53
Р47

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 530.145.6.

№ гос. регистрации 19971229

Инв. №

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной работе
_______________ С.М. Литовский
«____»________________1998г.

ОТЧЕТ
О НАУЧНО - ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

“Решение волновых уравнений в слоистых средах”
(заключительный)
ВПД-004

Начальник НИС — С.А. Беликов

Руководитель темы — И.Е. Андрушкевич

Витебск 1998

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ .

1.Руководитель работы канд. ф.-м. наук	Андрушкевич И. Е. (разделы 3,4.)
2.Отв. исполнитель	Жизневский В. А. (разделы 1,2,5.)
2. Соисполнитель канд. ф.-м. наук	Котов А.А. (реферат, введение)

1. Введение.

Решение прикладных задач электродинамики обычно сводится к поиску характеристик электромагнитного поля. Как известно, в пространстве распространение электромагнитного поля происходит в виде возмущений, называемых электромагнитными волнами. Таким образом, характеристики электромагнитного поля должны удовлетворять волновым уравнениям, вытекающим из основ теории электромагнитного поля, т.е. уравнений Максвелла.

Конкретный вид волновых уравнений, описывающих электромагнитное поле во многом определяется свойствами среды, в которой происходит распространение. Наиболее простая, а следовательно, более удобная для решения и анализа форма получается при рассмотрении электромагнитных волн в вакууме, т.е. в отсутствии токов и зарядов $(\sigma = 0, j = 0)$ и постоянстве электромагнитных свойств среды $(\varepsilon = 1, \mu = 1)$:

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad (1.1)$$

$$\Delta \vec{H} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \qquad (1.2)$$

Исследование этих двух векторных волновых уравнений можно во многом упростить введением векторного $\vec{A}$ и скалярного φ потенциалов электромагнитного поля [1] :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - grad\,\varphi \qquad (1.3)$$

$$\vec{H} = rot\vec{A} \qquad (1.4)$$

При этом для нахождения шести составляющих двух векторов E и H достаточно четырех составляющих для потенциалов:

$$\Delta \varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \qquad (1.5)$$

$$\Delta\vec{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} = 0 \qquad (1.6)$$

Эти выражения упрощаются при учете гармонической зависимости потенциалов от времени:

$$\Delta\varphi - \frac{\omega^2}{c^2}\varphi = 0 \qquad (1.7)$$

$$\Delta\vec{A} - \frac{\omega^2}{c^2}\vec{A} = 0 \qquad (1.8)$$

Эти уравнения по виду соответствуют уравнению Гельмгольца. Исследование получения решений этого уравнения позволяет делать выводы о разрешимости волновых уравнений других типов, и поэтому, именно уравнение Гельмгольца выбрано авторами в качестве объекта исследований. Результаты, изложенные в [2] в виде 11 ортогональных систем координат, допускающих получение решений классическим методом Фурье, наводят на мысль о том, что аналитические решения удается получить только в простейших случаях. В то же время решения именно такого вида позволяют проводить качественную оценку полученных результатов, что более необходимо по мере усложнения структуры среды распространения.

2. Волновые уравнения в слоистых средах.

В большинстве практических задач приходится иметь дело с неоднородными средами, в которых $\varepsilon = \varepsilon(x,y,z)$, $\mu = \mu(x,y,z)$ и $\sigma = \sigma(x,y,z)$. Если не рассматривать влияние неоднородности магнитного поля $(\mu = 1)$ и в случае гармонической зависимости *E* и *H* от времени уравнения Максвелла с учетом материальных уравнений запишутся в виде приведенным в [3] :

$$rot\vec{H} = -i\omega\varepsilon'\vec{E} \qquad (2.1)$$

$$rot\vec{E} = -i\omega\vec{H} \qquad (2.2)$$

$$div(\varepsilon\vec{E}) = 0 \qquad (2.3)$$

Литература

1. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М., Фейнмановские лекции по физике,вып.6, М., Мир, 1966.
2. Морс Ф.М., Фишбах Г. "Методы теоретической физики", Москва, ИИЛ, 1958.
3. Бреховских Л.М. "Волны в слоистых средах", Москва, 1957.
4. Скоробогатько В.Я "Исследования по качественной теории дифференциальных уравнений с частными производными", Киев, Навукова думка, 1980.
5. Андрушкевич И.Я "Об одном обобщении метода Фурье разделения переменных." ЭВ & ЭС. М., 1998, №2.
6..Андрушкевич И.Е, Жизневский В.А. «Maple V и преобразование волновых уравнений к специальному виду.» Материалы II МНК CAS-99, Минск, БГУ, 1999.