = \frac{0,27}{0,01} = 27 \text{ мм.} \end{aligned}$$

2. Нанеся на кинематическую схему структурной группы звеньев заданные силовые факторы, составим расчетную схему (рис. 3.6 б).

Силы тяжести звеньев 2 и 3, Н, вычислим по формулам

$$G_2 = m_2 \cdot q = 5,83 \cdot 9,81 = 57,19 \text{ Н,}$$

$$G_3 = m_3 \cdot q = 3,65 \cdot 9,81 = 35,81 \text{ Н},$$

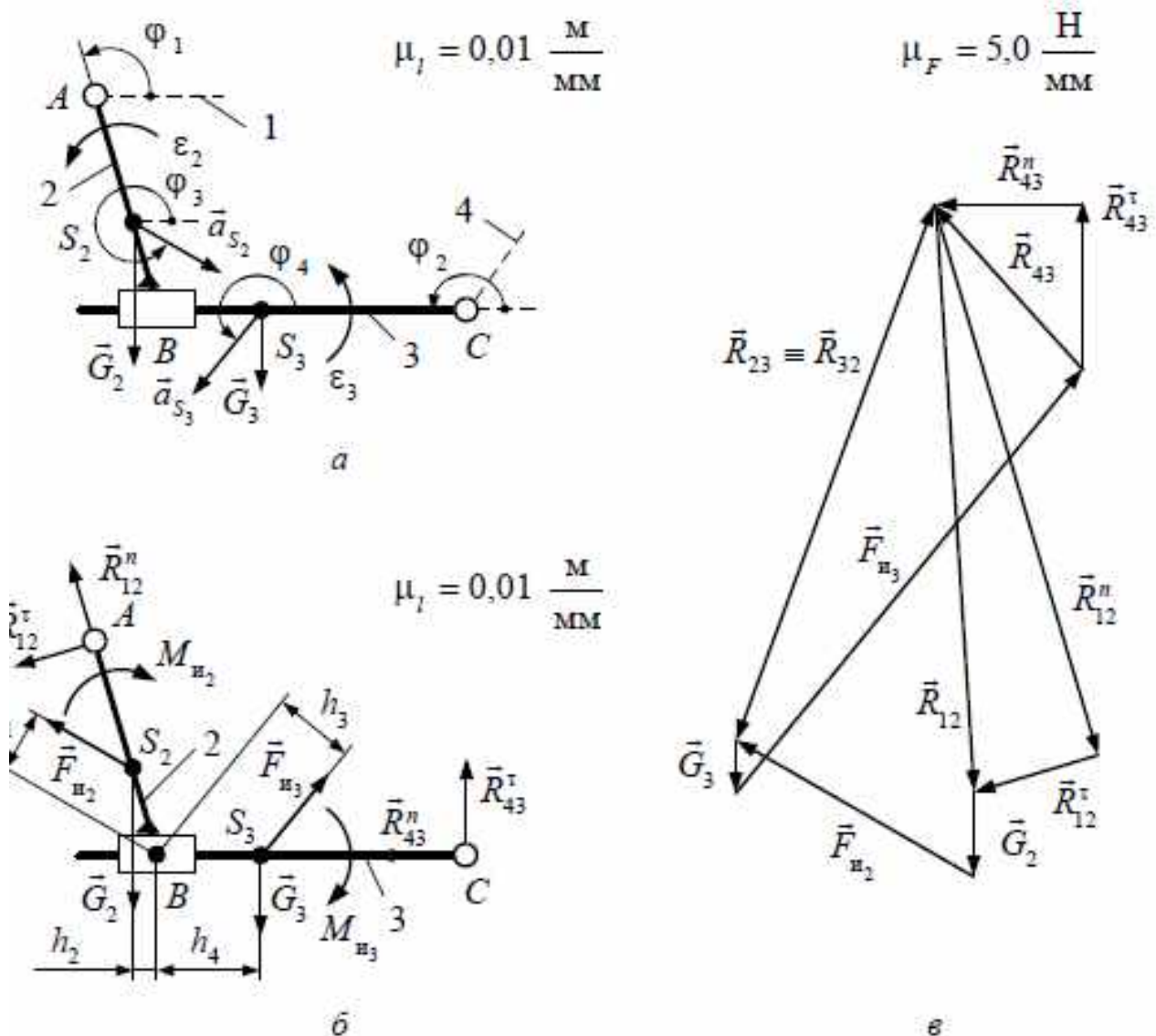


Рисунок 3.6 – Силовой анализ структурной группы 2-го класса 3-го вида:
а, б – структурные группы, в – план сил

Моменты пар сил инерции M_{u_2} и M_{u_3} направляем противоположно направлениям действия угловых ускорений ϵ_2 и ϵ_3 соответственно. Вектора сил инерций прикладываем к центрам масс звеньев – точкам S_2 и S_3 соответственно, при этом их направления действия являются противоположными заданным направлениям действия ускорений центров масс этих же звеньев (рис 3.6 а). В результате полученная картина будет являться расчетной схемой структурной группы звеньев (рис. 3.6 б).

3. Для определения реакций в шарнирах А и С отбросим звенья 1 и 4, а их действия на оставшиеся звенья 2 и 3 заменим соответствующими реакциями $\vec{R}_{12}$ и $\vec{R}_{43}$. Для реакций $\vec{R}_{12}$ и $\vec{R}_{43}$ известны только точки их приложения.

Разложим неизвестные реакции $\overrightarrow{R_{12}}$ и $\overrightarrow{R_{43}}$ шарниров А и С, соответственно, на составляющие $\overrightarrow{R_{12}^n}$, $\overrightarrow{R_{12}^t}$ и $\overrightarrow{R_{43}^n}$, $\overrightarrow{R_{43}^t}$ (рис. 3.6 б).

Уравнение равновесия полученной системы имеет вид

$$\overrightarrow{R_{12}^n} + \overrightarrow{R_{12}^t} + \overrightarrow{G_2} + \overrightarrow{F_{u2}} + \overrightarrow{G_3} + \overrightarrow{F_{u3}} + \overrightarrow{R_{43}^t} + \overrightarrow{R_{43}^n} = \mathbf{0}. \quad (3.9)$$

Уравнение равновесия (3.6) содержит четыре неизвестных: $\overrightarrow{R_{12}^n}$, $\overrightarrow{R_{12}^t}$, $\overrightarrow{R_{43}^n}$, $\overrightarrow{R_{43}^t}$, следовательно, статическая неопределимость системы равна трем.

С целью раскрытия статической неопределимости найдем значения тангенциальных составляющих реакций R_{12}^t и R_{43}^t .

Звено 2: $\sum m(F_i)_B = 0$, или

$$R_{12}^t \cdot l_{AB} - M_{e2} + F_{e2} \cdot h_1 + G_2 \cdot h_2 = 0, \quad (3.10)$$

где плечи моментов, м:

$$\begin{aligned} h_1 &= |h_1| \cdot \mu_l = 8 \cdot 0,01 = 0,08 \text{ м}, \\ h_2 &= |h_2| \cdot \mu_l = 3 \cdot 0,01 = 0,03 \text{ м}. \end{aligned}$$

Величина тангенциальной составляющей реакции в шарнире А, Н,

$$\begin{aligned} R_{12}^t &= \frac{-F_{e2} \cdot h_1 + M_{e2} - G_2 \cdot h_2}{l_{AB}} = \frac{-180 \cdot 0,08 + 42 - 57,19 \cdot 0,03}{0,29} \\ &= 89,26 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Звено 3: $\sum m(F_i)_B = 0$, или

$$F_{e3} \cdot h_3 + R_{43}^t \cdot l_{AB} - M_{e3} - G_3 \cdot h_4 = 0, \quad (3.11)$$

где плечи моментов, м:

$$\begin{aligned} h_3 &= |h_3| \cdot \mu_l = 11 \cdot 0,01 = 0,011 \text{ м}, \\ h_4 &= |h_4| \cdot \mu_l = 14 \cdot 0,01 = 0,014 \text{ м}. \end{aligned}$$

Величина тангенциальной составляющей реакции в шарнире С, Н,

$$\begin{aligned} R_{43}^t &= \frac{-F_{u3} \cdot h_2 + M_{u3} + G_3 \cdot h_4}{l_{AB}} = \frac{-360 \cdot 0,11 + 78 + 35,81 \cdot 0,14}{0,40} \\ &= 108,53 \text{ Н}. \end{aligned}$$

В результат проведенных вычислений в уравнении равновесия (3.9) осталось только две неизвестных $-\vec{R}_{12}^n$ и $\vec{R}_{43}^n$, которые являются нормальными составляющими реакций A и C , следовательно, статическая неопределимость системы равна единице. Определение оставшихся неизвестных выполним с помощью плана сил.

Масштабный коэффициент плана сил, Н/мм,

$$\mu_F = \frac{F_{u3}}{|x|} = \frac{360}{72} = 5,0 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

Переведем в масштабный коэффициент плана сил оставленные силы, мм:

$$\begin{aligned} |R_{43}^r| &= \frac{R_{43}^r}{\mu_F} = \frac{108,53}{5,0} = 21,71 \approx 22 \text{ мм}, \\ |G_2| &= \frac{G_2}{\mu_F} = \frac{57,19}{5,0} = 11,44 \approx 11 \text{ мм}, \\ |F_{u2}| &= \frac{F_{u2}}{\mu_F} = \frac{180}{5,0} = 36 \text{ мм}, \\ |G_3| &= \frac{G_3}{\mu_F} = \frac{35,81}{5,0} = 7,16 \approx 7 \text{ мм}, \\ |R_{12}^r| &= \frac{R_{12}^r}{\mu_F} = \frac{89,26}{5,0} = 17,52 \approx 17 \text{ мм}, \end{aligned}$$

По полученным величинам строим план сил в выбранном масштабном коэффициенте (рис. 3.6 в).

Значения нормальных составляющих реакций, Н, равны

$$\begin{aligned} R_{43}^n &= |R_{43}^n| \cdot \mu_F = 19 \cdot 5,0 = 95 \text{ Н}, \\ R_{12}^n &= |R_{12}^n| \cdot \mu_F = 75 \cdot 5,0 = 375 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Значения полных реакций в шарнирах A и C , Н, равны

$$\begin{aligned} R_{43} &= |R_{43}| \cdot \mu_F = 29 \cdot 5,0 = 145 \text{ Н}, \\ R_{12} &= |R_{12}| \cdot \mu_F = 77 \cdot 5,0 = 385 \text{ Н}. \end{aligned}$$

С целью определения реакции в шарнире B соединим на плане сил вершину вектора реакции $\vec{R}_{43}$ с началом вектора $\vec{G}_3$. Замерив полученный отрезок, найдем значение реакции в шарнире B , Н:

$$R_{23} = R_{32} = |R_{23}| \cdot \mu_F = 75 \cdot 5,0 = 375 \text{ Н},$$

где $|R_{23}|$ – отрезок с плана сил (рис. 3.6 в).

Задача 3.10. Для структурной группы звеньев 1, 2, 3 и 4 (рис. 3.4 а) найти реакции в шариках A , B и C , используя план сил. Данные взять из таблицы 3.4.

Таблица 3.4 – Исходные данные

Вариант	Направление		m_2 , кг	m_3 , кг	l_{AB} , м	l_{BC} , м	l_{AS_2} , м	l_{BS_3} , м	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	F_{u_2} , Н	F_{u_3} , Н	M_{u_2} , Н·м	M_{u_3} , Н·м
	ε_1	ε_2														
1	+	-	3,2	4,8	1,0	0,8	0,6	0,3	35	35	130	40	44	50	20	32
2	+	+	3,8	5,6	1,2	1,5	0,7	0,6	50	20	100	35	36	44	28	33
3	-	-	3,6	5,2	0,8	1,3	0,4	0,6	70	40	40	110	20	28	10	16
4	-	+	2,8	5,8	0,5	1,2	0,2	0,6	65	30	30	100	35	40	40	50
5	+	-	5,0	3,2	1,5	0,8	0,5	0,3	60	25	110	50	50	64	33	41
6	-	-	6,0	6,0	1,0	1,5	0,6	0,7	33	45	120	100	30	45	36	44
7	+	+	5,2	5,2	1,5	1,3	0,7	0,6	55	28	45	60	28	42	32	40
8	-	+	3,6	3,6	1,4	0,7	0,8	0,3	50	50	110	110	50	30	20	46
9	-	+	5,8	5,8	1,2	1,8	0,6	0,8	60	35	35	35	48	52	30	36
10	+	-	3,0	3,0	0,7	0,9	0,3	0,5	80	30	130	90	40	50	35	30
11	+	+	4,0	4,0	0,9	1,8	0,5	0,9	20	60	50	120	80	40	44	30
12	+	+	3,5	3,5	1,1	0,7	0,6	0,4	25	70	120	60	60	30	24	26
13	-	-	6,0	6,0	0,8	2,2	0,4	0,9	75	50	80	80	70	70	25	15
14	+	-	2,5	2,5	1,0	1,0	0,5	0,4	80	20	40	90	65	55	30	38
15	-	+	0,8	3,0	4,6	0,6	0,8	0,3	0,3	30	40	100	30	65	40	20
16	+	+	5,6	4,8	1,8	1,2	0,8	0,5	55	35	75	125	28	27	20	24
17	-	-	4,2	4,2	1,6	0,9	0,8	0,6	30	80	60	70	30	40	25	29
18	-	+	4,0	5,0	0,8	0,5	0,4	0,2	40	40	110	35	20	30	19	13
19	+	-	3,0	5,2	1,2	1,6	0,6	0,7	20	65	140	85	30	25	22	18
20	+	-	6,0	3,0	2,0	1,4	1,2	0,7	40	85	60	60	36	32	17	15

Примечание. Знак «+» указывает на то, что угловая скорость звена действует по ходу часовой стрелки, знак «-» – на то, что в противоположном направлении.

Задача 3.11. Для структурной группы звеньев 1, 2, 3 и 4 (рис. 3.5 а), найти реакции в шарнирах A , B и C , используя план сил. Данные взять из табл. 3.5.

Задача 3.12. Центры масс шатунов 2 и 4 механизма качающегося транспортера лежат посередине этих звеньев, а массы этих звеньев находятся в соотношении $m_4 = 0,75 \cdot m_2$. Определить силовое управляющее воздействие, используя кинетостатический метод, если масса шатуна $m_2 = 5,2$ кг, кривошипа $m_1 = 0,35 \cdot m_2$, ползуна $m_5 = 0,6 \cdot m_4$, звеньев контура $m_{BO_1} = m_{CO_1} = 0,3 \cdot m_2$ и $m_{BC} = 0,15 \cdot m_2$. Данные для построения кинематической схемы взять из задачи 3, задачи 4.

Решение. 1. По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему механизма качающегося транспортера в масштабном коэффициенте длин $\mu_l = 0,01$ м/мм (рис. 3.7 а). По условию задачи известно, что центры масс шатунов 2 и 4 лежат посередине этих звеньев, следовательно,

используя теорему подобия, найдем положения точек s_2 и s_4 на кинематической схеме механизма качающегося транспортера.

2. Для полученной кинематической схемы строим план ускорений в соответствующем масштабном коэффициенте (рис. 3.7 б).

Примечание. Знак «+» указывает на то, что угловая скорость звена действует по ходу часовой стрелки, знак «-» – на то, что в противоположном направлении.

3. Для полученной кинематической схемы строим план ускорений в соответствующем масштабном коэффициенте (рис. 3.7 б).

Центр масс кривошипа 1 совпадает с центром вращения точкой O , следовательно, ускорение центра масс равно нулю, т. е. $a_{s_1} = 0$. Используя теорему подобия, определим положение точек s_2 и s_4 на плане ускорений (рис. 3.7 б). Соединив точки s_2 и s_4 с полюсом плана ускорений точкой π , получим соответственно вектора ускорений центров масс шатунов 2 и 4, значения которых найдем по выражениям, м/с^2 ,

$$\begin{aligned} a_{s_2} &= |\pi s_2| \cdot \mu_a = 50 \cdot 2,028 = 101,4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \\ a_{s_4} &= |\pi s_4| \cdot \mu_a = 26 \cdot 2,028 = 52,73 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}. \end{aligned}$$

Центр масс коромысла 3 (контур) лежит на пересечении медиан данной фигуры, т. е. в точке s_3 . Замерив отрезок $|\pi s_4|$ на плане ускорений (рис. 3.7 б), получим, м/с^2 ,

$$a_{s_3} = |\pi s_3| \cdot \mu_a = 34 \cdot 2,028 = 68,95 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Центр масс ползуна 5 совпадает с точкой D , следовательно, ускорение центра масс ползуна равно ускорению точки D , м/с^2 :

$$a_{s_3} = a_D = |\pi d| \cdot \mu_a = 6 \cdot 2,028 = 12,17 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

4. Определим все силовые факторы, действующие на звенья механизма, следующим образом.

Массы звеньев, Н , равны

$$\begin{aligned} m_1 &= 0,35 \cdot m_2 = 0,35 \cdot 5,2 = 1,82 \text{ Н}, \\ m_3 &= m_{BO_1} + m_{CO_1} + m_{BC} = (0,3 + 0,3 + 0,15) \cdot m_2 = 0,75 \cdot 5,2 = 3,9 \text{ Н}, \\ m_4 &= 0,75 \cdot m_2 = 0,75 \cdot 5,2 = 3,9 \text{ Н}, \\ m_5 &= 0,6 \cdot m_4 = 0,6 \cdot 3,90 = 0,6 \cdot 3,90 = 2,34 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Силы тяжести звеньев механизма, Н , составляют

$$\begin{aligned} G_1 &= m_1 \cdot q = 1,82 \cdot 9,81 = 17,85 \text{ Н}, \\ G_2 &= m_2 \cdot q = 5,2 \cdot 9,81 = 51,01 \text{ Н}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_3 &= m_3 \cdot q = 3,9 \cdot 9,81 = 38,26 \text{ Н}, \\
G_4 &= m_4 \cdot q = 3,9 \cdot 9,81 = 38,26 \text{ Н}, \\
G_5 &= m_5 \cdot q = 2,34 \cdot 9,81 = 22,96 \text{ Н},
\end{aligned}$$

Силы инерции звеньев механизма, Н, равны

$$\begin{aligned}
F_{и1} &= m_1 \cdot a_{s1} = 1,82 \cdot 0 = 0 \text{ Н}, \\
F_{и2} &= m_2 \cdot a_{s2} = 5,2 \cdot 101,4 = 527,28 \text{ Н}, \\
F_{и3} &= m_3 \cdot a_{s3} = 3,9 \cdot 68,95 = 268,91 \text{ Н}, \\
F_{и4} &= m_4 \cdot a_{s4} = 3,90 \cdot 52,73 = 205,65 \text{ Н}, \\
F_{и5} &= m_5 \cdot a_{s5} = 2,34 \cdot 12,17 = 28,48 \text{ Н}.
\end{aligned}$$

Вектора сил инерций прикладываем к центрам масс звеньев, так как их направления действия противоположны направлениям действия ускорений центров масс этих же звеньев (рис. 3.7 а).

Моменты инерции звеньев, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$, равны

$$\begin{aligned}
J_{s1} &= 0,166 \cdot m_1 \cdot l_{OA}^2 = 0,166 \cdot 1,82 \cdot 0,15^2 = 0,00679 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \\
J_{s2} &= 0,083 \cdot m_2 \cdot l_{AB}^2 = 0,083 \cdot 5,2 \cdot 0,37^2 = 0,05909 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \\
J_{s4} &= 0,1 \cdot m_4 \cdot l_{CD}^2 = 0,083 \cdot 3,9 \cdot 0,26^2 = 0,02188 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.
\end{aligned}$$

Момент инерции коромысла 3, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$,

$$\begin{aligned}
J_{s3} &= \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \cdot l_i^2)}{18} = \frac{m_{BO1} \cdot l_{BO1}^2 + m_{CO1} \cdot l_{CO1}^2 + m_{BC} \cdot l_{BC}^2}{18} = \\
&= \frac{1,56 \cdot 0,2^2 + 1,56 \cdot 0,2^2 + 0,78 \cdot 0,08^2}{18} = 0,00721 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,
\end{aligned}$$

где n – количество стержней, образующих коромысло (контур), кг;

$$\begin{aligned}
m_{BO1} &= 0,3 \cdot m_2 = 0,3 \cdot 5,2 = 1,56 \text{ кг}, \\
m_{CO1} &= 0,3 \cdot m_2 = 0,3 \cdot 5,2 = 1,56 \text{ кг}, \\
m_{BC} &= 0,15 \cdot m_2 = 0,15 \cdot 5,2 = 0,78 \text{ кг}.
\end{aligned}$$

Угловые ускорения звеньев механизма, с^{-2} , равны

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 &= \frac{a_{AO}^r}{l_{AO}} = \frac{0}{0,20} = 0 \text{ с}^{-2}, \\
\varepsilon_2 &= \frac{a_{BA}^r}{l_{AB}} = \frac{|n_1 b| \cdot \mu_a}{l_{AB}} = \frac{3 \cdot 2,028}{0,37} = 16,43 \text{ с}^{-2},
\end{aligned}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{BO_1}^r}{l_{BO_1}} = \frac{|n_2 b| \cdot \mu_a}{l_{BO_1}} = \frac{25 \cdot 2,028}{0,20} = 253,5 \text{ с}^{-2},$$

$$\varepsilon_4 = \frac{a_{DC}^r}{l_{CD}} = \frac{|n_5 b|}{l_{CD}} \cdot \mu_a = \frac{45 \cdot 2,028}{0,26} = 351 \text{ с}^{-2}.$$

Угловое ускорение ползуна 5 равно нулю, т. е. $\varepsilon_5 = 0$, т. к. ползун 5 со стойкой 0 образует поступательную пару 5-го класса, следовательно, данное звено может совершать только поступательные прямолинейные движения. Для определения направлений действия угловых ускорений ε_2 , ε_3 и ε_4 перенесем вектора тангенциальных ускорений $\vec{a}_{BA}^r$, $\vec{a}_{BO_1}^r$ и $\vec{a}_{DC}^r$ (рис. 3.7 б), соответственно, в точки В и D на кинематической схеме механизма (рис. 3.7 а).

При этом точки А и С считаем условно неподвижными. В этом случае полученные системы будут совершать вращательные движения, соответственно, вокруг неподвижных точек А, O_1 и С. Данные направления движений и есть, соответственно, направления действия угловых ускорений этих звеньев, т. е. угловые ускорения ε_2 и ε_3 действуют по ходу часовой стрелки, угловое ускорение ε_4 имеет противоположное направление.

Моменты пары сил инерции звеньев, Н·м, равны

$$M_{и1} = J_{s1} \cdot \varepsilon_1 = 0,00679 \cdot 0 = 0 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$M_{и2} = J_{s2} \cdot \varepsilon_2 = 0,05909 \cdot 16,43 = 0,97 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$M_{и3} = J_{s3} \cdot \varepsilon_3 = 0,00721 \cdot 253,5 = 1,83 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$M_{и4} = J_{s4} \cdot \varepsilon_4 = 0,02188 \cdot 351,0 = 7,68 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$M_{и5} = J_{s5} \cdot \varepsilon_5 = J_{s5} \cdot 0 = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Направления действия моментов пар сил инерции $M_{и2}$, $M_{и3}$ и $M_{и4}$ противоположны направлениям действия соответствующих угловых ускорений ε_2 , ε_3 и ε_4 , т. е. моменты пар сил инерции шатуна 2 и коромысла 3 действуют противоположно ходу часовой стрелки (рис. 3.7 г), а момент пары сил инерции шатуна 4 действует по ходу часовой стрелки (рис. 3.7 в).

4. С целью определения реакций в кинематических парах разделим кинематическую схему механизма на структурные группы звеньев.

Структурная группа звеньев 5–4 показана на рис. 3.7 в. Действующими силовыми факторами являются: силы тяжести звеньев $\vec{G}_4$ и $\vec{G}_5$, силы инерции $\vec{F}_{и4}$ и $\vec{F}_{и5}$, момент пары сил инерции $M_{и4}$, реакции $\vec{R}_{34}$ и $\vec{R}_{05}$, характеризующие действия звеньев 3 и 0. Для реакции $\vec{R}_{05}$ известны точка ее приложения и линия действия (перпендикулярно к прямой OD). Для реакции $\vec{R}_{34}$ известна только точка ее приложения. Разложим реакцию $\vec{R}_{34}$ на составляющие $\vec{R}_{34}^n$ и $\vec{R}_{34}^r$.

Уравнение равновесия полученной системы имеет вид

$$\vec{R}_{34}^n + \vec{R}_{34}^\tau + \vec{G}_4 + \vec{F}_{и4} + \vec{G}_5 + \vec{F}_{и5} + \vec{R}_{05} = \vec{0}. \quad (3.12)$$

Уравнение равновесия (3.9) содержит три неизвестных: $\vec{R}_{34}^n$, $\vec{R}_{34}^\tau$ и $\vec{R}_{05}$, следовательно, статическая неопределимость системы равна двум.

С целью раскрытия статической неопределимости найдем значение тангенциальной составляющей реакции $\vec{R}_{34}^\tau$.

Звено 4: $\sum m(F_i)_D = 0$, или

$$R_{34}^\tau \cdot l_{CD} - M_{и4} - F_{и4} \cdot h_1 + G_4 \cdot h_2 = 0, \quad (3.13)$$

где плечи моментов, м:

$$h_1 = |h_1| \cdot \mu_l = 13 \cdot 0,01 = 0,13 \text{ м},$$

$$h_2 = |h_2| \cdot \mu_l = 11 \cdot 0,01 = 0,11 \text{ м}.$$

Значение тангенциальной составляющей реакции в шарнире С, Н,

$$R_{34}^\tau = \frac{F_{и4} \cdot h_1 + M_{и4} - G_4 \cdot h_2}{l_{CD}} = \frac{205,65 \cdot 0,13 + 7,68 - 38,26 \cdot 0,11}{0,26} = 116,18 \text{ Н}.$$

В результате проведенных вычислений в уравнении равновесия (3.12) осталось только две неизвестные – $\vec{R}_{34}^n$ и $\vec{R}_{05}$, следовательно, статическая неопределимость системы равна единице. Определение оставшихся неизвестных выполним с помощью плана сил.

Масштабный коэффициент плана сил, Н/мм, найдем по формуле

$$\mu_F = \frac{F_{и4}}{|x|} = \frac{205,65}{55} = 3,74 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

Переведем в масштабный коэффициент остальные силы, мм:

$$|R_{34}^\tau| = \frac{R_{34}^\tau}{\mu_F} = \frac{116,16}{3,74} = 31,06 \approx 31 \text{ мм},$$

$$|G_4| = \frac{G_4}{\mu_F} = \frac{38,26}{3,74} = 10,23 \approx 10 \text{ мм},$$

$$|F_{и5}| = \frac{F_{и5}}{\mu_F} = \frac{28,48}{3,74} = 7,61 \approx 8 \text{ мм},$$

$$|G_5| = \frac{G_5}{\mu_F} = \frac{22,96}{3,74} = 6,14 \approx 6 \text{ мм}.$$

По полученным величинам строим план сил (рис. 3.7 г).

Значение нормальной составляющей реакции в шарнире С, Н,

$$R_{34}^n = |R_{34}^\tau| \cdot \mu_F = 11 \cdot 3,74 = 41,14 \text{ Н}.$$

Значения полных реакций в шарнирах C и D , H , равны

$$R_{34} = |R_{34}| \cdot \mu_F = 33 \cdot 3,74 = 123,42 \text{ Н},$$

$$R_{05} = |R_{05}| \cdot \mu_F = 16 \cdot 3,74 = 59,84 \text{ Н}.$$

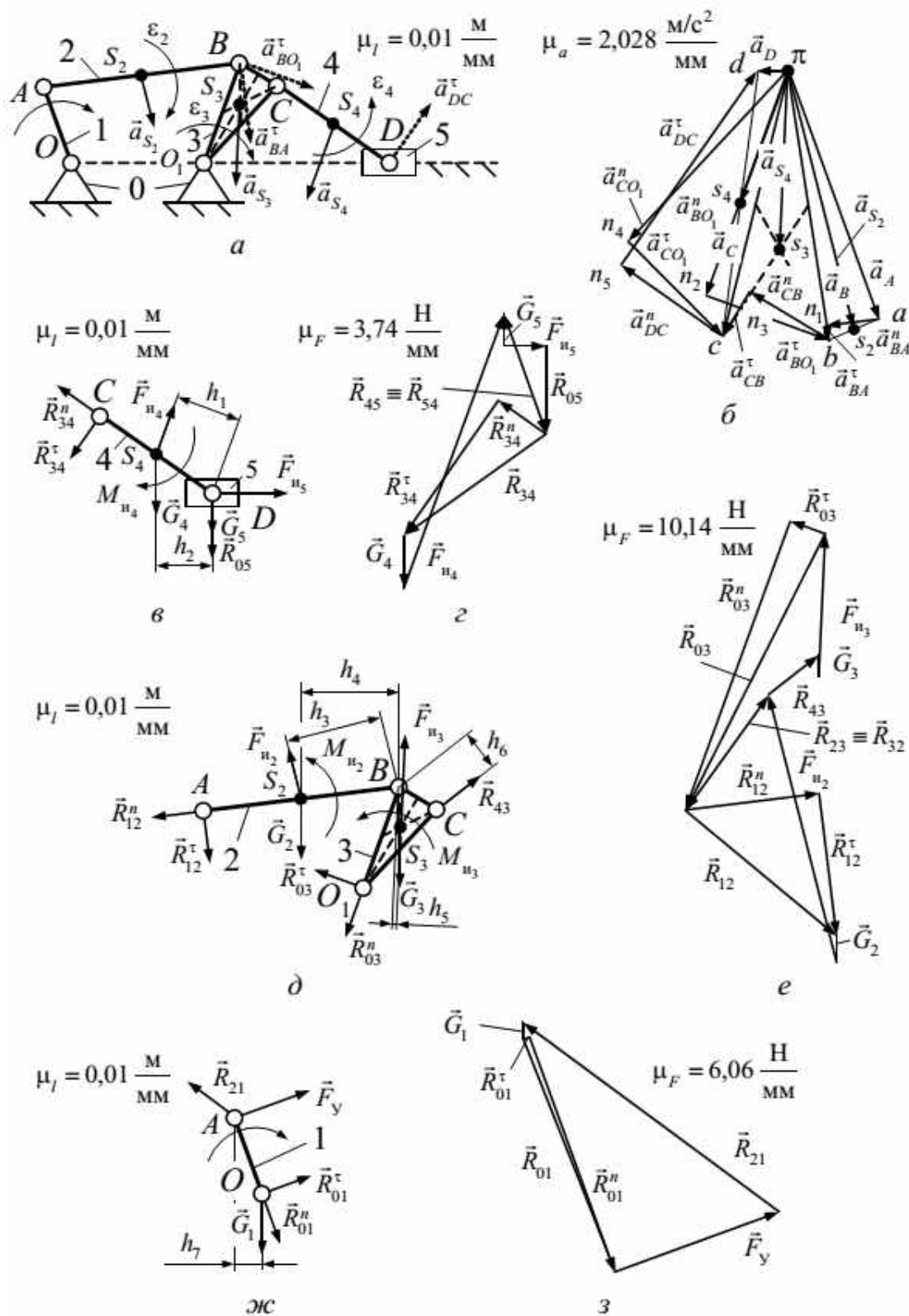


Рисунок 3.7 – Силовой анализ механизма качающегося транспортера:
а – план механизма, б – план ускорений, в, д, ж – структурная группа,
г, е, з – план сил

С целью определения реакции в шарнире D соединим на плане сил вершину вектора $\vec{F}_{u4}$ с вершиной вектора $\vec{R}_{05}$. Замерив полученный отрезок, определим значение реакции в шарнире B , Н:

$$R_{45} = R_{54} = |R_{45}| \cdot \mu_F = 24 \cdot 3,74 = 89,76 \text{ Н},$$

где $|R_{45}|$ – отрезок из плана сил (рис. 3.7 г).

Структурная группа звеньев 3–2 показана на рис. 3.7 д. Действующими силовыми факторами являются: силы тяжести звеньев $\vec{G}_2$ и $\vec{G}_3$, силы инерции $\vec{F}_{u2}$ и $\vec{F}_{u3}$, моменты пар сил инерции M_{u2} и M_{u3} , реакция $\vec{R}_{43}$ в шарнире C ($R_{43} = |R_{34}| = 123,42 \text{ Н}$), реакции $\vec{R}_{12}$ и $\vec{R}_{03}$, характеризующие действия звеньев 1 и 4. Для реакций $\vec{R}_{12}$ и $\vec{R}_{03}$ известны только точки приложения. Разложим реакции $\vec{R}_{12}$ и $\vec{R}_{03}$ на составляющие $\vec{R}_{12}^n$, $\vec{R}_{12}^\tau$ и $\vec{R}_{03}^n$, $\vec{R}_{03}^\tau$.

Уравнение равновесия полученной системы имеет вид:

$$\vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^\tau + \vec{G}_2 + \vec{F}_{u2} + \vec{R}_{43} + \vec{G}_3 + \vec{F}_{u3} + \vec{R}_{03}^\tau + \vec{R}_{03}^n = 0. \quad (3.14)$$

Уравнение равновесия (3.10) содержит четыре неизвестных: $\vec{R}_{12}^n$, $\vec{R}_{12}^\tau$ и $\vec{R}_{03}^n$, $\vec{R}_{03}^\tau$, следовательно, статическая неопределимость системы равна трем. С целью раскрытия статической неопределимости найдем значения тангенциальных составляющих реакций R_{34}^τ и R_{03}^τ .

Звено 2: $\sum m(F_i)_B = 0$, или

$$R_{12}^\tau \cdot l_{AB} - M_{u2} - F_{u2} \cdot h_3 + G_2 \cdot h_4 = 0, \quad (3.15)$$

где плечи моментов, м:

$$h_3 = |h_3| \cdot \mu_l = 18 \cdot 0,01 = 0,18 \text{ м},$$

$$h_4 = |h_4| \cdot \mu_l = 18 \cdot 0,01 = 0,18 \text{ м}.$$

Значение тангенциальной составляющей реакции в шарнире A , Н,

$$R_{12}^\tau = \frac{F_{u2} \cdot h_3 - M_{u2} - G_2 \cdot h_4}{l_{AB}} = \frac{527,28 \cdot 0,18 - 0,97 + 51,01 \cdot 0,18}{0,37} = 278,71 \text{ Н}.$$

Звено 3: $\sum m(F_i)_B = 0$, или

$$-R_{03}^\tau \cdot l_{BO_1} + M_{u3} + F_{u3} \cdot h_5 + R_{43} \cdot h_6 = 0, \quad (3.16)$$

где $m_B(G_3) = 0$, т. к. линия действия вектора $\vec{G}_3$ проходит через точку B ,

плечи моментов, м:

$$h_5 = |h_5| \cdot \mu_l = 1 \cdot 0,01 = 0,01 \text{ м},$$

$$h_6 = |h_6| \cdot \mu_l = 8 \cdot 0,01 = 0,08 \text{ м}.$$

Значение тангенциальной составляющей реакции в шарнире O_1 , Н,

$$R_{03}^{\tau} = \frac{F_{u3} \cdot h_5 + M_{u3} + R_{43} \cdot h_6}{l_{BO_1}} = \frac{268,91 \cdot 0,01 + 1,83 + 123,42 \cdot 0,08}{0,20} = 71,96 \text{ Н}.$$

В результате проведенных вычислений в уравнении равновесия (3.14) осталось только две неизвестные – $\vec{R}_{12}^n$ и $\vec{R}_{03}^n$, следовательно, статическая неопределимость системы равна единице. Определение оставшихся неизвестных выполним с помощью плана сил.

Масштабный коэффициент плана сил, Н/мм, вычислим по формуле

$$\mu_F = \frac{F_{u2}}{|x|} = \frac{527,28}{52} = 10,14 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

Переведем в масштабный коэффициент остальные силы, мм:

$$|R_{12}^{\tau}| = \frac{R_{12}^{\tau}}{\mu_F} = \frac{278,71}{10,14} = 27,49 \approx 27 \text{ мм},$$

$$|G_2| = \frac{G_2}{\mu_F} = \frac{51,01}{10,14} = 5,03 \approx 5 \text{ мм},$$

$$|F_{u3}| = \frac{F_{u3}}{\mu_F} = \frac{268,91}{10,14} = 26,52 \approx 26 \text{ мм},$$

$$|G_3| = \frac{G_3}{\mu_F} = \frac{38,26}{10,14} = 3,77 \approx 4 \text{ мм},$$

$$|R_{03}^{\tau}| = \frac{R_{03}^{\tau}}{\mu_F} = \frac{71,96}{10,14} = 7,09 \approx 7 \text{ мм},$$

$$|R_{43}| = \frac{R_{43}}{\mu_F} = \frac{123,42}{10,14} = 12,17 \approx 12 \text{ мм}.$$

По полученным величинам строим план сил в выбранном масштабном коэффициенте (рис. 3.7 е).

Значения нормальных составляющих реакций, Н, равны

$$R_{03}^n = |R_{03}^n| \cdot \mu_F = 58 \cdot 10,14 = 588,12 \text{ Н},$$

$$R_{12}^n = |R_{12}^n| \cdot \mu_F = 25 \cdot 10,14 = 253,50 \text{ Н}.$$

Значения полных реакций в шарнирах А и O_1 , Н, равны

$$R_{03} = |R_{03}| \cdot \mu_F = 58 \cdot 10,14 = 588,12 \text{ Н},$$

$$R_{12} = |R_{12}| \cdot \mu_F = 37 \cdot 10,14 = 375,18 \text{ Н}.$$

С целью определения реакции в шарнире B соединим на плане сил вершину вектора $\vec{F}_{u2}$ с вершиной вектора $\vec{R}_{03}^n$. Замерив полученный отрезок, определим величину реакции в шарнире B , мм:

$$R_{23} = R_{32} = |R_{23}| \cdot \mu_F = 27 \cdot 10,14 = 273,78 \text{ мм}.$$

где $|R_{23}|$ – отрезок с плана сил (рис. 3.7 е).

Структурная группа звеньев 1–0 показана на рис. 3.7 ж. Действующими силовыми факторами являются: сила тяжести кривошипа $\vec{G}_1$, реакция $\vec{R}_{21}$ в шарнире A ($R_{21} = |R_{12}| = 375,18 \text{ Н}$), реакция $\vec{R}_{01}$, характеризующая действия стойки 0. Для реакции $\vec{R}_{01}$ известна только точка приложения. Разложим реакцию $\vec{R}_{01}$ на составляющие $\vec{R}_{01}^n$ и $\vec{R}_{01}^t$.

Уравнение равновесия полученной системы принимает вид

$$\vec{F}_y + \vec{R}_{21} + \vec{G}_1 + \vec{R}_{01}^t + \vec{R}_{01}^n = 0. \quad (3.17)$$

Уравнение равновесия (3.11) содержит три неизвестных: $\vec{R}_{01}^n$, $\vec{R}_{01}^t$ и $\vec{F}_y$, следовательно, статическая неопределимость системы равна двум. С целью раскрытия статической неопределимости найдем значение тангенциальной составляющей реакции R_{01}^t .

Звено 1: $\sum m(F_i)_A = 0$, или

$$R_{01}^t \cdot l_{OA} - G_1 \cdot h_7 = 0, \quad (3.18)$$

где $m_B(F_y) = 0$, $m_B(R_{21}) = 0$, $m_B(R_{01}^n) = 0$, т. к. линии действия векторов $\vec{F}_y$, $\vec{R}_{21}$, $\vec{R}_{01}^n$ проходят через точку A , а плечо момента, м, равно

$$h_7 = |h_7| \cdot \mu_l = 5 \cdot 0,01 = 0,05 \text{ м}.$$

Величина тангенциальной составляющей реакции в шарнире O , Н,

$$R_{01}^t = \frac{G_1 \cdot h_7}{l_{OA}} = \frac{17,85 \cdot 0,05}{0,20} = 4,46 \text{ Н}.$$

В результате проведенных вычислений в уравнении равновесия (3.17) осталось только две неизвестные – $\vec{R}_{01}^n$ и $\vec{F}_y$, следовательно, статическая неопределимость системы равна единице. Определение оставшихся неизвестных выполним с помощью плана сил.

Масштабный коэффициент плана сил, Н/мм, вычислим по формуле

$$\mu_F = \frac{R_{21}}{|x|} = \frac{375,18}{60} = 6,25 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

Переведем в масштабный коэффициент остальные силы, мм:

$$|G_1| = \frac{G_1}{\mu_F} = \frac{17,85}{6,25} = 2,86 \approx 3 \text{ мм},$$

$$|R_{01}^r| = \frac{R_{01}^r}{\mu_F} = \frac{4,46}{6,25} = 0,72 \approx 1 \text{ мм}.$$

По полученным величинам строим план сил в выбранном масштабном коэффициенте (рис. 3.7 з).

Значение нормальной составляющей реакции, Н, равно

$$R_{01}^n = |R_{01}^n| \cdot \mu_F = 47 \cdot 6,25 = 293,75 \text{ Н},$$

$$R_{01} = |R_{01}| \cdot \mu_F = 47 \cdot 6,25 = 293,75 \text{ Н}.$$

Уравновешивающая сила, Н,

$$F_Y = |F_Y| \cdot \mu_F = 33 \cdot 6,25 = 206,25 \text{ Н}.$$

Уравновешивающий момент, Н·м,

$$M_Y = F_Y \cdot l_{OA} = 206,25 \cdot 0,20 = 41,25 \text{ Н}.$$

Вывод. Силовое управляющее воздействие равно 41,25 Н·м.

Задача 3.13. Для кривошипно-ползунного механизма определить силовое управляющее воздействие, используя теорему Жуковского, если массы звеньев находятся в соотношении $m_1 = 0,45 \cdot m_2$, $m_3 = 0,6 \cdot m_2$. Данные для построения кинематической схемы механизма и планов скоростей и ускорений взять из задачи 2.1 а, для составления расчетной схемы – из задачи 3.1.

Решение. 1. По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему кривошипно-ползунного механизма в масштабном коэффициенте длин $\mu_l = 0,01 \text{ м/мм}$ (рис. 3.8 а).

2. Для полученной кинематической схемы, исходя из условия задачи 2.1, строим план скоростей в соответствующем масштабном коэффициенте (рис. 3.8 б).

3. Исходя из условия задачи 3.1 составляем расчётную схему (рис. 3.8 а) для кривошипно-ползунного механизма. При этом на звенья механизма действуют следующие силовые факторы:

а) силы инерции шатуна 2 на ползуна 3. Н:

$$F_{и2} = m_2 \cdot a_{S_2} = 3,4 \cdot 2424 = 8241,6 \text{ Н}.$$

$$F_{и3} = 0,6 \cdot m_2 \cdot a_{S_3} = 0,6 \cdot 3,4 \cdot 2736 = 5581,44 \text{ Н}.$$

б) силы тяжести звеньев механизма, Н:

$$G_1 = m_1 \cdot q = 0,45 \cdot m_2 \cdot q = 0,45 \cdot 3,4 \cdot 9,81 = 15,01 \text{ Н}.$$

$$G_2 = m_2 \cdot q = 3,4 \cdot 9,81 = 33,35 \text{ Н}.$$

$$G_3 = m_3 \cdot q = 0,6 \cdot m_2 \cdot q = 0,6 \cdot 3,4 \cdot 9,81 = 20,01 \text{ Н}.$$

в) момент пары сил инерции шатуна 2, Н · м:

$$M_{и2} = J_{S_2} \cdot \varepsilon_2 = 0,033 \cdot 2894,12 = 95,51 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Заменяем момент пары сил инерции шатуна 2 парой сил, Н, и получаем

$$F_M = F'_M = \frac{M_{и2}}{I_{AB}} = \frac{95,51}{0,34} = 280,90 \text{ Н}.$$

4. В масштабном коэффициенте скоростей строим повернутый на 90° план скоростей, поворот осуществляем в направлении движения кривошипа (рис. 3.8 в). Следуя теореме Жуковского, переносим в одноименные точки повернутого плана с кинематической схемы кривошипно-ползунного механизма (рис. 3.8 а) векторы сил $\vec{G}_1$, $\vec{G}_2$, $\vec{G}_3$, $\vec{F}_{и2}$, $\vec{F}_{и3}$, $\vec{F}_M$ и $\vec{F}'_M$, действующие на звенья механизма (рис. 3.8 а). Для определения величины уравнивающей силы составим сумму моментов всех сил, действующих на данную систему относительно полюса повернутого плана скоростей:

$$\sum m(F_i)_p = 0 \quad G_2 \cdot h_1 + F_{и2} \cdot h_2 - F'_M \cdot h_3 - F_M \cdot h_4 + F_{и3} \cdot |pb| - F_y \cdot |pa| = 0, \quad (3.19)$$

где $m_p(G_1) = 0$, $m_p(G_3) = 0$, т. к. линии действия векторов $\vec{G}_1$ и $\vec{G}_3$ проходят через полюс плана скоростей, точку p , а плечи моментов $h_1 = 19$ мм, $h_2 = 29$ мм, $h_3 = 23$ мм, $h_4 = 19$ мм, $|pb| = 46$ мм, $|pa| = 48$ мм.

Следовательно, уравнивающая сила, Н,

$$F_y = \frac{G_2 \cdot h_1 + F_{и2} \cdot h_2 - F'_M \cdot h_3 - F_M \cdot h_4 + F_{и3} \cdot |pb|}{|pb|} =$$

$$= \frac{33,35 \cdot 19 + 8241,6 \cdot 29 - 280,91 \cdot 23 - 280,91 \cdot 19 + 5581,44 \cdot 46}{48} = 10095,58 \text{ Н}.$$

Уравнивающий момент, Н·м,

$$M_y = F_y \cdot I_{OA} = 10095,58 \cdot 0,20 = 2019,12 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

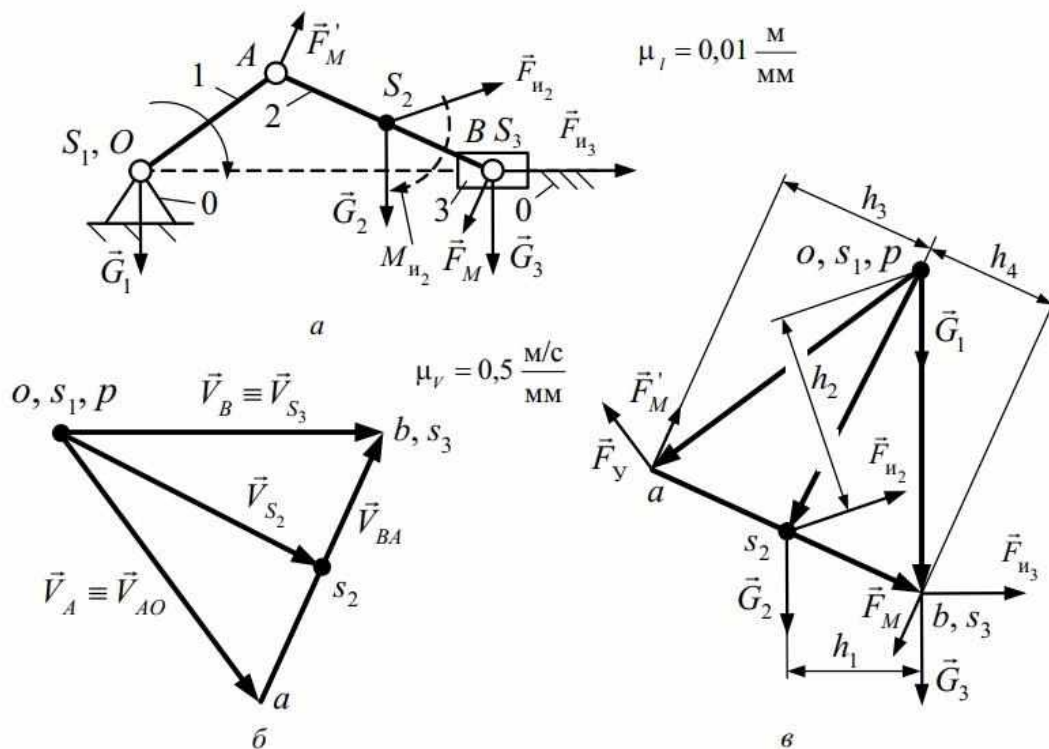


Рисунок 3.8. – Силовой анализ кривошипно-ползунного механизма
а – план механизма, б – план скоростей, в – план сил

Вывод. Силовое управляющее воздействие равно $2019,12 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Задача 3.14. Для шарнирного механизма определить силовое управляющее воздействие, используя теорему Жуковского, если массы звеньев находятся в соотношении $m_1 = 0,45 \cdot m_2, m_3 = 0,6 \cdot m_2$. Данные для построения кинематической схемы механизма и планов скоростей и ускорений взять из задачи 2.2, а для составления расчётной схемы – из задачи 3.2.

Решение. 1. По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему шарнирного механизма в масштабном коэффициенте длин $\mu_l = 0,01 \text{ м/мм}$ (рис. 3.9 а).

2. Для полученной кинематической схемы исходя из условия задачи 2.2 строим план скоростей в соответствующем масштабном коэффициенте (рис. 3.9 б).

3. Исходя из условия задачи 3.14 составляем расчётную схему (рис. 3.9 а) для шарнирного механизма. При этом на звенья механизма действуют следующие силовые факторы:

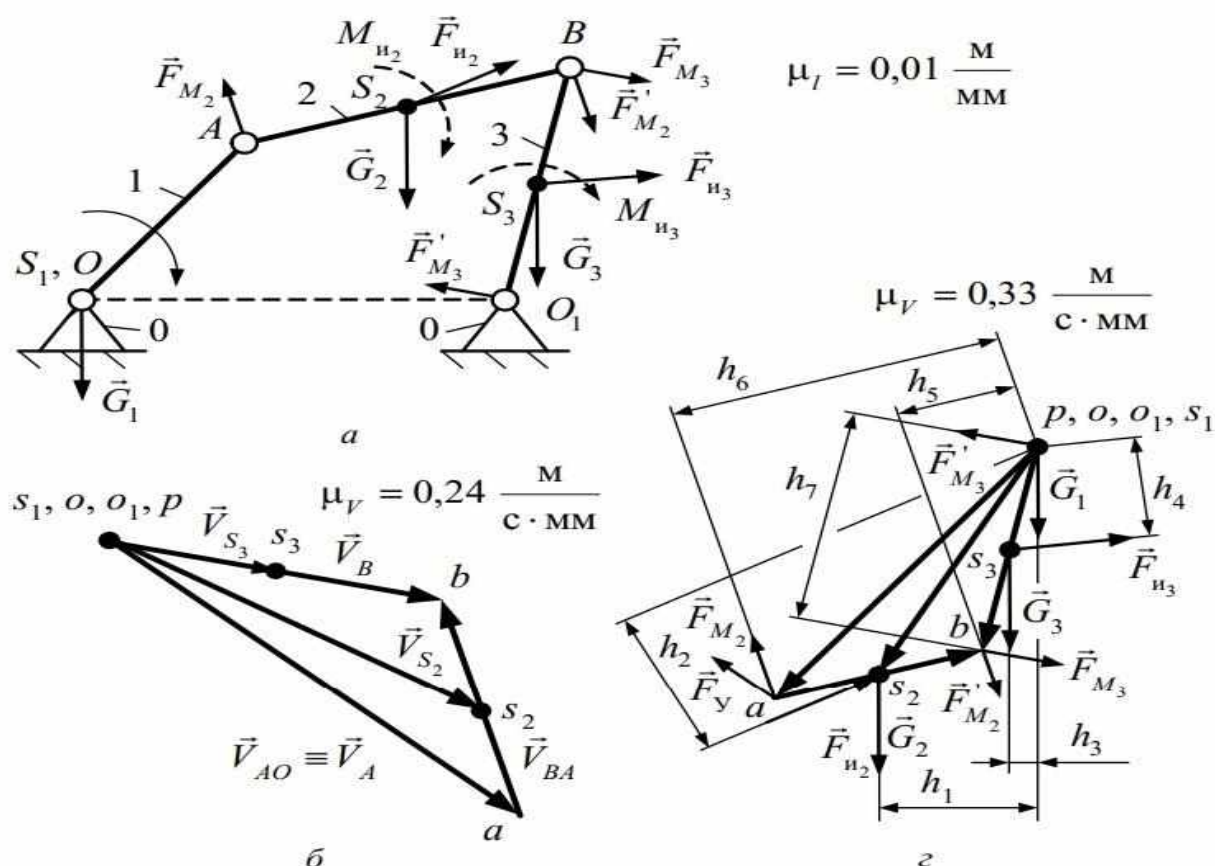
а) силы инерции шатуна 2 и коромысла 3, Н,

$$F_{и2} = m_2 \cdot a_{и2} = 4,5 \cdot 705,0 = 3172,5 \text{ Н}$$

$$F_{и3} = 0,6 \cdot m_2 \cdot a_{S3} = 0,6 \cdot 4,5 \cdot 390,0 = 1053 \text{ Н.}$$

б) силы тяжести звеньев механизма, Н,

$$G_3 = m_3 \cdot q = 0,6 \cdot m_2 \cdot q = 0,6 \cdot 4,5 \cdot 9,81 = 26,49 \text{ Н.}$$

$$M_{H_3} = J_{S_3} \cdot \varepsilon_3 = 0,04 \cdot 2142,86 = 85,71 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$
$$F_{M_3} = \dot{F}_{M_3} = \frac{M_{H_3}}{I_{BO_1}} = \frac{85,71}{0,35} = 244,88 \text{ Н.}$$


94

Следуя теореме Жуковского, переносим в одноименные точки повернутого плана с кинематической схемы шарнирного механизма (рис. 3.9 а) векторы сил $\vec{G}_1$, $\vec{G}_2$, $\vec{G}_4$, $\vec{F}_{и2}$, $\vec{F}_{и4}$, $\vec{F}_{M2}$, $\vec{F}_{M2}$, $\vec{F}_{M4}$ и $\vec{F}_{M4}$, действующие на звенья механизма (рис. 3.9 в). Для определения величины уравнивающей силы составим сумму моментов всех сил, действующих на данную систему относительно полюса повернутого плана скоростей:

$$\sum m(F_i)_p = 0, \text{ или} \quad (3.20)$$

$$G_2 \cdot h_1 + F_{и2} \cdot h_2 + G_4 \cdot h_3 + F_{и4} \cdot h_4 + F_{M2} \cdot h_5 - F_{M2} \cdot h_6 + F_{M4} \cdot h_7 - F_y \cdot |pa| = 0,$$

где $m_p(G_1) = 0$, т. к. линии действия вектора $\vec{G}_1$ проходят через полюс плана скоростей, точку p , а плечи моментов $h_1 = 19$ мм, $h_2 = 21$ мм, $h_3 = 3$ мм, $h_4 = 14$ мм, $h_5 = 14$ мм, $h_6 = 40$ мм, $h_7 = 31$ мм, $|pa| = 48$ мм.

Следовательно, уравнивающая сила, Н,

$$F_y = \frac{G_2 \cdot h_1 + F_{и2} \cdot h_2 + G_3 \cdot h_3 + F_{и3} \cdot h_4 + F_{M2} \cdot h_5 - F_{M2} \cdot h_6 + F_{M3} \cdot h_7}{|pa|} =$$

$$= \frac{(44,15 \cdot 19 + 3172,5 \cdot 21 + 26,49 \cdot 3 + 1053,0 \cdot 14 + 204,65 \cdot 14 - 204,65 \cdot 40 + 244,88 \cdot 31)}{48} = 1761,52 \text{ Н.}$$

Уравнивающий момент, Н·м,

$$M_y = F_y \cdot I_{OA} = 1761,52 \cdot 0,30 = 528,46 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Вывод. Силовое управляющее воздействие равно 528,46 Н·м.

Задача 3.15. Для кулисного механизма определить силовое управляющее воздействие, используя теорему Жуковского, если массы звеньев находятся в соотношении $m_1 = 0,29 \cdot m_3$, $m_2 = 0,38 \cdot m_3$. Данные для построения кинематической схемы механизма и планов скоростей и ускорений взять из задачи 2.3, а для составления расчетной – схемы из задачи 3.3.

Решение. 1. По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему кулисного механизма в масштабном коэффициенте длин $\mu_l = 0,01$ м/мм (рис. 3.10 а).

2. Для полученной кинематической схемы, исходя из условия задачи 2.3, строим план скоростей в соответствующем масштабном коэффициенте (рис. 3.10 б).

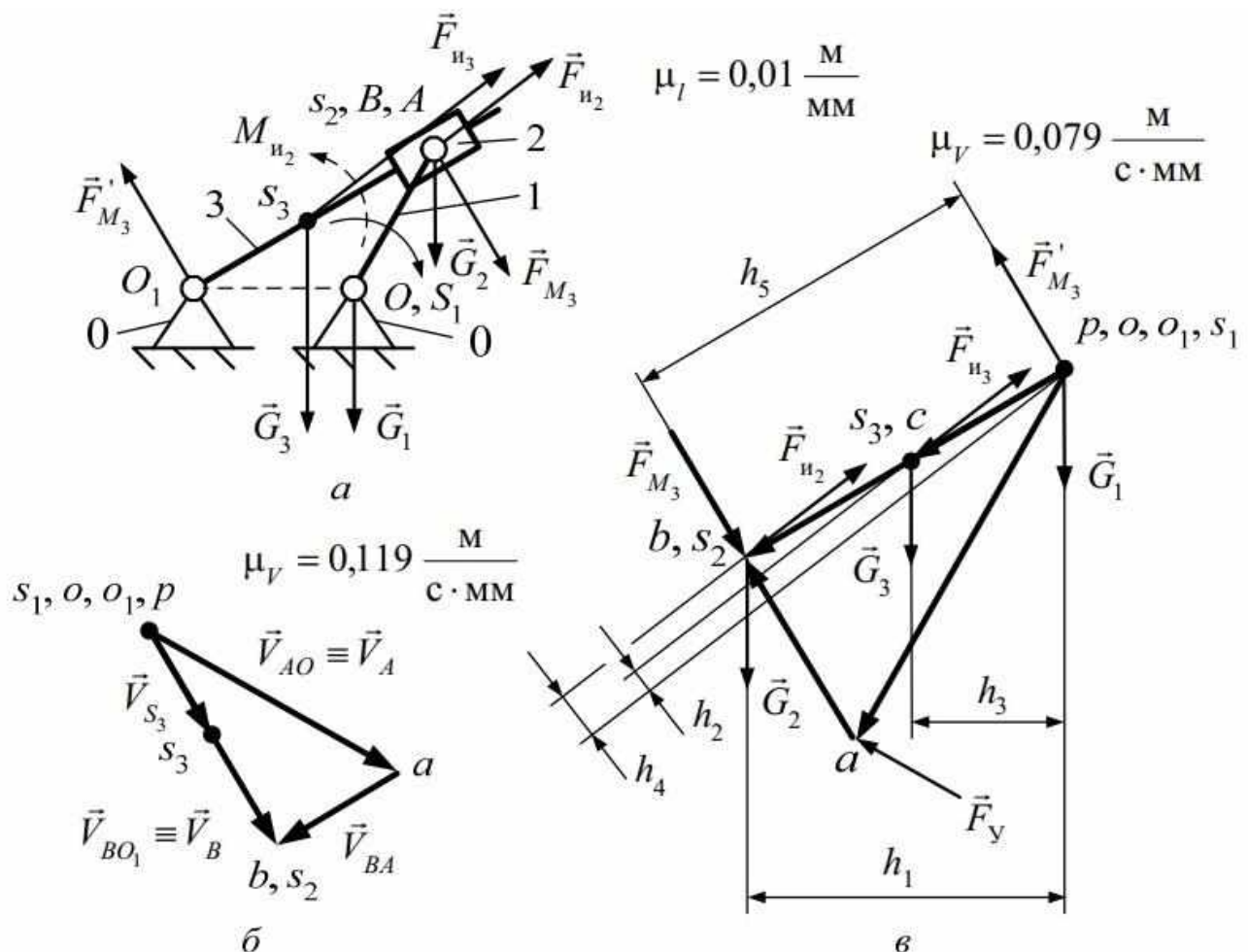


Рисунок 3.10 – Силовой анализ кулисного механизма:
а – план положений, б – план скоростей, в – план сил

3. Исходя из условия задачи 3.15, составляем расчётную схему (рис. 3.10 а) для кулисного механизма. При этом на звенья механизма действуют следующие силовые факторы:

а) силы инерции ползуна 2 и кулисы 3, Н,

$$F_{и3} = m_3 \cdot a_{S_3} = 4,25 \cdot 20,02 = 85,08 \text{ Н},$$

$$F_{и2} = m_2 \cdot a_{S_2} = 0,38 \cdot m_3 \cdot a_{S_2} = 0,38 \cdot 4,25 \cdot 38,5 = 62,18 \text{ Н}.$$

б) силы тяжести звеньев механизма, Н,

$$G_1 = m_1 \cdot q = 0,29 \cdot m_3 \cdot q = 0,29 \cdot 4,25 \cdot 9,81 = 12,09 \text{ Н},$$

$$G_2 = m_2 \cdot q = 0,38 \cdot m_3 \cdot q = 0,38 \cdot 4,25 \cdot 9,81 = 15,84 \text{ Н},$$

$$G_3 = m_3 \cdot q = 4,25 \cdot 9,81 = 41,69.$$

в) момент пары сил инерции кулисы 3, Н · м,

$$M_{и3} = J_{S_3} \cdot \varepsilon_3 = 0,043 \cdot 17,60 = 0,757 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Заменяем момент пары сил инерции кулисы 3 парой сил, Н:

$$F_{M_3} = F'_{M_3} = \frac{M_{i3}}{I_{AB}} = \frac{0,757}{0,34} = 2,23 \text{ Н.}$$

4. В масштабном коэффициенте скоростей строим повернутый на 90° план скоростей, поворот осуществляем в направлении движения кривошипа (рис. 3.10 в). Для определения величины уравнивающей силы составим сумму моментов всех сил, действующих на данную относительно полюса повернутого плана скоростей.

$$\sum m(F_i)_p = 0, \text{ или} \quad (3.21)$$

$$G_2 \cdot h_1 - F_{i2} \cdot h_4 + F_{M_3} \cdot h_5 + G_3 \cdot h_3 - F_{i3} \cdot h_2 - F_y \cdot |pa| = 0,$$

где $m_p(G_1) = 0$, т. к. линия действия вектора $\vec{G}_1$ проходит через полюс плана скоростей, точку p , а плечи моментов $h_1 = 40$ мм, $h_2 = 3$ мм, $h_3 = 19$ мм, $h_4 = 6$ мм, $h_5 = 46$ мм, $|pa| = 53$ мм.

Уравнивающая сила, Н,

$$F_y = \frac{G_2 \cdot h_1 - F_{i2} \cdot h_4 + F_{M_3} \cdot h_5 + G_3 \cdot h_3 - F_{i3} \cdot h_2}{|pa|} =$$

$$= \frac{15,84 \cdot 40 - 62,18 \cdot 6 + 2,23 \cdot 46 + 41,69 \cdot 19 - 85,08 \cdot 3}{53} = 16,98 \text{ Н.}$$

Уравнивающий момент, Н·м,

$$M_y = F_y \cdot I_{OA} = 16,98 \cdot 0,20 = 3,396 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Вывод. Силовое управляющее воздействие равно $3,396 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Задача 3.22. Для механизма качающегося транспортера определить силовое управляющее воздействие, используя теорему Жуковского. Данные для построения кинематической схемы механизма схемы и планов скоростей и ускорений взять из задачи 2.4, а для составления расчётной схемы – из задачи 3.16.

Решение. 1. По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему механизма качающегося транспортера в масштабном коэффициенте длин $\mu_l = 0,01 \text{ м/мм}$ (рис. 3.17 а).

2. Для полученной кинематической схемы, исходя из условия задачи 2.6, строим план скоростей в соответствующем масштабном коэффициенте (рис. 3.17 б).

3. Исходя из условия задачи 3.16 составляем расчётную схему (рис. 3.17 а) для механизма качающегося транспортера. При этом на звенья механизма

действуют следующие силовые факторы, которые определяем по приведенным формулам.

Силы инерции звеньев механизма, Н, равны

$$\begin{aligned}F_{и1} &= m_1 \cdot a_{s1} = 1,82 \cdot 0 = 0 \text{ Н}, \\F_{и2} &= m_2 \cdot a_{s2} = 5,2 \cdot 101,4 = 527,28 \text{ Н}, \\F_{и3} &= m_3 \cdot a_{s3} = 3,9 \cdot 68,95 = 268,91 \text{ Н}, \\F_{и4} &= m_4 \cdot a_{s4} = 3,90 \cdot 52,73 = 205,65 \text{ Н}, \\F_{и5} &= m_5 \cdot a_{s5} = 2,34 \cdot 12,17 = 28,48 \text{ Н}.\end{aligned}$$

Силы тяжести звеньев механизма, Н, равны

$$\begin{aligned}G_1 &= m_1 \cdot q = 1,82 \cdot 9,81 = 17,85 \text{ Н}, \\G_2 &= m_2 \cdot q = 5,2 \cdot 9,81 = 51,01 \text{ Н}, \\G_3 &= m_3 \cdot q = 3,9 \cdot 9,81 = 38,26 \text{ Н}, \\G_4 &= m_4 \cdot q = 3,9 \cdot 9,81 = 38,26 \text{ Н}, \\G_5 &= m_5 \cdot q = 2,34 \cdot 9,81 = 22,96 \text{ Н}.\end{aligned}$$

Моменты пары сил инерции звеньев, Н · м, равны

$$\begin{aligned}M_{и1} &= J_{s1} \cdot \varepsilon_1 = 0,00679 \cdot 0 = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}, \\M_{и2} &= J_{s2} \cdot \varepsilon_2 = 0,05909 \cdot 16,43 = 0,97 \text{ Н} \cdot \text{м}, \\M_{и3} &= J_{s3} \cdot \varepsilon_3 = 0,00721 \cdot 253,5 = 1,83 \text{ Н} \cdot \text{м}; \\M_{и4} &= J_{s4} \cdot \varepsilon_4 = 0,02188 \cdot 351,0 = 7,68 \text{ Н} \cdot \text{м}; \\M_{и5} &= J_{s5} \cdot \varepsilon_5 = J_{s5} \cdot 0 = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}.\end{aligned}$$

Заменяем моменты пары сил инерции шатунов 2, 4 и коромысла 3 эквивалентными парами сил, Н, и получаем

$$\begin{aligned}F_{M2} = F_{M2}^{\sim} &= \frac{M_{и2}}{I_{AB}} = \frac{0,97}{0,37} = 2,62 \text{ Н}, \\F_{M3} = F_{M3}^{\sim} &= \frac{M_{и3}}{I_{BO_1}} = \frac{1,83}{0,20} = 9,15 \text{ Н}, \\F_{M4} = F_{M4}^{\sim} &= \frac{M_{и4}}{I_{CD}} = \frac{7,68}{0,26} = 29,54 \text{ Н}.\end{aligned}$$

4. В масштабном коэффициенте скоростей строим повернутый на 90° план скоростей, поворот осуществляем в направлении движения кривошипа (рис. 3.17 в). В одноимённые точки полученной фигуры с кинематической схемы механизма качающегося транспортера (рис. 3.17 а) переносим векторы внешних сил $\vec{G}_1$, $\vec{G}_2$, $\vec{G}_3$, $\vec{G}_4$, $\vec{G}_5$, $\vec{F}_{и2}$, $\vec{F}_{и3}$, $\vec{F}_{и4}$, $\vec{F}_{и5}$, $\vec{F}_{M2}$, $\vec{F}_{M2}^{\sim}$, $\vec{F}_{M3}$, $\vec{F}_{M3}^{\sim}$, $\vec{F}_{M4}$, и $\vec{F}_{M4}^{\sim}$,

данную систему относительно полюса повернутого плана скоростей:

$$\sum m(F_i)_p = 0, \text{ или}$$

(3.22)

$$G_2 \cdot h_1 + G_4 \cdot h_2 + G_3 \cdot h_2 - F_{n_2} \cdot h_3 + F_{n_4} \cdot h_4 - F_{n_5} \cdot h_5 + F_{n_5} \cdot |pd| - \\ - \dot{F}_{M_2} \cdot h_6 - F_{M_2} \cdot h_9 - \dot{F}_{M_4} \cdot h_7 - F_{M_4} \cdot h_8 - F_{M_3} \cdot |pb| + F_y \cdot |pa| = 0,$$

где $\mathbf{m}_p(\mathbf{G}_1) = 0$, $\mathbf{m}_p(\mathbf{G}_3) = 0$, $\mathbf{m}_p(\dot{\mathbf{F}}_{M_3}) = 0$, т. к. линии действия векторов $\vec{\mathbf{G}}_1$ и $\vec{\mathbf{G}}_3$, $\vec{\mathbf{F}}_{M_3}$ проходят через полюс плана скоростей, точку р, а плечи моментов $\mathbf{h}_1 = 1 \text{ мм}$, $\mathbf{h}_2 = 19 \text{ мм}$, $\mathbf{h}_3 = 13 \text{ мм}$, $\mathbf{h}_4 = 1 \text{ мм}$, $\mathbf{h}_5 = 18 \text{ мм}$, $\mathbf{h}_6 = 12 \text{ мм}$, $\mathbf{h}_7 = 39 \text{ мм}$, $\mathbf{h}_8 = 8 \text{ мм}$, $\mathbf{h}_9 = 25 \text{ мм}$, $|\mathbf{pb}| = 56 \text{ мм}$, $|\mathbf{pd}| = 68 \text{ мм}$, $|\mathbf{pa}| = 51 \text{ мм}$.

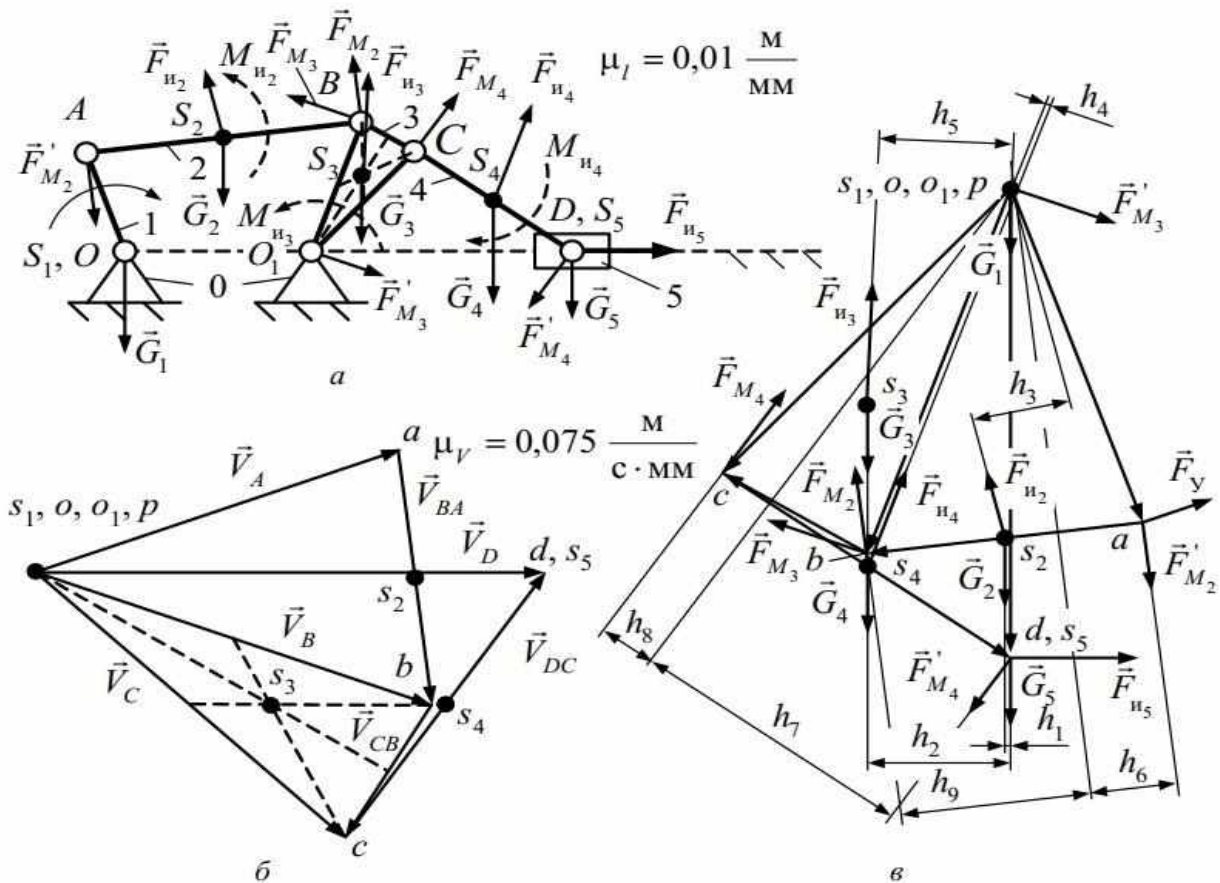


Рисунок 3.17 – Силовой анализ механизма качающегося транспортера:
а – план положений, б – план скоростей, в – план ускорений

Следовательно, уравнивающая сила, H , равна

$$\begin{aligned}
F_y &= \frac{-G_2 \cdot h_1 - G_4 \cdot h_2 - G_3 \cdot h_2 + F_{и3} \cdot h_3 - F_{и4} \cdot h_4 + F_{и5} \cdot h_5 -}{|pa|} = \\
&= \frac{-F_{и5} \cdot |pd| + F_{M2} \cdot h_6 + F_{M2} \cdot h_9 + F_{M4} \cdot h_7 + F_{M4} \cdot h_8 + F_{M3} \cdot |pb|}{51} = \\
&= \frac{10045,56}{51} = 196,97 \text{ Н}
\end{aligned}$$

Уравновешивающий момент, Н · м.

$$M_y = F_y \cdot I_{OA} = 196,97 \cdot 0,15 = 29,54 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Вывод. Силовое управляющее воздействие равно 29,54 Н · м.

Задача 3.23. Определить силовое управляющее воздействие, используя теорему Жуковского, если ползун кривошипно-ползунного механизма находится под действием силы полезного сопротивления $F_{пс}$. Данные для построения кинематической схемы и планов скоростей и ускорений взять из задачи 2.7, а для составления расчётной схемы и значение силы полезного сопротивления – из задачи 3.6.

Задача 3.24. Определить силовое управляющее воздействие, используя теорему Жуковского, если коромысло шарнирного механизма находится под действием силы полезного сопротивления $F_{пс}$. Данные для построения кинематической схемы и планов скоростей и ускорений взять из задачи 2.8, а для составления расчётной схемы и значение силы полезного сопротивления – из задачи 3.7.

Задача 3.25. Определить силовое управляющее воздействие, используя теорему Жуковского, если выходное звено плоского рычажного механизма находится под действием силы полезного сопротивления $F_{пс}$. Данные для построения кинематической схемы и планов скоростей взять из задачи 2.9, а для составления расчётной схемы и значение силы полезного сопротивления – из задачи 3.8.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1 Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин: учебник для вузов / И. И. Артоболевский. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва: Наука, 1988. – 640 с.
- 2 Теория механизмов и машин: учебник для вузов / К. В. Фролов, С. А. Попов, А. К. Мусатов [и др.]; под ред. К. В. Фролова. – Москва: Высшая школа, 1987. – 495 с.
- 3 Левитский, Н. И. Теория механизмов и машин: учебное пособие / Н. И. Левитский. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Наука, 1990. – 590 с.
- 4 Буткевич, В. Г. Теория механизмов и машин: лабораторный практикум / Сост. В. Г. Буткевич, Г. И. Москалев, Т. А. Мачихо. – Витебск: УО «ВГТУ», 2025. – 82 с.

Учебное издание

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Практикум

Составители:

Буткевич Вячеслав Гарьевич
Москалёв Геннадий Иванович
Мачихо Татьяна Афанасьевна

Редактор *Р. А. Никифорова*
Корректор *А. С. Прокопюк*
Компьютерная верстка *В.Г. Буткевич*

Подписано к печати 25.05.2026. Формат 60х90¹/₁₆. Усл. печ. листов 6,4.
Уч.-изд. листов 6,4. Тираж 60 экз. Заказ № 121.

Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет»
210038, г. Витебск, Московский пр., 72

Отпечатано на ризографе учреждения образования

«Витебский государственный технологический университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 1/172 от 12 февраля 2014 г.

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 3/11497 от 30 мая 2017 г.