

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ СЕТЕВЫХ МЕТОДОВ УПРАВЛЕНИЯ

Е.Ю. Вардомацкая, В.Л. Шарстнёв

Развитие и совершенствование любых производственно-технологических процессов требует высокого уровня координации деятельности. Возникающие при этом проблемы могут быть реализованы с использованием методов сетевого планирования и управления (СПУ).

Сеть комплекса работ – это ориентированный граф, который отражает последовательность выполнения работ. Она может быть представлена как в форме упорядоченного списка работ, так и в матричной форме или изображена графически. В последнем случае сеть называется сетевым графиком. Каждый сетевой график состоит из узлов (вершин) и соединяющих их ориентированных дуг. Узлы графика называются событиями, а соединяющие их дуги – работами. К основным характеристикам сетевого графика относятся:

- продолжительность критического пути, которая определяет общее время, необходимое для выполнения всего комплекса работ;
- самые ранние сроки свершения и самые поздние сроки завершения событий;
- резерв времени наступления событий;
- самые ранние сроки окончания и самые поздние сроки начала работ;
- общий или полный резерв времени работы.

Анализ и расчет сетевого графика позволяет установить наиболее напряженные работы, вычислить резервы ненапряженных работ, рационально распределить трудовые и материальные ресурсы.

Таким образом, методы СПУ обычно предполагают несколько этапов обработки сети комплекса работ:

- расчет основных временных параметров сетевого графика и, в частности, критического пути;
- улучшение сетевого графика по критерию времени выполнения комплекса работ с целью минимизации критического пути и т.п.

Сетевой график можно рассматривать как сеть с потоками. При этом:

- вся сеть должна быть сбалансированной, то есть исток сети был сбалансирован стоком сети;
- каждая вершина должна быть сбалансированной, то есть общий исток каждой вершины был сбалансирован общим стоком каждой вершины.

Существует множество методов расчета и оптимизации числовых параметров сетевого графика. На наш взгляд, особый интерес вызывают методы линейного программирования [1].

Базируясь на принципах, изложенных в [1,4], и используя надстройку «Поиск решения» MS Excel, сформулируем и решим задачу сетевого планирования. В качестве примера рассмотрим технологический процесс, описанный в [2, стр. 403]. Пусть имеется сетевая модель проведения капитального ремонта шлихтовальной машины, представленная таблицей 1, в которой учтены соотношения всех видов работ.

Таблица 1 – Список работ проведения капитального ремонта

№ работы	Код работы	Наименование работы	Норматив времени t_{ij} на выполнение работы
1	0 – 1	Составление ведомости дефектов.	2
2	1 – 2	Ремонт сушильной камеры.	10
3	1 – 3	Выполнение слесарных работ.	6
4	1 – 4	Замена электродвигателя и ремонт привода.	30
5	1 – 6	Ремонт клеильного аппарата	60
6	2 - 5	Ремонт навивающего устройства	55
7	3 – 6	Согласование спецификации деталей с клеильным аппаратом	0
8	4 – 6	Согласование спецификации привода с клеильным аппаратом	0
9	5 – 6	Наладка мерильно-ленточного механизма	5
10	6 – 7	Испытание машины и принятие ее из ремонта	2

Графическое изображение сети приведено на рис.1, причем над дугами-работами записана продолжительность этих работ.

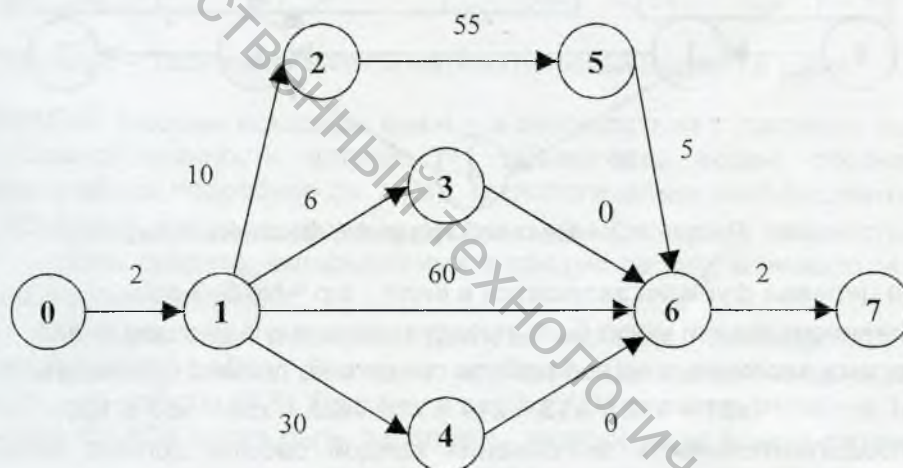


Рисунок 1 – Сетевой график проведения капитального ремонта

Требуется рассчитать критический путь, затем оптимизировать сетевой график (рис.1) по времени в соответствии с параметрами из таблицы 2.

Таблица 2 – Параметры оптимизации сетевого графика

Параметры	Работы									
	0-1	1-2	1-3	1-4	1-6	2-5	3-6	4-6	5-6	6-7
Продолжительность работы t_{ij}	2	10	6	30	60	55	0	0	5	2
Минимальное время d_{ij}	1	8	5	20	40	40	0	0	4	1
Технологические коэффициенты k_{ij}	0,05	0,1	0,1	0,3	0,4	0,3	0	0	0,2	0,05

Технологические коэффициенты k_{ij} рассчитываются как отношение продолжительности соответствующей работы к длительности критического пути. Конкретные значения k_{ij} принимаются не менее расчетных.

Для сокращения срока реализации проекта выделено 100 ден. ед. Вложение дополнительных средств x_{ij} в работу (i,j) сокращает время ее выполнения до величины

$$t'_{ij} = t_{ij} - k_{ij} \cdot x_{ij}. \quad (1)$$

Методика расчета критического пути с использованием надстройки «Поиск решения» MS Excel изложена в [3, стр. 128]. В соответствии с проведенным расчетом критический путь $t_{кр} = 74$, то есть проект может быть выполнен за 74 ед. времени.

Для формулировки экономико-математической модели оптимизации по времени сетевого графика добавим фиктивную работу (7-8), как показано на рис.2.

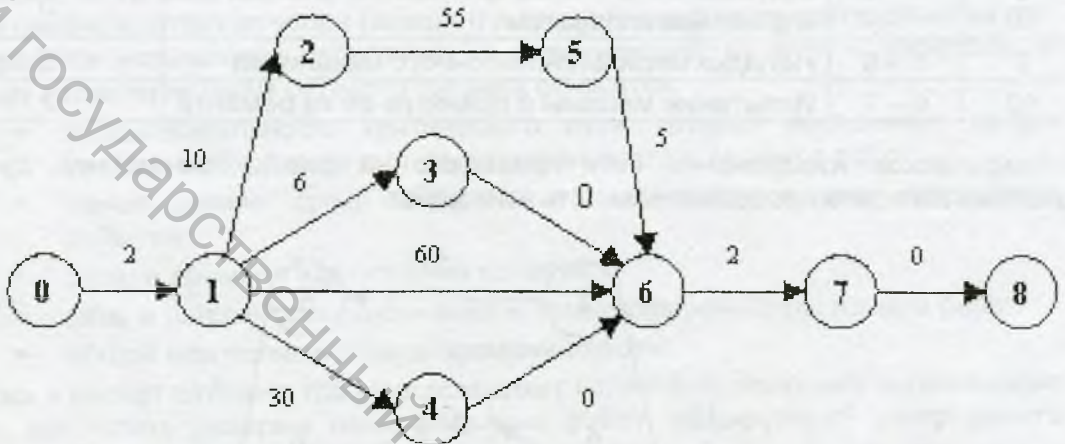


Рисунок 2 – Сетевой график с фиктивной работой

Тогда целевая функция запишется в виде $t_{кр} = t_{078} \rightarrow \min$.

Ограничения задачи могут быть представлены в следующем виде:

- 1) сумма вложенных во все работы средств не должна превышать 100 ден. ед.:
 $x_{01} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{16} + x_{25} + x_{56} + x_{67} \leq 100$;
- 2) продолжительность выполнения каждой работы должна быть не менее минимально возможного времени d_{ij} (см. табл. 2):

$$\begin{array}{lll}
 t_{01}^o - t_{01}^h \geq 1; & t_{14}^o - t_{14}^h \geq 20; & t_{56}^o - t_{56}^h \geq 4; \\
 t_{12}^o - t_{12}^h \geq 8; & t_{16}^o - t_{16}^h \geq 40; & t_{67}^o - t_{67}^h \geq 1; \\
 t_{13}^o - t_{13}^h \geq 5; & t_{25}^o - t_{25}^h \geq 40; & t_{78}^o - t_{78}^h = 0;
 \end{array}$$

- 3) на основании формулы (1) продолжительность работы зависит от вложенных средств:

$$\begin{array}{lll}
 t_{01}^o - t_{01}^h = 2 - 0.05 \cdot x_{01}; & t_{14}^o - t_{14}^h = 30 - 0.3 \cdot x_{14}; & t_{56}^o - t_{56}^h = 5 - 0.2 \cdot x_{56}; \\
 t_{12}^o - t_{12}^h = 10 - 0.1 \cdot x_{12}; & t_{16}^o - t_{16}^h = 60 - 0.4 \cdot x_{16}; & t_{67}^o - t_{67}^h = 2 - 0.05 \cdot x_{67}; \\
 t_{13}^o - t_{13}^h = 6 - 0.1 \cdot x_{13}; & t_{25}^o - t_{25}^h = 55 - 0.3 \cdot x_{25}; &
 \end{array}$$

- 4) время начала каждой работы должно быть не менее времени окончания непосредственно предшествующей ей работы:

$$\begin{array}{lll}
 t_{12}^h \geq t_{01}^o; & t_{25}^h \geq t_{12}^o; & t_{67}^h \geq t_{16}^o; \\
 t_{13}^h \geq t_{01}^o; & t_{36}^h \geq t_{13}^o; & t_{67}^h \geq t_{36}^o; \\
 t_{14}^h \geq t_{01}^o; & t_{46}^h \geq t_{14}^o; & t_{67}^h \geq t_{46}^o; \\
 t_{16}^h \geq t_{01}^o; & t_{56}^h \geq t_{25}^o; & t_{67}^h \geq t_{56}^o; \\
 & & t_{78}^h \geq t_{67}^o;
 \end{array}$$

- 5) условие неотрицательности неизвестных: $t_{ij}^h \geq 0$; $t_{ij}^o \geq 0$; $x_{ij} \geq 0$;

6) условие целочисленности неизвестных: $t_{ij}^H, t_{ij}^O, x_{ij}$ – целое.

Фрагмент табличной записи математической модели в Excel имеет вид

	A	=	C	D	=	=	F	H	I
1	№	x01	x12	x13	x14	x1E	x2E	x56	x67
2		x1	x2	x3	x4	xE	xE	x7	xE
3									
4	Цел	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6	2								
7	3								
8	4								
9	5								
10	6								
11	7								
12	8								
13	9								
14	10								
15	11								
16	12								
17	13	0,05							
18	14		0,1						
19	15			1,1					
20	16				0,2				
21	17					0,1			
22	18						0,3		
23	19							0,2	
24	20								0,05

	AE	AF	AG
1	3-4	Вид	
2	0,1	0,1	
3			
4	0	0	
5	0	0	0,05
6	0	0	0,1
7	0	0	0,1
8	0	0	0,1
9	0	0	0,1
10	0	0	0,1
11	0	0	0,1
12	0	0	0,1
13	0	0	0,1
14	0	0	0,1
15	0	0	0,1
16	0	0	0,1
17	0	0	0,1
18	0	0	0,1
19	0	0	0,1
20	0	0	0,1
21	0	0	0,1
22	0	0	0,1
23	0	0	0,1
24	0	0	0,1

Рисунок 3 – Табличная запись математической модели в Excel

В ячейки B5:AD37 внесены исходные данные в соответствии с условием задачи: показатели сбалансированности потоков (+1 обозначены входы, обозначены выходы вершин графика, подробнее см. в [3]); технологические коэффициенты;

В ячейках B3:AD3 будут представлены рассчитанные значения неизвестных: в ячейках B3:I3 – суммы средств, вкладываемых в каждую работу; в ячейках I4: AD3 – время начала и окончания работ.

В ячейку AE4 внесена формула для вычисления целевой функции =СУММПРОИЗВ(B3:AD3;B4:AD4). Значение целевой функции равно времени окончания последней работы (7-8). Поэтому в ячейку AD4 внесено значение 1, в то время как ячейки B4:AC4 могут быть заполнены нулями или просто оставлены пустыми.

В столбце AG5:AG37 размещены заданные по условию значения ограничений, а в столбце AF5:AF37 показаны их знаки.

Соответственно, в столбец AE5:AE37 внесены формулы для расчета реальных значения ограничений:

- в ячейку AE5: =СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$AD\$3;B5:AD5);
- в ячейку AE6: =СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$AD\$3;B6:AD6);
- в ячейку AE37: =СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$AD\$3;B37:AD37).

Теперь сформулируем в терминах ячеек рабочего листа Excel: добиться минимально возможного значения в ячейке AE3, изменяя значения ячеек B3:AD3 при условии выполнения ограничений.

Окно Поиска решения с постановкой задачи представлено на рис.4. Результат оптимизации представлен на рис.5.

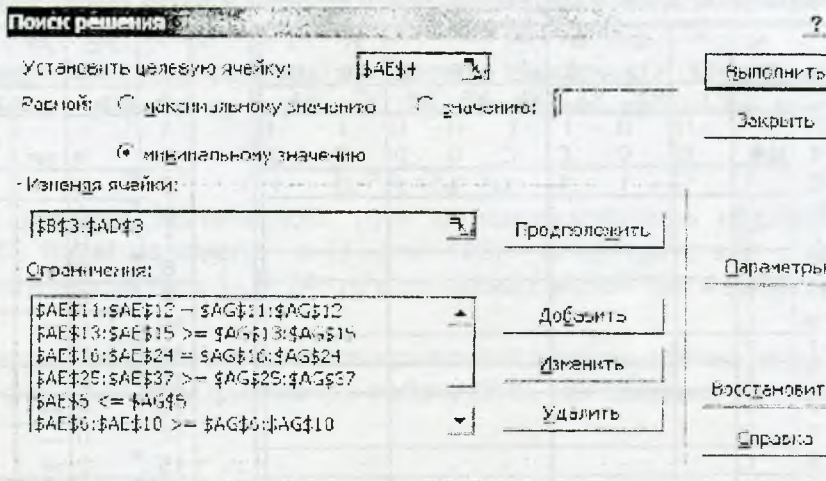


Рисунок 4 – Окно Поиска решения

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	№	x01	x12	x13	x14	x16	x25	x56	x67	to01	tn12	to12	tn13
2		x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12
3		0	20	0	0	20	50	5	0	2	2	10	2
4	ЦФ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1				

	AE	AF	AG
1	Знач	Вид	
2	огр	огр	
3			
4	56	min	
5	95	<=	100

Рисунок 5 – Результат оптимизации

Таким образом, при дополнительном вложении 100 ден. ед. проект может быть выполнен за 56 ед. времени. При этом средства распределяются следующим образом: 20 ден.ед. в работу (1-2), 20 ден.ед. в работу (1-6), 50 ден.ед. – в работу (2-5) и 5 ден.ед. – в работу (5-6). Сокращение срока реализации проекта за счет вложения дополнительных средств составит 18 ед. времени.

Универсальность предложенной методики оптимизации сетевого графика по времени заключается в том, что:

- во-первых, она не зависит от вида сетевого графика;
- во-вторых, изменив значения ограничений (в частности, сумму вкладываемых средств), можно легко произвести перерасчет и сравнить полученные варианты (например, при внесении 75 ден. ед. критический путь может быть уменьшен до 58 ед. времени);
- в-третьих, методика может применяться для любого технологического процесса.

Предлагаемая методика использования надстройки «Поиск решения» MS Excel для оптимизации сетевого графика по времени реализована на фабрике № 3 РУПТП «Оршанский льнокомбинат» и «Котлосервис».

Список использованных источников

1. Кузнецов А.В. "Экономико-математические модели и методы", Мн.: БГЭУ, 2000. – 412 с.
2. Бездудный Ф.Ф. "Экономико-математические методы и модели в легкой промышленности", М.: Легкая промышленность, 1980. – 440 с.
3. Вардомацкая Е.Ю., В.Л. Шарстнев "Расчет сетевого графика с использованием ЭТ Excel". Международная НТК Легкая промышленность. Соц.-экономические проблемы развития», Витебск, 2005. С.128-131.
4. Юферова О.Д. Экономико-математические методы. Мн.: БГЭУ, 2002. – 56 с.