При использовании сопряжения элементов можно обновлять все связанные элементы модели при внесении изменений в ее изначальные характеристики, поддерживая целостность конструкции детали.

В результате проделанной работы можно сделать вывод о том, что анализ исходной формы объекта играет ключевую роль в моделировании: разбиение сложных деталей на простые геометрические примитивы не только упрощает процесс построения 3D модели, но и помогает глубже понять внешние и внутренние взаимосвязи конструкции.

Список использованных источников

1. Практикум по инженерной графике. Построение изображений. Ч. 2 / ВГТУ ; сост.: Д. Г. Козинец, В. И. Луцейкович, И. Е. Сюборова. – Витебск : УО ВГТУ, 2002. – 225 с.
2. Начертательная геометрия, инженерная и машинная график : лабораторный практикум / сост. П. А. Костин, И. М. Рассохина. – Витебск, 2021. – 162 с.
3. ГОСТ 2.052-2021 Единая система конструкторской документации. Электронная модель изделия. Общие положения.
4. ГОСТ Р 2.057-2019 Единая система конструкторской документации. Электронная модель сборочной единицы. Общие положения.

УДК 519.176

ТЕОРИЯ ГРАФОВ В ЛОГИСТИКЕ

Мильяненко И. Э., студ., Дмитриев А. П., к.т.н., доц.

Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь

Реферат. *В статье рассмотрены несколько конкретных логистических задач, решения которых осуществляются на основе использования законов теории графов.*

Ключевые слова: логистика, теория графов, задача коммивояжера, оптимизирования потоков, алгоритм Форда–Фалкерсона.

В условиях эпохи массовой урбанизации и роста населения важной задачей является улучшение качества транспортных путей для обеспечения заводов и фабрик необходимым сырьем, а также для комфортабельного перемещения граждан страны. Поэтому современная транспортная сеть должна быть правильно проложена для снижения затрат времени и топлива при передвижении, а это значит весомая экономия. Решение задачи улучшения качества транспортных путей, их оптимизации рассматривается в логистике, и для её решения требуется строгие математические методы. Одним из разделов математики, который позволяет решить вопросы оптимизации в логистике, является теория графов. Теория графов в логистике позволяет заметно упростить в задачи транспортно-коммуникационных процессов.

Теория графов является одним из разделов дискретной математики и имеет наглядный и прикладной характер. Графы, связанные с логистикой, это графы типа «сеть», которые в логистике называются транспортными или коммуникационными, а иногда распределительными. Например, схема линий метро или маршрутов трамваев является графом транспортной сети, где для каждого маршрута цветами обозначаются остановки, точки пересечения путей и предполагаемое время прибытия. Основной задачей относящихся к транспортной логистике является оптимизация транспортировки по времени, а её решение – составление правильно маршрута доставки, выбор соответствующего транспорта, то есть создание комфортной сети транспортных коммуникаций. Составление правильного маршрута означает в максимально сжатые сроки доставить что-либо или кого-либо, минимизируя при этом материальные затраты, и состоит в нахождении самого оптимального, с точки зрения затрачиваемых ресурсов, пути передвижения объекта перемещения. При этом учитывается длина пути, условия, в которых этот путь будет проходить, и с помощью чего именно можно преодолеть этот путь.

В работе рассмотрено несколько практических задач логистики, решаемых с помощью теории графов.

Одной из них является задача коммивояжера, суть которой состоит в поиске наиболее выгодного пути между городами, проходящего по ним только один раз, с последующим возвращением в исходный город. Указанная задача представляет собой гамильтонов граф, а её решение – гамильтонов путь или простой цикл. Граф данного типа является типовым для теории графов в логистике. В данной работе изучено решение с помощью графов задачи получения туристического маршрута по районным центрам Витебской области на период летних студенческих каникул.

На рисунке 1 представлена карта Витебской области (названия населённых пунктов на карте отсутствуют) с нанесённым на нее графом, каждая вершина которого есть районный центр области, а все центры соединены между собой рёбрами, обозначающие возможные маршруты между ними.

Рисунок 1 – Граф возможных туристических маршрутов по Витебской области

Основное условие оптимизации указанной задачи: проложить маршрут таким образом, чтобы уложиться в каникулярное время и сэкономить на топливе, а значит и финансово. Следовательно, оптимизировать необходимо длину туристического маршрута.

Для решения указанной задачи изучен и использован алгоритм «Прима», суть которого заключается в выборе для каждой вершины графа ребра с минимальным весом, с последующим нахождением для полученного отрезка из двух вершин аналогичного ребра и составлении ломанной любого вида, состоящей из соединённых подобным образом ребер. Так как необходимо получить замкнутый маршрут Витебск – Витебск, использован частный случай применения указанного алгоритма, так как нельзя использовать ребро, соединяющее уже пройденную вершину графа.

Решением задачи является маршрут: Витебск – Городок – Шумилино – Бешенковичи – Чашники – Лепель – Ушачи – Полоцк – Россоны – Верхнедвинск – Миоры – Шарковщина – Глубокое – Докшицы – Поставы – Браслав – Сенно – Толочин – Орша – Дубровно – Лиозно – Витебск, который изображён на рисунке 2.

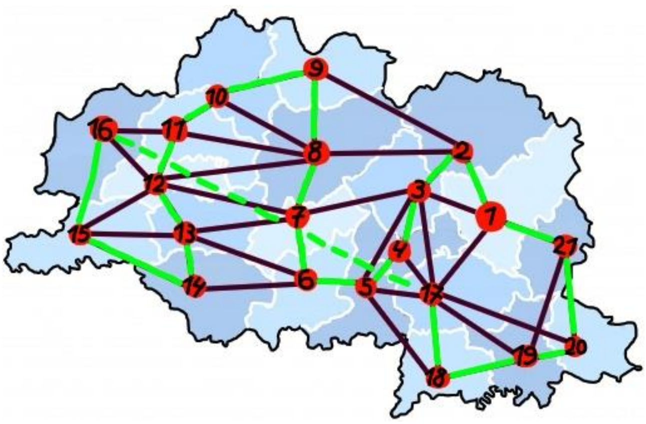

Рисунок 2 – Граф оптимального туристического маршрута по Витебской области

В полученном оптимальном новом графе (обозначен на рисунке 2 другим цветом) при выборе между Лепелем и Сенно, выбран Лепель, хотя в итоге получен более длинный путь от Браслава до Сенно (на рисунке 2 пунктирная линия), однако это один из самых коротких возможных туристических маршрутов.

Также рассмотрена задача оптимизирования потоков поставок бензина между европейскими странами наземным или водным транспортом. При решении такой задачи нужно найти наибольшее единое число несвязанных между собой отрезков на графе и изобразить их.

Для этого используется алгоритм сжатия цветков, заключающийся в выборе самых отдаленные вершин графа с меньшим числом ребер, а остальные вершины стягиваются в одну единую вершину и определяются для полученной ломанной паросочетания. После для «скрытого» графа повторяют операцию до нахождения всех паросочетаний.

Далее в работе рассмотрено решение типовой задачи постоянного и непрерывного снабжения населенных пунктов определенными ресурсами. Целью такой задачи является нахождение максимального потока, то есть найти в графе транспортной сети такой конечный сток, который будет является завершением пути, проходимого по графу транспортной сети. При этом он должен «впитывать» для себя максимально допустимый вес, являющейся суммой весов предшествующих ему подобных вершин.

Пример графа задачи о максимальном потоке изображён на рисунке 3.

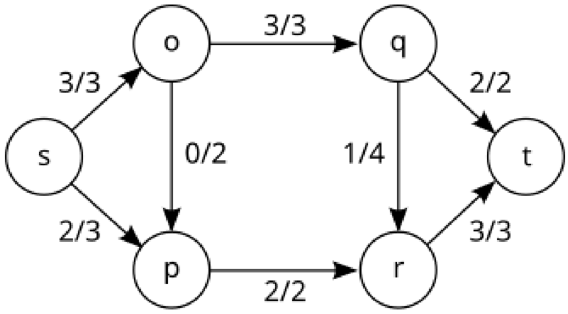

Рисунок 3 – Граф задачи о максимальном потоке

Алгоритм решения задачи о максимальном потоке имеет название алгоритма Форда–Фалкерсона и заключается в следующих шагах:

а) ищем любую цепь из истока графа в сток;

б) каждой дуге приписываем возможный больший поток из истока в сток (записываем его через дробь с весом дуги; при этом поток не может превысить вес дуги, но может быть ему равен);

в) если поток становится равен весу дуги, то эта дуга является насыщенной, то есть через нее нельзя пройти при рассмотрении цепей в графе;

г) так перебираем все возможные цепи, пока станет невозможно попасть из истока в сток;

д) поток в сети будет равен сумме потоков всех дуг, инцидентных стоку графа (следует заметить, что сумма потоков всех дуг, инцидентных стоку графа, равна сумме потоков всех дуг, инцидентных истоку графа).

Примеры разобранных в работе задач показывают, что теория графов несмотря на всю ее сложность и необъятность чрезмерно универсальна и удобна при решении разнообразных логистических задач. Логистика немыслима без теории графов. Образуя между собой неразрывную связь, эти два термина открывают для нас новое окно в мир сложнейших математических операций.

Список использованных источников

1. Просветов, Г. И. Дискретная математика. Задачи и решения : учебное пособие / Г. И. Просветов. – Москва: Бином. Лаборатория знаний, 2008. – 222 с.
2. Соколов, Л. А. Применение методов теории графов в логистике / Л. А. Соколов, Г. Б. Удальев, Д. Д. Ходьков // Информационные технологии и управление : материалы 57-ой научной конференции аспирантов, магистрантов и студентов по направлению 2, Минск, 19-23 апреля 2021 года / Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники ; редкол.: Л. Ю. Шилин [и др.]. – Минск, 2021. – С. 122–123.

3. Лубенцова, В. С. Математические модели и методы в логистике / Под ред. В. П. Радченко. – Самара : Изд-во Самарского государственного технического университета, 2008. – 157 с.
4. Решение транспортных задач [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://knowledge.allbest.ru/emodel/3c0b65625a2ac69b5c53b89421216c26_0.html. – Дата доступа: 15.03.2025.

УДК 519.1

ПОСТРОЕНИЕ БУЛЕВОЙ ФУНКЦИИ ГАМИЛЬТОНОВА ГРАФА

Скоков М. А., студ., Гречаников А. А., студ., Коваленко А. В., ст. преп.

Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь

Реферат. *В работе рассмотрен алгоритм построения гамильтоновых графов. Создана логическая модель гамильтоновости графа. На основании построенной математической модели сгенерировано булево выражения сетевой структуры для гамильтонова цикла, включающего все вершины графа, которые инцидентны двум его рёбрам.*

Ключевые слова: граф, гамильтоновый граф, гамильтоновый цикл, дизъюнкция, инцидентность, конъюнкция, маршрут, цикл.

В данной статье рассматриваются гамильтоновы графы. Эти графы используются в различных отраслях, включая компьютерные сети, логистику, экономику, социологию, транспорт и в других областях. Гамильтоновы графы применяются для определения оптимальных маршрутов, оптимизации сетевых устройств, определения наикратчайшего пути между заданными объектами.

Пусть имеется неориентированный граф $G=\langle V;E\rangle$, где V – множество вершин графа, E – множество его рёбер. Выбираем произвольную вершину $v_i \in V$ графа G. В данной работе будем рассматривать маршрут, проходящий по рёбрам графа и имеющий начало в вершине v_i. Предположим, что этот путь проходит через все вершины графа и заканчивается в первоначальной вершине v_i. Такой выбранный маршрут будет представлять собой гамильтонов цикл. Но граф, который имеет, по крайней мере, один гамильтонов цикл, является гамильтоновым графом. В связи с этим возникла задача построения логической модели гамильтонова графа.

Для создания математической модели гамильтонова графа необходимо построить такую булеву функцию $F=F_1 \wedge F_2$, которая принимает значение единица, если граф является гамильтоновым, и принимает значение нуль, если в графе нет гамильтоновых циклов. Функция F_1 принимает значение равное единице, если каждая вершина графа инцидентно ровно двум рёбрам гамильтонова граф, а функция F_2 принимает значение единица, если гамильтонов цикл будет включать все вершины графа.

Каждая булева функция определяется булевыми переменными. Поэтому необходимо каждому ребру $e \in E$ графа G поставить в соответствие булеву переменную $x \in \{0;1\}$. Если ребро входит в гамильтонов цикл, то ему будет соответствовать булева переменная равная единице. В противном случае, булева переменная равна нулю.

Создадим логическую модель булевой функции F_1, для чего выбираем некоторую вершину $v_i \in V$ графа G, которая имеет локальную степень $\deg v_i$, то есть этой вершине инцидентны рёбра $e_{i1}, e_{i2}, \ldots, e_{i \deg v_i}$. Тот факт, что данной вершине инцидентно ровно два ребра, можно отобразить следующим образом. Например, если рёбра e_{i1} и e_{i2} принадлежат гамильтонову циклу, а другие рёбра не принадлежат ему, то этот признак можно представить в виде конъюнкции