

ПЛАСТИЧЕСКАЯ АНИЗОТРОПИЯ ПРИ ИЗГИБЕ БАЛОК, ПЛАСТИН И ОБОЛОЧЕК ИЗ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Орехов К.А., Павилайнен Г.В.

Россия, Санкт-Петербургский госуниверситет
email: G_V_Pavilaynen@mail.ru

Рассматриваются математические модели упругопластического изгиба балок, пластин и оболочек из пластически анизотропных материалов. Модель иллюстрируется решением задачи для горизонтальной консоли в двух случаях нагружения: сосредоточенной вертикальной силой на свободном конце и чистым моментом. Консольная балка постоянного сечения изготовлена из листового проката, обладающего свойствами разнопрочности и разносопротивляемости растяжению и сжатию при пластической деформации, в научной литературе закрепился также термин SD-материалы [1], буквально, «разнокрепкие». Этот эффект, как показывают многочисленные экспериментальные исследования, существенно меняет и качественно, и количественно картину процесса упругопластического изгиба [2,3].

Пределы текучести при растяжении или сжатии материала балки считаются известными, сосредоточенная нагрузка или момент считаются постоянными, продольные деформации балки не учитываются. Основываясь на классической теории изгиба балок и теории идеальной пластичности, задача решается аналитически. Получено дифференциальное уравнение для нахождения кривизны балки. В результате интегрирования получено точное решение для прогиба консоли при чистом изгибе и при изгибе сосредоточенной нагрузкой и проведен расчет для материала с эффектом SD (сталь А40Х) по формулам и с применением МКЭ. Получено хорошее совпадение теоретического и численного решений. Принимаются гипотеза плоских сечений и схема идеальной пластичности. Некоторые результаты для SD-балок получены в [4] - [7]. Деформацией сдвига в поперечном сечении при изгибе пренебрегаем. На рисунках 1 и 2 показаны схемы изгиба с образованием пластических зон, которые заштрихованы.

Для описания SD-эффекта вводим безразмерный параметр d как отношение предела текучести при сжатии одномерного образца σ_s к пределу текучести при растяжении σ_t . Предполагаем, что $d > 1$, что характерно для многих видов сталей и металлических сплавов. Балка имеет прямоугольное сечение с размерами $2h$ на b и длину L .

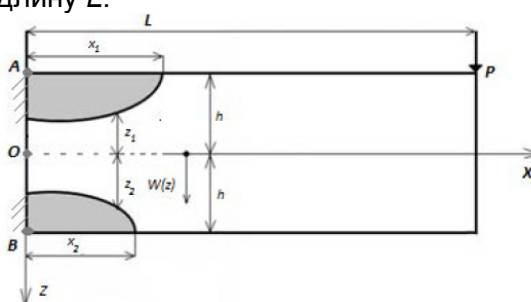


Рисунок 1

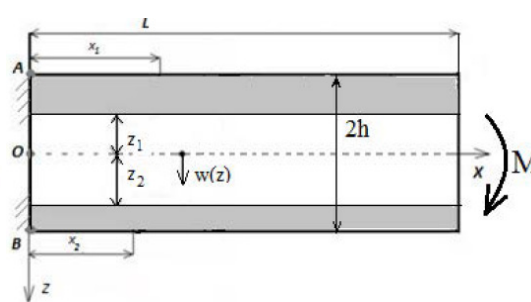


Рисунок 2

Предположение о наличии эффекта SD материала балки приводит к нарушению симметрии при развитии пластических деформаций, имеет место смещение нейтральной оси по сравнению со средней геометрической. Начало координат задаем в заделке балки на нейтральной оси, направление осей указано на рисунках, для вычисления отклонения нейтральной оси вводим функцию $z_0(x)$, для построения уравнения изгиба вводим две функции $z_1(x)$, $z_2(x)$, определяющие расстояния от нейтральной оси до границ раздела упругой и пластической части балки в областях растяжения и сжатия. А также введем длины пластических зон x_1 и x_2 . Фиксируем три случая различных НДС в сечении балки (рис. 1): упругий при $x_1 < x < L$; случай с одной пластической зоной в области растяжения $x_2 < x < x_1$; случай с двумя несимметричными пластическими зонами в области растяжения и в области сжатия

$0 < x < x_2$. В каждом случае дифференциальное уравнение изгиба имеет конкретный вид и общее решение по всей длине проводится «склеивкой» решений при условиях непрерывности прогиба и угла поворота сечения. В случае изгиба чистым моментом он изгиб описывается одним дифференциальным уравнением.

Результаты решения задач приведены на рисунках 3,4. Расчет проведен для балок различной длины при значении сосредоточенной силы на свободном конце $P=1,5 \cdot 10^5$ N. Области с разным количеством пластических зон изображены различным цветом. На рис. 4 показано влияние величины момента на прогиб консоли при чистом изгибе.

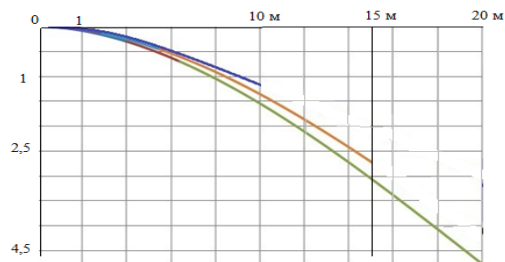


Рисунок 3

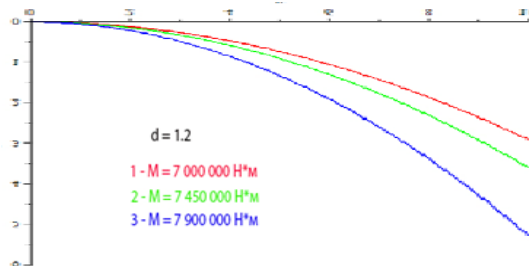
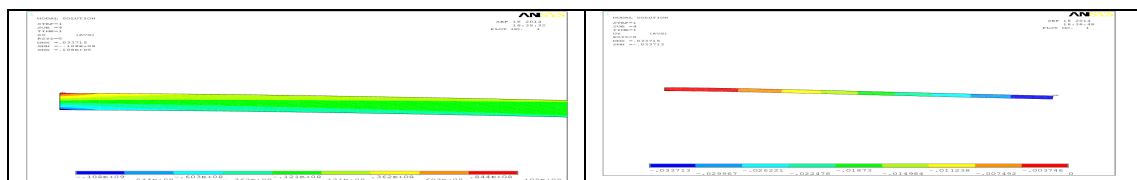


Рисунок 4

На рисунках 5,6 представлено численное решение по МКЭ с применением пакета ANSYS.



Рисунки 5, 6 Распределение напряжений и прогиб ($w=33,7$ см) при $P=1,2 \cdot 10^5$ N

Построенную математическую модель упругопластического изгиба балки можно использовать при исследованиях пластин и оболочек из SD-материалов.

Литература

1. Ohashi Y. Effects of complicated deformation history on inelastic deformation behaviour of metals // Memoirs of the Faculty of Engineering. Nagoya University. 1982. Vol. 34. N1. P.1-76.
2. Kulawinski D., Nagel K., Henkel S., Hubner P., Kuna M., Biermann H. Characterization of stress-strain behavior of a cast TRIP steel under different biaxial planar load ratios // Engineering Fracture Mechanics. Vol. 78, 2011. P. 1684–1695.
3. Рыбакина О.Г. Критерий текучести анизотропного материала, обладающего эффектом SD. // Вестн. Ленингр. ун-та. Исследования по упругости и пластичности. 1982. №14. С. 132--142.
4. Намазов М.Е. Упруго-пластический изгиб горизонтальных SD балок. // Современные проблемы теории машин. Новокузнецк: НИЦ МС, 2017. № 5, С. 88-94.
5. Лачугин Д.В. Упруго-пластический изгиб разнопрочной вертикальной консоли под действием сосредоточенной нагрузки на свободном конце. // Российско-китайский научный журнал "Содружество" раздел Физико-математические науки. 2016. № 2(2). С. 32-35.
6. Pavilaynen G.V. Elastic-plastic deformations of a beam with the SD-effect. AIP Conf. Proc. 2014 ICNAAM, Rhodes, Greece.
7. Pavilaynen G.V., Naumova N.V. Elastic-plastic deformations of SD-beams. In Proceedings VII Polyachov's Reading, Saint-Petersburg, 2015. Book of Abstract I, p.239.