

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ КЛЕЕВОГО СЛОЯ В ПРОЦЕССЕ ТЕРМООБРАБОТКИ ТЕКСТИЛЬНЫХ НАСТЕННЫХ ПОКРЫТИЙ

И.Н. Калиновская, А.Г. Коган

Основным процессом при производстве текстильных настенных покрытий является процесс термообработки. По результатам исследований установлено, что специфические свойства текстильных настенных покрытий во многом зависят от условий проведения процесса термообработки. Установлено, что наиболее важными задачами при изучении термообработки текстильных настенных покрытий является определение зависимости между температурой среды, продолжительностью процесса термообработки и термическими свойствами материалов.

Текстильное настенное покрытие состоит из двух слоев, отличающихся друг от друга теплопроводностью и толщиной (рисунок 1), поэтому анализ процесса термообработки можно провести как анализ теплообмена в системе двух неограниченных пластин при нестационарных условиях.[1] Температуры наружных поверхностей покрытия равны t_{cr1} , t_{cr2} , причем $t_{cr1} > t_{cr2}$. Поэтому при установившемся процессе количество тепла, подведенного к одной стороне покрытия и отведенного от другой стороны, равны между собой и не должны изменяться во времени, т.е. через каждый слой покрытия пройдет одно и то же количество тепла.

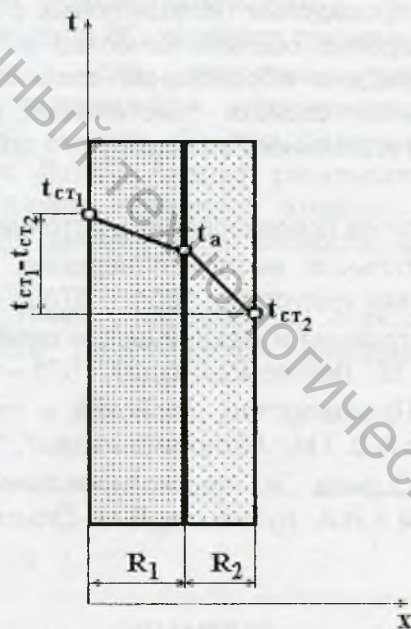


Рисунок 1 – Количество тепла, проходящее через слои настенного покрытия

Сформулируем постановку задачи процесса термообработки текстильных настенных покрытий в общем виде. Две неограниченные пластины толщиной R_1 (флизелиновое (бумажное) полотно) и R_2 (текстильное полотно) с разными теплофизическими коэффициентами склеены между собой. Начальная температура их одинакова. В начальный момент времени поверхности мгновенно нагреваются до температуры T_c , которая поддерживается постоянной на протяжении всего процесса термообработки. Требуется найти распределение температуры по толщине системы из двух пластин.

Начало координат выберем в плоскости склеивания. Тогда краевые условия запишутся в следующем виде:

$$T_1(x, 0) = T_2(x, 0) = 0 \quad ; \quad (2)$$

$$T_1(-R_1, \tau) = T_2(R_2, \tau) = T_c \quad ; \quad (3)$$

$$T_1(0, \tau) = T_2(0, \tau) \quad ; \quad (4)$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot \frac{\partial T_1(0, \tau)}{\partial x} = \frac{\partial T(0, \tau)}{\partial x} \quad (5)$$

где λ_1 и λ_2 – коэффициенты теплопроводности флизелина (бумаги) и текстильного полотна соответственно (Вт/м*град).

Решения находим операционным методом преобразования Лапласа. Дифференциальные уравнения теплопроводности для одномерного потока тепла в двухслойной пластине имеют вид

$$\frac{\partial T_1(x, \tau)}{\partial \tau} = a_1 \frac{\partial^2 T_1(x, \tau)}{\partial x^2} \quad ; \quad (6)$$

$$\frac{\partial T_2(x, \tau)}{\partial \tau} = a_2 \frac{\partial^2 T_2(x, \tau)}{\partial x^2} \quad (7)$$

где a_1 и a_2 – коэффициенты температуропроводности флизелина (бумаги) и текстильного полотна соответственно (м²/с);

$\frac{\partial T}{\partial \tau}$ – температурное поле.

Применим преобразование Лапласа относительно переменной τ . Получим обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами относительно изображения:

$$a_1 \frac{\partial^2 T_{L_1}(x, s)}{\partial x^2} - s T_{L_1}(x, s) + u(x) = 0 \quad ; \quad (8)$$

$$a_2 \frac{\partial^2 T_{L_2}(x, s)}{\partial x^2} - s T_{L_2}(x, s) + u(x) = 0 \quad (9)$$

где $u(x)$ – функция, описывающая начальное распределение температуры;

s – оператор Лапласа в интегральном преобразовании функции $T(x, \tau)$;

$T_L(x, s)$ – изображение функции $T(x, \tau)$ в интегральном преобразовании Лапласа.

В данной работе рассматривался случай, когда в начальный момент времени температура во всех точках двухслойной пластины была одинакова и равна нулю. Согласно свойствам преобразования Лапласа, изображение производной можно записать по формуле

$$L[f^{(n)}(x)] = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0) \quad (10)$$

Отсюда полученные дифференциальные уравнения для изображений перепишем в следующем виде:

$$s^2 T_{L_1}(x, s) - A_1 s - D_1 - \frac{s}{a_1} T_{L_1}(x, s) = 0 \quad ; \quad (11)$$

$$s^2 T_{L_2}(x, s) - A_2 s - D_2 - \frac{s}{a_2} T_{L_2}(x, s) = 0 \quad , \quad (12)$$

где A_1, A_2, D_1, D_2 – постоянные, определяемые из граничных условий.

Уравнения (11) и (12) являются простыми алгебраическими уравнениями относительно изображений. Решаем их, считая s простым числом:

$$T_{L_1}(x, s) = \frac{A_1 s + D_1}{s^2 - \left(\frac{s}{a_1}\right)} = \frac{A_1 s + D_1}{s^2 - \left(\sqrt{\frac{s}{a_1}}\right)^2} = A_1 \frac{s}{s^2 - \left(\sqrt{\frac{s}{a_1}}\right)^2} + D_1 \frac{\left(\sqrt{\frac{s}{a_1}}\right)^2}{\left(\sqrt{\frac{s}{a_1}}\right)^2 \left(s^2 - \left(\sqrt{\frac{s}{a_1}}\right)^2\right)} \quad (13)$$

$$T_{L_2}(x, s) = \frac{A_2 s + D_2}{s^2 - \left(\frac{s}{a_2}\right)} = \frac{A_2 s + D_2}{s^2 - \left(\sqrt{\frac{s}{a_2}}\right)^2} = A_2 \frac{s}{s^2 - \left(\sqrt{\frac{s}{a_2}}\right)^2} + D_2 \frac{\left(\sqrt{\frac{s}{a_2}}\right)^2}{\left(\sqrt{\frac{s}{a_2}}\right)^2 \left(s^2 - \left(\sqrt{\frac{s}{a_2}}\right)^2\right)} \quad (14)$$

Согласно свойству линейности преобразования Лапласа:

$$T_{L_1}(x, s) = A_1 ch \sqrt{\frac{s}{a_1}} x + \frac{D_1}{\sqrt{\frac{s}{a_1}}} sh \sqrt{\frac{s}{a_1}} x \quad ; \quad (15)$$

$$T_{L_2}(x, s) = A_2 ch \sqrt{\frac{s}{a_2}} x + \frac{D_2}{\sqrt{\frac{s}{a_2}}} sh \sqrt{\frac{s}{a_2}} x \quad ; \quad (16)$$

$$\frac{D_1}{\sqrt{\frac{s}{a_1}}} = B_1 = const \quad \text{и} \quad \frac{D_2}{\sqrt{\frac{s}{a_2}}} = B_2 = const$$

Заменяем

В итоге получим:

$$T_{L_1}(x, s) = A_1 ch \sqrt{\frac{s}{a_1}} x + B_1 sh \sqrt{\frac{s}{a_1}} x ; \quad (17)$$

$$T_{L_2}(x, s) = A_2 ch \sqrt{\frac{s}{a_2}} x + B_2 sh \sqrt{\frac{s}{a_2}} x \quad (18)$$

где A_1, A_2, B_1, B_2 – постоянные относительно x , зависящие от s величины и определяемые исходя из граничных условий.

Подставив граничные условия для изображений в уравнения (17) – (18), получим систему уравнений:

$$A_1 ch q_1 R_1 - B_1 sh q_1 R_1 = \frac{T_c}{s} ; \quad (19)$$

$$A_2 ch q_2 R_2 + B_2 sh q_2 R_2 = \frac{T_c}{s} ; \quad (20)$$

$$\text{где } q_1 = \sqrt{\frac{s}{a_1}} ; \quad q_2 = \sqrt{\frac{s}{a_2}} .$$

$$[A_1 ch q_1 x + B_1 sh q_1 x]_{x=0} = [A_2 ch q_2 x + B_2 sh q_2 x]_{x=0} ; \quad (21a)$$

$$A_1 = A_2 ; \quad (21)$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} (q_1 A_1 sh(q_1 \cdot 0) + q_1 B_1 ch(q_1 \cdot 0)) = (q_2 A_2 sh(q_2 \cdot 0) + q_2 B_2 ch(q_2 \cdot 0)) ; \quad (22a)$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} q_1 B_1 = q_2 B_2 \quad (22)$$

Решая систему из уравнений (19) – (22) относительно A_1, A_2, B_1, B_2 , найдем корни, при подстановке которых в уравнения (17) – (18) получим решения дифференциальных уравнений для изображений.

Окончательно получим:

$$\begin{aligned} \frac{T_{L1}}{T_c} = & \frac{ch(q_1 x) \lambda_2 q_2 sh(q_1 R_1) + ch(q_1 x) \lambda_1 q_1 sh(q_2 R_2)}{s(ch(q_1 R_1) sh(q_2 R_2) \lambda_1 q_1 + q_2 \lambda_2 ch(q_2 R_2) sh(q_1 R_1))} \\ & - \frac{\lambda_2 q_2 sh(q_1 x) ch(q_1 R_1) - \lambda_2 q_2 sh(q_1 x) ch(q_2 R_2)}{s(ch(q_1 R_1) sh(q_2 R_2) \lambda_1 q_1 + q_2 \lambda_2 ch(q_2 R_2) sh(q_1 R_1))} ; \end{aligned} \quad (23)$$

$$\frac{T_{L2}}{T_c} = \frac{ch(q_2 x) \lambda_2 q_2 sh(q_1 R_1) + ch(q_2 x) \lambda_1 q_1 sh(q_2 R_2)}{s(ch(q_1 R_1) sh(q_2 R_2) \lambda_1 q_1 + q_2 \lambda_2 ch(q_2 R_2) sh(q_1 R_1))} - \frac{\lambda_1 q_1 sh(q_2 x) ch(q_1 R_1) - \lambda_1 q_1 sh(q_2 x) ch(q_2 R_2)}{s(ch(q_1 R_1) sh(q_2 R_2) \lambda_1 q_1 + q_2 \lambda_2 ch(q_2 R_2) sh(q_1 R_1))} \quad (24)$$

Из формул (23) и (24) можно получить формулу для изображения температуры клеевого слоя ($x = 0$) в заданный момент времени:

$$\frac{T_L}{T_c} = \frac{\lambda_2 q_2 sh(q_1 R_1) + \lambda_1 q_1 sh(q_2 R_2)}{s(ch(q_1 R_1) sh(q_2 R_2) \lambda_1 q_1 + q_2 \lambda_2 ch(q_2 R_2) sh(q_1 R_1))} \quad (25)$$

Приравнявая знаменатель соотношения (25) нулю, получим характеристическое уравнение:

$$\sin \mu \cdot \cos K_a^{1/2} K_{R1} \mu + K_\varepsilon \cdot \cos \mu \cdot \sin K_a^{1/2} K_{R1} \mu = 0 \quad (26)$$

На основании соотношений (25) и (26) формулу для получения температуры клеевого слоя (T_c , $x = 0$) можно записать следующим образом:

$$T_y = T_c - (T_c \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(K_\varepsilon \cdot \sin K_a^{1/2} K_{R1} \mu_n + \sin \mu_n)}{\mu_n \cdot [(K_\varepsilon + K_a^{1/2} \cdot K_{R1}) \sin \mu_n \cdot \sin K_a^{1/2} K_{R1} \mu_n - (1 + K_\varepsilon \cdot K_a^{1/2} \cdot K_{R1}) \cos \mu_n \cdot \cos K_a^{1/2} K_{R1} \mu_n] e^{-\mu_n^2 F \theta_1}}), \quad (27)$$

$$\text{где } K_\varepsilon = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}, \quad K_a = \frac{a_1}{a_2}, \quad K_{R1} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Полученная формула дает возможность точного определения температуры клеевого слоя в любой момент времени. Подстановка в полученную формулу значения температуры полимеризации клея, позволяет определить оптимальную продолжительность термообработки текстильных настенных покрытий.

Список использованных источников

1. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967 – 600с.

SUMMARY

The process of heat treatment of textile wall coverings has been investigated. For a finding of distribution of temperature on thickness of textile wall coverings the boundary conditions have been determined. There were found the decisions for images and the characteristic equation has been received. On the basis of this equation there was received the formula of definition of temperature of a glutinous layer at any moment during process of heat treatment of textile wall coverings.