

Министерство образования и науки Республики Беларусь
ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ЛЕДКОЙ
ПРОМЫШЛЕННОСТИ
(ВГТУ)

УДК 581

№ регистрации 1998832

Инв. №



Проректор по научной работе

К. В. Н. / доцент

С. М. Литовский

О Т Ч Е Т

О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
ОБЛАСТИ ПРИТЯЖЕНИЯ, ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЦИКЛЫ СИСТЕМЫ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ К
ИССЛЕДОВАНИЮ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ

Тема 1Б № 248

Начальник научно-
исследовательского сектора

Зав. кафедрой теоретической
механики и ТММ

д.т.н., профессор

Руководитель темы и
ответственный исполнитель

д.т.н., профессор

С. А. Беликов

А. Б. Локтионов

А. Б. Локтионов

Витебск 1998



СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель работы
д.т.н., профессор,
академик БИТА

А. В. Локтионов

Исполнители работы:

к.ф.м.н., доцент

В. С. Денисов

к.ф.м.н., доцент

С. И. Примакова

лаборанты:

Е. В. Калачева

Е. Г. Науменко

• Библиотека •
Вичебскі раённы навукавы і інфармацыйны цэнтр
г. Вичебск, вул. Ленінская, 10
інв. № 01/11

РЕФЕРАТ

Отчет 41 с., 6 рис., 11 источников.

СИСТЕМЫ, ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, УСТОЙЧИВОСТЬ, ПРЕДЕЛЬНЫЙ ЦИКЛ, СУЩЕСТВОВАНИЕ, ЕДИНСТВЕННОСТЬ, ОСОБЫЕ ТОЧКИ, ТРАЕКТОРИЯ, ИССЛЕДОВАНИЕ

Объектом исследования является система нелинейных колебаний и обобщающая ее система.

Цель исследования - нахождение достаточных условий существования и единственности предельных циклов системы, обобщающей систему нелинейных колебаний.

Исследование существования предельных циклов проведено методом построения кольцевых областей, единственность устанавливается методом сближения интегральных кривых.

Изучены некоторые свойства траекторий системы и поведение функции Лягунова вдоль интегральных кривых.

Получены достаточные условия существования по крайней мере одного неустойчивого предельного цикла при нарушении первого неравенства обобщенных условий Гурвица на некотором интервале. Указана вертикальная полоса, в которой находится предельный цикл. Доказана теорема существования устойчивого предельного цикла, из которой при $\Psi(y) \equiv y$ следует теорема Драгилева. Найдены достаточные условия существования по крайней мере двух предельных циклов, при этом устойчивый предельный цикл окружает неустойчивый.

При более жестких условиях, наложенных на функции, доказана теорема единственности устойчивого предельного цикла, из которой при $\Psi(y) \equiv y$ следует теорема Левинсона-Смита. Найдены условия, обеспечивающие единственность устойчивого предельного цикла, окружающего неустойчивый предельный цикл.

Проведено качественное исследование системы нелинейных колебаний при нарушении обобщенных условий Гурвица. Получены достаточные условия спиральности внешней сепаратрисы, и условия существования полутраекторий, целиком лежащих в вертикальных полуплоскостях.

Результаты работы применимы для исследования конкретных двумерных динамических систем, чтении спецкурсов и проведения научно-исследовательской работы.

СО Д Е Р Ж А Н И Е

	Стр.
Введение.....	5
1. О некоторых свойствах траекторий системы (2) и поведении функции Ляпунова вдоль них.....	6
2. Существование неустойчивого предельного цикла системы (2).....	II
3. Существование устойчивого предельного цикла системы дифференциальных уравнений (2).....	16
4. Существование по крайней мере двух предельных циклов системы (2).....	20
5. О единственности устойчивого предельного цикла системы (2).....	24
6. Некоторые вопросы качественного исследования систем нелинейных колебаний.....	32

ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим систему нелинейных колебаний

$$\dot{x} = y + f(x), \quad \dot{y} = g(x) \quad (1)$$

и систему дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = \Psi(y) + f(x), \quad \dot{y} = g(x), \quad (2)$$

обобщающую систему (1).

Для системы нелинейных колебаний исследование существования предельных циклов, единственности предельного цикла с одной особой точкой проводилось во многих работах. В частности в /1/, /2/ найдены достаточные условия существования по крайней мере двух предельных циклов системы (1) с одной особой точкой — началом системы координат при нарушении первого неравенства обобщенных условий Гурвица

$$x f(x) < 0, \quad x g(x) < 0 \text{ при } x \neq 0, \quad f(0) = g(0) = 0, \quad (3)$$

а также доказана единственность устойчивого предельного цикла, охватывающего неустойчивый предельный цикл. В статье /3/ проведено качественное исследование системы нелинейных колебаний, имеющей три особые точки, расположенные на оси абсцисс. В работах /4-7/ найдены достаточные условия существования по крайней мере одного и более предельных циклов, охватывающих три или конечное число особых точек, а в /8/ доказана единственность устойчивого предельного цикла, окружающего все особые точки системы (1) и охватывающего неустойчивый предельный цикл.

В настоящей работе, опираясь на результаты и методы работ /1-5/, /8/ получены достаточные условия существования по крайней мере одного неустойчивого предельного цикла, по крайней мере двух предельных циклов системы (2) с одной особой точкой и единственности устойчивого предельного цикла, имеющего точки вне некоторой вертикальной полосы фазовой плоскости. Доказана также теорема существования по крайней мере одного устойчивого предельного цикла системы (2), из которой при $\Psi(y) = y$ следует известная теорема Н.В. Драгилева /9/. Рассмотрены также вопросы качественного исследования системы нелинейных колебаний (1), в предположении, что она имеет три особые точки, две из которых расположены на оси Ox .

ЛИТЕРАТУРА

1. Кушков Н.Н.// Успехи математических наук, 1958, т.13, вып.2 (80), с. 203-209.
2. Кушков Н.Н.// Труды Ленинградского технологического института целлюлозно-бумажной промышленности. 1962, вып.10, с. 135-143.
3. Кушков Н.Н.// Успехи математических наук, 1958, т.13, вып.2 (80), с. 195-202.
4. Денисов В.С.// Дифференциальные уравнения. 1979, т.15, № 9, с. 1572-1579.
5. Денисов В.С., Примакова С.И.// Сборник статей. Совершенствование технологических процессов, оборудования и организации производства в легкой промышленности и машиностроении, ч.2, Минск, 1994, с.69-74.
6. Жилевич Л.И.// Докл. АН БССР, 1979, т.23, № 6, с. 495-498.
7. Жилевич Л.И.// Дифференциальные уравнения, 1958, т.21, № 6, с. 1079-1081.
8. Денисов В.С., Примакова С.И.// Вестник Витебского государственного технологического университета. Витебск, 1995, с. 85-88.
9. Локтионов А.В., Крыгина Л.Г. Основные понятия высшей математики в задачах курса теоретической механики. Витебск, ВГТУ, 1996, с. 35.
10. Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. М.Л., ГИТТЛ, 1949.
11. Еругин Н.П. О некоторых вопросах устойчивости движения и качественной теории дифференциальных уравнений в целом ПММ, 14, вып. 5, 1950.