

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учреждение образования
«Витебский государственный технологический университет»

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Лабораторный практикум
для студентов специальностей
6-05-0714-02 «Технология машиностроения,
металлорежущие станки и инструменты»,
6-05-0722-05 «Производство изделий на основе трехмерных технологий»

Витебск
2025

УДК 687.03 (075)
ББК 37.24Я7
Л 68

Рецензенты:

заведующий кафедрой «Информационные системы и технологии»
кандидат технических наук, доцент Казаков В. Е.;

директор государственного предприятия «НТПВГТУ» Луцейкович В. И.

Одобрено кафедрой «Технология машиностроения» УО «ВГТУ»,
протокол № 3 от 24.10.2024.

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом
УО «ВГТУ», протокол № 4 от 23.12.2024.

Буткевич В. Г.

Л 68 Теория механизмов и машин : лабораторный практикум / сост.
В. Г. Буткевич, Г. И. Москалев, Т. А. Мачихо – Витебск : УО «ВГТУ», 2025. –
82 с.

В лабораторном практикуме дана краткая теория, описание лабораторных установок,
приведен порядок выполнения работ и вопросы для самоконтроля.

Лабораторный практикум составлен для студентов механических и технологических
специальностей дневной и заочной форм обучения.

УДК 687.03 (075)
ББК 37.24Я7

© УО «ВГТУ», 2025

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
АЛГОРИТМ ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ.....	5
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1. Структурный анализ механизмов.....	8
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2. Построение зубьев эвольвентного профиля методом обкатки.....	25
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3. Расчет основных кинематических и технологических параметров работы оборудования с зубчатыми элементами с неподвижными осями.....	36
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4. Исследование многоступенчатых зубчатых механизмов с подвижными осями.....	45
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5. Построение профиля кулачка.....	54
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 6. Определение положения масс и моментов инерции звеньев.....	63
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 7. Уравновешивание вращающихся звеньев.....	70
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	81

ВВЕДЕНИЕ

Лабораторные работы являются частью учебной программы студентов, изучающих курс теории механизмов и машин. Количество лабораторных работ и число часов, отводимых на выполнение каждой работы, зависят от вида специальности и формы обучения. Каждый студент обязан выполнить все предусмотренные учебным планом работы и в случае пропуска занятий сделать отработку в конце семестра или в другое объявленное преподавателем время. При невыполнении полного объема работ студент не допускается к экзамену или зачёту.

Для выполнения лабораторных работ студент должен иметь следующий набор инструментов: карандаш, линейку, угольник, резинку, циркуль, транспортир, калькулятор. При отсутствии набора студент к выполнению лабораторной работы не допускается. В зависимости от технических возможностей кафедры работы выполняются каждым студентом отдельно или группами. В случае группового выполнения студенты работают самостоятельно независимо от других. Во время выполнения работ студент делает сначала предварительный (черновой) вариант (но обязательно с использованием чертёжного инструмента). В процессе работы ответы на возникающие вопросы находят совместно или прибегают к помощи преподавателя. Предварительный вариант выполнения работы студент предъявляет преподавателю для проверки. Окончательный вариант (чистовой) чаще всего оформляется вне учебных занятий. При этом надо иметь в виду, что все чертежи выполняются карандашом, а подписи и пояснения – ручкой. Все лабораторные работы должны быть собраны в одной тетради.

Каждая лабораторная работа должна быть защищена во время, назначенное преподавателем. При защите студент должен ответить на все вопросы, имеющиеся в методических указаниях, и объяснить порядок выполнения работы.

АЛГОРИТМ ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. Лабораторное занятие – это форма организации обучения, когда студенты по заданию и под руководством преподавателя выполняют одну или несколько лабораторных или экспериментальных работ.

1.2. Беря за основание содержание лабораторных работ, выделяют следующие их виды:

- наблюдение и анализ различных явлений, процессов;
- наблюдение и анализ устройства работы оборудования;
- исследование качественных и количественных зависимостей между явлениями;
- изучение устройства и способов пользования контрольно-измерительным инструментом.

1.3. Алгоритм о порядке проведения лабораторных работ (далее – Алгоритм) определяет порядок работы преподавателей, а также права, обязанности, ответственность всех лиц, участвующих в данном процессе.

1.4. Алгоритм регламентирует работу преподавателя на всех этапах подготовки и проведения занятия.

1.5. Цели проведения лабораторного занятия:

- экспериментальное подтверждение изученных теоретических положений;
- проверка формул;
- ознакомление с методикой проведения экспериментов, исследований;
- выработка умения наблюдать, сравнивать, сопоставлять, анализировать, делать выводы и обобщения;
- выработка умения самостоятельно вести исследования, пользоваться различными приемами измерений, оформлять результаты в виде таблиц, схем, графиков;
- формирование профессиональных умений и навыков обращения с приборами, аппаратурой и другими техническими средствами для проведения опытов.

1.6. Работа преподавателя по подготовке и проведению лабораторного занятия регламентируется настоящим Алгоритмом, учебным планом, рабочей программой и методической разработкой по проведению занятия

1.7. Изменения в Алгоритм могут вноситься по рекомендациям всех заинтересованных лиц.

2. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

2.1. I этап. Подготовительный

2.1.1. Цель этапа – подготовка к проведению занятия для успешного выполнения лабораторной работы.

2.1.2. Содержание этапа:

- продумать и сформулировать дидактические цели лабораторного занятия согласно содержанию учебного материала образовательной программы учебной дисциплины или профессионального модуля;
- проведение и анализ общих и профессиональных компетенций, которые будут формироваться в ходе занятия;
- создание понятного пошагового инструктажа выполнения лабораторной работы (лабораторный практикум);
- разработка протокола оформления результатов наблюдения и вопросов, на которые должны дать ответы обучающиеся после выполнения лабораторной работы;
- разработка критериев оценки деятельности студентов на занятии (предпочтительно на основе балльно–рейтинговой системы).

2.2. II этап – проведение лабораторного занятия

2.2.1. Этапы лабораторного занятия

2.2.1.1. Организационный момент (2–3 мин.).

Цель: организация начала занятия, настраивание обучающихся на практическую деятельность.

Содержание:

- проверка наличия обучающихся и заполнение журнала;
- проверка формы одежды обучающихся (при выполнении работы на оборудовании, где есть вращающиеся элементы);
- проверка готовности лаборатории и оборудования к проведению лабораторной работы;
- инструктаж по технике безопасности (может проводиться при выполнении первой лабораторной работы и быть действительным в течение всего семестра).

2.2.1.2. Целевая установка занятия (3–5 мин.) – мотивация учебной деятельности.

Цель: активизация познавательной деятельности и интереса обучающихся к изучению данной темы, постановка цели и задач занятия.

Содержание: преподаватель обозначает тему лабораторной работы, подчеркивая ее значимость и актуальность для освоения дисциплины; формулирует цель лабораторной работы, обозначает план предстоящей работы на занятии.

3. ВЫПОЛНЕНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Цель: формирование, закрепление практических умений (профессиональных компетенций).

Содержание: преподаватель организует и контролирует выполнение студентами лабораторной работы в соответствии с лабораторным практикумом, направленной на формирование практических умений и развитие способностей применять теоретические знания в практической деятельности (формирование общекультурных и профессиональных компетенций).

3.1. Преподаватель осуществляет контроль за проведением лабораторной работы, при необходимости индивидуальный инструктаж, помогает обучающимся в освоении приборов, проведении опытов и т. п., следит за выполнением техники безопасности.

3.2. После завершения практической части лабораторной работы преподаватель вместе с обучающимися формирует заключение. При этом важно вовлекать в обсуждение всех обучающихся, задавая дополнительные вопросы, обсуждая причины получения тех или иных результатов.

3.3. Обучающиеся, используя полученные в ходе лабораторной работы данные, решают поставленные перед ними задачи; выполняют запись хода и результатов лабораторной работы в соответствии с лабораторным практикумом.

3.4. Преподаватель заслушивает обучающихся по результатам выполненной работы и дает оценку знаний обучающихся в соответствии с ранее разработанным планом занятия.

3.5. Контроль полученных знаний и умений (10–15 мин.).

Цель: проверка системности и качества полученных на занятии знаний и умений, повышение уровня осмысления изученного материала, глубины его понимания студентами (выходной контроль знаний).

Содержание: преподаватель организует проверку полученных знаний путем проверки результатов лабораторной работы в письменном или устном виде.

4. ПОДВЕДЕНИЕ ИТОГОВ (3–5 мин).

Цель: подведение итогов занятия, формулирование выводов, оценивание деятельности обучающихся на занятии.

Содержание: преподаватель совместно с обучающимися обсуждает итоги лабораторной работы на занятии, обращаясь к поставленным целям занятия, делают выводы об их достижении; преподаватель дает оценку деятельности обучающихся, выставляет отметки, комментируя их.

Методы и приемы: беседа, методы мотивации и эмоционального стимулирования (создание ситуации успеха).

5. ЗАДАНИЕ НА ДОМ (2–3 мин).

Цель: информация для обучающихся о подготовке к следующему занятию

Содержание: преподаватель называет тему следующего практического занятия, определяет вопросы для подготовки, выделяя вопросы базового уровня, называет учебную литературу с указанием страниц. В домашнее задание необходимо включать вопросы, активизирующие самостоятельно поисковую деятельность, предлагать творческие и индивидуальные задания.

Методы и приемы: устное сообщение, письменный метод – перечень вопросов для подготовки к итоговому занятию.

Лабораторная работа 1.

Структурный анализ механизмов

Цели работы:

1. Ознакомиться с основными понятиями структурного анализа механизмов.
2. Изучить виды групп Ассура.
3. Провести анализ реального механизма.

Порядок выполнения работы

1 Академическая группа студентов разбивается на подгруппы по 3–4 человека.

2. Студенты, получив методические указания по выполнению лабораторной работы, изучают теоретическую часть, записывают в отчёт название работы, цель работы, основные положения теоретического раздела.

3. Каждая подгруппа студентов получает макет лабораторного стенда и делает его кинематическую схему.

4. На схеме обозначаются буквами кинематические пары и цифрами подвижные звенья.

5. По формуле 1.2 определяется степень подвижности механизма.

6. Так как степень подвижности механизма равна числу подвижных звеньев студенты поочередно берут звенья, которые могут быть входными и производят разбивку оставшейся части механизма на группы Ассура. При изображении входных звеньев и групп Ассура необходимо располагать звенья так, как они расположены в механизме (см. пример выполнения лабораторной работы на стр.20).

7. По заданию преподавателя каждая подгруппа получает задачу для самостоятельного решения.

8. Оформленная лабораторная работа и решенная задача для самостоятельного решения являются допуском к защите работы в целом.

Теоретическая часть.

Основные понятия и определения

Машина – устройство, созданное человеком для изучения и использования законов природы с целью облегчения физического и умственного труда, увеличение его производительности и облегчения путем частичной или полной замены человека в его трудовых и физических функциях.

Механизм – система тел, предназначенная для преобразования движения одного или несколько тел в требуемое движение других тел.

Механизм – кинематическая цепь, в которой при заданном движении одного или нескольких звеньев относительно одного из них все остальные

звенья совершают однозначно определённые движения.

Кинематическая цепь – связанная система звеньев, образующих между собой кинематические пары.

Простая кинематическая цепь – такая кинематическая цепь, у которой каждое звено входит не более чем в две кинематические пары.

Сложная кинематическая цепь – такая кинематическая цепь, в которой имеется хотя бы одно звено, входящее более чем в две кинематические пары.

Замкнутая кинематическая цепь – такая кинематическая цепь, каждое звено которой входит, по крайней мере, в две кинематические пары.

Незамкнутая кинематическая цепь – такая кинематическая цепь, в которой есть звенья, входящие только в одну кинематическую пару.

Кинематическая пара – соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение.

Кинематическая пара – подвижное соединение двух соприкасающихся звеньев.

Низшая кинематическая пара – это такая кинематическая пара, в которой соприкосновения элементов выполнено по линии или в точке.

Высшая кинематическая пара – это такая кинематическая пара, в которой соприкосновения элементов происходит по поверхности.

Для того чтобы элементы кинематической пары находились в соприкосновении они должны быть замкнуты.

Геометрическое замыкание – замыкание осуществляется формами элементов кинематической пары.

Силовое замыкание – замыкание, осуществлённое силой веса, упругости пружин и т. д.

Все кинематические пары делятся на пять классов, т. к. число условий связи между их элементами меньше либо равно пяти.

Виды кинематических пар представлены в таблице 1.1.

Входное звено – такое звено, которому сообщается движение, преобразуемое в требуемое движение остальных звеньев механизма.

Выходное звено – такое звено, которое совершает требуемое движение, для которого предназначен механизм.

Ведущее звено – звено, для которого сумма элементарных работ всех внешних сил, приложенных к нему, является положительной.

Ведомое звено – звено, для которого сумма элементарных работ всех внешних сил, приложенных к нему, является отрицательной или равной нулю.

Структурная формула кинематической цепи общего вида (формула Сомова-Малышева):

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \quad (1.1)$$

где W – степень подвижности механизма относительно стойки, n – число подвижных звеньев, p_1 ; p_2 ; p_3 ; p_4 ; p_5 – число кинематических пар соответствующего класса.

Структурная формула для плоских механизмов (формула Чебышева):

$$w = 3n - 2p_5 - p_4. \quad (1.2)$$

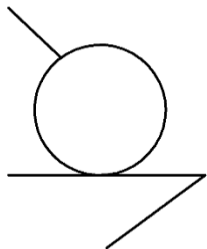

Для кулисных механизмов (формула Добровольского):

$$w = 2n - p_5 \quad (1.3)$$

Степень подвижности характеризует число степенной свободы механизма относительно стойки. Если механизм обладает одной степенью подвижности, то одному из звеньев мы можем предписать относительно стойки какой-либо определённый закон движения (одну обобщённую координату механизма). В этом случае это звено будет являться входным. Таким образом, количество степеней свободы механизма соответствует количеству входных звеньев.

Группа Ассура – кинематическая цепь с нулевой степенью подвижности относительно тех звеньев, с которыми входят кинематические пары свободные элементы этой цепи, и не распадающуюся на более простые цепи, обладающие также нулевой степенью подвижности. Если изъять из механизма входные звенья, каждое из которых обладает одной степенью подвижности, то оставшаяся часть кинематической цепи имеет степень подвижности равную нулю, и она будет представлять собой совокупность групп Ассура, или одну группу (как частный случай).

Таблица 1.1 – Виды кинематических пар

Класс пары	Число условий связи	Число степеней свободы	Название пары	Условное обозначение
I	1	5	Шар-плоскость	
II	2	4	Шар-цилиндр	

Продолжение таблицы 1.1

III	3	3	Сферическая	
III	3	3	Плоскостная	
IV	4	2	Вращательно- поступательная	
V	5	1	Вращательная	
V	6	1	Поступательная	

Чтобы изучить движение механизма недостаточно знать его структуру, т. е. число зубьев, число и классы кинематических пар. Необходимо также знать размеры отдельных звеньев, влияющих на движение, взаимное положение звеньев и т. д. Поэтому при изучении движения звеньев механизма обычно составляют кинематическую схему, которая является его кинематической моделью. Кинематическая схема строится в выбранном масштабе с точным соблюдением размеров и форм, от которых зависит движение того или другого звена. На кинематическую схему наносят всё, что необходимо для изучения движения.

В таблице 1.2 приведены условные графические обозначения звеньев и их соединения между собой.

В таблице 1.3 приведены примеры структурных схем некоторых

четырёхзвенных механизмов, применяемых в технике.

Обобщенными координатами механизма называют независимые между собой координаты (угловые или линейные), определяющие положения всех звеньев механизма относительно стойки.

Начальным звеном механизма называется звено, которому приписывается одна или несколько обобщенных координат.


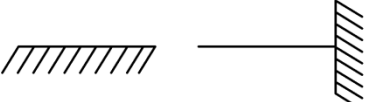
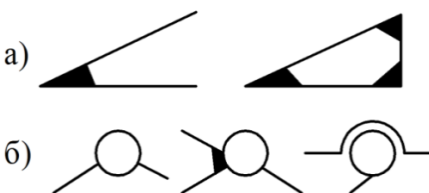
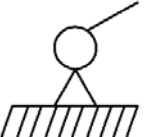
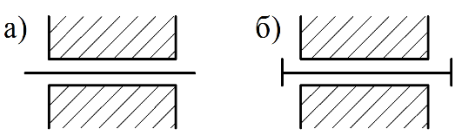
Структурной группой (группой Ассура) называется элементарная кинематическая цепь, число степеней свободы которой относительно элементов ее внешних кинематических пар, равно нулю.

Образование сложных плоских рычажных механизмов осуществляется путем присоединения к начальному звену и стойке одной или нескольких структурных групп (принцип Ассура).

Структурный анализ механизма включает в себя:

- определение числа степеней свободы механизма;
- выделение начального звена со стойкой и структурных групп;
- определение класса механизма.

Таблица 1.2 – Условные графические обозначения элементов механизмов на схемах

Наименование	Обозначение
1. Вал, ось, стержень	
2. Неподвижное звено (стойка)	
3. Соединение стержней: а) жёсткое; б) шарнирное	
4. Шарнирное соединение стержня с неподвижной стойкой	
5. Подшипники скольжения и качения на валу: а) радиальный; б) радиально-упорный	

Продолжение таблицы 1.2

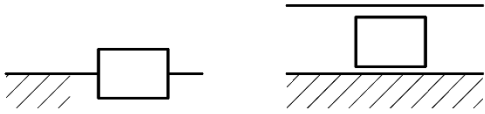

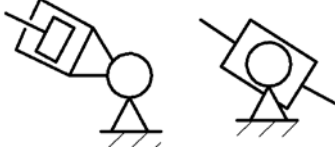
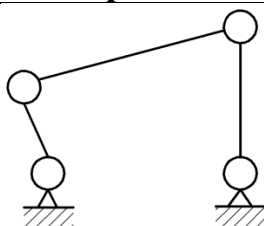
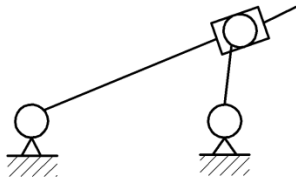
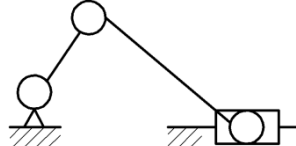
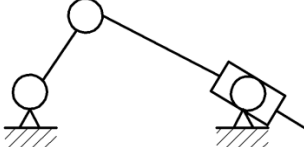
6. Ползун	
7. Соединение ползуна с шатуном	
8. Качающийся цилиндр	

Таблица 1.3 – Структурные схемы четырехзвенных механизмов

Название	Изображение
1. Шарнирный четырёхзвенный механизм	
2. Кулисный механизм	
3. Кривошипно-ползунный механизм	
4. Механизм с качающимся цилиндром	

Пусть в исследуемом механизме представлены только кинематические пары V класса. Тогда имеет место соответствие:

$$w = 3n - 2p_5 = 0. \quad (1.4)$$

Отсюда:

$$p_5 = \frac{3}{2}n. \quad (1.5)$$

Число кинематических пар V класса и число подвижных звеньев может

быть только целым и только больше нуля. Определить, для каких n и p_5 равенство 5 верно. Соотношения представлены в таблице 1.4.

Таблица 1.4 – Соотношения групп Ассур с количеством кинематических пар 5 класса

N	2	4	6	9	
P5	3	6	9	12	
Класс группы Асура	II	III	IV	V	–

Группы Ассур делятся на классы, в зависимости от числа звеньев и кинематических пар. Для плоских механизмов имеет место существовать соответствие.

Виды кинематических пар представлены в таблице 1.1. Для упрощения будем считать, что механизм имеет только кинематические пары 5 класса.

Группы Ассур I класса имеют степень подвижности равную единице, в порядке исключения, и являются входными звеньями.

Виды входных звеньев представлены на рис.1.1.:

(групп Ассур I класса)

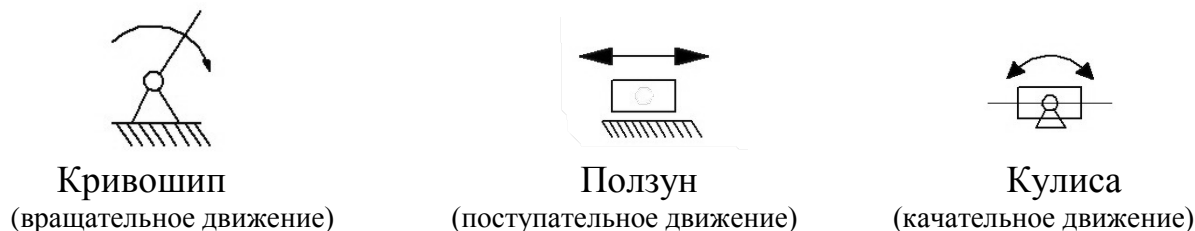


Рисунок 1.1 – Виды входных звеньев

Для групп Ассур I класса:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 0 = 1. \quad (1.6)$$

Виды групп Ассур II класса представлены ниже (рис. 1.2.).

Группы Ассур II класса делятся на виды в зависимости от характера движения элементов в кинематических парах.

Группа Ассур II класса первого вида II(1) – все три кинематические пары вращательные.

Группа Ассур II класса второго вида II(2) – крайняя вращательная кинематическая пара заменяется на поступательную.

Группа Ассура II класса третьего вида II(3) – средняя вращательная кинематическая пара заменяется на поступательную.

Группа Ассура II класса четвертого вида II(4) – обе крайние вращательные кинематические пары заменяются на поступательные.

Группа Ассура II класса пятого вида II(5) – крайняя и средняя вращательные кинематические пары заменяются на поступательные.

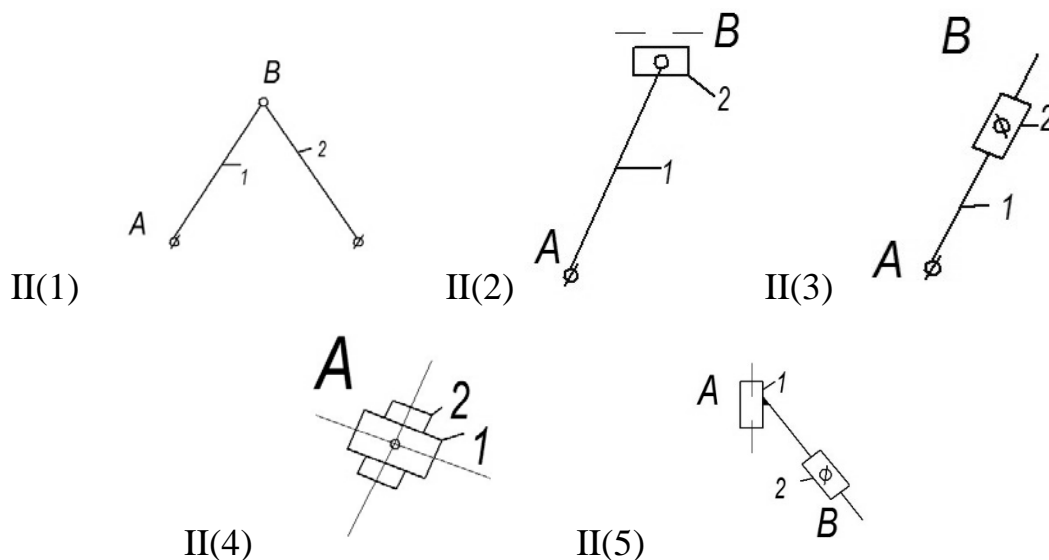


Рисунок 1.2. – Группы Ассура II класса

Для групп Ассура II класса:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - 0 = 0. \tag{1.7}$$

Группы Ассура III класса могут выглядеть по-разному, но все они имеют 4 звена и 6 кинематических пар. Пример группы Ассура III класса представлен ниже (трёхповодковая группа).

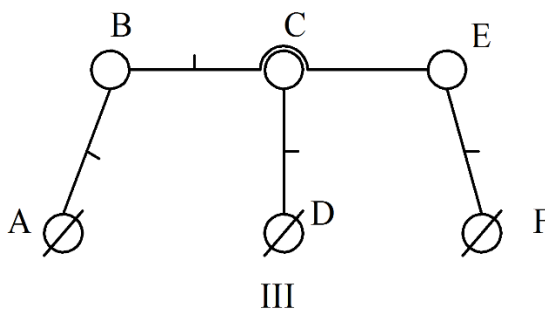


Рисунок 1.3 – Группа Ассура III класса

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 - 0 = 0. \tag{1.8}$$

Зная класс и вид каждой группы Ассур, можно весь механизм разбить на эти группы, и наоборот, из групп Ассур собрать механизм. Рассмотрим пример.

Пример 1.

1. Схема механизма (рис. 1.4)

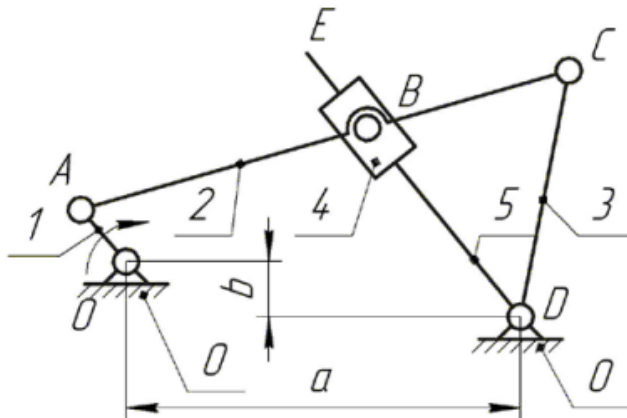


Рисунок 1.4 – Схема механизма

2. Размеры звеньев: задаются по условию задачи.

3. Звенья обозначим цифрами 1, 2, 3, 4, 5, а узлы буквами О, А, В, С, D.

4. Число подвижных звеньев $n = 5$, общее число звеньев $N = 6$.

5. Название звеньев: 0 – стойка, 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – коромысло, 4 – камень, 5 – кулиса.

6. Число кинематических пар $p = 7$. Из них в узле О – одна пара, в узле А – одна, в узле В – две, в узле С – одна, в узле D – две.

7. Кинематические пары (рис. 1.5.).

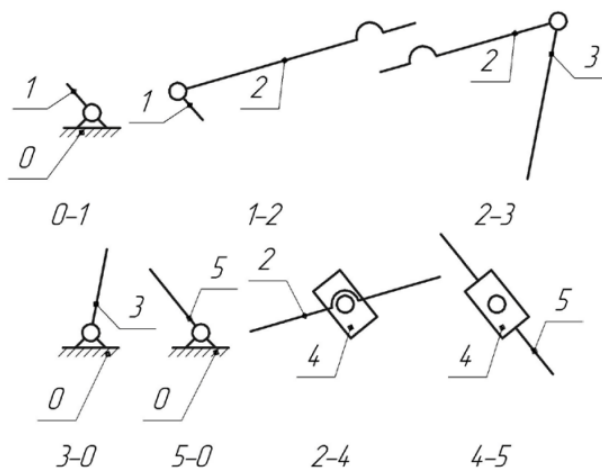


Рисунок 1.5. – Кинематические пары

8. Вид кинематических пар: пара 4-5 поступательная, остальные – вращательные.

9. Степень подвижности механизма. $W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1$.

10. Входное звено: 1.

11. Составляющие механизма: один механизм I класса (рис. 1.6 а) и 2 структурные группы II класса (рис. 1.6 б и 1.6 в).

12. Класс и вид групп: группа 2–3 – II класса 1 вида; группа 4–5 – II класса 3 вида.

13. Класс механизма: механизм II класса.

14. Формула строения механизма: I II II $\rightarrow \rightarrow$ (1) (3).

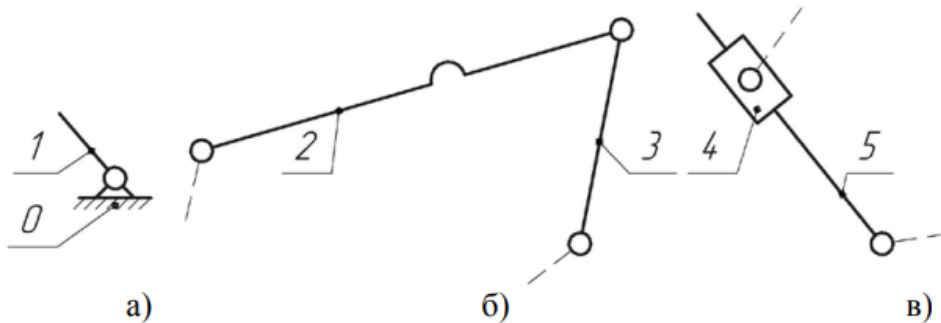


Рисунок 1.6 – Составляющие механизма:

а – механизм I класса, б – структурная группа II класса первого вида,
в – группа II класса третьего вида

Пример 2

1 Схема механизма (рис. 1.7.).

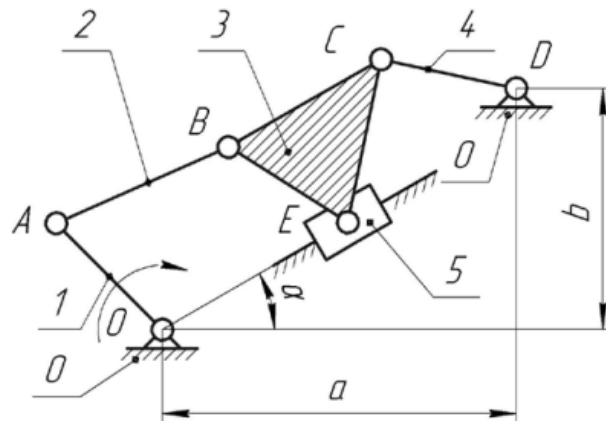


Рисунок 1.7 – Схема механизма

2. Размеры звеньев: задаются по условию задачи.

3. Звенья обозначим цифрами 1, 2, 3, 4, 5, а узлы – буквами O, A, B, C, D, E.

4. Число подвижных звеньев $n = 5$, общее число звеньев $N = 6$.

5. Название звеньев: 0 – стойка, 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – шатун, 4 – коромысло, 5 – ползун.

6. Число кинематических пар $p = 7$. Из них в узле 0 – одна пара, в узле А – одна, в узле В – одна, в узле С – одна, в узле D – одна, в узле Е – две.

7. Кинематические пары:

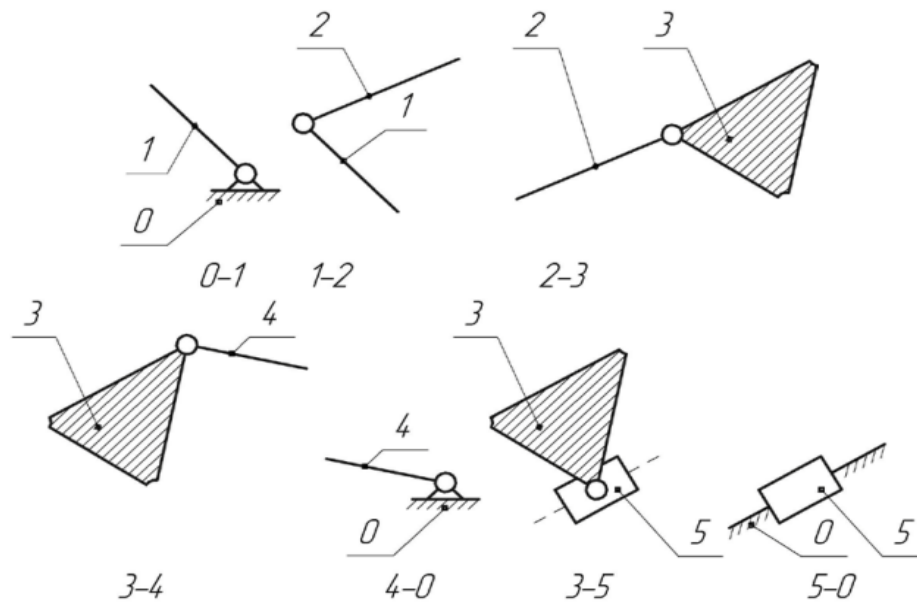


Рисунок 1.8 – Кинематические пары

8. Вид кинематических пар. Пара 5–0 поступательная, остальные пары – вращательные.

9. Степень подвижности механизма: $W = 3n - 2p = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1$.

10. Входное звено 1.

11. Составляющие механизма: один механизма I класса (рис. 1.9 а) и одна структурная группа (рис. 1.9 б) .

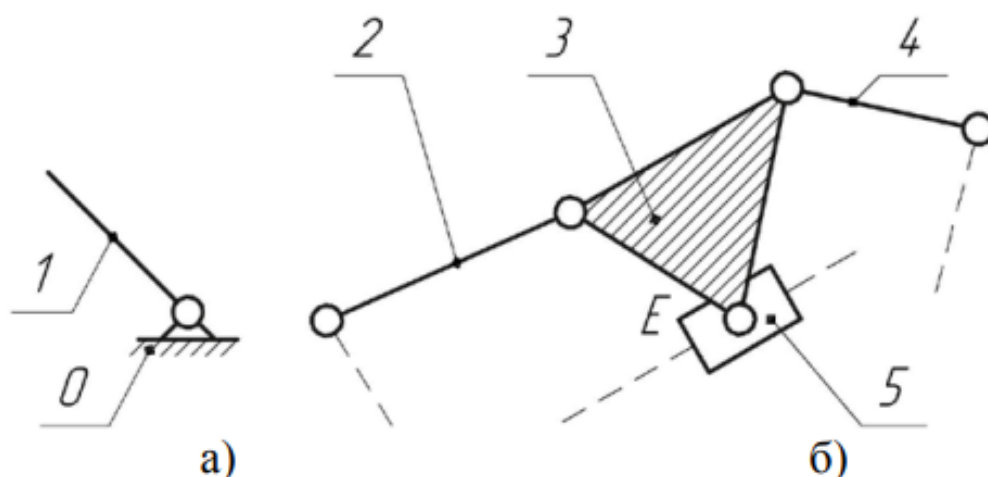


Рисунок 1.9 – Составляющие механизма:
а – механизм I класса, б – структурная группа III класса

12. Класс и вид групп: группа III класса.

13. Класс механизма: механизм III класса.

14. Формула строения механизма: $I \rightarrow III$.

Пример 3

1. Схема механизма

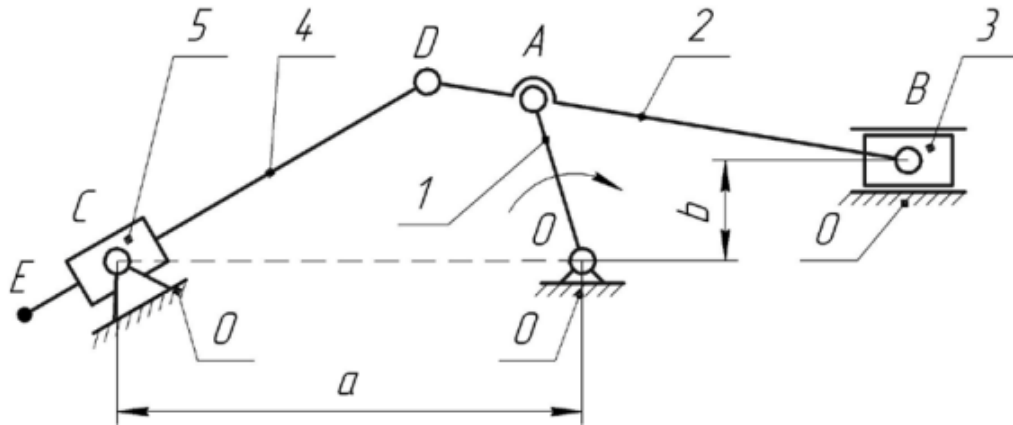


Рисунок 1.10 – Схема механизма

2. Размеры звеньев: задаются по условию задачи.

3. Звенья обозначим цифрами 1, 2, 3, 4, 5, а узлы буквами O, A, B, C, D.

4. Число подвижных звеньев $n = 5$, общее число звеньев $N = 6$.

5. Название звеньев: 0 – стойка, 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – ползун, 4 – кулиса, 5 – камень.

6. Число кинематических пар $p = 7$. Из них в узле O – одна пара, в узле A – одна, в узле B – две, в узле C – две, в узле D – одна.

7. Кинематические пары:

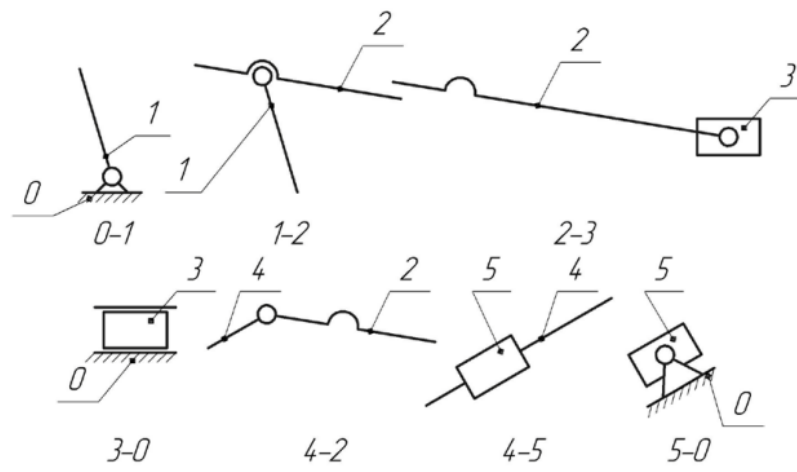


Рисунок 1.11 – Кинематические пары

8. Вид кинематических пар: пары 3-0 и 4-5 – поступательные, остальные пары – вращательные.

звеньев и 19 кинематических пар. На чертеже звенья имеют свой номер. Кинематические пары обозначаются значком (v)

$$W = 3 \cdot 13 - 2 \cdot 19 - 0 = 1. \quad (1.9)$$

Этот механизм имеет одно входное звено. Входным может быть звено, имеющее кинематическую пару со стойкой. Это могут быть звенья 1; 4; 10; 11; 13.

Из них нужно выбрать. Если за входное взять звено № 1, то весь механизм разобьется на группы Ассур, как показано ниже (рис. 1.14).

Таким образом структурная формула этого механизма:

$$I - II(2) - II(3) - II(1) - II(3) - III. \quad (1.10)$$

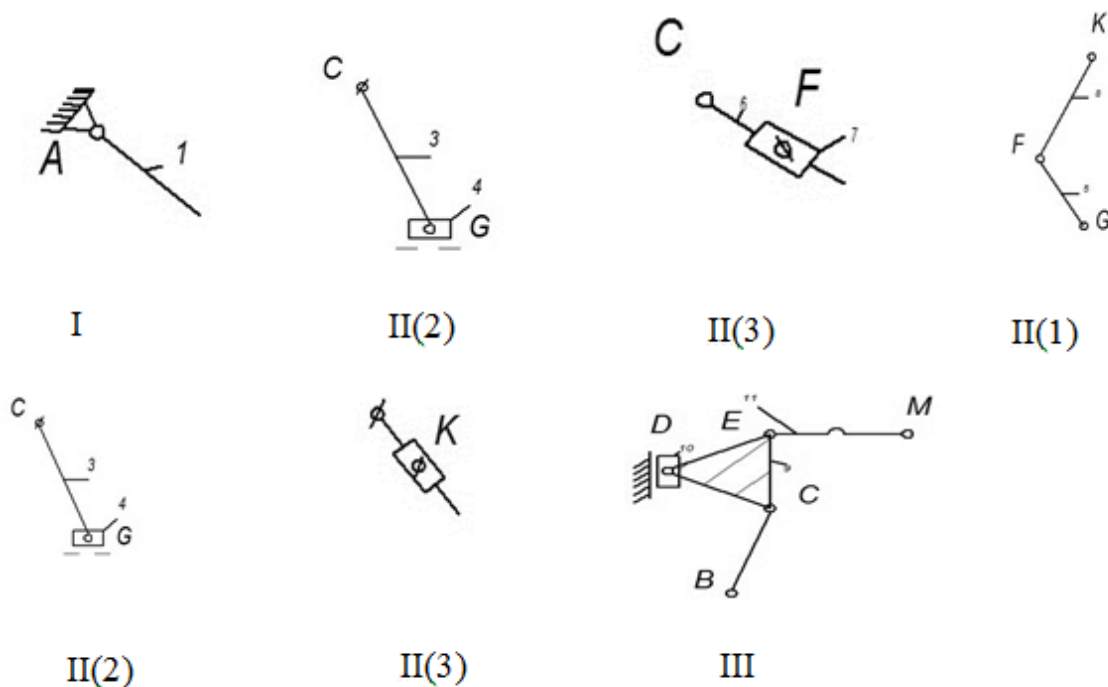
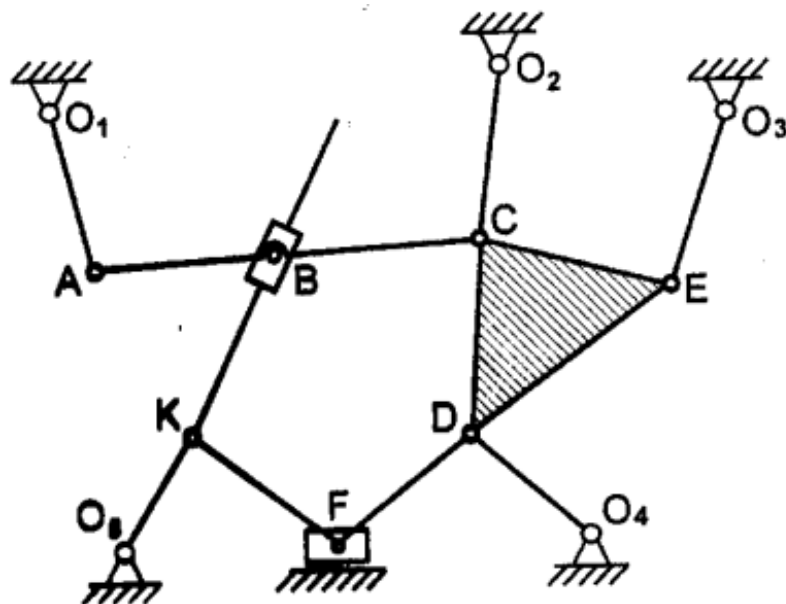


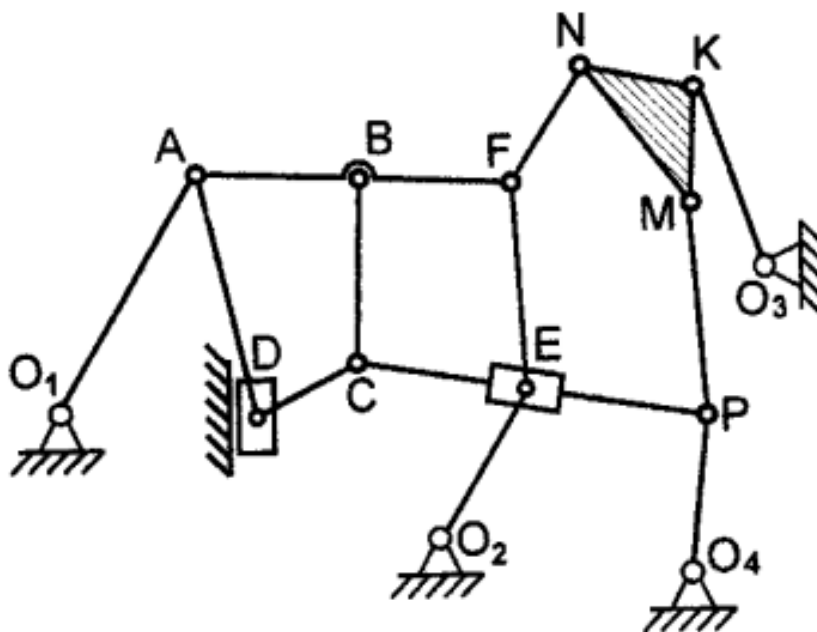
Рисунок 1.14 – Группы Ассур

При выборе другого входного звена разбивка происходит по другой схеме.

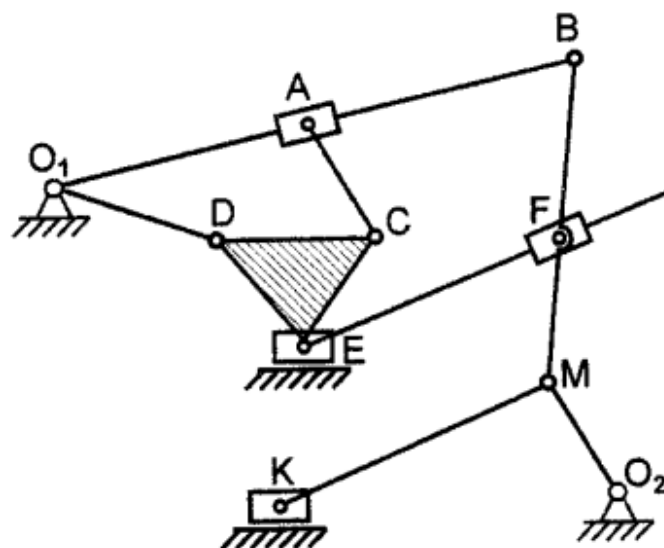
Задача 3



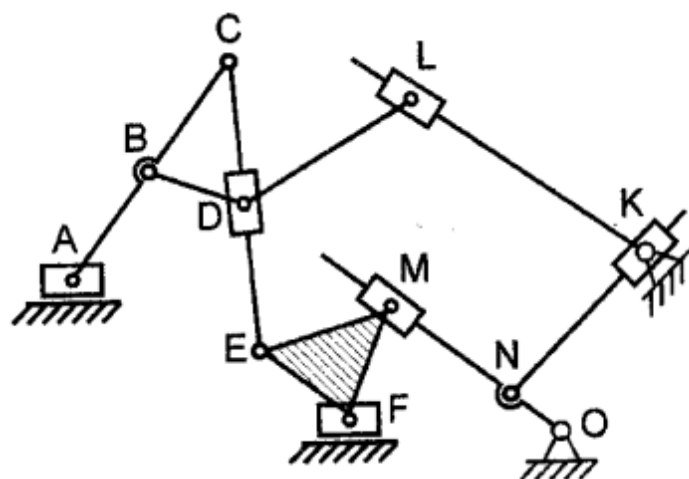
Задача 4



Задача 5



Задача 6



Вопросы для контроля знаний:

1. Что такое механизм?
2. Что такое группа Ассура?
3. Что такое кинематическая пара?
4. Что такое кинематическая цепь?
5. Какие бывают виды кинематических цепей?
6. Какое звено называется входным?
7. Что такое степень подвижности?
8. Как записывается структурная формула кинематической цепи общего вида?
9. Как записывается структурная формула кинематической цепи для плоских механизмов?
10. В чём отличие группы Ассура II(1)- от -II(3)?

Лабораторная работа 2.

Построение зубьев эвольвентного профиля методом обкатки

Цели работы:

1. Ознакомление с нарезанием нулевых (нормальных) и корригированных зубчатых колес по методу обкатки при нарезании рейкой на приборе.
2. Изучение процесса подрезания зубьев экспериментальным путем. Установление наличия подрезания ножки и заострение головки зубьев.
3. Определение смещения режущего инструмента, необходимого для устранения подрезания и заострения.
4. Вычерчивание на приборе нулевых и корригированных колес.

Порядок выполнения работы

1. Студенты знакомятся с устройством и принципом действия прибора. Записывают в тетрадь номер прибора и параметры получаемого зубчатого колеса: модуль, угол, профиля рейки, диаметр делительной окружности.

2. Отбирается тот бумажный круг, диаметр которого равен диаметру диска прибора. Карандашом разделяется круг двумя перпендикулярными линиями на четыре равные части. Круг накальвается на иголки и закручивается его крышкой.

3. Устанавливается рейка в крайнее правое положение, при этом диск должен быть установлен так, чтобы одна из прямых линий на круге проходила примерно через левое основание крайнего левого зуба рейки. На шкалах 1 и 12 должны быть деления 0.

4. Вычерчивается профиль зубьев в первой четверти круга, где необходимо написать значение $b = 0$.

5. Вычисляются геометрические параметры нулевого колеса и записываются в таблицу.

6. По найденному числу зубьев вычисляются значения относительного и абсолютного сдвига « b_r ». Устанавливается рейка на величину абсолютного сдвига, для чего необходимо ослабить винты 16, сместить рейку от центра заготовки на величину « b_r », винты затянуть.

7. Рукояткой освобождается 2 диск и поворачивается на 90° , после чего рукоятку необходимо повернуть по часовой стрелке до отказа.

8. Вычерчивается контур корригирования колеса.

9. Вычисляются параметры колеса по найденному значению и записываются в таблицу. На второй четверти указывается значение сдвига « b_r ».

10. В третьей четверти вычерчивается контур зубьев при положительном сдвиге $b_2 = 8 + 10$ мм. Значение b_2 указывается на круге.

11. Вычисляются параметры колеса для данного b_2 и заносятся в

таблицу.

12. В последней четверти вычерчивается контур зубьев при отрицательном значении $b_2 = -(8 + 10)$ мм. Значение « b_2 » указывается в этой четверти.

13. Вычисляются параметры колеса для четвертого значения сдвига и заносятся в таблицу.

14. Освобождается винт 6, снимается крышка 7 и бумажная заготовка.

15. На заготовке нанести в каждой четверти основную и делительную окружности, окружности выступов и впадин. Указываются радиусы этих окружностей. Измеряется хордальная толщина зуба по делительной окружности и сравнивается с результатами вычислений.

16. Оформляется протокол работы и к нему прикладывается бумажная заготовка.

Теоретическая часть

Зубчатые передачи предназначены для передачи движения с соответствующим изменением угловой скорости по величине и направлению.

Шестерня – меньшее зубчатое колесо передачи.

Зубчатое колесо – большее зубчатое колесо передачи.

Эвольвента – кривая, описываемая какой-либо точкой, лежащей на прямой линии, перекатываемой по окружности без скольжения.

Основная окружность – окружность, по которой перекатывается производная прямая. Перекатываемая по окружности прямая называется производящей.

Начальная окружность – окружность, проходящая через полюс зацепления и катящаяся по другой начальной окружности без скольжения.

Начальный диаметр – диаметр начальной окружности.

Линия зацепления – производящая прямая, т. е. траектория общей точки контакта сопряженных зубьев.

Угол зацепления – угол между линией зацепления и прямой, перпендикулярной межосевой линии.

Делительная окружность – концентрическая окружность, принадлежащая делительной поверхности.

Делительная поверхность – окружность с центром на оси делительного колеса, лежащая в торцевом сечении.

Делительный диаметр – диаметр делительной окружности.

Делительная поверхность – соосная поверхность зубчатого колеса, которая является базовой для определения элементов зубьев и их размеров.

Окружность вершин – концентрическая окружность, принадлежащая поверхности вершин.

Окружность впадин – концентрическая окружность, принадлежащая поверхности впадин.

Окружной шаг – расстояние между одноименными профилями соседних

зубьев по дуге концентрической окружности зубчатого колеса. Нормальный шаг – кратчайшее расстояние по делительной или одноименной соосной поверхности зубчатого колеса (для косых, шевронных и криволинейных колес).

Линия зуба – линия пересечения боковой поверхности зуба с делительной, начальной или однотипной соосной поверхностью зубчатого колеса.

Угол наклона – острый угол между пересекающимися в данной точке линией зуба и линией пересечения соосной поверхности зубчатого колеса, которой принадлежит эта линия зуба, с плоскостью, проходящей через его ось.

Угол перекрытия – угол поворота зубчатого колеса передачи от положения входа зуба в зацепление до выхода его из зацепления.

Коэффициент перекрытия – отношение угла перекрытия зубчатого колеса к угловому шагу.

Окружной модуль – линейная величина в n раз меньшая окружного шага. Модуль (расчетный) – отношение шага к числу n .

Межосевое расстояние – расстояние между осями зубчатых колес цилиндрической передачи по межосевой линии.

Шаг зацепления – дуга начальной окружности, состоящая из одной толщины зуба и одной ширины впадины.

Головка зуба – профиль зуба, выступающий за начальную окружность.

Ножка зуба – профиль зуба, находящийся внутри начальной окружности. Высота ножки зуба – расстояние между окружностью ножек и начальной окружностью, измеренное по радиусу.

Высота головки зуба – расстояние между окружностью головок и начальной окружностью, измеренное по радиусу.

Толщина зуба – дуга начальной окружности, вмещающая один зуб без впадины.

Ширина впадины – дуга начальной окружности, вмещающая впадину.

При нарезании зубьев по методу обкатки в колесах с малым количеством зубьев возникает явление подрезания, которое состоит в том, что зуборезной инструмент в процессе нарезания врезается в рабочую поверхность зуба и ножка становится утонченной. В качестве зуборезного инструмента при изготовлении колес методом обкатки используется зубчатая рейка, червячная фреза и долбяк, имеющий форму зубчатого колеса.

Зубчатые колеса нарезают на специальных станках, у которых режущий инструмент и заготовка получают относительное движение, которое они имели бы в случае нормального зацепления. Кроме того, инструмент приобретает дополнительное возвратно-поступательное движение вдоль оси заготовки.

При нарезании зубчатой рейки заготовка совершает два движения: поступательное в горизонтальной плоскости вдоль рейки и вращение вокруг своей оси. В результате рейка как бы обкатывается относительно заготовки, вырезая эвольвентный профиль зуба.

На рисунке 2.1 показана часть зубчатого колеса, боковые поверхности зубьев которого очерчены по эвольвенте.

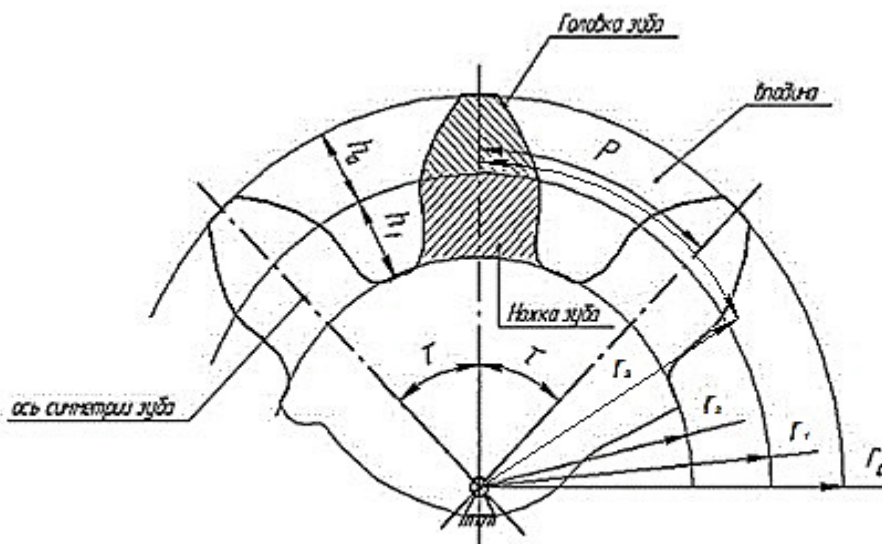


Рисунок 2.1 – Эскиз зубчатого колеса:

r_0 – радиус окружности вершин, r_1 – радиус делительной окружности, r_2 – радиус основной окружности, P – шаг по делительной окружности, h_0 – высота делительной головки зуба колеса, h_1 – высота ножки зуба, τ – угол зацепления, r_3 – радиус окружности впадин зубьев

Расстояние между одинаково расположенными точками двух соседних зубьев, измеренные по дуге, называется шагом зацепления и обозначается p .

Окружность радиуса r , по которой шаг зацепления равен шагу нарезного инструмента, называется делительной окружностью.

Так как число зубьев должно быть целым, то имеет место равенство:

$$2\pi r = pz \text{ или } r = \frac{pz}{2\pi} = \frac{mz}{2}, \quad (2.1)$$

где m – модуль зацепления.

То есть модуль зацепления – это отношение шага к числу « π ».

При производстве зубчатых колес по методу обкатки в некоторых случаях получается, что головки режущего инструмента врезаются в ножки зуба нарезаемого колеса. В результате этого ножки зубьев нарезаемого колеса оказываются как бы порезанными. Отсюда само явление получило название подрезания. При подрезании ножки зубьев ослабляются. Кроме того, при этом срезается часть эвольвенты, образующей профиль ножки зуба. По этому подрезание является нежелательным при изготовлении зубчатых колес.

Явление подрезания объясняется тем, что эвольвента является кривой, ограниченной с одной стороны начальной точкой которая, как известно, располагается на начальной окружности. Если представить себе зацепление двух эвольвент, скрепленных с двумя основными окружностями, вращающихся вокруг двух неподвижных центров, то при непрерывном зацеплении точка касания будет перемещаться по одной из эвольвент, удаляясь от начальной

точки. Наоборот, по другой эвольвенте точка соприкосновения будет перемещаться, приближаясь к начальной точке. При продолжающемся вращении основных окружностей точка касания в определенный момент времени совпадает с начальной точкой одной из эвольвент, что произойдет в конце теоретической линии зацепления. Такое относительное расположение двух рассматриваемых эвольвент является пределом, далее которого эвольвентное зацепление невозможно. В самом деле, если вращение основных окружностей будет продолжаться и дальше, то общей точкой двух зацепляющихся кривых останется начальная точка одной из них. В этом случае общая нормаль не будет проходить через полюс зацепления, обычно установленное парю зацепляющихся эвольвент, изменится и станет переменным. Таким образом, за пределами теоретической линии зацепления не удовлетворяется основной закон зацепления.

Практически при работе двух зубчатых колес в зацеплении находится пара зубьев ограниченной высоты, имеющих внутри своих основных окружностей ножки, очерченные не по эвольвентам.

Явлением подрезания в теории зацепления называется пересечение траектории относительного движения конца профиля зуба одного колеса с эвольвентной частью профиля зуба сопряженного с ним колеса.

Эвольвентное зацепление возможно только при том условии, что окружность головок зубьев нарезающего колеса пересекает нормаль не далее точки конца теоретической линии зацепления. При большой высоте зубьев может наступить явление подрезания. Так как размеры зуба колеса-инструмента стандартизированные и выполняются при одном и том же модуле у разных колес-инструментов одной и той же высоты, то при прочих равных условиях возможность подрезания определяется размерами колеса, т. е. числом его зубьев.

При нарезании зубьев рейку можно установить так, чтобы прямая линия рейки, по которой толщина зуба равна толщине впадины (модульная прямая), была удалена от центра заготовки на расстоянии радиуса делительной окружности. В этом случае на нарезаемом колесе получаются зубья, у которых толщина зуба равна ширине впадины. Такие колеса называются нулевыми.

Для улучшения работы колес применяют при изготовлении корригирование. Зубчатые колеса с геометрическими параметрами, отличаются от нормальных, называются исправленными или корригированными.

Исправление эвольвентных зубчатых колес можно осуществить смещением стандартного режущего инструмента от оси заготовки.

Например, рейка-инструмент может быть установлена так, что по делительной окружности перекачивается не модульная прямая, а любая другая, параллельная ей. Зубья колеса будут иметь при этом эвольвентный профиль, однако вид их будет иной, чем у зубьев нулевых колес.

Если отодвинуть рейку от центра заготовки на величину « b », тогда делительная окружность будет перекачиваться без скольжения по линии, которую назовем начальной прямой рейки. Зубчатые колеса, нарезанные таким

образом, называются положительными, а дополнительное удаление «b» рейки-положительным смещением (сдвигом).

Если рейке дать отрицательное смещение, т. е. приблизить ее к центру заготовки, то нарезанное таким образом колесо называется отрицательным.

Отношение смещения «b» к модулю называется коэффициентом смещения x :

$$x = \frac{b}{m}. \quad (2.2)$$

Зубчатые колеса, нарезанные со смещением рейки, называются корригированными. Корригирование зубчатых колес производится с целью уменьшения габаритов и улучшения качества зацепления, устранения износа, повышения прочности зуба.

В зависимости от видов корригирования комбинации колес могут быть следующие:

1. Нулевое зацепление, когда сдвиг рейки для обоих колес равен нулю:

$$x_1 + x_2 = 0. \quad (2.3)$$

2. Равносмещенное (комбинированное) зацепление:

$$x_1 + x_2 = 0. \quad (2.4)$$

3. Неравносмещённое зацепление:

а) положительное:

$$x_1 + x_2 > 0. \quad (2.5)$$

б) отрицательное:

$$x_1 + x_2 < 0. \quad (2.6)$$

Величина относительного сдвига рейки, необходимая для устранения подреза ножки, определяется формулой:

$$x = \frac{2f - z \sin a_0}{2} \quad (2.7)$$

где f – коэффициент высоты зуба, z – количество зубьев колеса, a_0 – угол профиля рейки.

При $f = 1$ и $a_0 = 20^\circ$ расчетная формула будет иметь вид:

$$x = \frac{17 - z}{17}. \quad (2.8)$$

Формулы для расчета элементов корригированных колес и их зацепления приведены в таблице 2.1.

Выполнение работы

1. Механизмы трехзвенных зубчатых передач (одноступенчатых передач), состоящие из двух сопряженных зубчатых колес, представляют собой простейший вид зубчатого механизма. Передаточное отношение, которое можно воспроизвести одной парой зубчатых колес, невелико. На практике же часто приходится встречаться с необходимостью воспроизведения значительных передаточных отношений. Для осуществления этих передаточных отношений применяются несколько последовательно соединенных колес, где, кроме ведущего и ведомого, имеются еще промежуточные колеса, т. е. многоступенчатые передачи. Такие сложные зубчатые механизмы получили название *многоступенчатых зубчатых передач* или *редукторов скоростей*. Многоступенчатые передачи, у которых оси вращения колес неподвижны, носят также название *рядового соединения*.

Рассмотрим рядовое соединение, показанное на рисунке 2.2. Ведущее зубчатое колесо 1 сцепляется с колесом 2. На ось O_2 колеса 2 жестко насажено колесо 2', которое сцепляется с колесом 3. На ось O_3 колеса 3 жестко насажено колесо 3' и т. д. Ведомым колесом является 4 колесо 5.

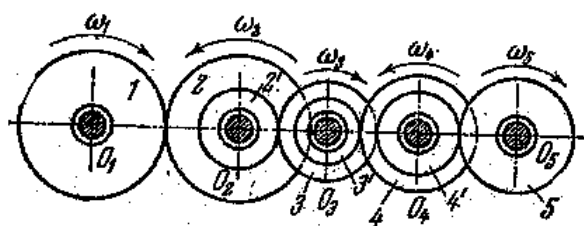


Рисунок 2.2 – Рядовое соединение зубчатых колес:
1,2,3,4,5 – зубчатые колеса, находящиеся в зацеплении

2. При передаче движения между валами, находящимися на большом расстоянии друг от друга, или при необходимости воспроизведения передаточного отношения определенного знака часто применяется рядовое соединение колес, состоящее из ряда последовательно соединенных колес, каждое из которых имеет собственную ось вращения (рис.2.2.). Общее передаточное отношение такого рядового соединения, состоящего в рассматриваемом случае из четырех колес, равно:

$$i_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = (-1)^m (i_{12})(i_{23})(i_{34}) = -(i_{12})(i_{23})(i_{34}) = -\frac{r_2 r_3 r_4}{r_1 r_2 r_3} = -\frac{r_4}{r_1} = \frac{z_4}{z_1}. \quad (2.9.)$$

Как видно из этой формулы, величина общего передаточного отношения не зависит от размеров промежуточных зубчатых колес. Это дало повод в

технике называть такие колеса паразитными. В действительности же эти колеса выполняют существенную роль, заключающуюся либо в обеспечении надлежащего направления вращения ведомого вала, ибо введение таких колес влияет на знак передаточного отношения, либо в передаче движения при большом межосевом расстоянии.

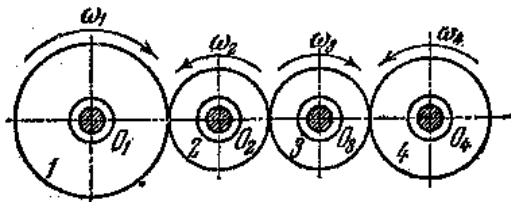


Рисунок 2.3 – Схема рядового соединения зубчатых колес с паразитными колесами

3. Определение общего передаточного отношения рядового соединения круглых конических зубчатых колес может быть выполнено по формуле (2.10).

Передаточное отношение от колеса 1 к колесу n и в этом случае равно:

$$i_{1n} = \frac{w_1}{w_n} = (i_{12})(i_{23})(i_{34}) \dots (i_{(n-1)n}) = \frac{r_2 r_3 r_4 \dots r_n}{r_1 r_2 r_3 \dots r_{(n-1)}} = \frac{z_2 z_3 z_4 \dots z_n}{z_1 z_2 z_3 \dots z_{(n-1)}} \quad (2.10)$$

Если все промежуточные колеса – паразитные, передаточное отношение равно:

$$i_{1n} = \frac{w_1}{w_n} = \frac{z_n}{z_1}. \quad (2.11.)$$

Если ось вращения ведомого колеса в рядовом соединении параллельна оси ведущего колеса или, в частности, совпадает с ней, то передаточному отношению целесообразно приписать знак, а именно, знак плюс, если направления угловых скоростей ведущего и ведомого колес совпадают, и знак минус, если эти направления противоположны. Определение этого знака будем вести следующим образом. В месте соприкосновения колес 1 и 2 (рис. 2.4 а–б) поставим стрелки a и b , причем, если стрелка a направлена от места соприкосновения, то и стрелка b должна быть направлена от места соприкосновения (рис. 2.4 а) или к месту соприкосновения (рис. 2.4 б).

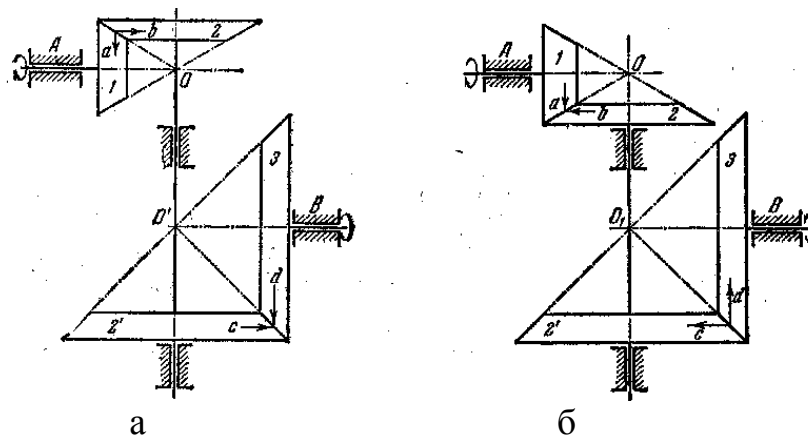


Рисунок 2.4 – Схема двухступенчатой конической передачи:
а, б – направление сил, действующих в зацеплении

На колесах $2'$, жестко связанных с колесами 2 , в местах соприкосновения с колесами 3 ставим стрелку с того же направления, что и стрелка b . Тогда стрелка d , согласно вышеуказанному условию, будет иметь направления: для колеса 3 на рис. 2.4 совпадающее со стрелкой a , а для колеса 3 на рис. 2.5 обратное стрелке a . Если направления стрелок ведущего и ведомого колес совпадают (рис. 2.4), то знак передаточного отношения следует считать положительным. Если же направления этих стрелок противоположны (рис. 2.5), то знак передаточного отношения следует считать отрицательным.

Описание установки

Прибор для построения эвольвентного профиля зуба состоит из следующих деталей (рис. 2.5).

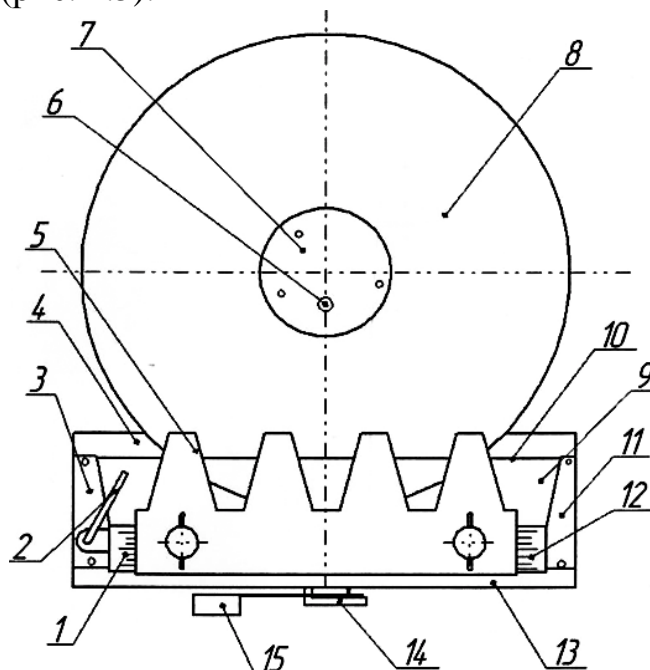


Рисунок 2.5 – Прибор для построения эвольвентного профиля зуба

Для построения зубьев на диск 8 накладывается круг из чертежной бумаги с диаметром, равным диаметру заготовки и прижимается крышкой 7 с винтом 6. Рейку нужно поставить в крайнее правое положение, освободив предварительно рукоятку 14. На бумажном круге вычерчивают контур зубьев карандашом. Затем нажатием рычага 15 передвигают рейку на один шаг и снова очерчивают контур зубьев. Так делают до тех пор, пока рейка не придет в крайнее левое положение, а на бумажном круге будет получен контур нескольких зубьев.

При этом, если модульная прямая совпадает с касательной к делительной окружности, то на бумажной заготовке вычерчиваются зубья нулевого колеса. Если же рейка сдвинута относительно центра заготовки, то на круге получим зубья соответственно с положительным или отрицательным сдвигом.

Для получения нового контура зубьев необходимо рукоятку 2 повернуть, тем самым ослабить натяжение проволоки. Диск после этого свободно повернется на необходимый угол. Рейка становится в крайнее правое положение и вновь вычерчивается контур зубьев с положительным или отрицательным сдвигом.

Основанием прибора служит литая панель 4, на котором установлены диск 8 и рейка 5. Диск выполнен из оргстекла и представляет собой круг с диаметром, равным диаметру заготовки. Рейка прибора, выполняющая роль зуборезного инструмента, совершает поступательное движение вдоль направляющих 13, имеющих сечение ласточкиного хвоста, совместно со шкалами 1 и 12, планкой 9 и захватами 3 и 11. Для согласования угловой и поступательной подач заготовки к захвату 3, который при помощи эксцентрикового механизма с рукояткой 2 может перемещаться, создавая необходимое натяжение проволоки 10. Совместное движение рейки и диска осуществляется при помощи храпового механизма рычагом 15. Если рукоятку 14 повернуть в левое положение, то обе собачки выходят из зацепления с рейкой 5 и рейка свободна от руки перемещается вдоль направляющих 13. Кроме того, при помощи двух винтов 16 рейку можно закрепить на различных расстояниях относительно центра заготовки.

Принадлежности и приборы

Прибор ТММ-42, чертежная бумага, острозаточенный карандаш, линейка, циркуль, калькулятор.

Для выполнения лабораторной работы необходимо заполнить таблицу 2.1.

Таблица 2.1 – Расчетная таблица

Наименование параметра	Расчётная формула	Значение параметра		
		0	+ 8	- 8
1. Количество зубьев	$z = \frac{d}{m}$			
2. Шаг делительной окружности по	$P_t = \pi m$			
3. Абсолютное смещение рейки	$B = (\frac{17-z}{17})m$	0	+ 8	- 8
4. Диаметр основной окружности	$d_o = d \cos a$			
5. Диаметр окружности головок	$d_a = m(z + 2) + 2b$			
6. Диаметр окружности впадин	$d_f = m(z + 2.5) + 2b$			
7. Толщина зуба по делительной окружности	$S_t = \frac{\pi m}{2} + 2b \operatorname{tga}$			
8. Измеренная хордальная толщина зуба				

Вопросы для контроля знаний:

1. Для чего используется корригирование?
2. Что такое нормальные колеса?
3. Что такое шаг зацепления?
4. Что такое модуль зацепления?
5. Что такое угол зацепления?
6. Какая окружность называется начальной?
7. Какая окружность называется делительной?
8. Что такое толщина зуба?
9. Что такое ширина впадины?
10. Что такое межосевое расстояние?

Лабораторная работа 3.

Расчет основных кинематических и технологических параметров работы оборудования с зубчатыми элементами с неподвижными осями

Цель работы: расчёт основных кинематических и технологических параметров работы машин текстильной и лёгкой промышленности.

Порядок выполнения работы:

1. Студенты разбиваются на 2 подгруппы. В тетрадь для выполнения лабораторных работ записывают название работы, цель работы, основные теоретические положения (из методических указаний).

2. Студенты изучают виды зубчатых передач, основные параметры передачи.

3. Преподаватель выделяет два лабораторных стенда коробки зубчатых передач.

4. Студенты определяют количество зубьев шестерен и делают кинематическую схему.

5. Определяется передаточное отношение для различных положений блока подвижных шестерен.

6. Студенты проводят кинематический расчет одного из предложенных машин оборудования прядильного производства (рис. 3.5 и 3.7).

7. Студенты готовят ответы на контрольные вопросы и оформляют лабораторную работу.

В машиностроении часто встречаются зубчатые механизмы, в которых оси колес неподвижны. Примером служит трёхзвенный зубчатый механизм, представленный на рис. 3.1.

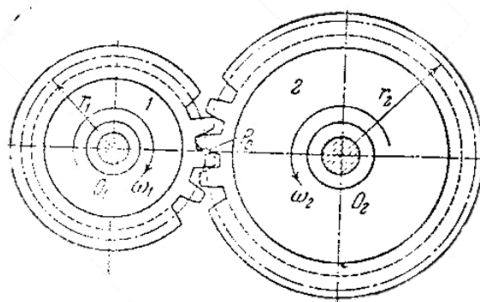


Рисунок 3.1 – Трёхзвенный зубчатый механизм:

- 1 – шестерня, т. е. узел, с которого передается вращение,
- 2 – зубчатое колесо, т. е. узел, на который передается вращение.

В некоторой литературе шестерней называют меньший из двух зубчатых элементов, а колесом – больший.

Для механизмов с круглыми зубчатыми колёсами отношение чисел зубьев колёс равно обратному отношению угловых скоростей этих колёс.

В общем случае передаточным отношением называется отношение угловой скорости колеса, принятого за ведущее, к угловой скорости колеса, принятого за ведомое.

При помощи зацепления одной пары зубчатых колёс можно практически осуществить небольшое передаточное отношение. Обычно для одной пары колёс $U = 5-7$ для механических передач и $U = 10/12$ для ручных передач.

Машиностроительная практика требует часто значительно больших передаточных отношений. Поэтому для осуществления их требуются сложные зубчатые механизмы, состоящие из нескольких пар зубчатых колёс.

Зубчатые механизмы, служащие для уменьшения числа оборотов ведомого вала, называются редукторами, а механизмы, служащие для увеличения оборотов ведомого вала, называются мультипликаторами.

Сложные зубчатые механизмы применяются также для передачи вращения от ведущего вала к ведомому различными, но постоянными передаточными отношениями. Такие зубчатые механизмы называются коробками скоростей.

Рассмотрим определение передаточных отношений сложных зубчатых механизмов.

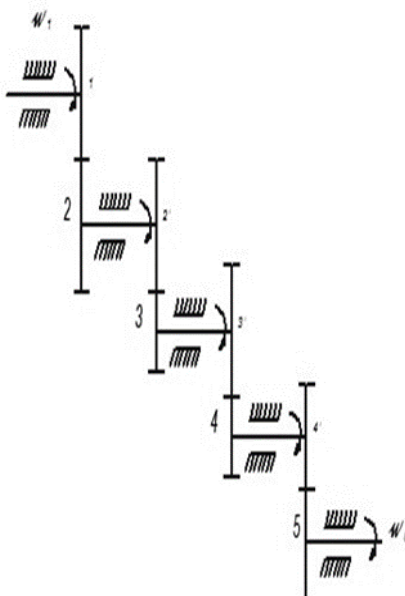


Рисунок 3.2 – Схема многоступенчатого сложно зубчатого механизма:
1, 2, 3, 4, 5 – зубчатые элементы, расположенные на осях

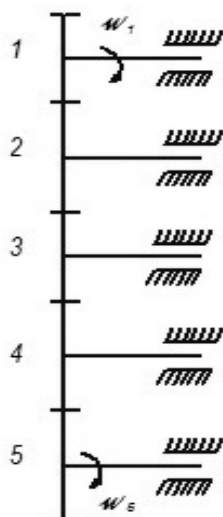


Рисунок 3.3 – Схема сложного зубчатого механизма:
 1, 2, 3, 4, 5 – зубчатые элементы, расположенные на осях

На рисунке 3.2 и 3.3 изображена схема сложного зубчатого механизма, геометрические оси колёс которого неподвижны (валы вращаются в неподвижных подшипниках). Механизм состоит из входного вала на котором неподвижно сидит колесо 1, промежуточных валов 2, 3 и 4, на которых сидят неподвижно по два зубчатых колеса 2 и 2'; 3 и 3'; 4 и 4' и выходного вала, на котором неподвижно посажено колесо 5. Передача вращательного движения от входного вала 1 к выходному 5 осуществляется последовательно при помощи четырёх пар (или четырёх ступеней) зубчатых колёс.

Такие механизмы называются многоступенчатыми.

Определим общее передаточное отношение этого механизма согласно общему определению $U_{15} = \frac{w_1}{w_5}$.

Передаточные отношения отдельных ступеней равны:

$$U_{12} = \frac{w_1}{w_2}; U_{23} = \frac{w_2}{w_3}; U_{34} = \frac{w_3}{w_4}; U_{45} = \frac{w_4}{w_5}. \quad (3.1)$$

Помножив передаточные отношения по ступеням, получим:

$$\frac{w_1 \cdot w_2 \cdot w_3 \cdot w_4}{w_2 \cdot w_3 \cdot w_4 \cdot w_5} = \frac{w_1}{w_5} = U_{15}. \quad (3.2)$$

Следовательно,

$$U_{15} = U_{12} \cdot U_{23} \cdot U_{34} \cdot U_{45} \quad (3.3)$$

Таким образом, передаточное отношение многоступенчатого зубчатого редуктора равно произведению передаточных отношений простых зубчатых

механизмов (отдельных ступеней), входящих в его состав.

В общем случае, когда передача вращения осуществляется с помощью n пар зубчатых колёс, количество валов равно $n + 1$, передаточное отношение в этом случае будет:

$$U_{1(n+1)} = U_{12} \cdot U_{23} \cdot U_{34} \dots U_{n(n+1)}. \quad (3.4)$$

При пользовании этим уравнением для плоского зубчатого механизма стоит учитывать знак передаточного отношения, указывающий, в каком направлении по отношению к входному вращается выходное колесо.

На практике для определения знака передаточного отношения плоских зубчатых механизмов удобно пользоваться формулой:

$$U_{1(n+1)} = [U_{12} \cdot U_{23} \cdot U_{34} \dots U_{n(n+1)}](-1)^m. \quad (3.5)$$

Здесь передаточные отношения берутся по абсолютной величине, а знак их определяется величиной $(-1)^m$, где m – количество внешних зацеплений (так как только внешнее зацепление изменяет направление вращения).

Передаточное отношение плоского многоступенчатого зубчатого механизма, выраженное через количество зубьев зубчатых колёс, в общем случае равно:

$$U_{1(n+1)} = \frac{z_2 \cdot z_3 \dots z_{n+1}}{z_1 \cdot z_2' \cdot z_3' \cdot z_n'}. \quad (3.6)$$

Следует отметить, что во многих задачах номера колёс и валов обозначены иначе, чем на нашем рисунке, однако это не имеет принципиального значения. Надо только всегда внимательно смотреть, между какими колёсами осуществляется зацепление.

Рассмотрим сложный зубчатый механизм, в котором по одному колесу (рис. 3.3). Передача вращательного движения от входного вала к выходному осуществляется при помощи четырёх простых механизмов 1–2; 2–3; 3–4 и 4–5. Передаточное отношение этого сложного механизма можно определить по формуле

$$U_{15} = [U_{12} \cdot U_{23} \cdot U_{34} \cdot U_{45}](-1)^4 = \frac{z_2 \cdot z_3 \cdot z_4 + z_5}{z_1 + z_2 \cdot z_3 \cdot z_4} = \frac{z_5}{z_1}. \quad (3.7)$$

Как видно, на абсолютную величину передаточного отношения количество зубьев промежуточных зубчатых колёс и количество самих колёс не оказывает никакого влияния, но количество промежуточных колёс влияет на знак передаточного отношения. Такие зубчатые колёса называются паразитными. Они применяются для изменения направления вращения выходного вала, а также для передачи вращения между валами, расположенными на сравнительно большом расстоянии.

При определении величины передаточного отношения паразитные колёса учитывать не следует. Для определения направления необходимо учесть только

количество внешних зацеплений, для нашего случая $m = 4$.

На начальном этапе расчёта необходимо определить частоты вращения валов (цилиндры вытяжных приборов, питающие и вытяжные барабаны и др.), затем определяются технологические параметры (вытяжка, крутка, производительность и др.).

На рисунке 3.4 представлена схема привода вала 1 от электродвигателя 2.

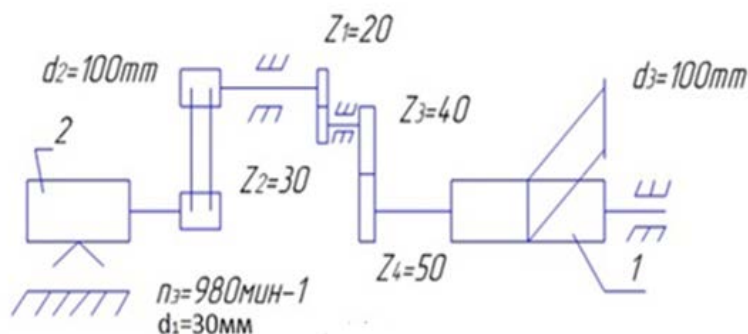


Рисунок 3.4 – Схема привода вала 1 от электродвигателя 2

Необходимо определить частоту вращения и линейную скорость вала 1:

$$V_{\text{вала}} = \pi d_{\text{вала}} \cdot n_{\text{вала}} \quad (3.8)$$

$$n_{\text{вала}} = n_3 \cdot \frac{d_1}{d_2} \cdot \eta \cdot \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{Z_3}{Z_4}, \quad (3.9)$$

где d_1, d_2 – диаметры шкивов ременной передачи, η – коэффициент проскальзывания ремня, $\eta = 0,98$ (см. рис. 3.4).

$$n_{\text{вала}} = 980 \cdot \frac{30}{100} \cdot 0,98 \cdot \frac{20}{30} \cdot \frac{40}{50} = 152 \text{ об/мин.}$$

$$V_{\text{вала}} = 3,14 \cdot 100 \cdot n_{\text{вала}} = 47728 \text{ мм/мин.}$$

На рисунках 3.5, 3.6, 3.7, представлены схемы оборудования, кинематический расчёт, который необходимо выполнить студентам в рамках данной лабораторной работы.

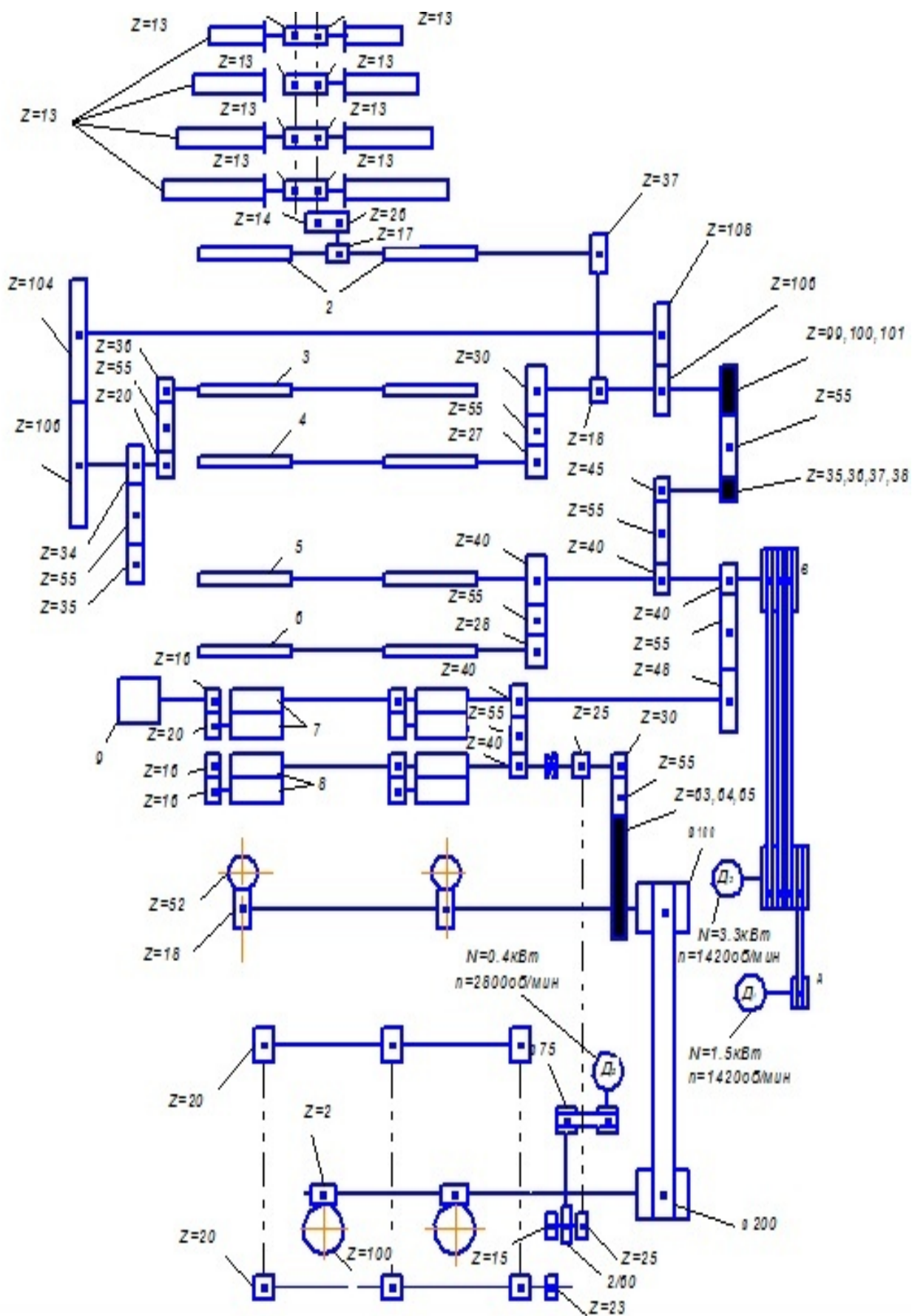


Рисунок 3.6 – Схема лентосоединительной машины

Вопросы для контроля знаний:

1. Что такое редуктор?
2. Что такое мультипликатор?
3. Что такое вариатор?
4. Какие механизмы называются автоступенчатыми?
5. Какие механизмы называются многоступенчатые?
6. Что такое передаточное отношение?
7. Какие колёса называются корригированными?
8. Что такое коробка скоростей?
9. Как учитывается в зацепление направление вращения зубчатых колёс?
10. Как определить линейную скорость и частоту вращения вала?

Лабораторная работа 4.

Исследование многоступенчатых зубчатых механизмов с подвижными осями

Цель работы: определение передаточных отношений между различными звеньями сателлитного механизма.

Порядок выполнения работы:

1. Студенты разбиваются на две подгруппы. В тетрадь для выполнения лабораторных работ записывают название работы, цель работы, основные теоретические положения.

2. Студенты изучают виды сателлитных механизмов (дифференциальных и планетарных).

3. Преподаватель выделяет два лабораторных стенда (с внешним и внутренним зацеплением).

4. Студенты делают схему предложенных механизмов, высчитывают количество зубьев шестерен.

5. Проверяется условие соосности.

6. По формулам (4.19; 4.20) определяется общее передаточное отношение, по формулам (4.23; 4.24; 4.25) определяются частные передаточные отношения.

7. Студенты готовят ответы на контрольные вопросы и оформляют лабораторную работу.

Теоретическая часть

В машиностроительной практике часто встречаются зубчатые механизмы, в которых геометрические оси некоторых колёс подвижны. Примером такой передачи может служить трёхзвенный зубчатый механизм, показанный в двух проекциях на рисунке 4.1.

В этом механизме зубчатое колесо 1 неподвижно, зубчатое колесо 2 имеет подвижную ось O_2 . Звено Н входит во вращательные пары O_1 со стойкой и O_2 с зубчатым колесом 2. При вращении звена Н с угловой скоростью ω_H колесо 2 обегает неподвижное колесо 1, вращаясь с угловой скоростью ω_2 вокруг мгновенного центра вращения P_0 .

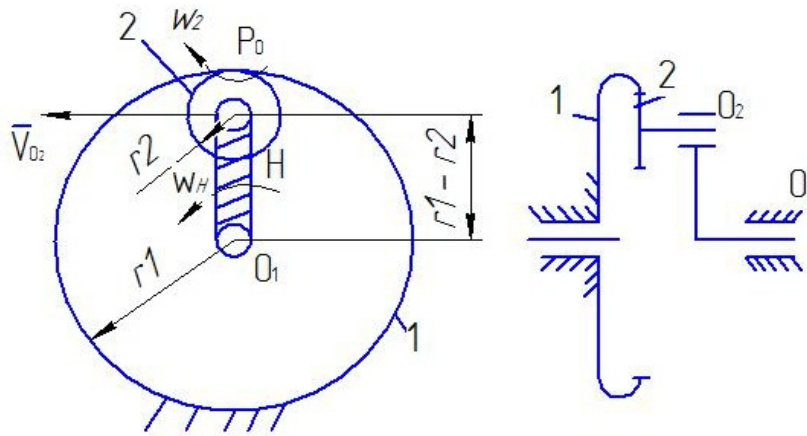


Рисунок 4.1 – Трёхзвенный зубчатый механизм:

r_1, r_2 – радиусы колес, 1, 2 – зубчатые колеса; w – угловая скорость

Колесо 1 называется центральным колесом, колесо 2 – сателлитным, звено Н – водилом.

Зубчатые механизмы, в которых хотя бы одно колесо имеет подвижную ось и является сателлитом, называются сателлитными зубчатыми механизмами.

Сателлитный механизм, имеющий степень подвижности равную 1 называется планетарным. Сателлитный механизм, имеющий степень подвижности больше 1 называется дифференциальным.

Связь между угловыми скоростями ω_2 и ω_H может быть установлена из рассмотрения рисунка 4.1.

Для скорости V_{O_2} точки O_2 являющейся общей для колеса 2 и водила Н, имеет с учётом знаков угловых скоростей ω_2 и ω_H :

$$V_{O_2} = \omega_2 \cdot r_2. \quad (4.1)$$

Передаточное отношение i_{2H} :

$$i_{2H} = \frac{\omega_2}{\omega_H} = \frac{r_2 - r_1}{r_2} = 1 - \frac{r_1}{r_2} = 1 - i_{21}. \quad (4.2)$$

Из построения последнего равенства видно, что передаточное отношение i_{2H} есть передаточное отношение при неподвижном колесе 1, а передаточное отношение i_{21} есть передаточное отношение одного трёхзвенного зубчатого механизма с колёсами, имеющими неподвижные оси, т. е. как бы при неподвижном водиле Н. Чтобы знать, при каком неподвижном звене определяются то или иное передаточное отношение, необходимо у передаточного отношения в скобках ставить индекс того звена, которое принято за неподвижное.

$i_{2H}^{(1)}$ – передаточное отношение от звена 2 к звену Н условно остановленном звене 1

$$i_{2H}^{(1)} = 1 - i_{21}^H. \quad (4.3)$$

Сателлитные механизмы с одной степенью подвижности называются дифференциальными механизмами.

Уравнение (4.3) может быть представлено ещё и так:

$$i_{2H}^{(1)} + i_{21}^H = 1. \quad (4.4)$$

Таким образом для планетарных механизмов с круглыми колёсами сумма передаточных отношений при различных остановленных звеньях всегда равна единице.

На рисунке 4.2 представлен четырёхзвенный редуктор Джеймса.

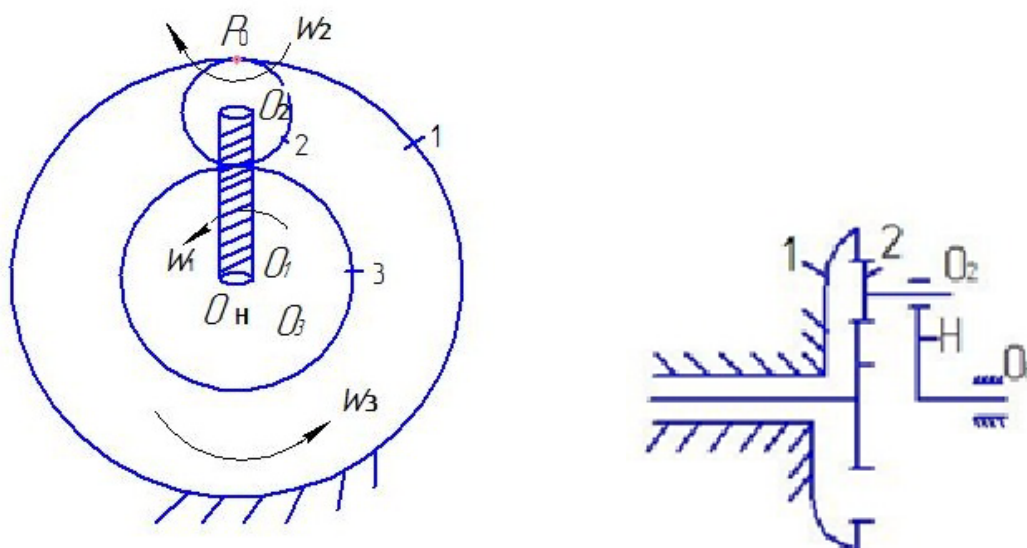


Рисунок 4.2 – Планетарный редуктор Джеймса

Для определения передаточного отношения $i_{3H}^{(1)}$ от вала O_3 к валу O_H можно воспользоваться формулой:

$$i_{3H}^{(1)} = 1 - i_{31}^H. \quad (4.5)$$

Так как согласно равенству определения передаточного отношения плоского механизма:

$$i_{31}^{(H)} = -1 \cdot i_{32}^{(H)} \cdot i_{21}^{(H)} = -i_{32}^{(H)} \cdot i_{21}^{(H)}. \quad (4.6)$$

$$i_{2H}^{(1)} = \frac{\omega_3}{\omega_H} = 1 + i_{32}^{(H)} \cdot i_{21}^{(H)}. \quad (4.7)$$

Введём в уравнения радиусы начальных окружностей r_1, r_2, r_3 или числа зубьев z_1, z_2, z_3 . Тогда формула (4.7) получит следующий вид:

$$L_{3H}^{(1)} = \frac{\omega_3}{\omega_4} = 1 + \frac{\tau_2 + \tau_1}{\tau_3 + \tau_2} = 1 + \frac{\tau_1}{\tau_3}. \quad (4.8)$$

$$L_{3H}^{(1)} = \frac{\omega_3}{\omega_4} = 1 + \frac{z_2 \cdot z_1}{z_3 \cdot z_2} = 1 + \frac{z_1}{z_3} = \frac{z_1 + z_3}{z_3}. \quad (4.9)$$

В выражениях (4.8) и (4.9) радиус Z_2 колеса 2 и его число зубьев Z_2 сократилось, т. е. колесо 2 является паразитным.

Передаточное отношение $L_{H3}^{(1)}$ от водила Н к колесу 3 редуктора, показанного на рисунке 4.2 может быть определено из уравнения:

$$L_{H3}^{(1)} = \frac{\omega_4}{\omega_3} = \frac{1}{L_{3H}^{(1)}} = \frac{1}{1 - L_3^{(H)}}. \quad (4.10)$$

$$L_{H3}^{(1)} = \frac{1}{1 + \frac{z_1}{z_3}} = \frac{z_3}{z_1 + z_3}. \quad (4.11)$$

Согласно равенствам 4.9–4.11 передаточные отношения $L_{3H}^{(1)}$ и $L_{H3}^{(1)}$ имеют знак плюс. Это свидетельствует о том, что условные скорости ω_3 и ω_H имеют один и тот же знак.

В машиностроительной практике часто встречаются зубчатые механизмы, в которых геометрические оси колёс перемещаются.

Простейший дифференциальный механизм изображён на рисунке 4.3.

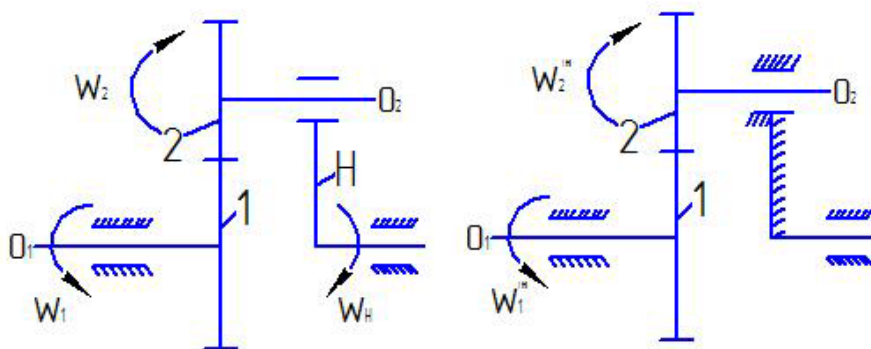


Рисунок 4.3 – Простейший дифференциальный механизм

Определим степень подвижности заданного механизма по формуле Чебышева П.Л.:

$$w = 3n - 2p_5 - p_4, \quad (4.12)$$

где n – число подвижных звеньев; p_5 – число кинематических пар V класса; p_4 – число кинематических пар IV класса. В нашем случае $n = 3$ (колесо 1, колесо 2, водило Н); $p_5 = 3$ (стойка-колесо 1, стойка-водило Н, водило-колесо 2); $p_4 = 1$ (колесо 1– колесо 2). Так как $W = 2$, то необходимо задать движение 2 звеньям.

Выведем формулу, связывающую угловые скорости всех звеньев. Обозначим угловые скорости звеньев 1, 2, Н соответственно W_1, W_2, W_H .

Для вывода формулы применим метод обращения движения. Дадим всему механизму вместе со стойкой вращательное движение вокруг оси O_1 с угловой скоростью $(-W_H)$. Относительное движение звеньев от этого не изменится. Угловые скорости звеньев относительно неподвижной системы координат станут равными:

$$\begin{aligned} W_1^{(H)} &= W_1 - W_H. \\ W_2^{(H)} &= W_2 - W_H. \\ W_H^{(H)} &= W_H - W_H = 0. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Таким образом, водило стало неподвижным $W_H = 0$, и мы получили обычный зубчатый механизм, с неподвижными осями колёс, угловые скорости которых равны $W_1^{(H)}$ и $W_2^{(H)}$. Такой дифференциальный механизм, у которого водило остановлено, называется преобразованным механизмом.

Для такого механизма уже имеет смысл передаточное отношение:

$$U_{12} = \frac{W_1^{(H)}}{W_2^{(H)}}. \quad (4.14)$$

или, учитывая равенства (4.10):

$$U_{12} = \frac{W_1 - W_H}{W_2 - W_H}. \quad (4.15)$$

Это и есть формула, связывающая угловые скорости звеньев дифференциального механизма. Напомним, что передаточное отношение $U_{12}^{(H)}$ – это передаточное отношение от колеса 1 к колесу 2 преобразованного механизма, т. е. механизма в предположении, что водило Н остановлено. Если известны количества зубьев колёс, то $U_{12}^{(H)}$ легко определить по формуле:

$$U_{12}^{(H)} = \frac{Z_2}{Z_1} \cdot (-1)^m = -\frac{Z_2}{Z_1} \quad \text{т. к. } m = 1. \quad (4.16)$$

В общем случае, когда в дифференциальном механизме имеется n колёс,

формула, выведенная Биллисом, имеет вид:

$$U_{1n}^{(H)} = \frac{W_1 - W_H}{W_2 - W_H} = \frac{Z_1 \cdot Z_2 \cdot \dots \cdot Z_n}{Z_1 \cdot Z_2' \cdot Z_{(n-1)}} (-1)^m. \quad (4.17)$$

Здесь звено 1-входное, звено n-выходное, в числителе правой части произведение чисел зубьев ведомых колёс, в знаменателе ведущих.

Учитывая, что угловые скорости звеньев пропорциональны частоте их вращения, удобнее писать так:

$$U_{1n}^{(H)} = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H} = \frac{Z_1 \cdot Z_2 \cdot \dots \cdot Z_n}{Z_1 \cdot Z_2' \cdot Z_{(n-1)}} (-1)^m. \quad (4.18)$$

Ниже представлены схемы различных сателлитных механизмов.

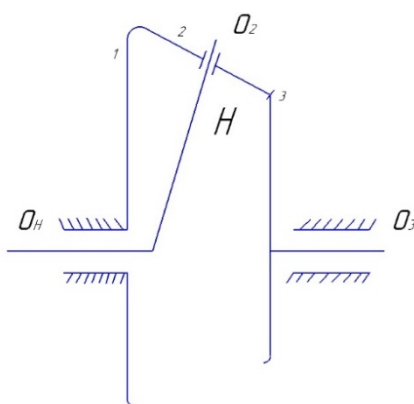


Рисунок 4.4 – Схема трёхзвенного механизма с коническими колёсами

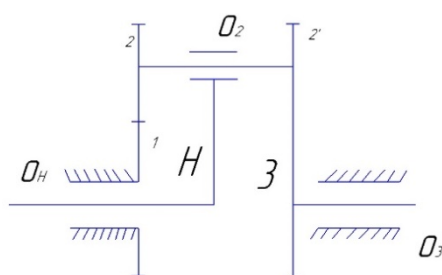


Рисунок 4.5 – Схема четырёхзвенного планетарного механизма типа ДАВИДА с внешним зацеплением

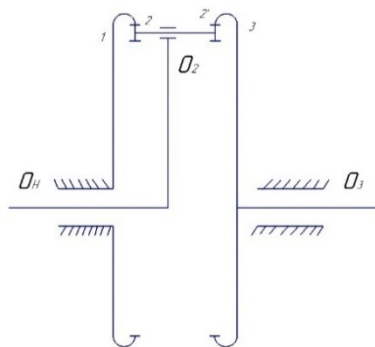


Рисунок 4.6 – Схема четырёхзвенного планетарного механизма типа ДАВИДА с внутренним зацеплением

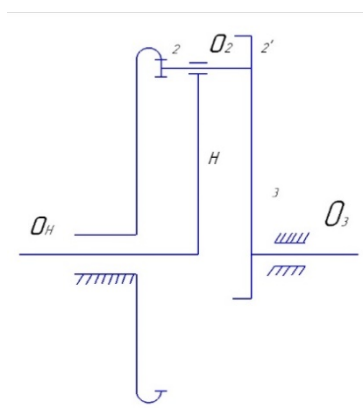


Рисунок 4.7 – Схема четырёхзвенного планетарного механизма с внешним и внутренним зацеплением

Ниже приводится пример выполнения этой работы по схеме, которую студент должен вычертить (без масштаба) по выданному ему макету механизма.

После подсчёта чисел зубьев студент устанавливает, что:

$$Z1 = 25; Z2 = 15; Z2' = 30; Z3 = 70.$$

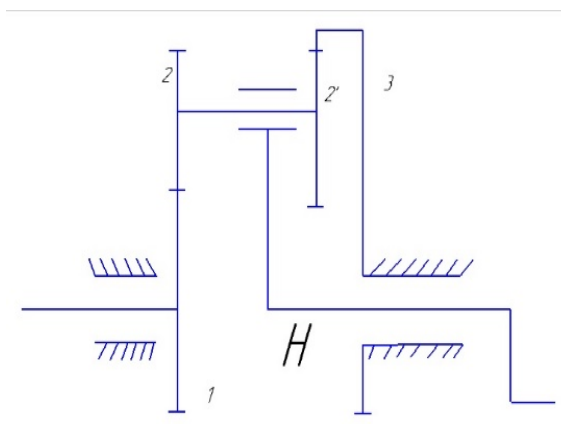


Рисунок 4.8 – Схема макета механизма

$$Z_1 = 25; Z_2 = 15;$$

$$Z_2 = 30; Z_3 = 70;$$

Проверку правильности подсчёта чисел зубьев колёс можно произвести по условию соосности: в соответствии со схемой должно выполняться условие:

$$r_1 + r_2 + r_2' = r_3 \text{ или } Z_1 + Z_2 + Z_2' = Z_3.$$

В данном случае $25 + 15 + 30 = 70$.

Теперь, вращая ручку макета механизма, убеждаемся, что входным звеном является водило Н. Поэтому задаёмся частотой вращения этого звена $n_H = 10$.

Затем теоретически определяем частоту вращения всех остальных звеньев. Независимо от того, что в действительности входным звеном является водило Н, можно написать формулу Виллиса в предположении, что передача осуществляется от звена 1 к звену 3. В этом случае будет:

$$u_{1-3}^{(H)} = \frac{n_1 - n_4}{n_3 - n_4} = \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1 \cdot Z_2'} (-1)^1. \quad (4.19)$$

Поясним написание правой части этой формулы. В первой ступени механизма ведущим звеном является звено 1, ведомым – звено 2; во второй ступени ведущее звено 2, ведомое – звено 3.

В исследуемом механизме $m = 1$, т. к. внешнее зацепление только одно – между звеньями 1 и 2. Звенья 2 и 3 образуют внутреннее зацепление.

Теперь, подставляя все известные величины, получаем:

$$u_{1-3}^{(H)} = \frac{n_1 - 10}{0 - 10} = \frac{15 \cdot 70}{25 \cdot 30} (-1)^1. \quad (4.20)$$

Здесь $n_3 = 0$, т. к. в нашем примере центральное колесо 3 неподвижно.

В результате расчётов получаем что $n_1 = -4$; прежде чем приступить к дальнейшим расчётам, необходимо проверить правильность этой части расчёта. Для этого, сделав десять оборотов рукояткой, убеждаемся, что колесо 1 сделало 4 оборота, причём в сторону, противоположную вращению водила Н.

Теперь определим частоту вращения блока сателлитов 2 и 2'. Т. е найдём n_2 .

Напишем формулу Виллиса только для этой части механизма, т. е. предположим, что механизм состоит только из звеньев 1, 2, Н.

$$U_{12}^{(H)} = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H} = \frac{Z_2}{Z_1} (-1)^1. \quad (4.21)$$

Подставляя все заданные и найденные величины, получаем:

$$\frac{-4-10}{h_2-10} = -\frac{15}{25}. \quad (4.22)$$

Откуда $n_2 = 33,3$ оборота.

Проверку расчётов проводим, как и в первом случае, сделав десять оборотов водилом.

При подсчёте оборотов сателлитов 2 и 2' следует учесть, что их геометрические оси подвижны, т. е. они обегают колёса 1 и 3, поэтому каждый оборот считается тогда, когда сателлит после оборота занимает своё исходное положение относительно наблюдателя.

Для этого у большинства макетов дифференциальных механизмов колеса наполовину окрашены в красный цвет.

Теперь можно определить любые передаточные отношения:

$$U_{1-2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{-4}{33,3} = -0,12. \quad (4.23)$$

$$U_{1-H} = \frac{n_1}{n_H} = \frac{-4}{10} = -0,4. \quad (4.24)$$

$$U_{2-H} = \frac{n_2}{n_H} = \frac{33,3}{10} = 3,33. \quad (4.25)$$

Вопросы для контроля знаний:

1. Какое колесо является центральным колесом?
2. Какое колесо является сателлитными?
3. Что такое водило?
4. Что такое сателлитный механизм?
5. Что такое дифференциальный механизм?
6. Что такое планетарный механизм?
7. Что такое передаточное отношение?
8. Напишите формулу Виллиса.
9. Расшифруйте $i_{12}^{(H)}$.
10. Чему равна сумма передаточных отношений при различных остановленных звеньях для планетарных механизмов?

Лабораторная работа 5. **Построение профиля кулачка**

Цель работы: построение профиля кулачкового механизма

Порядок выполнения работы

1. Студенты изучают виды кулачковых механизмов, основные геометрические и кинематические параметры устройства и работы кулачка.
2. Преподаватель выдает студентам лабораторные стенды.
3. Строится схема механизма и безмасштабный график перемещений.
4. Строится график перемещений толкателя $S = f(a)$ или $\varphi = f(a)$ в масштабе и, или (в зависимости от вида движения толкателя).
5. Строится и заполняется таблица со значениями: - углов поворота кулачка, S или φ – линейное или угловое перемещение толкателя, взятые из графика; S' или φ' – действительные перемещения ($S' = S \cdot \mu_s$, или $\varphi' = \varphi \cdot \mu_s$). Строка радиусов кулачка пока остается незаполненной.
6. Выбирается бумажный круг необходимого диаметра и закрепляется на приборе. Карандашом отмечается центр кулачка. На приборе начальные исходные данные: $e = 0$; $S' = 0$ или $\alpha = 0$, α , $\varphi' = 0$. Циркульным устройством вычерчивается первоначальная окружность, отмечается её центр.
7. На шкалах устанавливаются следующие значения: α_1 , S_1' , или a_1 , φ_1' , и циркулем проводится окружность. Устанавливаются следующие значения, строятся окружности. При этом необходимо обратить внимание на направление вращения кулачка.
8. С прибора снимается бумажный круг.
9. Проводится общая касательная кивая к окружностям с внутренней стороны, получается профиль кулачка.
10. Из центра кулачка проводится окружность произвольного радиуса и она разделяется лучами на 12 равных частей, причем нулевой луч проводится через центр начальной окружности, сделанной циркульным устройством прибора. Лучи нумеруются в направлении, обратном вращению кулачка. Измеряются расстояния от центра до профиля кулачка, которые равны текущим радиусам r . Значения радиусов r записываются в таблицу.
11. Студенты отвечают на контрольные вопросы и оформляют лабораторную работу в тетрадь.

Теоретическая часть

В состав кулачкового механизма входят кулачок и толкатель. Кулачок – это звено, имеющее криволинейные участки и совершающее чаще всего вращательное или поступательное движение.

Толкатель – это звено, получающее движение от кулачка и представляющее собой стержень, совершающий возвратно-поступательное или возвратно- вращательное движение. В состав кулачкового механизма может входить дополнительный элемент – ролик, который устанавливается на толкателе и служит для уменьшения трения между кулачком и толкателем.

Кулачковые механизмы применяются в тех случаях, когда толкатель, на котором закреплен рабочий орган (игла, фреза, нож) должен иметь сложный закон движения, например, в случае движения с остановкой. Получить такое движение с помощью рычажного механизма невозможно или затруднительно.

В зависимости от вида движения кулачка и толкателя кулачковые механизмы бывают:

- 1) с вращающимся кулачком и поступательно движущимся толкателем (рис. 5.1 а и 5.1 б);
- 2) с вращающимся кулачком и качающимся толкателем (рис. 5.1 в, г, ж);
- 3) с поступательно движущимся кулачком и толкателем (рис. 5.1 д);
- 4) с поступательно движущимся кулачком и качающимся толкателем (рис. 5.1 е).

Если в кулачковом механизме первого типа линия движения толкателя проходит через ось вращения кулачка, то такой механизм называют аксиальным (центральный) (рис. 5.1 а), в противном случае – дезаксиальным (нецентральным) (рис. 5.1 б), а смещение e называют дезаксиалом.

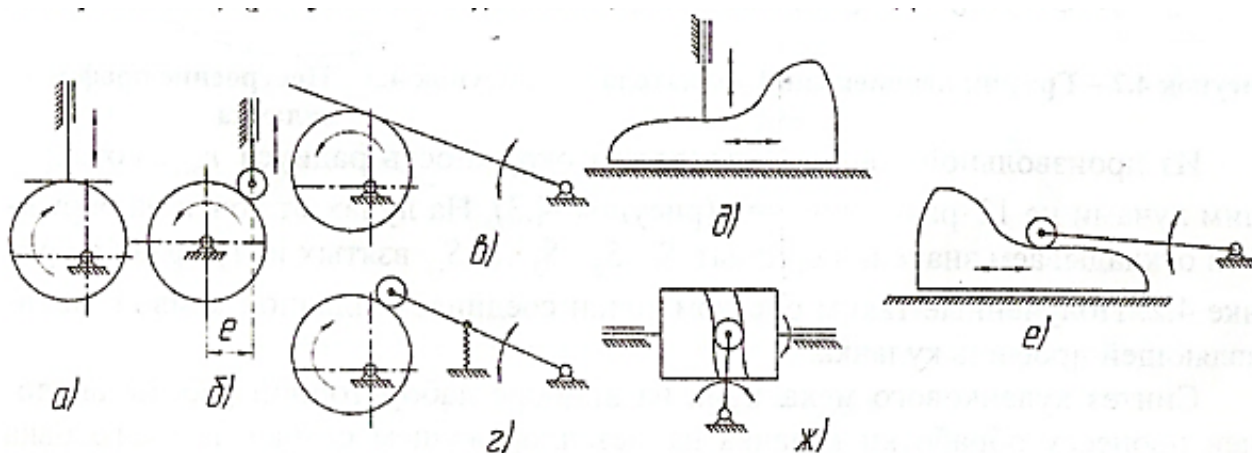


Рисунок 5.1 – Виды кулачковых механизмов:

- а – механизм с возвратно-поступательным движением толкателя, б – механизм с вращательным движением толкателя, в – механизм с качательным движением толкателя, г – механизм с силовым замыканием толкателя, д, е, ж – механизм со сложным движением толкателя

Кулачковые механизмы бывают плоские (рис. 5.1 а–е) и пространственные (рис. 5.1 ж). В плоских механизмах все точки звеньев движутся в параллельных плоскостях. В пространственных – точки движутся в

непараллельных плоскостях (в пространстве). По способу поддержания контакта между кулачком и толкателем (роликом) кулачковые механизмы бывают с силовым и геометрическим замыканием. В механизме, изображенном на рисунке 5.1 г, толкатель вместе с роликом прижимается к кулачку с помощью силы пружины (силовое замыкание), а в механизме, показанном на рисунке 5.1 ж, ролик всегда находится в канавке (геометрическое замыкание). Здесь кулачок представляет собой вращающийся барабан с канавкой на его боковой поверхности.

Применение того или иного вида кулачкового механизма зависит от условий его работы.

Синтез кулачкового механизма заключается в построении профиля кулачка при заданном графике движения толкателя. Покажем методику синтеза на примере аксиального кулачкового механизма без ролика. Для синтеза воспользуемся методом обращенного движения, когда кулачок останавливается, а толкатель вращается вокруг кулачка в обратную сторону. Пусть задан график перемещения толкателя (рис. 5.2) и минимальный радиус кулачка r_{min} . Требуется построить профиль кулачка.



Рисунок 5.2 – График перемещений толкателя

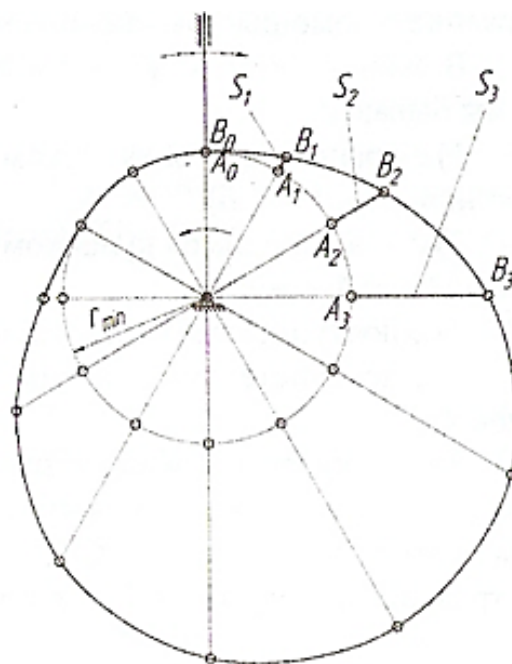


Рисунок 5.3 – Построение профиля кулачка

Из произвольной точки O проводим окружность радиуса r , которую делим лучами на 12 равных частей (рис. 5.3). На лучах от точек на окружности откладываем значения ординат $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{11}$, взятых из графика на рисунке 5.2. Полученные таким образом точки соединяем плавной кривой, представляющей профиль кулачка.

Синтез кулачкового механизма на приборе лабораторной работы аналогичен процессу обработки кулачка на металлорежущем станке, где заготовка кулачка и толкатель движутся непрерывно, а роль ролика играет фреза.

Варианты заданий лабораторной работы представлены ниже.

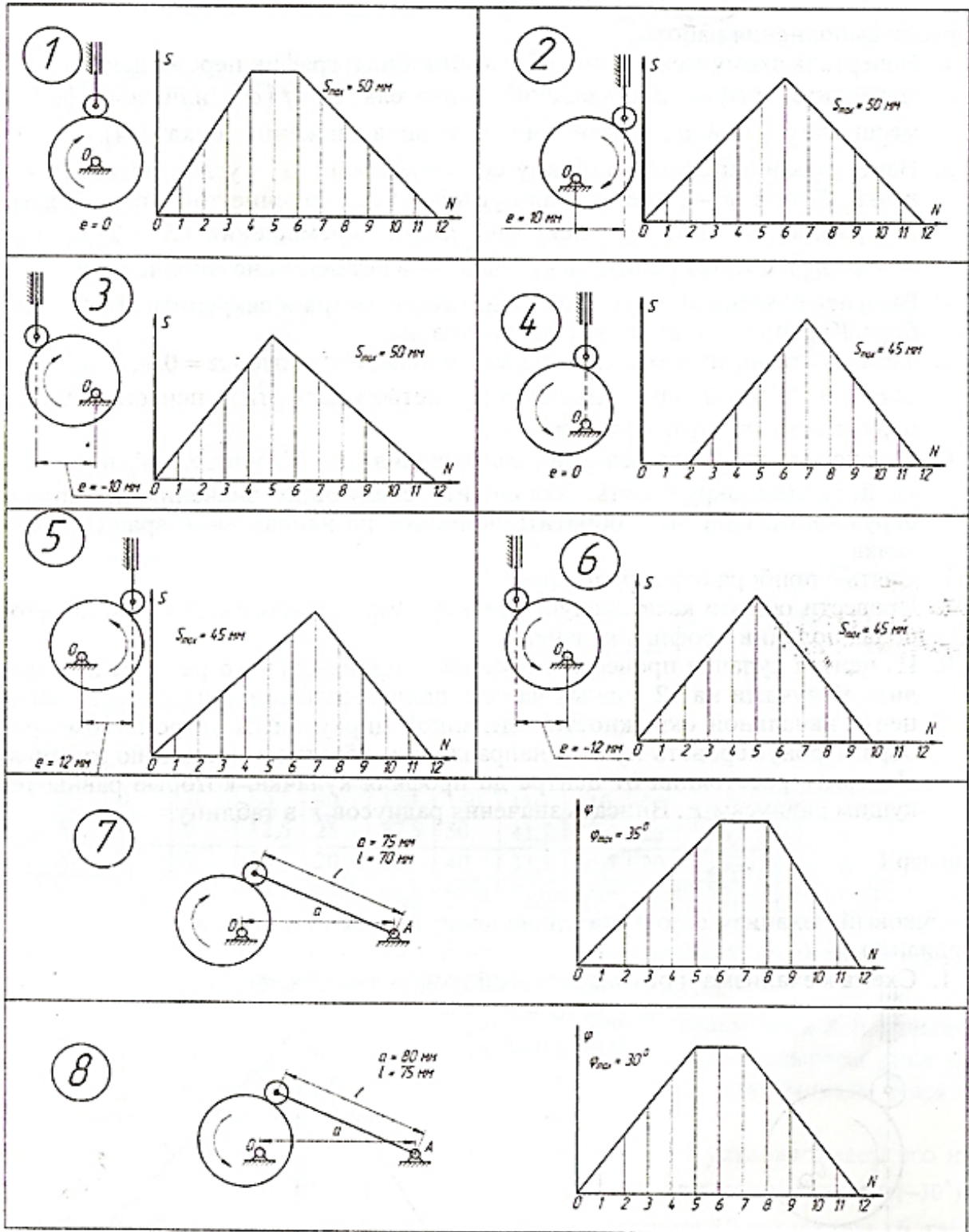
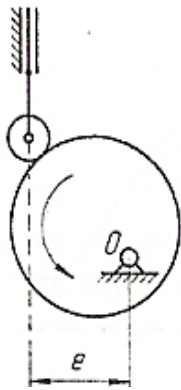


Рисунок 5.4 – Варианты заданий лабораторной работы

Пример 1.

Кулачковый механизм с поступательно движущимся толкателем (варианты 1–6).



$$S_{\max} = 40 \text{ мм}$$

$$e = -8 \text{ мм}$$

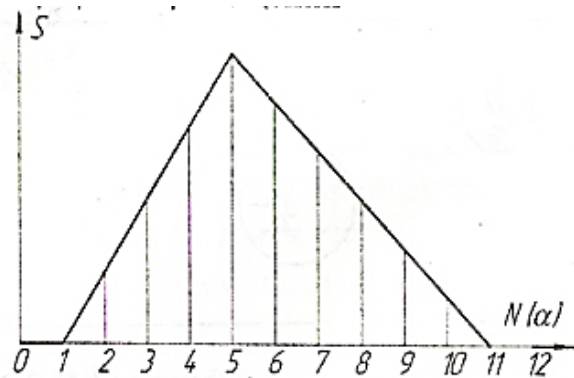


Рисунок 5.5 – Схема механизма

Рисунок 5.6 – Безмасштабный график перемещений

1. Схема механизма и безмасштабный график перемещений.
2. График перемещений толкателя в масштабе $\mu_s = 0,8 \frac{\text{мм}}{\text{мм}}$ Мм (μ_s берется в пределах $0,5-1,0 \frac{\text{мм}}{\text{мм}}$).

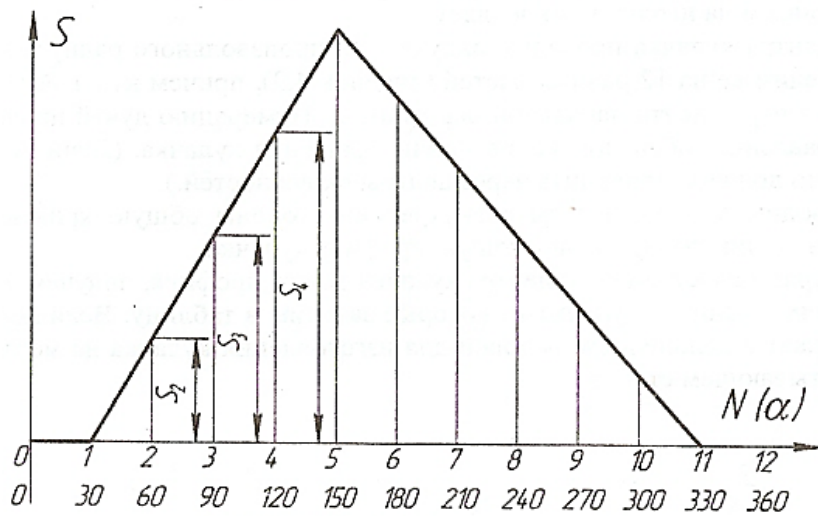


Рисунок 5.7 – График перемещений

3. Создаётся таблица параметров.

Таблица 5.1 – Параметры

α	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
S	0	0	12,5	25	37,5	50	41,7	33,3	25	16,7	8,3	0	0
S'	0	0	10	20	30	40	33,3	26,7	20	13,3	6,7	0	0
r	21,4	26,7	34,5	45,7	60,8	64,2	58,6	54,6	42,4	32,7	27,6	23,5	21,4

Значение S берется из графика (рис. 5.7). Величины S' определяются по формуле: $S' = S \cdot \mu_s$. Строка 4 остается пока незаполненной.

4. На приборе отвинчиваем винт 1 (рис. 5.8), снимаем диск 2, накалываем на иголки бумажный круг диаметром 190 мм, накладываем диск на иголки, нажимаем на винт 1 и, прорвав бумагу, винт завинчиваем. Карандашом отмечаем центр бумажного круга.

5. При помощи винта 14 вращаем диск 5 с кругом и устанавливаем его на цифре 0 ($\alpha_0 = 0^\circ$). Винтом 13 на шкале 6 устанавливаем значение (-30°). Ослабив гайку 15, перемещаем ползун 4 на деление 35 мм шкалы 16, гайку завинчиваем. Винтом 8 на шкале 12 устанавливаем значение $e = -8$ мм, причем отрицательные величины откладываем вверх от нуля. Винтом 10 на шкале 9 выбираем $S'_0 = 0$ мм. Циркулем 3 проводим окружность, центр которой отмечаем карандашом.

6. Винтом 14 устанавливаем значение $\alpha_1 = 30^\circ$, причем обращаем внимание на направление вращения кулачка (см. рис. 5.5). Устанавливаем значение $S'_1 = 0^\circ$, соответствующее углу $\alpha_1 = 30^\circ$. Циркулем проводим окружность. Выполняем остальные операции согласно таблице (строка 3).

7. Отвинтив винт 1, снимаем диск 2 и бумажный круг. Винт с диском устанавливаем на иголки и закрепляем.

8. Из центра кулачка проводим окружность произвольного радиуса и лучами делим её на 12 равных частей (рис. 5.9), причем нулевой луч проводим через центр начальной окружности. Нумерацию лучей проводим в направлении, обратном направлению вращения кулачка. (Лучи не обязательно должны проходить через центры окружностей.)

9. Проводим к окружностям с внутренней стороны общую кривую касательную линию, представляющую профиль кулачка.

10. Измеряем расстояния от центра кулачка до его профиля, получая текущее значение радиуса кулачка r , которые заносим в таблицу. Величины r служат в дальнейшем основой для изготовления кулачка на металлообрабатывающем станке.

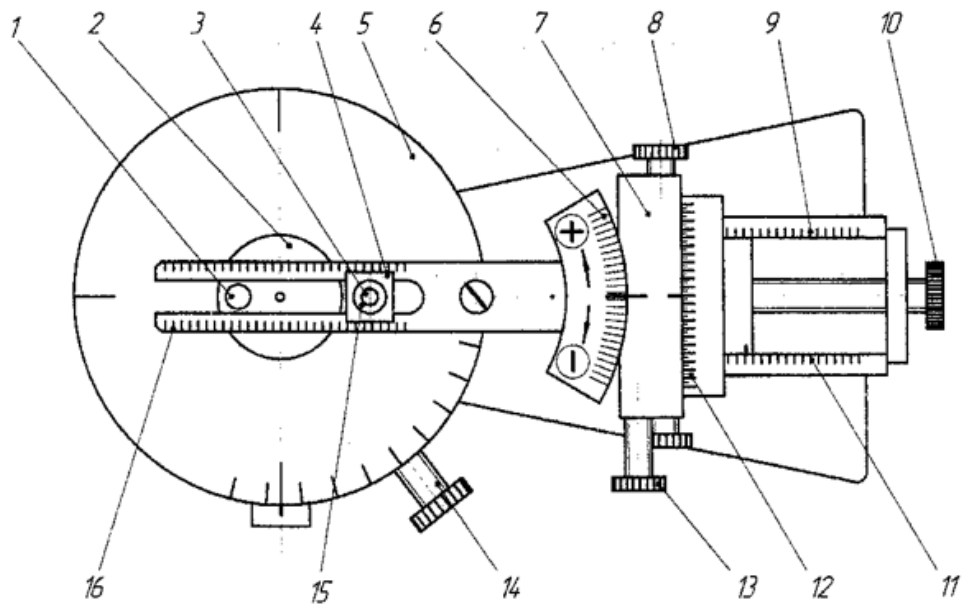


Рисунок 5.8 – Прибор для построения профиля кулачка

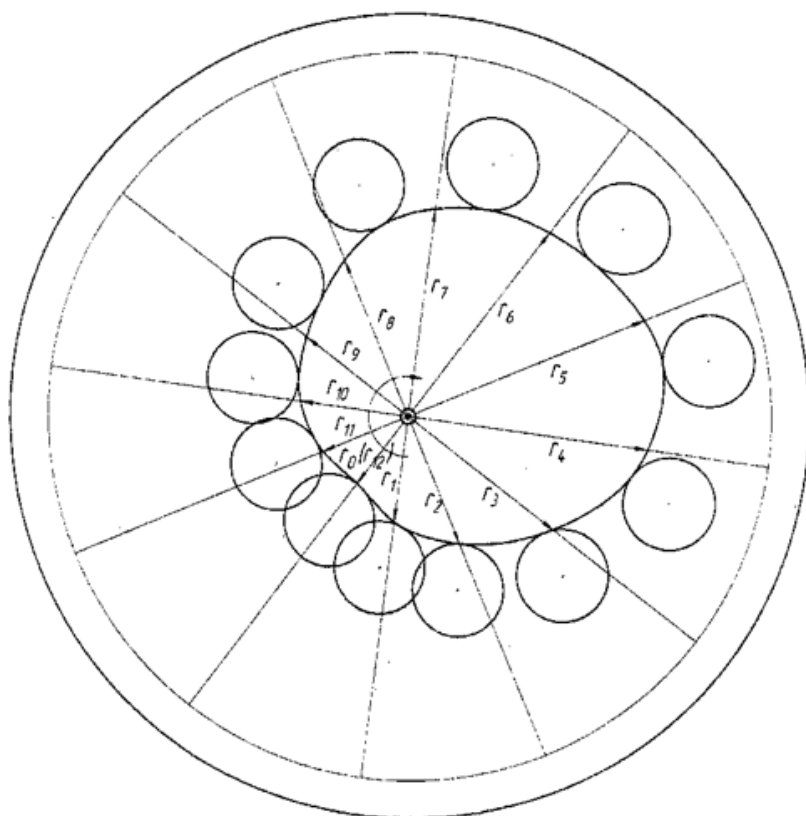


Рисунок 5.9 – Построение профиля кулачка

Пример 2.

Кулачковый механизм с качающимся толкателем (варианты 7 и 8).

1. Схема механизма и безмасштабный график перемещений.

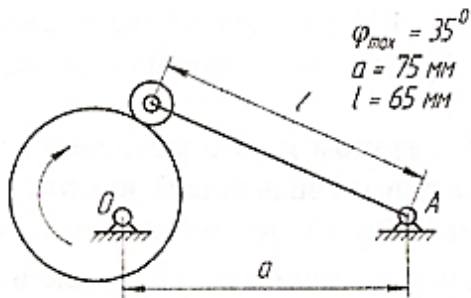


Рисунок 5.10 – Схема механизма

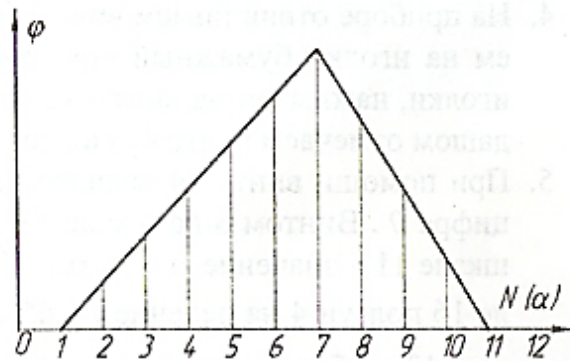


Рисунок 5.11 – Безмасштабный график перемещений



Рисунок 5.12 – График перемещений

2. График перемещений толкателя в масштабе $\mu_\varphi = 0,7 \frac{\text{град}}{\text{мм}}$ (μ_φ берется в пределах $0,5-1,0 \frac{\text{град}}{\text{мм}}$)

3. Таблица параметров

Таблица 5.2 – Параметры

α	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
φ	0	0	11,7	23,3	35	46,7	58,3	70	52,5	35	17,5	0	0
φ'	0	0	5,8	11,6	17,5	23,3	29,1	35	26,2	17,5	8,7	0	0
r	33,3	41,6	53,7	71,2	94,7	100	91,3	82,11	66	51	43	36,6	33,3

Значение берется из графика. Величина φ' определяется по формуле: $\varphi' = \varphi \mu_{\varphi}$. Строка 4 остается пока незаполненной.

4. На приборе отвинчиваем винт 1 (рис. 5.9), снимаем диск 2, накалываем на иголки бумажный круг диаметром 190 мм, накладываем диск на иголки, нажимаем на винт 1 и, прорвав бумагу, винт завинчиваем. Карандашом отмечаем центр бумажного круга.

5. При помощи винта 14 вращаем диск 5 с кругом и устанавливаем его на цифре 0. Винтом 8 на шкале 12 устанавливаем значение 0, винтом 10 на шкале 11 – значение $\alpha = 75$ мм. Ослабив гайку 15, устанавливаем по шкале 16 ползун 4 на деление $l = 65$ мм, гайку завинчиваем. На шкале 6 винтом 13 выбираем согласно таблице $\varphi'_0 = 0^\circ$, циркулем 3 проводим начальную окружность, отметив её центр.

6. Винтом 14 вращаем диск 5 до деления $\alpha_1 = 30^\circ$, причем обращаем внимание на направление вращения кулачка (см. рис. 5.11). Винтом 13 на шкале 6 устанавливаем значение $\varphi'_1 = 0^\circ$, соответствующее углу $\alpha_1 = 30^\circ$. Циркулем 3 проводим окружность. Выполняем остальные операции согласно таблице (строка 3).

7. Отвинтив винт 1, снимаем диск 2 и бумажный круг. Винт с диском устанавливаем на иголки и закрепляем.

8. Проводим к окружностям с внутренней стороны общую кривую касательную линию, представляющую профиль кулачка (рис. 5.10).

9. Из центра кулачка проводим окружность произвольного радиуса и лучами делим её на 12 равных частей, причем нулевой луч проводим через центр начальной окружности. При этом лучи могут не проходить через центры окружностей. Нумерацию лучей ведем в направлении, обратном направлению вращения кулачка.

10. Измеряем расстояния от центра кулачка до его профиля, получая текущие радиуса r , которые заносим в таблицу. Величины a и r служат в дальнейшем основой для изготовления кулачка на металлообрабатывающем станке.

Вопросы для контроля знаний

1. Назовите элементы, входящие в состав кулачкового механизма.
2. Объясните назначение кулачковых механизмов.
3. Какие бывают кулачковые механизмы в зависимости от вида движения кулачка и толкателя?
4. Что такое обращенное движение?
5. Опишите методику построения профиля кулачка методом обращенного движения.
6. Опишите порядок выполнения лабораторной работы при поступательном движении толкателя.
7. Опишите порядок выполнения лабораторной работы при возвратно-вращательном движении толкателя.

Лабораторная работа 6.

Определение положения центра масс и моментов инерции звеньев

Цели работы: определить положение центра масс и момента инерции звеньев исследуемого механизма.

Порядок выполнения работы.

1. Студенты разбиваются на две подгруппы. В тетрадь для выполнения лабораторных работ записывают название работы, цель работы, основные теоретические положения.

2. Каждой подгруппе выделяется лабораторный стенд. Студенты отмечают вес каждого элемента составной конструкции стенда.

3. Снимаются размеры звена, выбирается масштаб и выполняется чертеж звена.

4. Определяются объемы и массы отдельных фигур.

5. Определяется положение центра масс звена аналитически.

6. Определяется положение центра масс экспериментально.

7. Определяются моменты инерции всех фигур относительно их центральных осей.

8. Определяются моменты инерции фигур звена относительно оси подвеса.

9. Определяется период колебаний звена аналитически.

10. Определяется период колебаний звена экспериментально.

11. Определяется момент инерции звена относительно центральной оси.

12. Студенты отвечают на контрольные вопросы и оформляют лабораторную работу.

Теоретическая часть

При динамическом расчете механизмов часто большую роль играют инерционные нагрузки, которые во многих случаях являются преобладающими. К этим нагрузкам относятся силы инерции, определяемые по формуле $\vec{F} = -m\vec{a}_s$, где, m – масса звена, \vec{a}_s – ускорение центра масс. Силы инерции приложены в центрах масс и направлены в сторону, обратную ускорениям.

Положение центра масс звеньев, представляющих собой простые геометрические фигуры, находятся по формулам. Если же звено состоит из нескольких фигур, то положение центра может быть также вычислено аналитически. В тех случаях, когда звено представляет собой сложную геометрическую фигуру, то вычисление положения центра масс затруднительно и иногда оно приводит к большим погрешностям. В этих случаях положение центра масс определяется экспериментально.

Координаты центра масс звена, состоящего из нескольких простых фигур,

могут быть найдены из выражений

$$X_S = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \dots + m_nx_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}, \quad (6.1)$$

$$Y_S = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + \dots + m_ny_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}, \quad (6.2)$$

где $m_1, m_2 \dots m_n$ – массы отдельных фигур, $x_1, x_2 \dots x_n$; $y_1, y_2 \dots y_n$ – координаты центров масс отдельных фигур.

Если звено имеет симметричную форму, то используется только одна формула.

Экспериментально положение центра масс звена определяется путем установки его на неподвижную призму. Если центр масс S находится на одной вертикали с острием призмы, то в этом положении звено будет неподвижным.

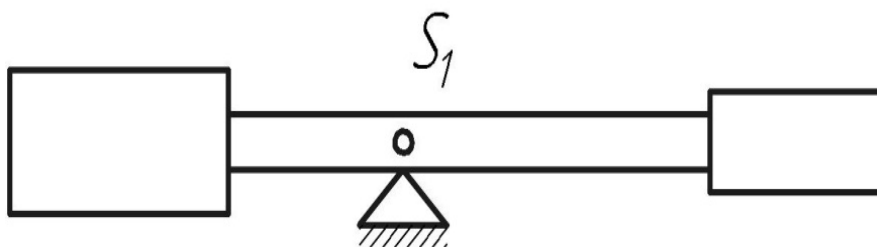


Рисунок 6.1 – Определение положения центра масс

При вращательном движении возникают моменты сил инерции, определяемые по формуле $M = I_S \cdot \varepsilon$, где I_S – момент инерции звена относительно центральной оси (оси, проходящей через центр масс), ε – угловое ускорение звена. Момент сил инерции M направлен в сторону, обратную ускорению ε . Момент инерции звена – это скалярная величина, равная сумме произведений масс всех точек звена на квадрат их расстояний от оси.

$$I_S = \int^{(V)} \rho_i^2 dm_i. \quad (6.3)$$

Отсюда следует, что момент инерции – величина положительная и не может быть равна нулю. Момент инерции является мерой инерции тела при вращательном движении. Моменты инерции звеньев с простой геометрической формой определяются по известным формулам. Если звено имеет сложную геометрическую форму, то момент инерции может быть определен экспериментально.

Приведем формулы для определения центральных моментов инерции тел, имеющих простые геометрические формы.

1. Однородный стержень длиной l и массой m любого поперечного сечения – $I = \frac{ml^2}{3}$.

2. Тонкое кольцо радиусом r и массой m – $I = mr^2$.

3. Призма квадратного сечения со стороной квадрата a , массой m относительно оси, проходящей перпендикулярно этому квадрату – $I = \frac{ma^2}{6}$.

4. Сплошной цилиндр радиуса r , массой m относительно геометрической оси цилиндра – $I = \frac{mr^2}{2}$.

5. Полый цилиндр с радиусом радиусами r и R , массой m относительно геометрической оси цилиндра – $I = \frac{m(R^2 + r^2)}{2}$.

Момент инерции звена относительно оси O_1 , параллельной центральной и находящейся от нее на расстоянии l в $I_0 = I_S + ml^2$.

Момент инерции относительно какой-либо оси можно найти экспериментально методом физического маятника. Для этого звено подвешивается на призму и приводится в колебательное движение. Уравнение малых колебаний ($\sin \phi \approx \phi$) имеет следующий вид: $I_0 \ddot{\phi} + mgl\phi = 0$.

Запишем это уравнение в другом виде $\ddot{\phi} + K^2\phi = 0$, здесь $K = \sqrt{\frac{mgl}{I_0}}$.

В этой формуле m – масса звена, g – ускорение центра масс, l – расстояние между осью подвеса и центральной осью; I_0 – момент инерции относительно оси подвеса.

Так как коэффициент K и период колебаний T связаны между собой зависимостью $T = \frac{2\pi}{K}$, то получим $I_0 = \frac{T^2 mgl}{4\pi^2}$.

Момент инерции относительно центральной оси определим по формуле (6.4):

$$I_S = I_0 - ml^2. \quad (6.4)$$

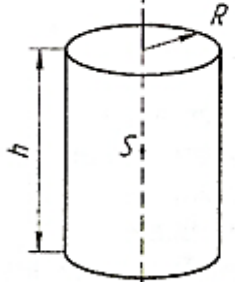
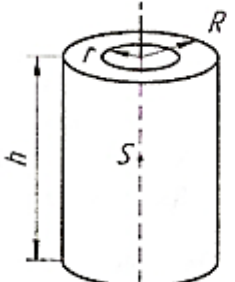
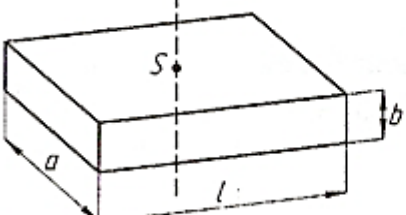
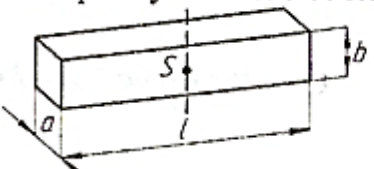
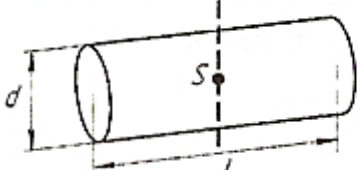
<p>Цилиндр</p> 	$V = \pi R^2 h;$ $I_s = m \frac{R^2}{2}.$
<p>Полый цилиндр</p> 	$V = \pi h(R^2 - r^2);$ $I_s = m \frac{R^2 + r^2}{2}.$
<p>Прямоугольная призма</p> 	$V = abl;$ $I_s = m \frac{l^2 + a^2}{12}.$
<p>Стержень прямоугольного сечения</p> 	$V = abl;$ $I_s = \frac{ml^2}{12}.$
<p>Стержень круглого сечения</p> 	$V = \frac{\pi d^2}{4} l;$ $I_s = m \frac{l^2}{12}.$

Рисунок 6.2 – Объёмы и моменты инерции звеньев

Пример выполнения работы

Определить положение центра масс и момента инерции звена относительно центральной оси. Плотность материала звена $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$.

1. Чертеж звена

$a_1 = 70 \text{ мм}$, $b_1 = 25 \text{ мм}$; $r_1 = \frac{d_1}{2} = 25 \text{ мм}$; $l_{S_1} = 25 \text{ мм}$; $a_2 = 45 \text{ мм}$; $b_2 = 10 \text{ мм}$;

$l_2 = 135 \text{ мм}$; $l_{S_2} = 132 \text{ мм}$; $b_3 = 20 \text{ мм}$, $r_3 = \frac{b_3}{2} = 20 \text{ мм}$, $R_3 = \frac{D_3}{2} = 30 \text{ мм}$

$l_{S_3} = 225 \text{ мм}$, $l = 200 \text{ мм}$.

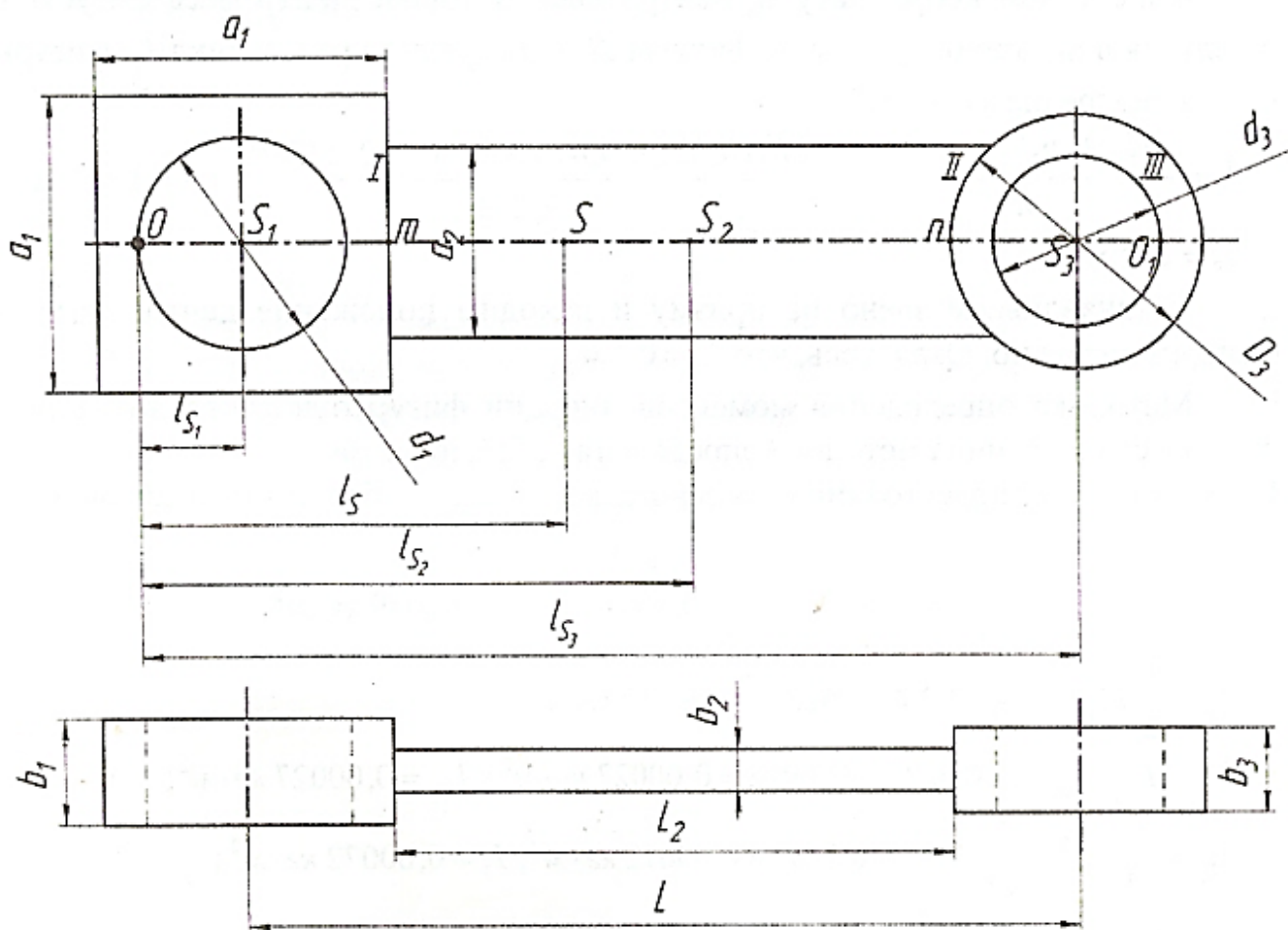


Рисунок 6.3 – Звено в масштабе 1:2

2. Определяем объемы и массы отдельных фигур.

Фигура I – представляет собой полую призму, фигура II – призму (в некоторых вариантах это цилиндр), фигура III – полый цилиндр.

Объем и массу фигуры *I* определяем как разность между объемом и массой сплошной фигуры и сплошного цилиндра. Объем и массу фигуры *III* находим как разность объемов и масс двух сплошных цилиндров.

Известно, что $m = V \cdot \rho$, где ρ – плотность материала.

$$2.1 \quad m_1 = m_1' - m_1''; \quad m_1' = V_1' \cdot \rho = a_1^2 \cdot b_1 \cdot \rho = 0,07^2 \cdot 0,025 \cdot 7800 = 0,955 \text{ кг};$$

$$m_1'' = 0,955 \text{ кг}; \quad m_1'' = V_1'' \cdot \rho = \pi \cdot r_1^2 \cdot b_1 \cdot \rho = 3,14 \cdot 0,025^2 \cdot 7800 = 0,382 \text{ кг};$$

$$m_1 = m_1' - m_1'' = 0,955 - 0,382 = 0,573 \text{ кг}; \quad m_1 = 0,573 \text{ кг};$$

$$2.2 \quad m_2 = V_2 \cdot \rho = a_1 b_1 l_1 \rho = 0,015 \cdot 0,040 \cdot 0,135 \cdot 7800 = 0,473 \text{ кг};$$

$$m_2 = 0,473 \text{ кг}; \quad (\text{Если фигура II имеет форму цилиндра, то } V_2 = \pi r_2^2 h_2).$$

$$2.3 \quad m_3 = m_3' - m_3''; \quad m_3' = V_3 \cdot \rho = \pi R_3^2 b_3 \rho = 3,14 \cdot 0,03^2 \cdot 0,02 \cdot 7800 = 0,441 \text{ кг};$$

$$m_3' = 0,441 \text{ кг};$$

$$m_3'' = V_3'' \cdot \rho = \pi r_3^2 b_3 \rho = 3,14 \cdot 0,02^2 \cdot 0,02 \cdot 7800 = 0,196 \text{ кг}; \quad m_3'' = 0,196 \text{ кг};$$

$$m_3 = m_3' - m_3'' = 0,441 - 0,196 = 0,245 \text{ кг}; \quad m_3 = 0,245 \text{ кг};$$

$$m = m_1 + m_2 + m_3 = 0,573 + 0,473 + 0,245 = 1,291 \text{ кг}; \quad m = 1,291 \text{ кг}.$$

3. Определяем координату l_s центра масс *S* звена. Центр масс фигуры *I* находится в центре окружности, фигуры *II* – в середине расстояния l_2 , фигуры *III* – в центре окружностей.

$$l_s = \frac{m_1 l_{s1} + m_2 l_{s2} + m_3 l_{s3}}{m} = \frac{0,573 \cdot 0,025 + 0,473 + 0,132 + 0,245 \cdot 0,225}{1,291} = 102 \text{ мм};$$

$$l_s = 102 \text{ мм}.$$

4. Устанавливаем звено на призму и находим положение центра масс *S* экспериментально. Оказалось, что $l_s = 0,1$ м.

5. Методика определения моментов инерции фигур относительно их центров масс, аналогична методике определения объемов и масс. а начало отсчета расстояний и за ось подвеса звена выбрана точка *O* (рис. 5.3).

$$I_{s1} = I'_{s1} - I''_{s1}; \quad I'_{s1} = \frac{1}{12} m_1' \cdot \alpha_1^2 = \frac{1}{12} \cdot 0,995 \cdot 0,07^2 = 0,00039 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$I''_{s1} = \frac{1}{2} m_1'' \cdot r_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,382 \cdot 0,025^2 = 0,00012 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$I_{s1} = I'_{s1} - I''_{s1} = 0,00039 - 0,00012 = 0,00027 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad I_{s1} = 0,00027 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$I_{s2} = \frac{1}{12} m_2 l_2^2 = \frac{1}{12} \cdot 0,473 \cdot 0,135^2 = 0,00072 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad I_2 = 0,00072 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$I_{s2} = I'_s - I''_{s3}; \quad I'_{s3} = \frac{1}{2} m_3' R_3^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,441 \cdot 0,03^2 = 0,00020 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$I''_{s3} = \frac{1}{2} m_3'' r_3^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,245 \cdot 0,02^2 = 0,00004 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

$$I_{S_3} = I'_{S_3} - I''_{S_3} = 0,00020 - 0,00004 = 0,00016 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; I_{S_3} = 0,00016 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

6. Моменты инерции фигур относительно оси подвеса O.

$$I_0^I = I_{S_1} + m_1 l_{S_1}^2 = 0,00027 + 0,573 \cdot 0,025^2 = 0,00081 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

$$I_0^{II} = I_{S_2} + m_2 l_{S_2}^2 = 0,00072 + 0,473 \cdot 0,1322^2 = 0,00842 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

$$I_0^{III} = I_{S_3} + m_3 l_{S_3}^2 = 0,00016 + 0,245 \cdot 0,2252^2 = 0,0126 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

$$I_0 = I_0^I + I_0^{II} + I_0^{III} = 0,00081 - 0,00842 + 0,0126 = 0,0222 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$I_0 = 0,0226 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

7. Период колебаний звена относительно оси O определяем по формуле:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{mgl_s/I_0}} = \frac{6.28}{\sqrt{1.291 \cdot 9.8 \cdot 0.102 / 0.0222}} = 0.82 \text{ с.}$$

8. Проверяем полученный результат экспериментально. Подвешиваем звено на призму, отклоняем его на небольшой угол, отпускаем и находим время колебаний определенного числа полных колебаний, например, $N = 50$. Время колебаний оказалось равным $t = 42$ с. Тогда находим $T' = N/t = 42 / 50 = 0,84$ с.

Погрешность составляет $\Delta = (T' - T)/T' \cdot 100 = (84 - 82)/84 \cdot 100 = 2,5 \%$.

9. Момент инерции звена относительно центральной оси

$$I_s = I_0 - ml_s^2 = 0,0226 - 1,291 \cdot 0,102^2 = 0,0132 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, I_s = 0,0132 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Вопросы для контроля знаний

1. Что такое момент инерции звена и его роль в силовых расчетах?
2. Как определить момент инерции звена аналитически?
3. Как определить положение центра масс аналитически?
4. Как определить положение центра масс звена экспериментальным путем?
5. Как определить аналитически момент инерции звена, состоящего из простых геометрических фигур?
6. Как определить момент инерции звена экспериментальным путем?

Лабораторная работа 7. Уравновешивание вращающихся звеньев

Цель работы: определить условия уравновешивания звеньев сложной формы.

Порядок выполнения работы

1. Студенты разбиваются на подгруппы по 3–4 человека. В тетрадь для выполнения лабораторных работ записывают название работы, цель работы, основные теоретические положения
2. Студенты изучают устройство и работу лабораторного стенда для проведения статической и динамической балансировки. Преподаватель выдает грузы для исследований.
3. Находятся дисбалансы и масштабный коэффициент.
4. Строятся треугольники дисбалансов.
5. Проверяется правильность уравновешивания аналитическим методом.
6. Студенты отвечают на контрольные вопросы и оформляют лабораторную работу.

Теоретическая часть

При работе любого механизма различные точки его звеньев движутся с ускорениями, в результате чего возникают силы инерции которые вызывают дополнительные нагрузки в кинематических парах. Эти нагрузки, изменяясь по величине и направлению, передаются корпусу машины, вызывая вибрацию и шум. Особенно велики силы инерции в современных быстроходных машинах. Отсюда возникает задача о проектировании механизмов таким образом, чтобы свести к минимуму воздействие сил инерции на корпус машины. Это достигается методом уравновешивания с помощью более рационального распределения масс звеньев. Уравновешиванию подлежат такие вращающиеся звенья, называемые роторами, как кривошип, кулачки, эксцентрики, барабаны шкивы, зубчатые колеса и другие.

Различают статическое и динамическое уравновешивание. На рисунке 6.1 изображено вращающееся звено, например, кулачок. Центр масс его S находится на расстоянии r от оси вращения O . При вращении в точке S действует сила инерции $\bar{F} = -m\bar{a}_s$, которая вызывает в опоре O реакцию \bar{R} . Так как $a_s = \omega^2 r$, то $F = R = m\omega^2 r$. Чтобы реакция \bar{R} была равна нулю, необходимо иметь $r = 0$, т. е. чтобы центр масс располагался на оси вращения. Поэтому с противоположной стороны от оси вращения закрепляют груз массой m_1 с центром масс отстоящим от оси на расстоянии r_1 . Отсюда имеем:

$$F_1 = F = m\omega^2 r = m_1\omega^2 r_1 = mr = mr_1 = D. \quad (7.1)$$

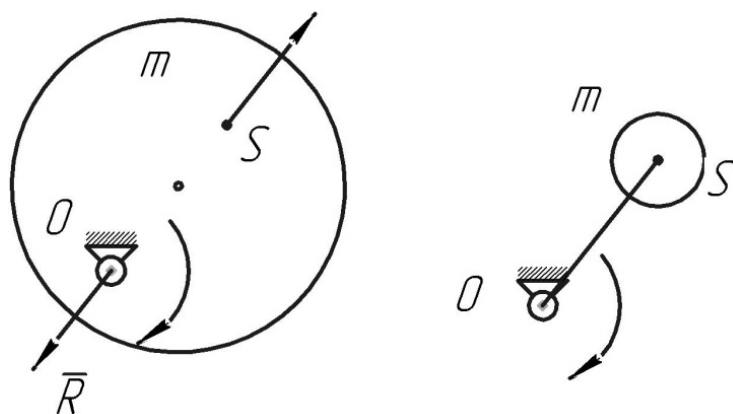


Рисунок 7.1 – Статическая неуравновешенность

Величина D называется дисбалансом. Задаваясь массой m_1 можно найти r_1 (или наоборот):

$$r_1 = \frac{mr}{m_1}. \quad (7.2)$$

Вращающиеся звенья часто обозначают точечной массой, расположенной в центре масс. Установка дополнительной массы с целью смещения центра масс на ось вращения называют статическим уравниванием.

Однако встречаются случаи, когда центр масс находится на оси вращения, а реакции в опорах не равны нулю. Такой случай представлен на рисунке 7.2. При вращении системы возникает пара сил, которая и вызывает появление реакций. В этом случае говорят, что система неуравновешенна динамически. Чтобы осуществить динамическое уравнивание, необходимо установить две дополнительные массы, которые создавали бы такой же момент, но противоположного знака.

Хотя звенья могут быть уравновешены и статически и динамически, после их изготовления и сборки по различным причинам уравновешенность нарушается и необходимо динамическое уравнивание, которое называется балансировкой. Балансировка выполняется на балансировочных станках. Пусть требуется провести статическое и динамическое уравнивание двух масс m_1 и m_2 , расположенных на расстояниях r_1 и r_2 от оси вращения и находящихся под углами α_1 и α_2 .

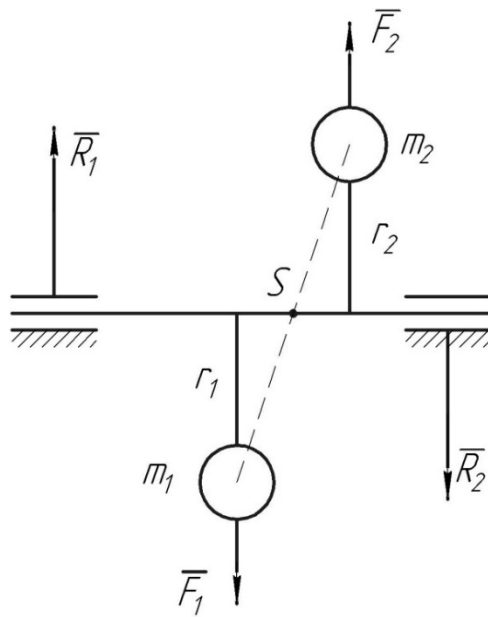


Рисунок 7.2 – Динамическая неуравновешенность

Статическое уравнивание (рис. 7.3). Находим дисбалансы $\overline{D}_1 = m_1 \overline{r}_1$, $\overline{D}_2 = m_2 \overline{r}_2$. Выбираем масштабный коэффициент μ_D и по векторному уравнению $\overline{D}_1 + \overline{D}_2 + \overline{D}_C = 0$ строим треугольник (рис. 7.4) (рис. 6.4). Измеряем длину вектора \overline{D}_C и через коэффициент μ_D находим $D_C = ab \cdot \mu_D$. Замеряем величину угла α_c . Задаваясь массой m_c , определяем $r_c = \frac{D_C}{m_c}$. Под углом α_c на рисунке 7.3 изображаем массу m_c на расстоянии r_c . На левой проекции массу показываем в любом месте.

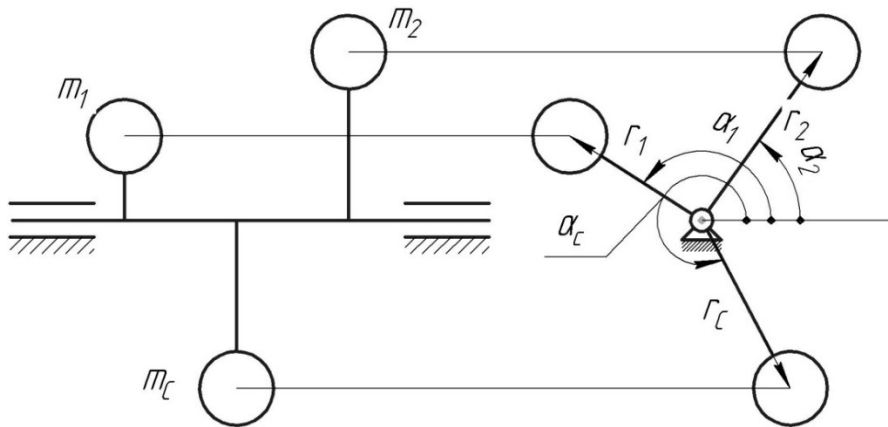


Рисунок 7.3 – Статическое уравнивание

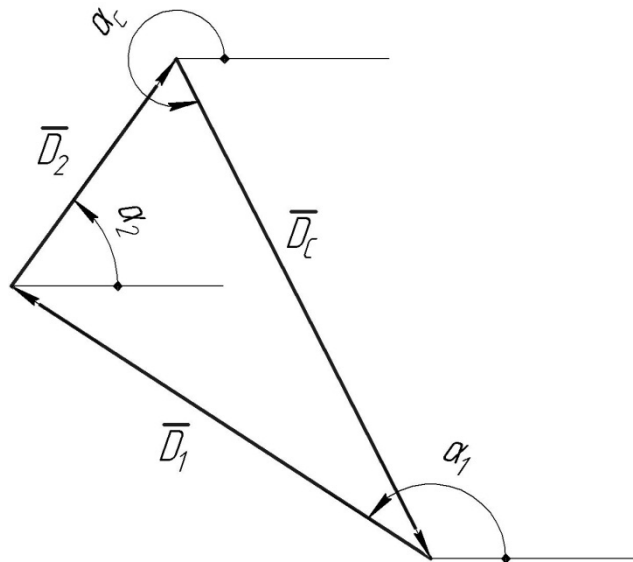


Рисунок 7.4 – Треугольник дисбалансов

Для проверки правильности статического уравнивания величины D_C и α_C находим аналитически. Находим D_C :

$$D_C = \sqrt{D_1^2 + D_2^2 - 2D_1D_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2 + 180)}. \quad (7.3)$$

Для определения угла α_C сначала вычисляем коэффициенты K_1 и K_2 .

$$K_1 = -(D_1 \sin \alpha_1 + D_2 \sin \alpha_2), K_2 = -(D_1 \cos \alpha_1 + D_2 \cos \alpha_2). \quad (7.4)$$

Затем находим промежуточный угол α'_C , взяв величины K_1 и K_2 без учета знака:

$$\alpha'_C = \arctg \left| \frac{K_1}{K_2} \right|. \quad (7.5)$$

Так как вектор $\overline{D_C}$ может располагаться в одной из четырех четвертей, но задача имеет не одно решение. В зависимости от знаков коэффициентов K_1 и K_2 возможны следующие варианты:

1. Если $K_1 > 0, K_2 > 0$, то $\alpha_C = \alpha'_C$;
2. Если $K_1 > 0, K_2 < 0$, то $\alpha_C = 180 - \alpha'_C$;
3. Если $K_1 < 0, K_2 < 0$, то $\alpha_C = 180 + \alpha'_C$;
4. Если $K_1 < 0, K_2 > 0$, то $\alpha_C = 360 - \alpha'_C$.

Динамическое уравнивание.

Существует несколько способов динамического уравнивания. Рассмотрим способ уравнивания в двух плоскостях A и B (рис. 7.6).

Каждую массу m_1 и m_2 заменяем двумя составляющими $m_1^A, m_2^A, m_1^B, m_2^B$. Дисбалансы этих масс определяем по формулам:

$$D_1^A = D_1 \frac{l-l_1}{l}, D_2^A = D_2 \frac{l-l_2}{l}, D_1^B = D_1 \frac{l_1}{l}, D_2^B = D_2 \frac{l_2}{l}. \quad (7.6)$$

Строим треугольники дисбалансов согласно уравнениям $\overline{D}_1^A + \overline{D}_2^A + \overline{D}_d^A = 0$; $\overline{D}_1^B + \overline{D}_2^B + \overline{D}_d^B = 0$ (рис. 7.7). При этом масштабный коэффициент принимаем равным μ_D .

Изменяем длины векторов \overline{D}_d^A и \overline{D}_d^B и через μ_D находим дисбалансы:

$$D_d^A = ab \cdot \mu_D, D_d^B = cd \cdot \mu_D. \quad (7.7)$$

Задаваясь массами m_d^A и m_d^B , находим радиусы:

$$r_d^A = \frac{D_d^A}{m_d^A}, r_d^B = \frac{D_d^B}{m_d^B}. \quad (7.8)$$

Измеряем величины углов α_d^A и α_d^B .

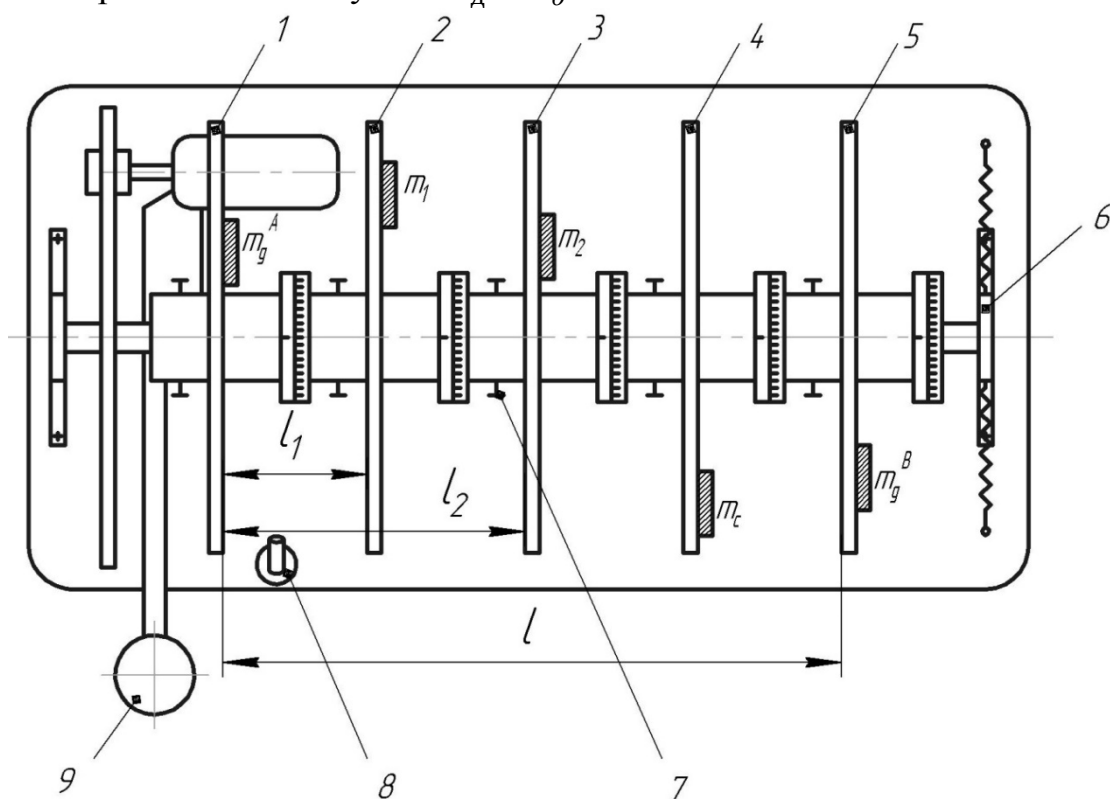


Рисунок 7.5 – Установка для балансировки:

1–5 – диски для установки грузов, 6 – пружинный механизм для изучения вибраций, 7 – фиксатор, 8 – устройство для включения прибора, 9 – тормозное устройство

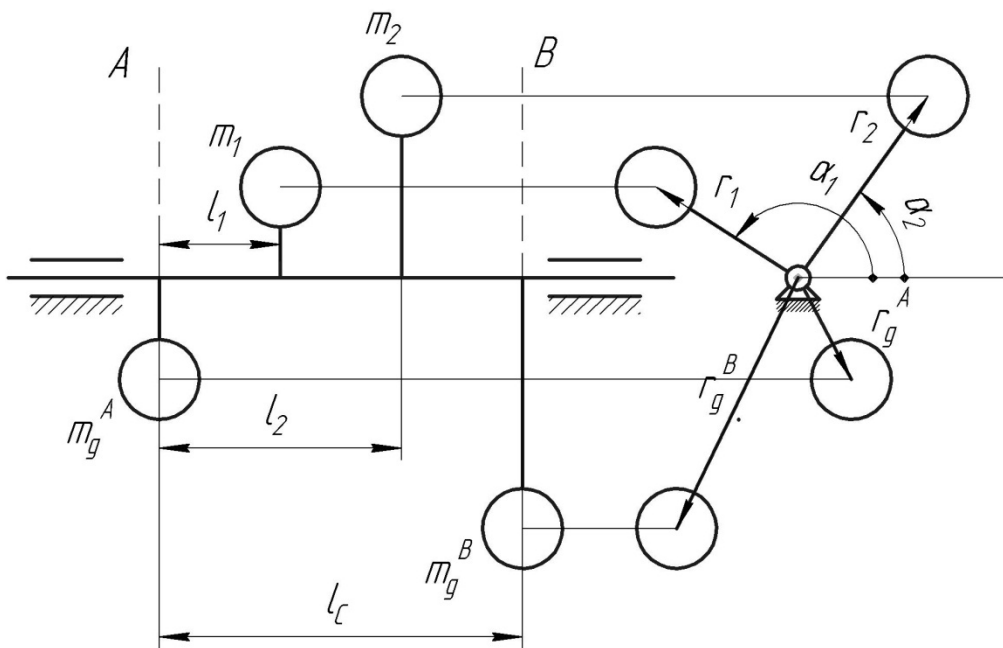


Рисунок 7.6 – Динамическое уравновешивание

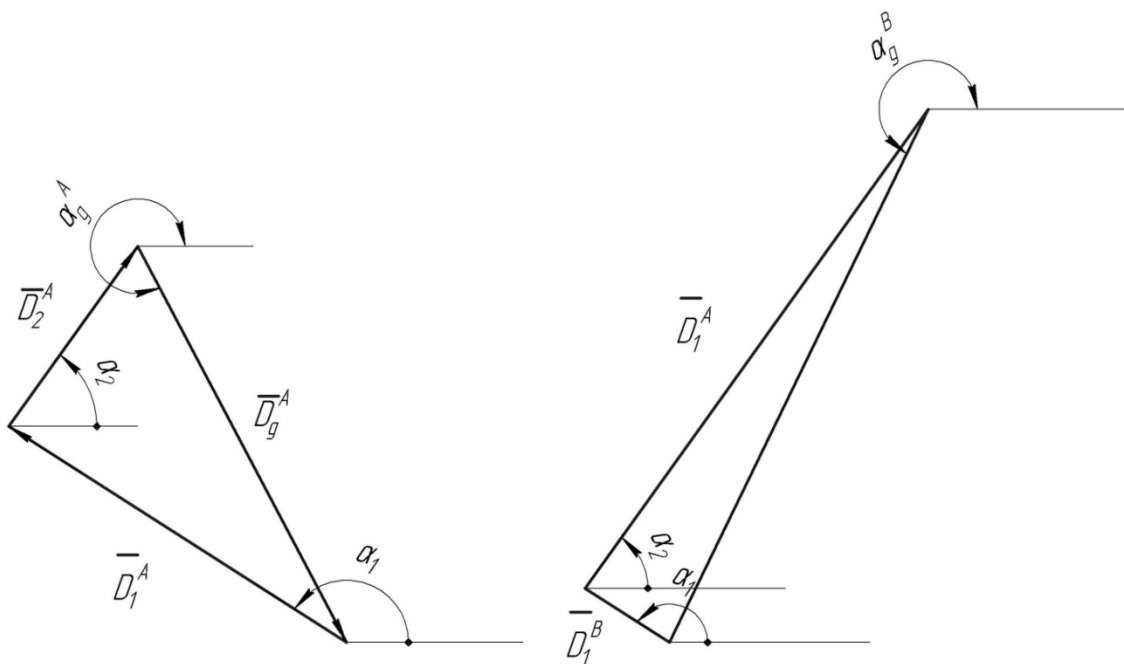


Рисунок 7.7 – Треугольники дисбалансов

Проверку результатов динамического уравновешивания проводим по тем же формулам, что и для статического, но вместо D_C и α_C находим \overline{D}_D^A , \overline{D}_D^B , $\overline{\alpha}_D^A$, $\overline{\alpha}_D^B$.

Массы m_D^A и m_D^B закрепляем в плоскостях A и B .

Для проведения лабораторной работы можно воспользоваться следующими вариантами:

$$m_1 = 30\text{г}, \quad r_1 = 80\text{мм}, \quad \alpha_1 = 0^\circ, \quad m_2 = 100\text{г}, \quad r_2 = 45\text{мм}, \quad \alpha_2 = 60^\circ,$$

$$m_1 = 40\text{г}, \quad r_1 = 75\text{мм}, \quad \alpha_1 = 60^\circ, \quad m_2 = 90\text{г}, \quad r_2 = 50\text{мм}, \quad \alpha_2 = 135^\circ,$$

$$m_1 = 50\text{г}, \quad r_1 = 70\text{мм}, \quad \alpha_1 = 90^\circ, \quad m_2 = 80\text{г}, \quad r_2 = 55\text{мм}, \quad \alpha_2 = 150^\circ,$$

$$m_1 = 60\text{г}, \quad r_1 = 65\text{мм}, \quad \alpha_1 = 150^\circ, \quad m_2 = 70\text{г}, \quad r_2 = 60\text{мм}, \quad \alpha_2 = 210^\circ,$$

$$m_1 = 70\text{г}, \quad r_1 = 60\text{мм}, \quad \alpha_1 = 180^\circ, \quad m_2 = 60\text{г}, \quad r_2 = 65\text{мм}, \quad \alpha_2 = 225^\circ,$$

$$m_1 = 80\text{г}, \quad r_1 = 55\text{мм}, \quad \alpha_1 = 240^\circ, \quad m_2 = 50\text{г}, \quad r_2 = 70\text{мм}, \quad \alpha_2 = 315^\circ,$$

$$m_1 = 90\text{г}, \quad r_1 = 50\text{мм}, \quad \alpha_1 = 270^\circ, \quad m_2 = 40\text{г}, \quad r_2 = 75\text{мм}, \quad \alpha_2 = 0^\circ,$$

$$m_1 = 100\text{г}, \quad r_1 = 45\text{мм}, \quad \alpha_1 = 330^\circ, \quad m_2 = 30\text{г}, \quad r_2 = 80\text{мм}, \quad \alpha_2 = 45^\circ.$$

Выполнение работы

Проведем статическое и динамическое уравнивание двух масс.
Порядок выполнения работы

I. Статическое уравнивание

1. Найти дисбалансы \overline{D}_1 и \overline{D}_2 , выбрать масштабный коэффициент μ_D .
2. Построить треугольник дисбалансов $\overline{D}_1, \overline{D}_2, \overline{D}_C$, из которого определить \overline{D}_C и α_C . Задаваясь m_C , найти r_C .
3. Найти величины \overline{D}_C и α_C аналитическим методом.
4. Закрепить массы m_1, m_2, m_C на диске установки и проверить правильность статического уравнивания.

II. Динамическое уравнивание

1. Разложить дисбалансы D_1 и D_2 на составляющие $D_1^A, D_2^A, D_1^B, D_2^B$.
2. Построить треугольники дисбалансов $\overline{D}_1^A, \overline{D}_2^A, \overline{D}_d^A$ и $\overline{D}_1^B, \overline{D}_2^B, \overline{D}_d^B$, из которых определить $\overline{D}_d^A, \overline{D}_d^B, \alpha_d^A, \alpha_d^B$. Задаваясь m_d^A, m_d^B , найти r_d^A, r_d^B .
3. Проверить правильность динамического уравнивания аналитическим методом, определив $\overline{D}_d^A, \overline{D}_d^B, \alpha_d^A, \alpha_d^B$.

4. Установить массы m_d^A , m_1 , m_2 , m_0^B соответственно на диски 1, 2, 3 и 5 установки, проверить правильность динамического уравновешивания практическим путем.

Пример:

Провести статическое и динамическое уравновешивание двух масс при следующих исходных данных: $m_1 = 80$ г, $m_2 = 40$ г, $r_1 = 55$ мм, $r_2 = 70$ мм, $\alpha_1 = 135^\circ$, $\alpha_2 = 180^\circ$, $l_1 = 80$ мм, $l_2 = 160$ мм, $l = 320$ мм.

I Статическое уравновешивание

1. Определяем дисбалансы D_1 и D_2

$D_1 = m_1 r_1 = 80 \cdot 55 = 4400 \text{ г} \cdot \text{мм}$, $D_2 = m_2 r_2 = 40 \cdot 70 = 2800 \text{ г} \cdot \text{мм}$.
Масштабный коэффициент дисбалансов выбираем равным.

$$\mu_D = 70 \frac{\text{г} \cdot \text{мм}}{\text{мм}}. \quad (7.9)$$

2. Длины векторов дисбалансов:

$$ab = \frac{D_1}{\mu_D} = \frac{4400}{70} = 62,8 \text{ мм}, \quad bc = \frac{D_2}{\mu_D} = \frac{2800}{70} = 40 \text{ мм}.$$

Строим треугольник дисбалансов по уравнению $\overline{D_1} + \overline{D_2} + \overline{D_C} = 0$. (рис. 6.8). Измеряем длину вектора $\overline{D_C}$, $cd = 94,3$ мм. Находим величину дисбаланса $D_C = cd \cdot \mu_D = 94,3 \cdot 70 = 6600 \text{ г} \cdot \text{мм}$.

Задаемся массой $m_C = 90$ г, находим

$$r_C = \frac{D_C}{m_C} = \frac{6600}{90} = 73,3 \text{ мм}.$$

Если значение r_C не укладывается в пределах $r = 40-90$ мм, то берём другую величину массы m_C .

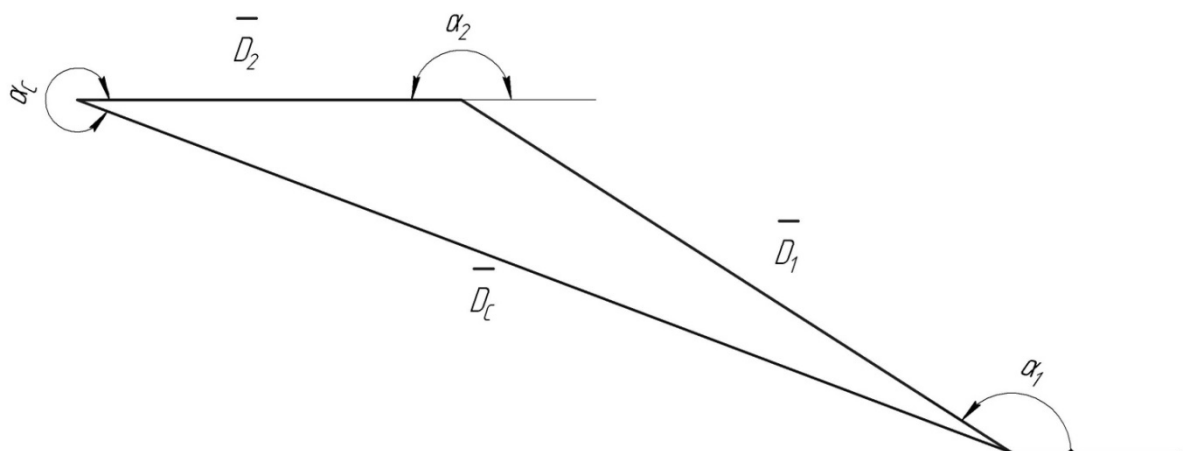


Рисунок 7.8 – Треугольник дисбалансов

3. Находим значение D_C аналитически:

$$D_C = \sqrt{D_1^2 + D_2^2 - 2D_1D_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2 + 180)}$$

$$D_C = \sqrt{4400^2 + 2800^2 - 2 \cdot 4400 \cdot 2800 \cos(135 - 180 + 180)} = 6680_{г \cdot мм}$$

Для определения угла α_C находим сначала промежуточный угол α'_C

$$\alpha'_C = \operatorname{arctg} \left| \frac{K_1}{K_2} \right|$$

Здесь отношение $\frac{K_1}{K_2}$ берется без учета знака.

Находим коэффициенты K_1 и K_2

$$K_1 = -(D_1 \sin \alpha_1 + D_2 \sin \alpha_2) = -(4400 \cdot \sin 135^\circ + 2800 \cdot \sin 180^\circ) = -3110_{г \cdot мм^2}$$

$$K_2 = -(D_1 \cos \alpha_1 + D_2 \cos \alpha_2) = -(4400 \cdot \cos 135^\circ + 2800 \cdot \cos 180^\circ) = 5940_{г \cdot мм^2}$$

$$\text{Тогда получим } \alpha'_C = \operatorname{arctg} \left| \frac{K_1}{K_2} \right| = \operatorname{arctg} \frac{-3110}{5910} = 27,75^\circ.$$

Так как $K_1 < 0$, $K_2 > 0$, то в формулах берем четвертый вариант

$$\alpha_C = 360 - \alpha'_C = 360 - 27,75 = 332,25^\circ.$$

Проверка показала, что величины D_C и α'_C найденный двумя способами, отличаются друг от друга незначительно.

Ослабив винты 7 дисков 2, 3 и 4 (рис. 7.5) закрепляем на дисках массы m_1 , m_2 и m_C на расстояниях r_1 , r_2 и r_C от оси вращения под углами α_1 , α_2 , α_C . Винты завинчиваем и устанавливаем систему в произвольное положение.

При этом система должна находиться в покое. Повернув вал на некоторый угол, убеждаемся, что и в новом положении система неподвижна. Прodelав это несколько раз, приходим к выводу, что статическое уравновешивание выполнено правильно. Если в каком-то положении система начала выходить из состояния покоя, то следует проверить правильность установки грузов или найти ошибку в расчетах. Снимаем массы m_1 , m_2 и m_C .

II Динамическое уравновешивание

1. Раскладываем дисбалансы \overline{D}_1 и \overline{D}_2 на составляющие (величины l_1 , l_2 , l для всех вариантов одинаковы)

$$D_1^A = D_1 \frac{l-l_1}{l} = 4400 \cdot \frac{320-80}{320} = 3300_{г \cdot мм},$$

$$D_2^A = D_3 \frac{l_1-l_2}{l} = 2800 \cdot \frac{320-160}{320} = 1400_{г \cdot мм},$$

$$D_1^B = D_1 \frac{l_1}{l} = 4400 \cdot \frac{80}{320} = 1100_{г \cdot мм},$$

$$D_2^B = D_2 \frac{l_2}{l} = 2800 \cdot \frac{160}{320} = 1400 \text{ г} \cdot \text{мм}.$$

2. Строим треугольники дисбалансов (рис. 7.9) по векторным уравнениям $\overline{D_1^A} + \overline{D_2^A} + \overline{D_d^A} = 0$, $\overline{D_1^B} + \overline{D_2^B} + \overline{D_d^B} = 0$. При этом углы α_1 и α_2 остаются прежними. Принимаем масштабные коэффициенты дисбалансов:

– в плоскости A – $\mu_D^A = 50 \frac{\text{г} \cdot \text{мм}}{\text{мм}}$;

– в плоскости B – $\mu_D^B = 25 \frac{\text{г} \cdot \text{мм}}{\text{мм}}$.

Длины векторов $\overline{D_1^A}, \overline{D_2^A}, \overline{D_1^B}, \overline{D_2^B}$.

$$ab = \frac{\overline{D_1^A}}{\mu_D^A} = \frac{3300}{50} = 66 \text{ мм}, bc = \frac{\overline{D_2^A}}{\mu_D^B} = \frac{1400}{50} = 28 \text{ мм},$$

$$df = \frac{\overline{D_1^B}}{\mu_D^B} = \frac{1100}{25} = 44 \text{ мм}, ef = \frac{\overline{D_2^B}}{\mu_D^B} = \frac{1400}{25} = 56 \text{ мм}.$$

Измеряем длины векторов $\overline{D_d^A}, \overline{D_d^B}$ $ca = 87 \text{ мм}, fd = 92 \text{ мм}$.

Следовательно $D_d^A = ca \cdot \mu_D^A = 87 \cdot 50 = 4350 \text{ г} \cdot \text{мм}$,

$$D_d^B = fd \cdot \mu_D^B = 92 \cdot 25 = 2300 \text{ г} \cdot \text{мм}.$$

Задаемся массами $m_d^A = 60 \text{ г}, m_d^B = 50 \text{ г}$, находим:

$$r_d^A = \frac{D_d^A}{m_d^A} = \frac{4350}{60} = 72,5 \text{ мм}, r_d^B = \frac{D_d^B}{m_d^B} = \frac{2300}{50} = 46 \text{ мм},$$

Измеряем углы дисбалансов $\alpha_d^A = 328^\circ, \alpha_d^B = 340^\circ$

3. Проверяем результаты динамического уравновешивания аналитически:

$$D_d^A = \sqrt{(D_1^A)^2 + (D_2^A)^2 - 2D_1^A D_2^A \cos(\alpha_1 - \alpha_2 + 180)}; D_d^A = 4402 \text{ г} \cdot \text{мм};$$

$$D_d^B = \sqrt{(D_1^B)^2 + (D_2^B)^2 - 2D_1^B D_2^B \cos(\alpha_1 - \alpha_2 + 180)}; D_d^B = 2310 \text{ г} \cdot \text{мм}.$$

Находим коэффициенты для плоскости A :

$$K_1^A = -(D_1^A \sin \alpha_1 + D_2^A \sin \alpha_2); K_1^A = -2330 \text{ г} \cdot \text{мм}^2;$$

$$K_2^A = -(D_1^A \cos \alpha_1 + D_2^A \cos \alpha_2); K_2^A = 3730 \text{ г} \cdot \text{мм}^2.$$

Промежуточный угол α_d^A :

$$\alpha_{\text{д}}^{A'} = \operatorname{arctg} \left| \frac{K_1^A}{K_2^A} \right| = \operatorname{arctg} \frac{2300}{3730} = 32,1^\circ$$

Угол дисбаланса $\overline{D_{\text{д}}^A}$ определяем по четвертому варианту формулы, т. к. $K_1^A < 0, K_2^A > 0$:

$$\alpha_{\text{д}} = 360 - \alpha_{\text{д}}^{A'} = 360 - 32,1 = 327,9^\circ.$$

Аналогично для плоскости B:

$$K_1^B = -(D_1^B \sin \alpha_1 + D_2^B \sin \alpha_2); K_1^B = -777 \text{ г} \cdot \text{мм}^2;$$

$$K_2^B = -(D_1^B \cos \alpha_1 + D_2^B \cos \alpha_2); K_2^B = 2177 \text{ г} \cdot \text{мм}^2.$$

Промежуточный угол $\alpha_{\text{д}}^{B'}$:

$$\alpha_{\text{д}}^{B'} = \operatorname{arctg} \left| \frac{K_1^B}{K_2^B} \right| = \operatorname{arctg} \frac{777}{2177} = 19,6^\circ.$$

Угол дисбаланса $\overline{D_{\text{д}}^B}$ определим по формулам, представленным выше.

$$\alpha_{\text{д}}^B = 360 - \alpha_{\text{д}}^{B'} = 360 - 19,6 = 340,4^\circ.$$

4. Устанавливаем массы $m_{\text{д}}^A, m_1, m_2, m_{\text{д}}^B$ соответственно на диски 1, 2, 3 и 5 (рис. 7.5), выдерживая параметры $r_{\text{д}}^A, r_1, r_2, r_{\text{д}}^B, \alpha_{\text{д}}^A, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_{\text{д}}^B$. Подключаем установку к сети, включаем двигатель, переместив рычажок 8 выключателя от себя, нажимаем на рычаг 9. При этом вал установки получает определенную скорость. Выключаем двигатель и даем валу возможность вращаться до полной остановки. При этом правая опора 6 вала должна иметь еле заметное перемещение. Если этого не происходит, то динамическое уравновешивание выполнено неверно. Поэтому следует проверить правильность установки грузов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин : учебник для вузов / И. И. Артоболевский. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва : Наука, 1988. – 640 с.
2. Теория механизмов и машин : учебник для вузов / К. В. Фролов [и др.]; ред. К. В. Фролова. – Москва : Высшая школа, 1987. – 496 с.
3. Левитский, Н. И. Теория механизмов и машин : учебное пособие для вузов / Н. И. Левитский. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Наука, 1990. – 592 с.

Учебное издание

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Лабораторный практикум

Составители:

Буткевич Вячеслав Гарьевич
Москалёв Геннадий Иванович
Мачихо Татьяна Афанасьевна

Редактор *Р. А. Никифорова*
Корректор *А. С. Прокопюк*
Компьютерная верстка *В. Г. Буткевич*

Подписано к печати 27.01.2025. Формат 60x90^{1/16} Усл. печ. листов 5,1
Уч.-изд. листов 6,4. Тираж 40 экз. Заказ № 27.

Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет»
210038, г. Витебск, Московский пр-т, 72.

Отпечатано на ризографе учреждения образования

«Витебский государственный технологический университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,

Распространителя печатных изданий № 1/172 от 12 февраля 2014 г.

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,

Распространителя печатных изданий № 3/1497 от 30 мая 2017 г.