

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АППРОКСИМАЦИЯ ЭМПИРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЛЬНЯНЫХ ВОЛОКОН ПО КЛАССАМ ДЛИНЫ

С.С. Гришанова, А.Г. Коган, Ю.А. Завацкий

На кафедре «ПНХВ» УО «ВГУ» разработана технология производства пряжи линейных плотностей 110-142 текс из короткого льняного волокна сухим способом прядения с использованием гребнечесания. Особенностью разработанной технологии является то, что процесс гребнечесания производится на модернизированных гребнечесальных машинах "Текстима" мод.1605, предназначенных для шерсти. Была поставлена цель - разработать теоретическую модель и компьютерную программу для прогнозирования рассортировки льняных волокон в процессе гребнечесания с учетом их разрыва и дробления, распределения волокон по их длине в питающем продукте и основных заправочных параметров гребнечесальной машины (длины питания и разводки между отделительным зажимом и нижней губкой тисков). Первым шагом для осуществления поставленной задачи является анализ одной из основных характеристик льняного волокна – длины и ее распределения в ленте.

Длина волокон является непрерывной случайной величиной, которая в силу случайных обстоятельств может в некотором интервале принимать любые значения с определенной вероятностью появления. Известно, что полной характеристикой случайных величин, получаемых при измерении свойств волокнистых продуктов и параметров процессов прядения, является закон (функция) распределения, который устанавливает связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями [1].

Непрерывную случайную величину нельзя точно изобразить в виде таблицы распределения вероятностей, так как невозможно вписать в первый столбец таблицы несчетное множество значений этой величины, кроме того, вероятности каждого из этих значений равны нулю. Но приближенное изображение возможно. Для этого необходимо общий интервал изменения случайной величины X разделить на k частных интервалов $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_k$, которые записывают в первом столбце таблицы. Второй же столбец будет содержать вероятности $\Delta p_1, \Delta p_2, \dots, \Delta p_k$ того, что возможные значения окажутся в соответствующих частных интервалах. Такая таблица является приближенным законом распределения непрерывной случайной величины. Подобная таблица получается при промере одиночных волокон с целью штапельного анализа длины волокон в продукте. Для примера приведена таблица 1 с результатами, полученными при определении длины волокон в ленте, подготовленной к гребнечесанию.

Таблица 1 - Приближенный закон распределения длины волокон в ленте

Длина волокна, X , мм	Вероятность появления, Δp , %
Δx_1 от 0 до 30	7,78
Δx_2 от 30 до 50	8,77
Δx_3 от 50 до 70	9,38
.....
Δx_{18} от 350 до 370	0,08

Очевидно, таблица 1 будет тем точнее математически отображать длину волокон в ленте, чем на большее число k частных интервалов Δx разделяется общий интервал (максимальная длина волокна в ленте) и чем меньше каждый из них. Поэтому естественно, что для получения точного закона распределения надо перейти к пределу при $k \rightarrow \infty$ и $\Delta x \rightarrow 0$. (Для конкретного примера $k=18$, а $\Delta x=20$ мм).

Но, так как при этом все вероятности Δp , стоящие во втором столбце, обратятся в нули, до перехода к пределу их делят на Δx .

$$\frac{\Delta p}{\Delta x}$$

Выражение $\frac{\Delta p}{\Delta x}$ называется средней плотностью распределения вероятностей

$$y = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta p}{\Delta x}$$

на частном интервале Δx , а предел $y = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta p}{\Delta x}$, если он существует, называется плотностью распределения вероятностей непрерывной случайной величины X для данного значения x . Поскольку каждому значению x соответствует свое значение y , плотность распределения вероятностей y есть некоторая функция от x : $y=f(x)$.

Эта функция называется дифференциальной функцией распределения

$$y = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta p}{\Delta x}$$

непрерывной случайной величины, так как она, согласно формуле

$$\frac{dp}{dx}$$

выражается в виде производной $\frac{dp}{dx}$.

Именно эта функция и является законом распределения непрерывной случайной величины X .

Кривая распределения и функция распределения являются законами распределения непрерывной случайной величины соответственно в геометрической и аналитической форме. Законы распределения дают полную картину распределения признака, тогда как характеристики, даже генеральные, характеризуют распределение признака лишь в среднем. Поэтому понятие закона распределения $y=f(x)$ является основным понятием математической статистики. Только законы распределения позволяют вывести критерии, дающие возможность судить о том влиянии, которое оказывает то или иное изменение сырья на качество продукции.

Для отыскания функции распределения льняных волокон по классам длины необходимо:

- 1) взять одну выборку, но достаточно большого объема;
- 2) построить ступенчатую гистограмму частостей при достаточно большом числе k частных интервалов Δx ;
- 3) полученную ступенчатую гистограмму аппроксимировать с помощью плавной кривой;
- 4) приближенно подобрать для этой кривой уравнение;
- 5) проверить посредством критерия согласия (коэффициента детерминированности), достаточно ли близко найденная теоретическая функция отображает эмпирические (опытные) данные. [2]

Поставленную задачу можно быстро и точно решить с помощью редактора электронных таблиц «Microsoft Excel» (см. рис.1). При своей простоте, доступности и удобстве «Microsoft Excel» способен решать задачи любой сложности. Среда «Microsoft Excel» обладает наглядностью информации, возможностью ее разделения по таблицам и их расширением, графическим отображением и др.

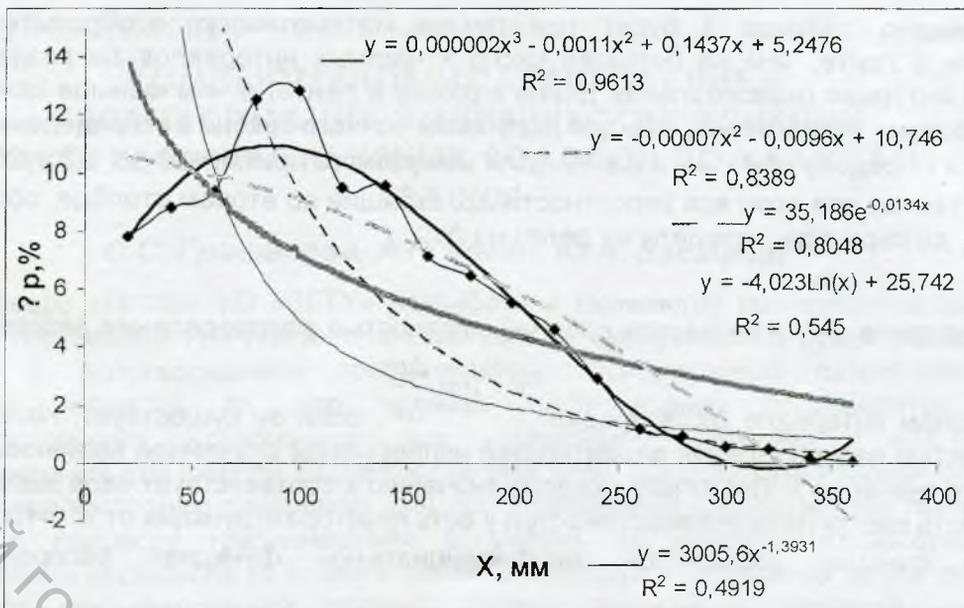


Рисунок 1 - Аппроксимация эмпирической функции с помощью редактора электронных таблиц «Microsoft Excel»

- эмпирическая функция
- - - функция экспоненциального распределения
- — — функция логарифмического распределения
- — — функция степенного распределения
- — — функция полиномиального распределения 2-го поряд
- — — функция полиномиального распределения 3-го поряд

Однако описание (приближение) эмпирических законов распределения льняных волокон по длине известными теоретическими законами распределения не дает достаточной степени точности аппроксимации. В качестве примера на рис. 1 приведены полученные на ЭВМ гистограмма распределения шерстяных волокон по их длине и аппроксимации приведенного массива с помощью:

- а) функции экспоненциального распределения – $y=35,186e^{-0,0134x}$, $R^2=0,8$;
- б) функции логарифмического распределения – $y=-4,023\ln(X)+25,742$, $R^2=0,54$;
- в) функции степенного распределения – $y=3005,6x^{-1,3931}$, $R^2=0,49$;
- г) функции полиномиального распределения 2-го порядка – $y=-0,00007x^2-0,0096x+10,746$, $R^2=0,84$;
- д) функции полиномиального распределения 3-го порядка – $y=0,000002x^3-0,0011x^2+0,1437x+5,2476$, $R^2=0,96$;

где R^2 — коэффициент детерминированности, показывающий соответствие теоретических и эмпирических данных.

Если ориентироваться на коэффициент детерминированности, то полиномиальная функция третьего порядка достаточно достоверно описывает эмпирическую функцию распределения льняных волокон по классам длины ($R^2=0,96$). Однако при описании распределения льняных волокон с помощью полиномиального закона распределения третьего порядка теоретическая функция принимает на некоторых отрезках отрицательные значения, что противоречит физическому явлению. Повышать качество аппроксимации за счет использования многочленов высоких степеней нецелесообразно ввиду сложности их расчетов.

Возможности редактора электронных таблиц «Microsoft Excel» позволяют аппроксимировать эмпирическую функцию распределения льняных волокон по классам длины с помощью полиномиального закона распределения второго или третьего порядка по частям. Такая аппроксимация дает возможность максимально точно приблизить теоретический закон распределения к эмпирическому. Причем чем на большее количество частей разбивается эмпирическая функция, тем точнее аппроксимация.

Для определения минимального числа частей, на которые следует разбивать эмпирическую функцию для ее достоверной аппроксимации, было принято условие, что коэффициент детерминированности, показывающий соответствие теоретических и расчетных данных при аппроксимации, должен быть больше или равен 0,95.

Исследования показали, что разбиение эмпирической функции на 3 части уже позволяет добиться достаточно достоверной аппроксимации (см. рис. 2).

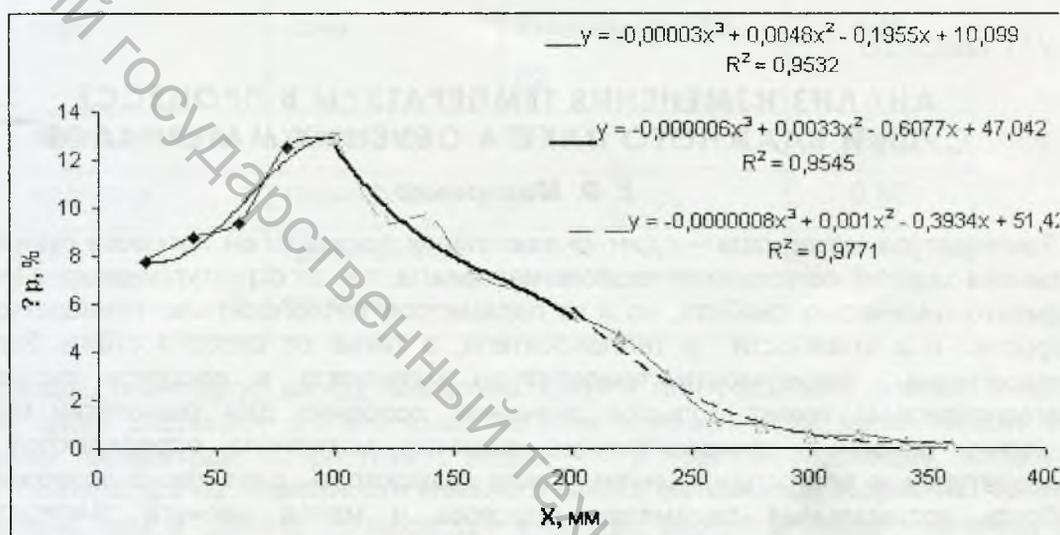


Рисунок 2 - Аппроксимация эмпирической функции, разбитой на 3 части с помощью редактора электронных таблиц «Microsoft Excel»

- ◆— 1 часть эмпирической функции
- 2 часть эмпирической функции
- 3 часть эмпирической функции
- функция полиномиального распределения 3-го порядка (1 част
- функция полиномиального распределения 3-го порядка (2 част
- функция полиномиального распределения 3-го порядка (3 част

ВЫВОДЫ

В результате исследования возможности применения стандартных методов численного анализа к задаче аппроксимации эмпирических законов распределения льняных волокон по классам их длины и использования редактора электронных таблиц «Microsoft Excel» для данных целей было установлено, что:

- использование редактора электронных таблиц «Microsoft Excel» позволяет осуществлять автоматическую аппроксимацию экспериментальных распределений льняных волокон по их длине;
- результаты данной аппроксимации используются для прогнозирования рассортировки льняных волокон по классам длины в процессе гребнечесания и количества гребенного очеса на гребнечесальной машине «Текстима» 1605.

Список использованных источников

1. Севостьянов, А.Г. Методы и средства исследований механико-технологических процессов в текстильной промышленности. / М.: Легкая индустрия, 1980.-392с.
2. Виноградов, Ю. С. Математическая статистика и ее применение в текстильной и швейной промышленности. / М.: Легкая индустрия, 1970.-312с.

SUMMARY

Article is devoted to development of a method of automatic approximation of experimental distributions of linen fibres on their length in a tape with the help of the editor of spreadsheets «Microsoft Excel». This a method used for forecasting sorting out of linen fibres on classes of length in process combing and quantities of waste products on combing to machine "Textima" 1605.

УДК 685.34.03

АНАЛИЗ ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПРОЦЕССЕ СУШКИ ВЛАЖНОГО ПАКЕТА ОБУВНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Е.Ф. Макаренко

Температура материала – один из важнейших показателей процесса сушки. Ее величина зависит не только от свойств материала, т.е. от структурно-механических и физико-химических свойств, но и от параметров теплоносителя: температуры t , скорости u и влажности φ теплоносителя, а также от способа сушки. Задача установления зависимости температуры материала в процессе сушки от влагосодержания имеет большое значение, особенно для технологии сушки, поскольку основные технологические свойства материала определяются его температурой и влагосодержанием. Такая зависимость дает также возможность выбрать оптимальные параметры процесса и метод расчета температуры материала в процессе сушки. Задача аналитического получения уравнения температурной кривой на основе решения системы дифференциальных уравнений переноса тепла и массы оказывается сложной, так как коэффициенты переноса изменяются от влагосодержания и температуры тела. Поэтому актуальное значение имеет задача нахождения эмпирических зависимостей, которые позволили бы определять температуру материала в любой момент времени. [1]

Для изучения распределения температуры по толщине увлажненного пакета материалов был проведен ряд экспериментальных исследований. К эксперименту были подготовлены образцы материалов, полностью имитирующих обувную заготовку (таблица 1).

Испытания проводили на лабораторной установке, описанной в ISO 6942-81(E). Для измерения температуры на внутренней поверхности пакета материалов применялись два термоэлектрических преобразователя типа ХА - хромель-алюмелевый (ГОСТ 3044-94). Системы материалов увлажнялись сорбцией в эксикаторе до абсолютной влажности кожи $45 \pm 0,5\%$.

В результате проведенного экспериментального исследования получен опытный материал, который показывает характер распределения температуры по толщине пакета материалов в процессе сушки. По данным эксперимента построены кривые $t = f(\tau)$, позволяющие изучить температурное поле материала в процессе сушки (рис. 1).