Таким образом, использование ультразвуковых колебаний на стадии приготовления красильного раствора позволяет повысить эффективность его использования, и улучшить цветовые характеристики окрашенного материала.

Литература.

1. J. Good, J. Zhan, D. Klutz, G. Mock, and H. W. Beckham, Fundamental Investigations of Ultrasound-Enhanced Dyeing, AATCC International Conference and Exhibition, Atlanta, GA; 8-1´ October 1995
2. Рубаник В.В., Аристов А. А. Крашение текстильных материалов с использованием ультразвуковых колебаний. Материалы международной конференции «Ультразвуковые технологические процессы – 98», Северодвинск 2000, 56-59 с.
3. Беленький Л И. и др. Применение цветоведения в текстильной промышленности. Л.: «Легкая индустрия», 1964 г., ч.1.

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМЫ «MATHEMATICA»

А.А. Ючко

Научный руководитель – В.В. Андреев

Гомельский государственный университет имени Ф.Скорины

Описание движения элементарных частиц заметно сложнее описания движения макрообъектов. Это связано с тем, что системы микрообъектов ведут себя в соответствии с законами квантовой механики. А законы движения в квантовой механике формулируются преимущественно с использованием дифференциальных и интегральных операторов. Что в свою очередь приводит к необходимости решения дифференциальных и интегральных уравнений, а не алгебраических как в физике макротел.

Часто приходится сталкиваться с проблемой отсутствия аналитического решения уравнения движения. В таких случаях приходится прибегать к использованию приближенных численных методов решения.

Целью данной работы является решение интегральных уравнений Фредгольма типа $\int_0^\infty K(p,p')\phi(p')dp' = E_n\phi_n(p)$ (1) с помощью пакета «Mathematica 4.0».

В квантовой физике к уравнениям типа (1) сводятся решения уравнений для связанных систем частиц (уравнение Шредингера, Бете - Солпитера, Солпитера и т.д.), поэтому очень важно иметь возможность получения результата с заданной точностью. В качестве примера рассматривается уравнение для системы двух частиц с кулоновским взаимодействием.

Основным методом, решения уравнения типа (1) – это редукция интегрального уравнения к системе линейных уравнений с помощью квадратурных формул (дискретизация интегрального уравнения). В работе рассматривается нерелятивистский случай, так как он имеет аналитическое решение и, благодаря этому, мы сможем проверить точность результатов, полученных при помощи численного метода.

Уравнение Шредингера для связанной нерелятивистской системы в импульсном представлении в сферической системе координат имеет вид:

$$\left[\varepsilon - p^2\right]\phi(p) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty dp' \frac{p}{p'} \ln\left(\frac{(p-p')^2}{(p+p')^2}\right)\phi(p') \qquad (2)$$

Для численного решения уравнения (2) заменим интеграл в правой части уравнения (2) суммой. Наиболее часто используемой формулой является квадратурная формула Гаусса:

$$\int_0^\infty f(p)dp \to \sum_{i=1}^{N} \omega_i f(p_i) \qquad (3)$$

Для получения значений ω_i и p_i преобразуем интеграл $\int_0^\infty f(p)dp$ к интервалу (-1,1) с помощью накрывающей функции $y(p)$, которая удовлетворяет условиям:

$y(p=0)=-1$, $y(p=\infty)=1$,

т.е. мы получаем, что $$\int_0^\infty f(p)dp = \int_{-1}^{1} f(p(y))\frac{dp}{dy}dy \qquad (4)$$

В качестве $y(p)$ используются функции вида:

$y(p)=1-2e^{-\frac{p}{z}}$ или $y(p)=\dfrac{p-z}{p+z}$, или $y(p)=\dfrac{1}{\pi}4arctg\left(\dfrac{p}{z}\right)-1$

где z – масштабный коэффициент.

В соответствии с (3) мы можем записать.

$$\left[\varepsilon-p^2\right]\phi(p)=\sum_{j=1}^{N}\frac{1}{\pi}\omega_j\frac{p_j}{p}\ln\left(\frac{(p-p_j)^2}{(p+p_j)^2}\right)\phi(p_j) \qquad (5)$$

Однако по формуле (5) нельзя найти диагональные коэффициенты, т.к. числитель дроби под знаком логарифма для этих элементов равен нулю.

Устранение расходимости в диагональных элементах осуществляется путем добавления к уравнению (2) аналитически вычисляемого контрчлена.

Итак, при численном решении уравнения (2) необходимо проделать следующие этапы вычислений:

1) Замена переменных в интеграле (2) для изменения пределов интегрирования от [0, ∞) к «стандартным» [-1, 1].

2) Получение коэффициентов ω_i и p_i.

3) Решение системы линейных уравнений с целью нахождения собственного значения энергии E и собственных функций $\phi_n(p)$.

Система «Mathematica» обладает большим набором встроенных функций, используя которые мы можем решить задачи 1)-3).

Таблица 1 –Уровни энергий для нерелятивистской связанной частицы, полученные посредством численного решения и аналитического

	Точное значение	Вычисленное значение					
	$-\frac{1}{n^2}$	$y(p)=1-2e^{-\frac{p}{z}}$		$y(p)=\frac{p-z}{p+z}$		$y(p)=\frac{1}{\pi}4arctg\left(\frac{p}{z}\right)-1$	
N		N=16	N=32	N=16	N=32	N=16	N=32
		z=0,7		z=0,7		z=0,7	
1	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000
2	-0,2500	-0,2545	-0,2525	-0,2516	-0,2502	-0,2509	-0,2501
3	-0,1111	-0,1160	-0,1135	-0,1139	-0,1115	-0,1132	-0,1114
4	-0,0625	-0,0683	-0,0649	-0,0671	-0,0630	-0,0664	-0,0629
5	-0,0400	-0,0471	-0,0425	-0,0464	-0,0408	-0,0450	-0,0408

На первом этапе для замены переменных необходимо вычисление производных (т.к. надо знать якобиан). Это осуществляется с помощью встроенных функций D[] и Dt[].

На втором этапе при использовании обычных методов решения уравнения параметры ω_i и p_i рассчитываются с помощью табличных величин. В среде «Mathematica» задача получения

ω_i и p_i может быть решена довольно быстро с помощью встроенных в систему полиномов Лежандра и оператора решения уравнений NSolve.

Третий этап реализуется с помощью функции Eigenvalues. Затем мы находим собственный вектор $\phi_n(p)$ при фиксированном собственном значении E_n. Для этого используется функция Nullspace.

С помощью программы получен энергетический спектр системы частиц, описываемых уравнением (2) (см. табл.1).

Следует отметить, что не все найденные уровни имеют значение, близкое к полученному аналитически, а только несколько первых. Чтобы с точным значением совпадало большее количество уровней необходимо брать большее N в сумме (3).

Вывод: система «Mathematica 4.0» позволяет создать без особых усилий компактную программу для численного решения уравнения (2) и получать решения интегрального уравнения (2) с заданной точностью.

СЕЛЕКТИВНОЕ ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ МНОГОСЛОЙНОЙ ГИРОТРОПНОЙ СТРУКТУРЫ НА ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

В.Е. Каганович
Научный руководитель – И.В. Семченко
Гомельский государственный университет

На современном этапе развития техники часто используются композитные материалы, которые сочетают полезные свойства составляющих их элементов. Одним из таких материалом является многослойная периодическая структура.

Нами рассмотрена слоисто-периодическая гиротропная структура, состоящая из произвольного количества элементарных ячеек, помещенная во внешнее магнитное поле $\vec{h}$. Предполагается, что первый слой такой ячейки является изотропным и не обладает гиротропными свойствами. Второй слой также изотропный, но обладает магнитной активностью, что приводит к циркулярному двупреломлении волн внутри слоя. Для магнитоактивного слоя такой структуры материальные уравнения имеют вид [1]:

$$\begin{cases} \vec{D} = \varepsilon\vec{E} + i\vec{g} \times \vec{E} \\ \vec{B} = \mu\vec{H} \end{cases} \qquad (1)$$

где $\vec{g}$ - вектор гирации, зависящий от вектора напряженности внешнего магнитного поля.

Метод сложения многократно отраженных пучков света становится неэффективным при исследовании отражения и пропускания поляризованного света многослойной средой. Поэтому нами рассмотрен более удобный подход, в котором используется матрица 2×2 [2, 3]. Этот подход основан на том, что уравнения, описывающие распространение света, линейны и непрерывность тангенциальных компонент электрического и магнитного полей световой волны на границе между двумя изотропными средами можно описать с помощью линейного матричного преобразования 2×2 [4].

Полученная таким образом матрица $M^{эфф}$ для всей слоисто-периодической структуры связывает волны слева и справа от многослойной структуры. Через элементы этой матрицы выражаются комплексные амплитудные коэффициенты прохождения и отражения волн для всей слоистой структуры.

Чтобы наблюдалось селективное по поляризации отражение волн каждой ячейкой, толщины слоев d_1 и d_2 должны удовлетворять следующим соотношениям:

$$2k_1d_1 = (2m_1+1)\pi,\ 2k_{2+}d_2 = (2m_{2+}+1)\pi,\ k_{2-}d_2 = m_{2-}\pi, \qquad (2)$$

где m_1 и $m_{2\pm}$ – целые числа, k_1 – волновое число для негиротропного слоя, $k_{2\pm}$ –волновые числа право- и левоциркулярных волн для гиротропного слоя. Подбирая толщины слоев, в зависимости от частоты электромагнитных волн и напряжённости внешнего магнитного поля мы мо-