

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**к выполнению расчетно-графических работ для студентов
специальности 1-40 01 02-01 «Информационные системы и технологии
(в проектировании и производстве)»**

ВИТЕБСК
2014

УДК 621.3(07)

Теоретические основы электротехники: методические указания к выполнению расчетно-графических работ для студентов специальности 1-40 01 02-01 «Информационные системы и технологии (в проектировании и производстве)»

Витебск: Министерство образования Республики Беларусь, УО "ВГТУ", 2014.

Составители: доц. Ильющенко А.В.,
ст. преп. Куксевич В.Ф.,
ст. преп. Клименкова С.А.

Методические указания составлены в соответствии с учебной программой курса «Теоретические основы электротехники» и содержат требования к выполнению и оформлению расчетно-графических работ, варианты заданий, методические указания к выполнению работ, примеры расчетов и перечень используемой литературы.

Одобрено кафедрой «Автоматизация технологических процессов и производств» УО "ВГТУ" 29.08.2014 г., протокол № 1.

Рецензент: доц. Попов Ю.В.
Редактор: доц. Новиков Ю.В.

Рекомендовано к опубликованию редакционно-издательским советом УО "ВГТУ" 23 октября 2014 г. протокол № 7.

Ответственный за выпуск: Букин Ю.А.

Учреждение образования "Витебский государственный технологический университет"

Подписано к печати 18.12.14. Формат 60x90 1/16. Уч.-изд. лист.3,3.
Печать ризографическая. Тираж 40 экз. Заказ № 359.

Отпечатано на ризографе учреждения образования «Витебский государственный технологический университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя-изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/172 от 12.02.2014 г.

210035, г. Витебск, Московский пр-т, 72.

Содержание

<i>Общие требования к выполнению и оформлению расчетно-графических работ</i>	4
<i>Тема 1. Электрические цепи постоянного тока</i>	4
<i>Тема 2. Электрические цепи однофазного переменного тока</i>	16
<i>Тема 3. Электрические цепи трехфазного переменного тока</i>	23
<i>Тема 4. Трансформаторы</i>	34
<i>Тема 5. Асинхронные двигатели</i>	40
<i>Тема 6. Двигатели постоянного тока</i>	47
<i>Литература</i>	53

Общие требования к выполнению и оформлению расчетно-графических работ

Количество расчетно-графических работ определяется учебной программой курса.

При выполнении и оформлении расчетно-графических работ необходимо:

- на титульном листе указать название университета, кафедры, номер учебной группы, фамилию, имя и отчество студента, название и номер работы;
- использовать стандартные листы бумаги формата А4;
- при расчетах пользоваться международной системой единиц СИ;
- в начале каждой задачи привести исходные данные варианта задания;
- номер варианта задания соответствует порядковому номеру фамилии студента в списке группы;
- решения сопровождать пояснениями, результаты вычислений записывать с тремя значащими цифрами после запятой;
- схемы и графики выполнять, используя стандартные графические обозначения элементов схем и стандартные буквенные обозначения величин;
- все необходимые графические построения выполнять в прямоугольной системе координат с указанием масштабов по осям координат;
- перечень литературы оформить в полном соответствии с требованиями библиографического описания документов.

Тема 1. Электрические цепи постоянного тока

Теоретические сведения

Анализ электрических цепей постоянного тока проводится с использованием законов Ома и Кирхгофа.

Закон Ома для участка цепи устанавливает связь между током, протекающим в неразветвленном участке цепи, и напряжением, приложенным к данному участку:

$$U = IR.$$

Первый закон Кирхгофа формулируется для узлов цепи: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю. При этом токи, втекающие в узел, условно считаются положительными, вытекающие из узла – отрицательными.

$$\sum I_k = 0.$$

Второй закон Кирхгофа формулируется для контуров цепи: алгебраическая сумма ЭДС, действующих в контуре, равна алгебраической сумме падений напряжений на элементах данного контура:

$$\sum E_m = \sum I_n R_n .$$

При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа выбирают направление обхода контура. При этом если направление ЭДС совпадает с направлением обхода контура, то данная ЭДС входит в уравнение со знаком «+», если не совпадает с направлением обхода контура – со знаком «-». Если направление тока в элементе совпадает с направлением обхода, то падение напряжения на элементе IR входит в уравнение со знаком «+», если не совпадает – со знаком «-».

Если цепь содержит m ветвей и n узлов, то для нахождения токов необходимо составить систему из m уравнений. По первому закону Кирхгофа составляется $n - 1$ уравнение. Остальные $m - (n - 1)$ уравнений составляются по второму закону Кирхгофа.

Решив полученную систему уравнений, определяют искомые токи в ветвях. Если в результате решения какие-то токи получились отрицательными, это означает, что их истинное направление противоположно выбранному.

Проверкой правильности решения является расчет баланса мощностей:

$$\sum E_i I_i = \sum I_k^2 R_k ,$$

т. е. мощность, развиваемая источниками, должна быть равна мощности, потребляемой всеми нагрузками.

При этом необходимо учесть, что если в ветви направления ЭДС и тока совпадают, то произведение EI входит в уравнение со знаком «+», если не совпадают – со знаком «-».

Метод контурных токов условно разделяет цепь на независимые контуры. Независимым называется контур, содержащий хотя бы одну ветвь, не входящую в остальные контуры. Считается, что в каждом таком контуре протекает какой-то свой контурный ток. Составляется система уравнений по второму закону Кирхгофа, число которых равно числу независимых контуров, и рассчитываются контурные токи. Истинный ток ветви, принадлежащей только одному независимому контуру, равен контурному току данного контура. Истинный ток ветви, являющейся общей для двух независимых контуров, равен алгебраической сумме контурных токов смежных контуров.

Метод напряжения между двумя узлами используется, если цепь состоит из соединенных параллельно активных и пассивных ветвей. Рассчитав напряжение U между узлами

$$U = \frac{\sum E_k g_k}{\sum g_m}$$

и используя законы Кирхгофа, определяют токи ветвей.

Содержание задания

Для электрической цепи, соответствующей номеру варианта (рис. 1.1 – 1.6), по заданным в таблице 1.1 параметрам выполнить следующее:

- начертить схему с указанием положительных направлений ЭДС, при этом учесть, если в условии какая-то ЭДС задана со знаком «минус», это означает, что ее положительное направление противоположно указанному на схеме;
- составить систему уравнений, необходимых для определения токов по первому и второму законам Кирхгофа;
- определить токи во всех ветвях методом контурных токов;
- преобразовав треугольник резисторов в эквивалентную звезду, произвести расчет токов методом напряжения между двумя узлами;
- определить показание вольтметра и составить баланс мощностей для заданной схемы.

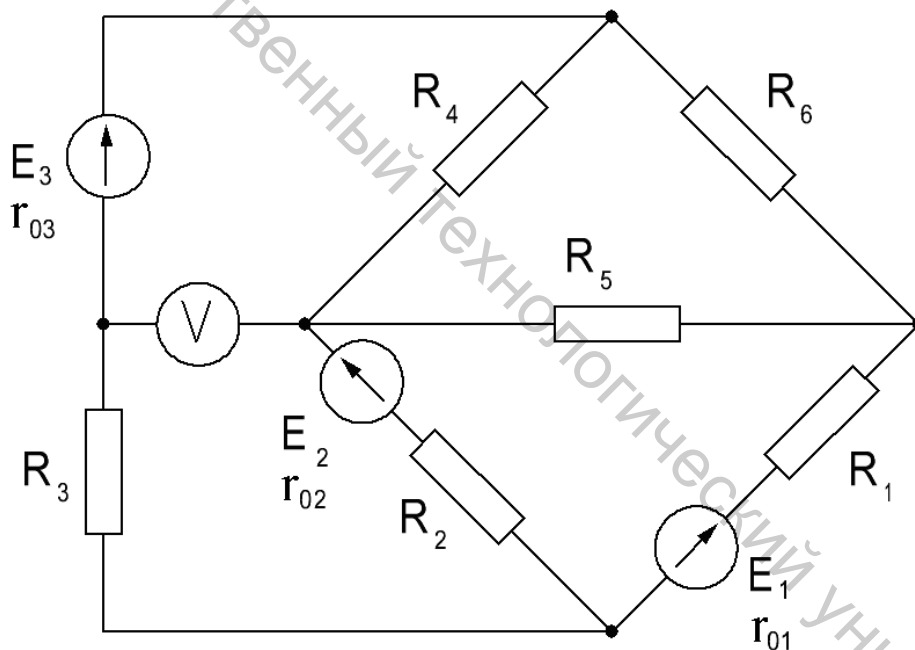


Рисунок 1.1 – Схема электрической цепи для заданий вариантов 1–5

Витебский государственный технологический университет

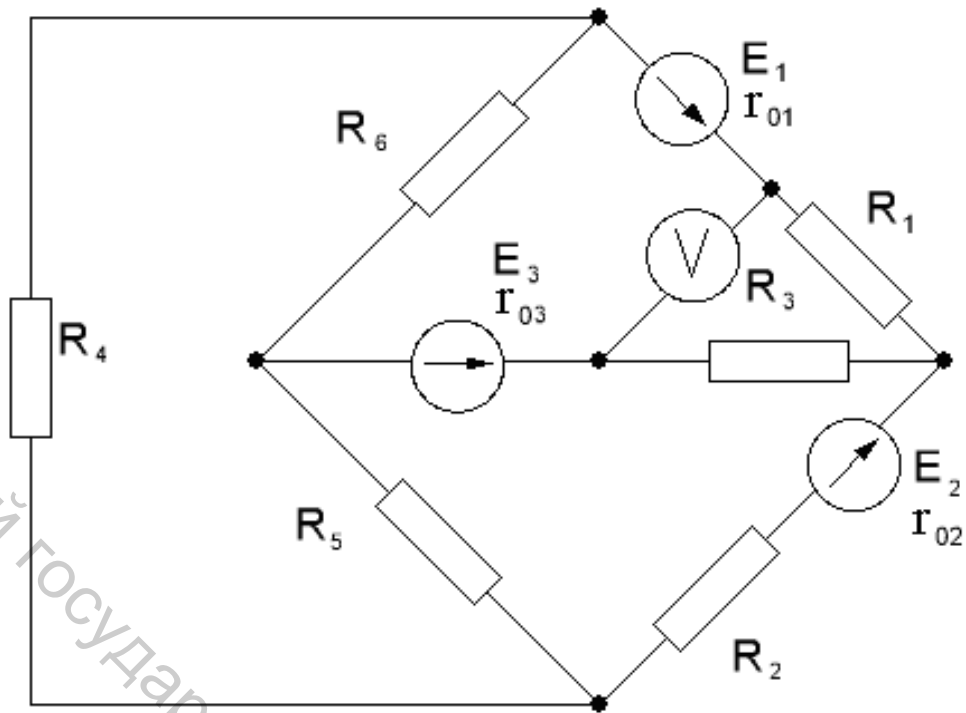


Рисунок 1.2 – Схема электрической цепи для заданий вариантов 6 – 10

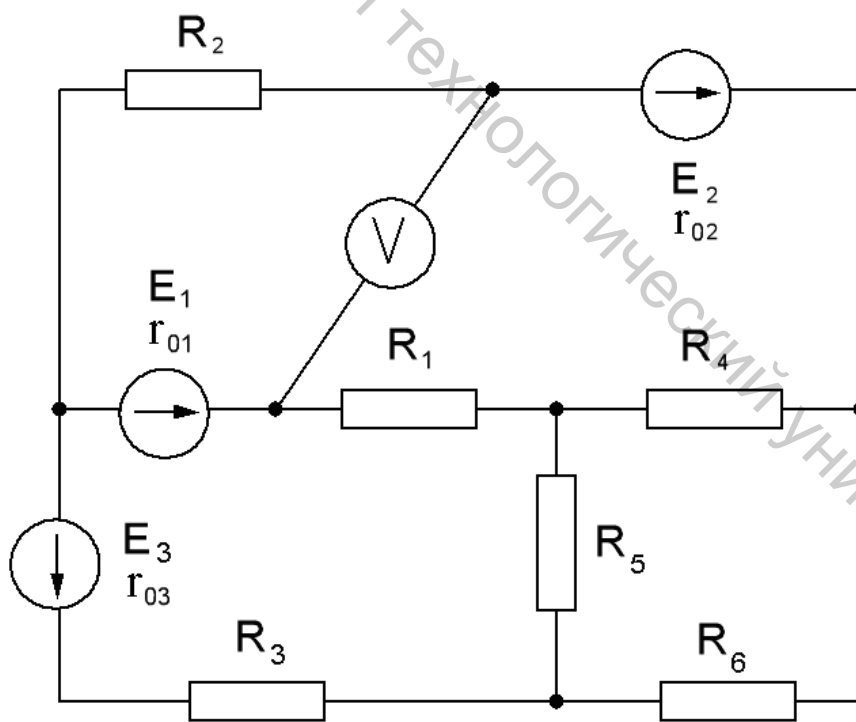


Рисунок 1.3 – Схема электрической цепи для заданий вариантов 11 – 15

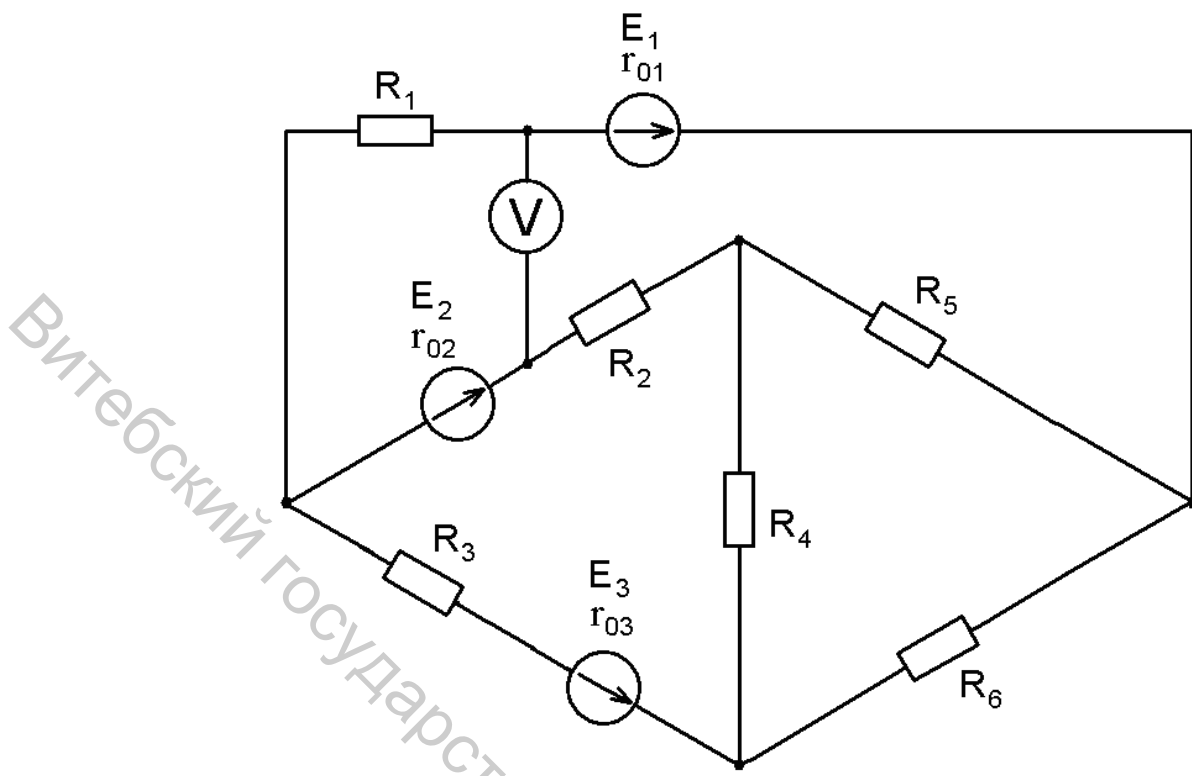


Рисунок 1.4 – Схема электрической цепи для заданий вариантов 16 – 20

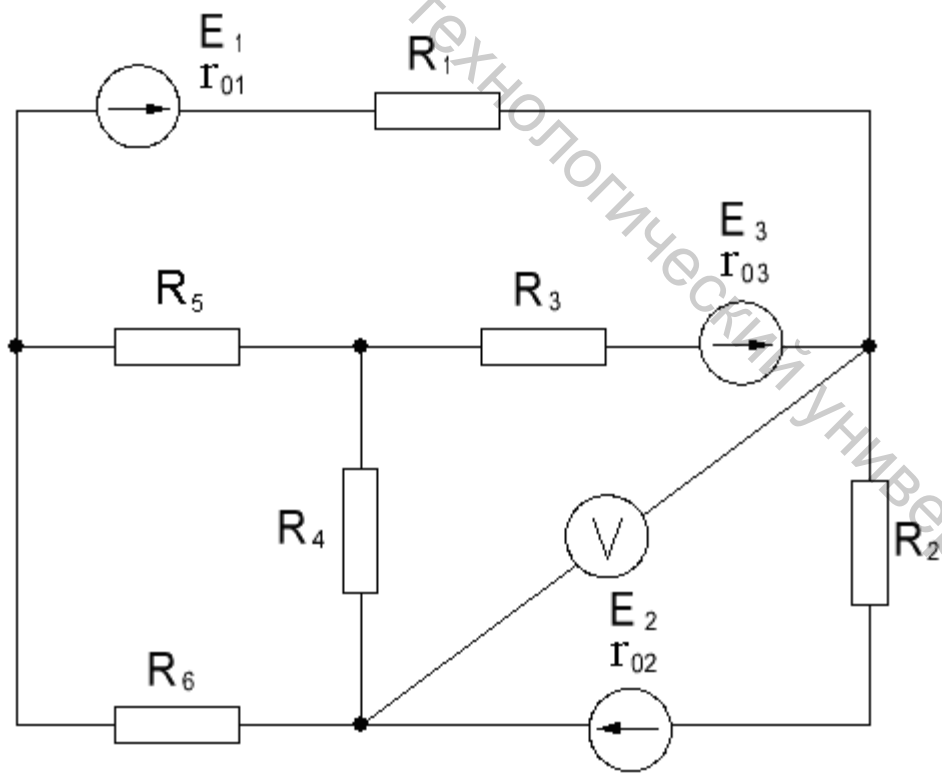


Рисунок 1.5 – Схема электрической цепи для заданий вариантов 21 – 25

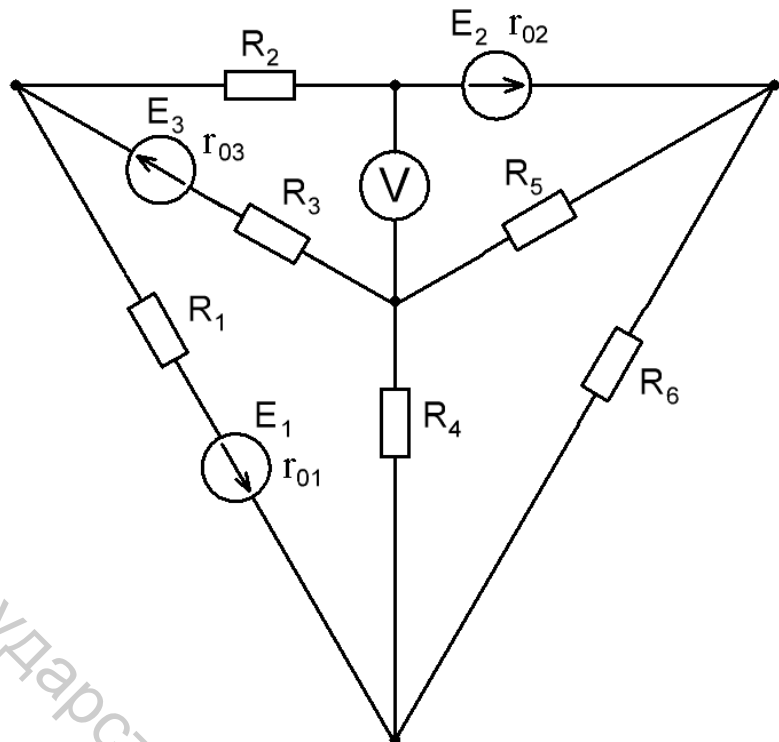


Рисунок 1.6 – Схема электрической цепи для заданий вариантов 26 – 30

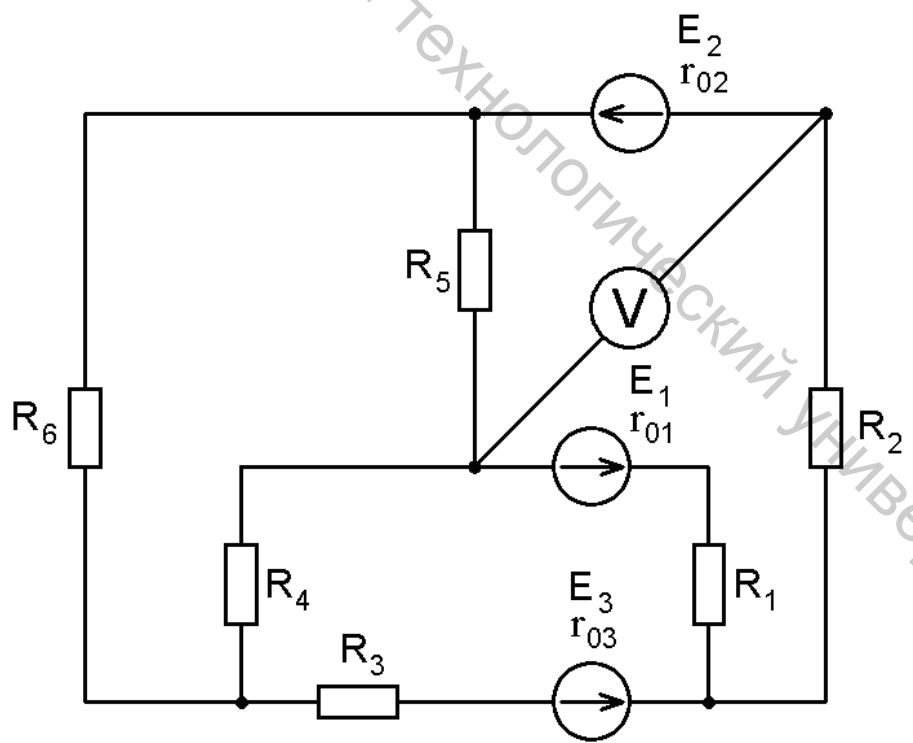


Рисунок 1.7 – Схема электрической цепи для заданий вариантов 31 – 35

Таблица 1.1

Номер вари- анта	$R_1,$ $Ом$	$R_2,$ $Ом$	$R_3,$ $Ом$	$R_4,$ $Ом$	$R_5,$ $Ом$	$R_6,$ $Ом$	$r_{01},$ $Ом$	$r_{02},$ $Ом$	$r_{03},$ $Ом$	$E_1,$ $В$	$E_2,$ $В$	$E_3,$ $В$
1	10	6	14	8	10	12	0,5	0,5	-	-15	10	18
2	8	4	6	4	6	8	-	0,1	0,3	6	4	-7
3	7	15	10	15	20	20	0,3	-	0,5	12	-10	15
4	12	14	16	6	9	6	0,5	0,3	-	25	20	30
5	11	8	7	5	12	36	-	0,4	0,6	-14	12	20
6	15	7	9	13	14	9	0,8	-	1,0	16	8	-9
7	25	18	20	14	18	12	0,7	-	0,3	20	-15	24
8	20	16	12	6	6	6	-	0,4	0,8	13	18	14
9	30	35	25	18	10	16	0,2	0,6	-	-22	25	20
10	18	14	16	11	13	15	0,8	0,5	-	18	13	-17
11	17	21	8	22	18	14	0,5	-	0,2	8	-5	12
12	22	15	9	8	6	6	-	0,3	0,4	10	12	9
13	16	10	15	12	15	20	0,6	0,8	-	-16	14	17
14	8	6	7	9	12	15	0,3	0,7	-	15	11	-12
15	10	8	6	4	2	3	-	0,8	0,2	14	-6	18
16	13	15	17	9	6	12	0,3	-	0,5	5	9	10
17	6	8	4	4	5	8	0,4	0,2	-	-6	10	15
18	15	14	12	20	25	24	-	0,3	0,9	22	18	-16
19	27	22	35	15	20	25	0,8	-	0,3	27	-18	30
20	14	16	18	12	16	15	0,6	0,4	-	10	14	15
21	7	12	9	6	8	4	-	0,2	0,8	-9	13	8
22	12	10	15	14	14	16	0,9	-	0,4	17	12	-13
23	9	7	5	10	6	8	0,7	0,8	-	11	-25	14
24	3	5	4	2	4	6	0,3	-	0,2	8	9	6
25	20	14	15	8	10	15	0,4	0,5	-	-15	17	9
26	6	9	15	30	5	6	0,2	-	0,3	10	5	8
27	16	10	7	19	1	15	0,6	0,4	-	-8	12	18
28	14	7	5	3	19	16	-	0,5	0,1	20	15	-13
29	25	4	23	14	5	8	0,5	-	0,8	25	-13	24
30	7	20	30	5	10	15	0,7	0,3	-	9	15	18
31	4	30	8	12	6	18	-	0,5	0,2	-15	18	4
32	17	12	18	6	4	5	0,4	-	0,6	16	12	-15
33	12	20	25	4	6	18	0,8	0,5	-	9	-15	24
34	18	5	14	19	16	28	0,4	-	0,8	19	5	8
35	13	25	14	5	19	10	0,3	0,2	-	-25	7	15

Пример выполнения задания

Для электрической цепи, изображенной на рисунке 1.8, составить систему уравнений, необходимых для определения токов по первому и второму законам Кирхгофа; определить токи во всех ветвях методом контурных токов; преобразовав треугольник резисторов в эквивалентную звезду, произвести расчет токов методом напряжения между двумя узлами; определить показание вольтметра и составить баланс мощностей.

Дано: $E_1 = 12 \text{ В}$, $E_2 = 36 \text{ В}$, $E_3 = 12 \text{ В}$, $r_{02} = 0,4 \text{ Ом}$, $r_{03} = 1,2 \text{ Ом}$, $R_1 = 3,5 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$, $R_3 = 1 \text{ Ом}$, $R_4 = 5 \text{ Ом}$, $R_5 = 6 \text{ Ом}$, $R_6 = 9 \text{ Ом}$.

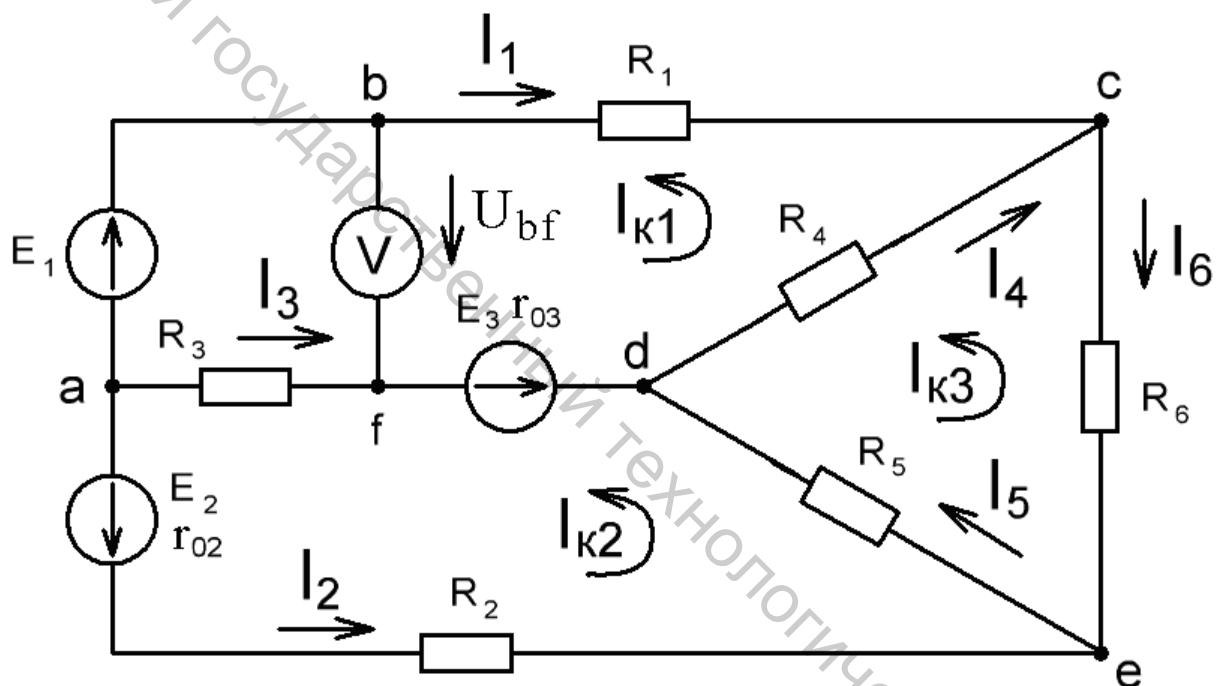


Рисунок 1.8 – Схема сложной электрической цепи постоянного тока

1. Данная цепь содержит 6 ветвей ($m = 6$) и 4 узла ($n = 4$). Произвольно указывают направления токов во всех ветвях и составляют систему из m уравнений по первому и второму законам Кирхгофа. По первому закону Кирхгофа составляют ($n - 1 = 3$) уравнения, оставшиеся ($m - (n - 1) = 3$) уравнения составляют по второму закону Кирхгофа, выбрав произвольно положительные направления обхода каждого контура (например, против часовой стрелки).

$$\begin{cases} I_1 + I_2 + I_3 = 0 & (\text{узел } a) \\ I_1 + I_4 - I_6 = 0 & (\text{узел } c) \\ I_3 + I_5 - I_4 = 0 & (\text{узел } d) \\ E_3 - E_1 = I_3(R_3 + r_{03}) + I_4R_4 - I_1R_1 & (\text{контур } adca) \\ E_2 - E_3 = I_2(R_2 + r_{02}) + I_5R_5 - I_3(R_3 + r_{03}) & (\text{контур } aeda) \\ 0 = -I_5R_5 - I_6R_6 - I_4R_4 & (\text{контур } decd) \end{cases}$$

2. Определяют все токи, используя метод контурных токов. Выбирают произвольно положительные направления контурных токов (например, против часовой стрелки). Так как схема цепи содержит 3 независимых контура, составляют 3 уравнения по второму закону Кирхгофа.

$$\begin{cases} E_3 - E_1 = I_{k1}(R_1 + R_3 + R_4 + r_{03}) - I_{k2}(R_3 + r_{03}) - I_{k3}R_4 \\ E_2 - E_3 = -I_{k1}(R_3 + r_{03}) + I_{k2}(R_3 + R_2 + R_5 + r_{02} + r_{03}) - I_{k3}R_5 \\ 0 = -I_{k1}R_4 - I_{k2}R_5 + I_{k3}(R_4 + R_5 + R_6) \end{cases}$$

Подставляют в систему исходные данные:

$$\begin{cases} 12 - 12 = I_{k1}(3,5 + 1 + 5 + 1,2) - I_{k2}(1 + 1,2) - I_{k3}5 \\ 36 - 12 = -I_{k1}(1 + 1,2) + I_{k2}(1 + 5 + 6 + 0,4 + 1,2) - I_{k3}6 \\ 0 = -I_{k1}5 - I_{k2}6 + I_{k3}(5 + 6 + 9) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = I_{k1}10,7 - I_{k2}2,2 - I_{k3}5 \\ 24 = -I_{k1}2,2 + I_{k2}13,6 - I_{k3}6 \\ 0 = -I_{k1}5 - I_{k2}6 + I_{k3}20 \end{cases}$$

Решают систему, рассчитав определители:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10,7 & -2,2 & -5 \\ -2,2 & 13,6 & -6 \\ -5 & -6 & 20 \end{vmatrix} = 1956,4$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -2,2 & -5 \\ 24 & 13,6 & -6 \\ 0 & -6 & 20 \end{vmatrix} = 1776$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 10,7 & 0 & -5 \\ -2,2 & 24 & -6 \\ -5 & 0 & 20 \end{vmatrix} = 4536$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 10,7 & -2,2 & 0 \\ -2,2 & 13,6 & 24 \\ -5 & -6 & 0 \end{vmatrix} = 1804,8$$

Тогда $I_{k1} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 0,908 \text{ A}$; $I_{k2} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 2,319 \text{ A}$; $I_{k3} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 0,923 \text{ A}$.

Определяют токи в ветвях схемы:

$$I_1 = -I_{k1} = -0,908 \text{ A};$$

$$I_2 = I_{k2} = 2,319 \text{ A};$$

$$I_3 = I_{k1} - I_{k2} = 0,908 - 2,319 = -1,411 \text{ A};$$

$$I_4 = I_{k1} - I_{k3} = 0,908 - 0,923 = -0,015 \text{ A};$$

$$I_5 = I_{k2} - I_{k3} = 2,319 - 0,923 = 1,396 \text{ A};$$

$$I_6 = -I_{k3} = -0,923 \text{ A}.$$

Так как значения токов I_1 , I_3 , I_4 и I_6 получились отрицательными, это означает, что их истинные направления противоположны выбранным.

3. Производят расчет токов методом напряжения между двумя узлами. Предварительно преобразуют треугольник сопротивлений R_4 , R_5 , R_6 эквивалентной звездой с сопротивлениями:

$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{5 \cdot 6}{5 + 6 + 9} = 1,5 \text{ Ом};$$

$$R_{56} = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{6 \cdot 9}{5 + 6 + 9} = 2,7 \text{ Ом};$$

$$R_{46} = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{5 \cdot 9}{5 + 6 + 9} = 2,25 \text{ Ом}.$$

При этом схема цепи имеет вид (рис. 1.9).

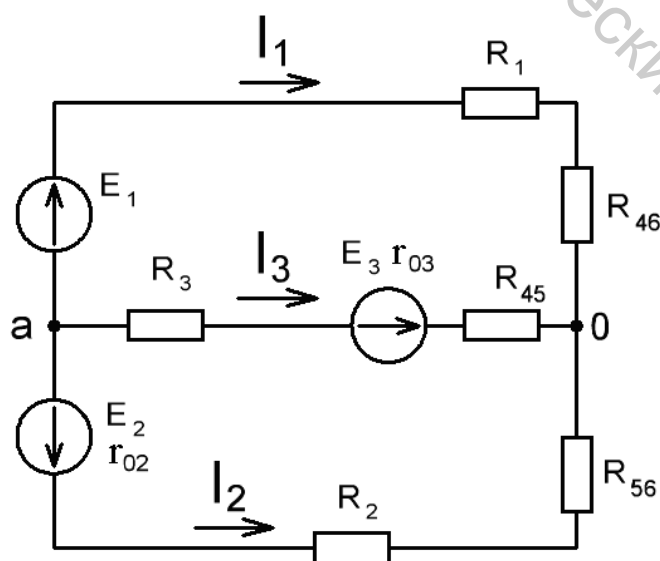


Рисунок 1.9 – Схема электрической цепи после преобразования

Упрощают схему, заменив участки цепи с последовательным соединением резисторов на эквивалентные:

$$R'_1 = R_1 + R_{46} = 3,5 + 2,25 = 5,75 \text{ Ом};$$

$$R'_2 = R_2 + r_{02} + R_{56} = 5 + 0,4 + 2,7 = 8,1 \text{ Ом};$$

$$R'_3 = R_3 + r_{03} + R_{45} = 1 + 1,2 + 1,5 = 3,7 \text{ Ом}.$$

При этом схема имеет вид (рис. 1.10).

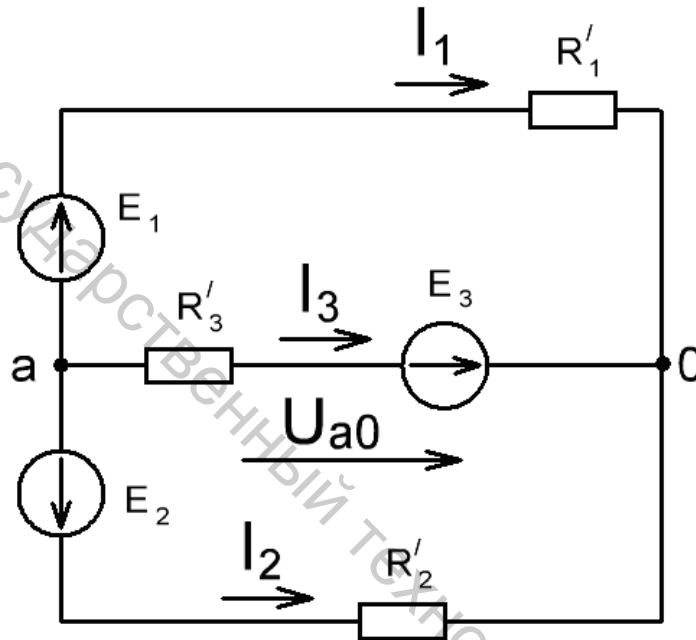


Рисунок 1.10 – Упрощенная схема электрической цепи

Определяют величину узлового напряжения

$$U_{a0} = \frac{-E_1 \cdot \frac{1}{R'_1} - E_2 \cdot \frac{1}{R'_2} - E_3 \cdot \frac{1}{R'_3}}{\frac{1}{R'_1} + \frac{1}{R'_2} + \frac{1}{R'_3}} = \frac{-12 \cdot \frac{1}{5,75} - 36 \cdot \frac{1}{8,1} - 12 \cdot \frac{1}{3,7}}{\frac{1}{5,75} + \frac{1}{8,1} + \frac{1}{3,7}} = -17,22 \text{ В}.$$

Токи в ветвях определяются из уравнений:

$$I_1 = \frac{E_1 + U_{a0}}{R'_1} = \frac{12 - 17,22}{5,75} = -0,908 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{E_2 + U_{a0}}{R'_2} = \frac{36 - 17,22}{8,1} = 2,319 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{E_3 + U_{a0}}{R_3'} = \frac{12 - 17,22}{3,7} = -1,411 \text{ A.}$$

Ток I_5 определяют из второго закона Кирхгофа:

$$\begin{aligned} I_5 &= \frac{E_2 - E_3 - I_2(R_2 + r_{02}) + I_3(R_3 + r_{03})}{R_5} = \\ &= \frac{36 - 12 - 2,319 \cdot (5 + 0,4) + (-1,411) \cdot (1 + 1,2)}{6} = 1,396 \text{ A.} \end{aligned}$$

Токи I_4, I_6 определяют по первому закону Кирхгофа:

$$I_4 = I_5 + I_3 = 1,396 + (-1,411) = -0,015 \text{ A};$$

$$I_6 = I_1 + I_4 = (-0,908) + (-0,015) = -0,923 \text{ A.}$$

4. Определяют показания вольтметра в схеме (рис. 1.8). По второму закону Кирхгофа

$$U_{bf} = E_1 + I_3 R_3 = 12 + (-1,411) \cdot 1 = 10,589 \text{ B.}$$

5) Составляют баланс мощности для схемы (рис. 1.8).

Мощность, потребляемая нагрузками цепи:

$$\begin{aligned} P_H &= I_1^2 R_1 + I_2^2 (R_2 + r_{02}) + I_3^2 (R_3 + r_{03}) + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 = \\ &= (-0,908)^2 \cdot 3,5 + 2,319^2 \cdot (5 + 0,4) + (-1,411)^2 \cdot (1 + 1,2) + (-0,015)^2 \cdot 5 + \\ &+ 1,396^2 \cdot 6 + (-0,923)^2 \cdot 9 = 55,667 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Мощность, отдаваемая источниками в цепь:

$$P_{II} = E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 = 12 \cdot (-0,908) + 36 \cdot 2,319 + 12 \cdot (-1,411) = 55,656 \text{ Вт}$$

Таким образом, $P_{II} \approx P_H$, что соответствует правильности расчета токов схемы.

Тема 2. Электрические цепи однофазного переменного тока

Теоретические сведения

Переменными называются токи, величина и направление которых изменяются во времени $i = f(t)$. Значение переменного тока в любой, произвольно взятый момент времени называется мгновенным. Обозначение мгновенных значений электротехнических величин: ЭДС – e ; напряжения – u , тока – i , мощности – p . Для мгновенных значений справедливы законы Ома и Кирхгофа:

$$i = \frac{u}{r}; \quad \sum i = 0; \quad \sum e = \sum ir.$$

Наибольшее распространение в практике получил переменный ток, изменяющийся по синусоидальному закону:

$$i = I_m \sin(\omega t \pm \psi),$$

где I_m – амплитудное (максимальное) значение тока;

ω – угловая частота тока, $\omega = 2\pi f$;

f – частота тока;

ψ – начальная фаза тока.

Действующие значения синусоидальных величин (показываемые большинством электроизмерительных приборов):

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}; \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

Если в цепь последовательно включены R , L , C , то полное сопротивление этой цепи

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2},$$

где R – активное сопротивление;

X_L – реактивное индуктивное сопротивление;

X_C – реактивное емкостное сопротивление.

Тогда закон Ома для цепи переменного тока

$$I = \frac{U}{Z}.$$

При включении в цепь реактивных элементов между напряжениями и токами возникает сдвиг фаз, что иллюстрируется векторными диаграммами.

При анализе задач по переменному току очень широко используется представление электротехнических величин в комплексной форме. При этом чаще используется их выражение для $t = 0$, следовательно, учитываются только начальные фазы. Тогда

$$\dot{E} = Ee^{j\psi_e}; \quad \dot{U} = Ue^{j\psi_u}; \quad \dot{I} = Ie^{j\psi_i},$$

где $E; U; I$ – действующие значения ЭДС, напряжения, тока;
 $\psi_e; \psi_u; \psi_i$ – их начальные фазы.

Полное сопротивление цепи в комплексной форме определяется выражением

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Z \cdot e^{j\varphi} = R + jX,$$

где R – активное сопротивление;

$X = X_L - X_C$ – реактивное сопротивление;

$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ – модуль комплексного полного сопротивления;

$\varphi = \psi_u - \psi_i = \arctg \frac{X}{R}$ – аргумент комплексного полного

сопротивления или угол сдвига фаз векторов напряжения и тока на комплексной плоскости.

Величина, обратная комплексному сопротивлению, есть комплексная проводимость

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} = g - jb = Y \cdot e^{-j\varphi},$$

где $g = \frac{R}{R^2 + X^2}$, $b = \frac{X}{R^2 + X^2}$ – активная и реактивная проводимости

соответственно;

$Y = \sqrt{g^2 + b^2}$ – модуль комплексной полной проводимости;

$\varphi = \psi_u - \psi_i = \arctg \frac{b}{g}$ – аргумент комплексной полной проводимости

или угол сдвига фаз векторов напряжения и тока на комплексной плоскости.

Полная мощность всей цепи или участка в комплексной форме определяется выражением

$$\underline{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}^* = S \cdot e^{j\varphi} = P + jQ,$$

где \dot{I}^* – комплексно-сопряженный ток;

$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$ – активная мощность всей цепи или участка;

$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = Q_L - Q_C$ – реактивная мощность всей цепи или участка;

$S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}$ – полная мощность всей цепи или участка.

Коэффициент мощности

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{R}{Z}.$$

Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме:

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{Z}; \quad \sum \dot{i} = 0; \quad \sum \dot{E} = \sum \dot{i}Z.$$

Основное достоинство метода комплексных чисел заключается в возможности использования для цепей переменного тока способов расчета линейных электрических цепей постоянного тока. Все фазовые соотношения между векторами напряжений и токов при использовании метода комплексных чисел также получаются в результате расчетов.

Содержание задания

Для электрической цепи, изображенной на рисунке 2.1, по заданным в таблице 2.1 параметрам выполнить следующее:

- начертить схему цепи в соответствии с условиями варианта;
- в комплексной форме рассчитать токи ветвей и неразветвленной части цепи; напряжения на отдельных элементах и участках цепи; активную, реактивную, полную мощности, баланс мощностей и коэффициент мощности;
- построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

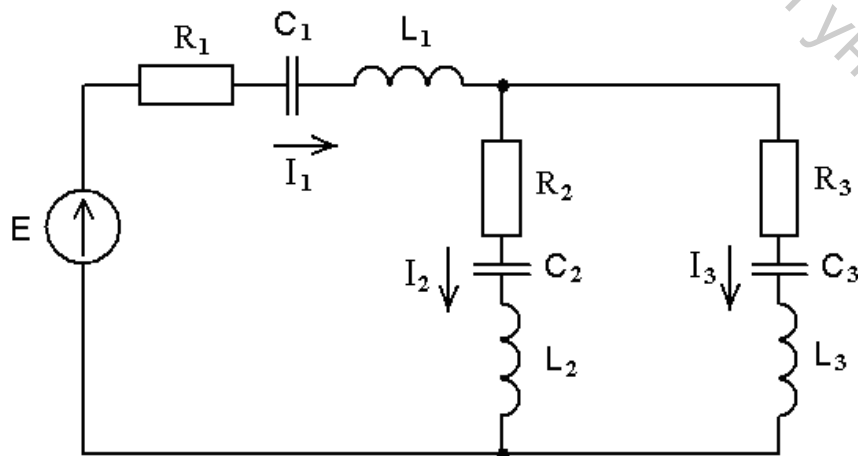


Рисунок 2.1 – Схема однофазной электрической цепи переменного тока

Таблица 2.1

Номер вари- анта	$E,$ B	$R_1,$ $Ом$	$R_2,$ $Ом$	$R_3,$ $Ом$	$C_1,$ $мкФ$	$C_2,$ $мкФ$	$C_3,$ $мкФ$	$L_1,$ $мГн$	$L_2,$ $мГн$	$L_3,$ $мГн$
1	180	8	16	-	637	-	200	15	95	-
2	150	12	4	24	-	100	318	-	48	16
3	175	-	14	36	200	-	159	15	32	-
4	100	20	15	-	318	-	159	-	95	95
5	125	-	8	22	159	159	318	32	16	-
6	140	15	10	36	100	318	-	-	95	16
7	150	16	12	16	318	-	159	16	-	32
8	220	18	24	-	100	159	637	-	32	64
9	210	-	16	12	200	-	100	48	32	-
10	190	30	-	8	318	637	-	95	48	-
11	185	14	18	10	-	240	300	32	48	-
12	130	-	12	6	159	-	159	95	32	-
13	135	24	14	14	300	637	-	-	95	115
14	215	8	10	18	159	-	318	95	-	95
15	80	18	24	-	200	318	-	48	32	-
16	90	30	20	6	100	-	637	95	-	32
17	165	15	-	16	-	200	159	-	48	95
18	145	-	25	8	-	318	200	48	95	-
19	120	16	15	4	637	200	159	32	-	16
20	115	22	8	12	318	200	-	-	16	95
21	185	10	14	10	200	-	318	-	32	48
22	95	6	18	-	-	637	159	32	48	-
23	100	12	6	14	637	159	-	95	-	32
24	150	20	30	16	-	637	318	16	-	95
25	200	15	-	18	200	300	318	32	95	32
26	175	8	22	20	300	-	637	-	16	95
27	145	14	10	8	637	200	-	-	32	16
28	125	16	20	6	318	-	318	64	-	95
29	190	18	15	10	637	100	-	-	48	64
30	200	6	-	18	-	637	100	48	95	48
31	150	8	-	10	100	318	-	95	-	64
32	180	4	6	10	-	300	200	32	48	-
33	155	12	18	12	300	637	-	-	95	16
34	130	10	14	8	159	-	300	16	-	48
35	185	-	10	15	200	300	-	95	-	95

Пример выполнения задания

Для электрической цепи, изображенной на рисунке 2.2, в комплексной форме рассчитать токи ветвей и неразветвленной части цепи; напряжения на участках цепи и отдельных элементах; активную, реактивную, полную мощности, баланс мощностей и коэффициент мощности; построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

Дано: $E = 220 \text{ В}$; $f = 50 \text{ Гц}$; $C_2 = 318 \text{ мкФ}$; $C_3 = 159 \text{ мкФ}$; $L_1 = 9,55 \text{ мГн}$; $L_3 = 95 \text{ мГн}$; $R_2 = 10 \text{ Ом}$; $R_3 = 40 \text{ Ом}$.

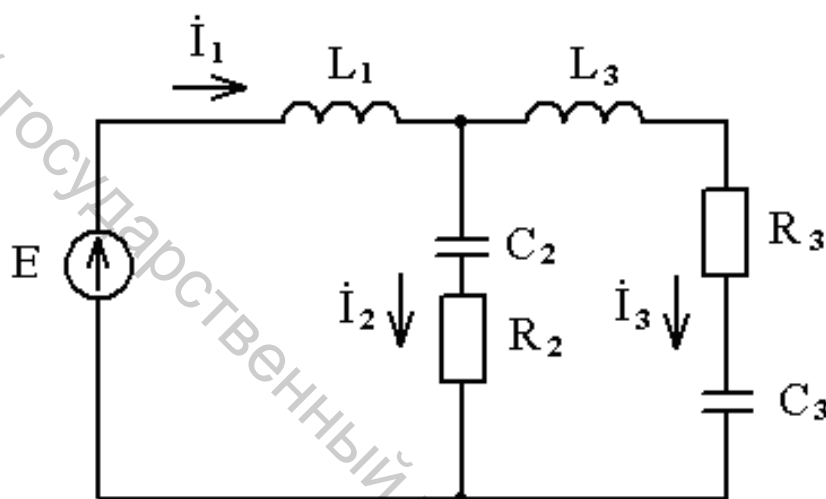


Рисунок 2.2 – Схема однофазной электрической цепи переменного тока

1. Рассчитывают угловую частоту:

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14159 \cdot 50 = 314,159 \text{ рад / с.}$$

2. Определяют сопротивления ветвей цепи в комплексной форме:

$$\underline{Z}_1 = jX_{L1} = j\omega L_1 = j314,159 \cdot 9,55 \cdot 10^{-3} = j3 = 3e^{j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_2 &= R_2 - jX_{C2} = R_2 - j \frac{1}{\omega C_2} = 10 - j \frac{1}{314,159 \cdot 318 \cdot 10^{-6}} = 10 - j10 = \\ &= 14,142e^{-j45^\circ} \text{ Ом}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_3 &= R_3 + jX_{L3} - jX_{C3} = R_3 + j\omega L_3 - j \frac{1}{\omega C_3} = 40 + j314,159 \cdot 95 \cdot 10^{-3} - \\ &- j \frac{1}{314,159 \cdot 159 \cdot 10^{-6}} = 40 + j29,845 - j20,02 = 40 + j9,825 = \\ &= 41,189e^{j13,18^\circ} \text{ Ом}. \end{aligned}$$

3. Определяют полное комплексное сопротивление цепи:

$$\begin{aligned}\underline{Z} &= \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = j3 + \frac{14,124e^{-j45^\circ} \cdot 41,189e^{j13,18^\circ}}{10 - j10 + 40 + j9,825} = \\ &= j3 + \frac{582,495e^{-j31,2^\circ}}{50 - j0,175} = j3 + \frac{582,495e^{-j31,2^\circ}}{50e^{-j0,2^\circ}} = j3 + 11,65e^{-j31^\circ} = \\ &= j3 + 9,986 - j6 = 9,986 - j3 = 10,427e^{-j16,72^\circ} \text{ Ом.}\end{aligned}$$

4. Определяют ток в неразветвленной части цепи:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{\underline{Z}} = \frac{220}{10,427e^{-j16,72^\circ}} = 21,099e^{j16,72^\circ} \text{ А.}$$

5. Определяют напряжение на параллельном участке:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{23} &= \dot{U} - \dot{U}_1 = \dot{E} - \dot{I}_1 \underline{Z}_1 = 220 - 21,099e^{j16,72^\circ} \cdot 3e^{j90^\circ} = \\ &= 220 - 63,297e^{j106,72^\circ} = 220 + 18,21 - j60,621 = 238,21 - j60,621 = \\ &= 245,803e^{-j14,28^\circ} \text{ В.}\end{aligned}$$

6. Определяют токи в ветвях цепи:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z}_2} = \frac{245,803e^{-j14,28^\circ}}{14,142e^{-j45^\circ}} = 17,381e^{j30,72^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z}_3} = \frac{245,803e^{-j14,28^\circ}}{41,189e^{j13,8^\circ}} = 5,968e^{-j28,08^\circ} \text{ А.}$$

7. Определяют напряжения на отдельных элементах цепи:

$$\dot{U}_{R2} = \dot{I}_2 \cdot R_2 = 17,381e^{j30,72^\circ} \cdot 10 = 173,81e^{j30,72^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{R3} = \dot{I}_3 \cdot R_3 = 5,968e^{-j28,08^\circ} \cdot 40 = 238,72e^{-j28,08^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{L1} = \dot{I}_1 \cdot jX_{L1} = 21,099e^{j16,72^\circ} \cdot 3e^{j90^\circ} = 63,297e^{j106,72^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{C2} = \dot{I}_2(-jX_{C2}) = 17,381e^{j30,72^\circ} \cdot 10e^{-j90^\circ} = 173,81e^{-j59,28^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{L3} = \dot{I}_3 \cdot jX_{L3} = 5,968e^{-j28,08^\circ} \cdot 29,845e^{j90^\circ} = 178,115e^{j61,92^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{C3} = \dot{I}_3(-jX_{C3}) = 5,968e^{-j28,08^\circ} \cdot 20,02e^{-j90^\circ} = 119,479e^{-j118,08^\circ} \text{ В}.$$

8. Составляют баланс активной и реактивной мощностей:

Определяют полную мощность цепи:

$$\underline{S} = \dot{E}\dot{I}_1^* = 220 \cdot 21,099e^{-j16,72^\circ} = 4641,78e^{-j16,72^\circ} = 4445,535 - j1335,416 \text{ ВА}.$$

Таким образом,

$$\underline{S} = P + jQ = 4445,535 - j1335,416 \text{ ВА},$$

где P – активная мощность цепи; $P = 4445,535 \text{ Вт}$,

Q – реактивная мощность цепи; $Q = -1335,416 \text{ ВАр}$.

Находят активные мощности ветвей цепи:

$$P_1 = I_1^2 \cdot R_1 = 21,099^2 \cdot 0 = 0 \text{ Вт};$$

$$P_2 = I_2^2 \cdot R_2 = 17,381^2 \cdot 10 = 3020,992 \text{ Вт};$$

$$P_3 = I_3^2 \cdot R_3 = 5,968^2 \cdot 40 = 1424,681 \text{ Вт}.$$

$$\text{Тогда } P = P_1 + P_2 + P_3 = 0 + 3020,992 + 1424,681 = 4445,673 \text{ Вт}.$$

Сравнивая полученное значение P со значением P в формуле полной мощности S , делают вывод, что баланс активных мощностей сходится (с относительной погрешностью 0,003 %).

Находят реактивные мощности ветвей цепи:

$$Q_{L1} = I_1^2 \cdot X_{L1} = 21,099^2 \cdot 3 = 1335,503 \text{ ВАр};$$

$$Q_{C2} = I_2^2 \cdot X_{C2} = 17,381^2 \cdot 10 = 3020,992 \text{ ВАр};$$

$$Q_{L3} = I_3^2 \cdot X_{L3} = 5,968^2 \cdot 29,845 = 1062,99 \text{ ВАр};$$

$$Q_{C3} = I_3^2 \cdot X_{C3} = 5,968^2 \cdot 20,02 = 713,053 \text{ ВАр}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} Q &= Q_{L1} - Q_{C2} + Q_{L3} - Q_{C3} = 1335,503 - 3020,992 + 1062,99 - 713,053 = \\ &= -1335,552 \text{ ВАр}. \end{aligned}$$

Сравнивая полученное значение Q со значением Q в формуле полной мощности S , делают вывод, что баланс реактивных мощностей сходится (с относительной погрешностью 0,01 %).

9. Строят в масштабе на комплексной плоскости векторную диаграмму токов и напряжений.

Из начала координат комплексной плоскости в масштабе ($M_I = 10 \text{ A/cm}$; $M_U = 40 \text{ V/cm}$) откладывают векторы токов, напряжений и ЭДС источника в соответствии с расчетными значениями, при этом положительные фазовые углы отсчитывают от оси «+1» против часовой стрелки, а отрицательные – по часовой стрелке (рис. 2.3).

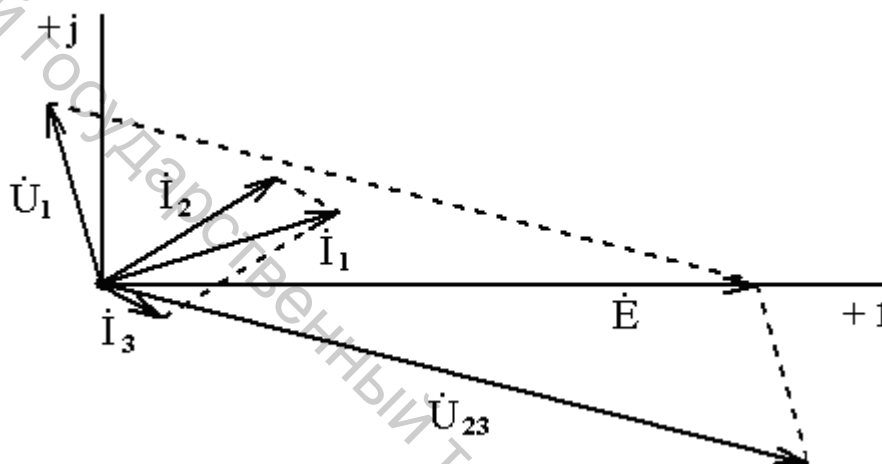


Рисунок 2.3 – Векторная диаграмма токов и напряжений

Тема 3. Электрические цепи трехфазного переменного тока

Теоретические сведения

При расчете трехфазных цепей необходимо учитывать, что фазные и линейные напряжения генератора не зависят от нагрузки, равны по величине и векторы их сдвинуты относительно друг друга на угол 120° .

Напряжения на фазах нагрузки зависят от схемы соединения. В случае соединения фаз звездой и наличия нулевого провода (или при отсутствии нулевого провода, но симметричной нагрузке) фазные напряжения на нагрузках равны соответствующим фазным напряжениям генератора. При этом $U_n = \sqrt{3}U_\phi$. При отсутствии нулевого провода и несимметричной нагрузке фазные напряжения на нагрузке отличаются от фазных напряжений генератора и определяются по формулам

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{00'};$$

$$\dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{00'};$$

$$\dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{00'},$$

где $\dot{U}_{00'}$ – напряжение между узлами 0 и 0', определяемое выражением

$$\dot{U}_{00'} = \frac{\dot{U}_A \cdot \underline{Y}_a + \dot{U}_B \cdot \underline{Y}_b + \dot{U}_C \cdot \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c},$$

где $\underline{Y}_a, \underline{Y}_b, \underline{Y}_c$ – полные проводимости фаз в комплексной форме.

При соединении фаз треугольником нагрузки включаются между линейными проводами и поэтому $U_{л} = U_{ф}$.

Фазные токи независимо от схемы соединения определяются по закону Ома для каждой фазы:

$$\dot{i}_{\phi} = \frac{\dot{U}_{\phi}}{\underline{Z}_{\phi}}.$$

При этом в случае соединения фаз звездой и наличия нулевого провода линейные токи $I_{л} = I_{\phi}$, а ток в нулевом проводе $\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$.

Линейные токи при соединении нагрузок треугольником определяются с использованием первого закона Кирхгофа.

Активная и реактивная мощности рассчитываются для каждой фазы в отдельности. Активная мощность трехфазного приемника равна арифметической сумме фазных, а реактивная определяется алгебраической суммой фазных мощностей.

Содержание задания

Для электрических цепей, изображенных на рисунках 3.1 и 3.2, по заданным в таблице 3.1 параметрам выполнить следующее:

- начертить схему цепи в соответствии с условиями варианта;
- в комплексной форме рассчитать фазные и линейные токи;
- определить активную, реактивную и полную мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом;
- построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

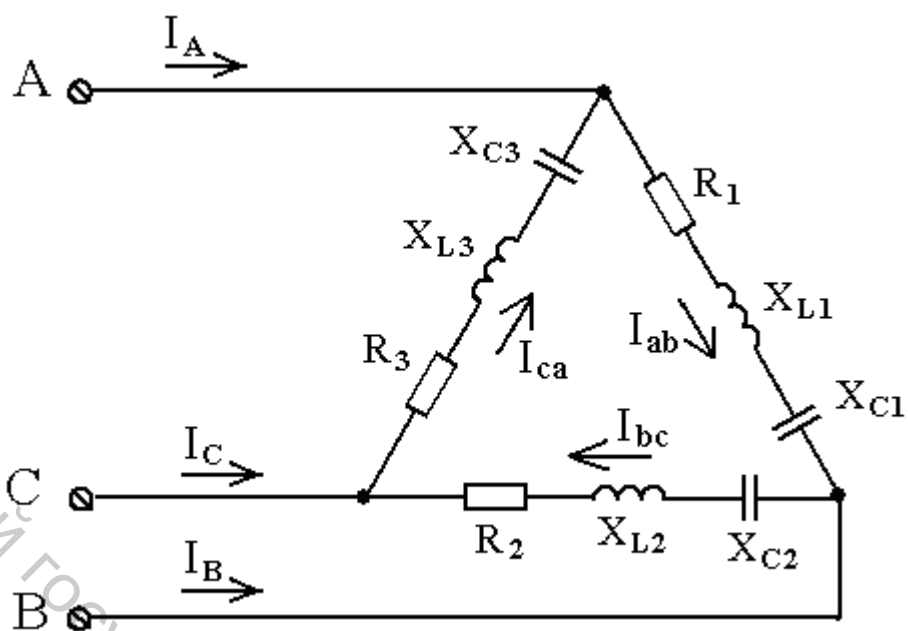


Рисунок 3.1 – Схема трехфазной электрической цепи, соединенной треугольником

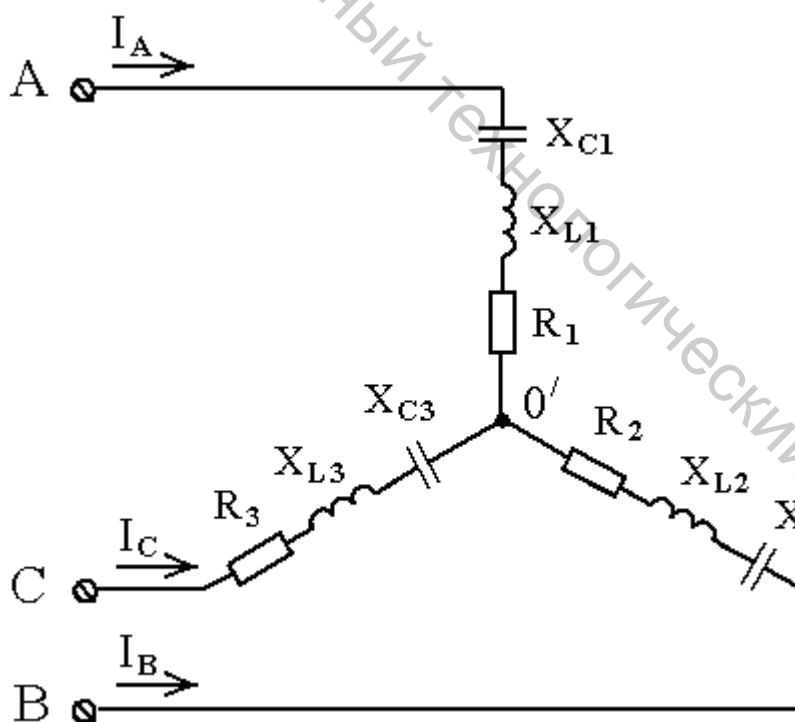


Рисунок 3.2 – Схема трехфазной трехпроводной электрической цепи, соединенной звездой

Таблица 3.1

Номер вари- анта	$U_{л},$ B	$R_1,$ $Ом$	$R_2,$ $Ом$	$R_3,$ $Ом$	$X_{L1},$ $Ом$	$X_{L2},$ $Ом$	$X_{L3},$ $Ом$	$X_{C1},$ $Ом$	$X_{C2},$ $Ом$	$X_{C3},$ $Ом$
1	380	20	18	25	40	45	-	-	-	40
2	220	15	22	18	-	30	24	20	-	-
3	127	8	12	10	-	12	-	-	-	15
4	127	14	8	12	12	-	16	-	10	-
5	380	22	18	16	11	-	-	-	15	12
6	220	30	20	25	-	14	22	15	-	-
7	220	18	16	14	-	-	12	15	18	-
8	127	10	-	14	8	-	-	-	15	18
9	190	-	10	8	18	18	-	-	-	12
10	240	24	14	-	-	6	18	18	-	-
11	200	16	15	22	12	-	-	-	10	22
12	380	12	24	18	-	-	24	16	14	-
13	350	30	22	26	25	16	-	-	-	14
14	340	28	32	-	-	24	-	22	-	35
15	260	14	28	40	12	-	18	-	30	-
16	250	22	30	35	-	20	-	16	-	25
17	150	8	12	5	6	-	-	-	16	5
18	180	10	14	15	-	12	14	5	-	-
19	230	18	-	12	14	22	-	-	-	14
20	220	13	18	16	-	-	12	17	14	-
21	127	7	11	14	9	8	-	-	-	10
22	170	17	8	10	-	6	8	15	-	-
23	240	24	20	18	16	16	-	-	-	24
24	350	32	38	40	-	-	16	24	26	-
25	340	40	35	45	35	30	-	-	-	35
26	300	26	22	14	-	18	-	16	-	28
27	280	16	12	10	14	-	14	-	18	-
28	175	8	10	-	6	-	-	-	12	16
29	220	6	8	12	5	10	8	-	-	-
30	380	22	18	20	-	14	-	-	-	12
31	220	-	35	12	15	22	-	-	-	35
32	380	25	10	15	-	-	12	30	25	-
33	220	15	20	14	20	7	-	-	-	15
34	175	25	14	10	-	10	18	8	-	-
35	350	30	20	10	14	8	-	-	-	24

Пример выполнения задания

Для электрических цепей, изображенных на рисунках 3.3 и 3.5, в комплексной форме рассчитать фазные и линейные токи; активную, реактивную и полную мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом; построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

Пример 1. Дано: $U_{\text{л}} = 127 \text{ В}$; $R_{ab} = 8 \text{ Ом}$; $R_{bc} = 8 \text{ Ом}$; $R_{ca} = 8 \text{ Ом}$; $X_{ab} = 6 \text{ Ом}$; $X_{bc} = 6 \text{ Ом}$; $X_{ca} = 6 \text{ Ом}$.

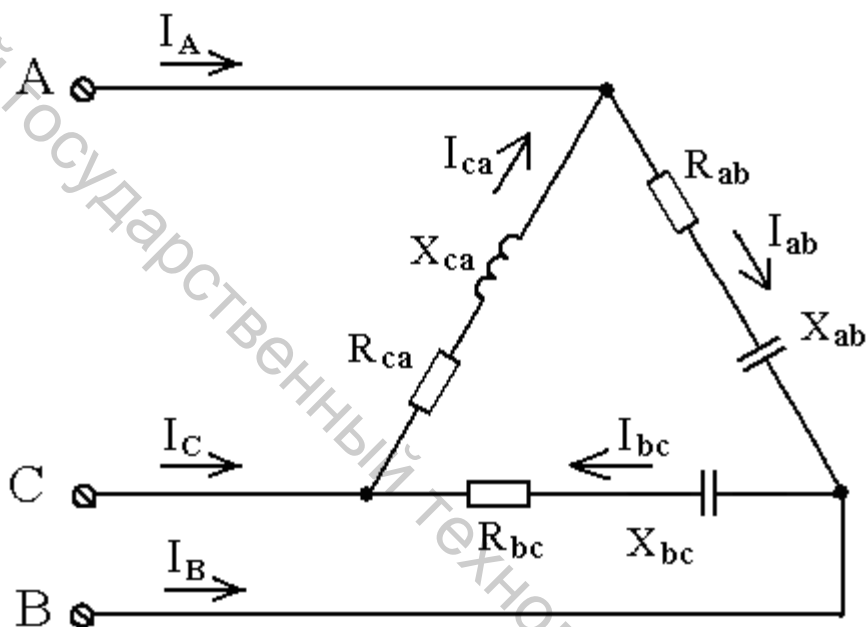


Рисунок 3.3 – Схема трехфазной электрической цепи, соединенной треугольником

1. Рассчитывают полные сопротивления фаз приемника:

$$\underline{Z}_{ab} = R_{ab} + jX_{ab} = 8 + j6 = 10e^{j36,87^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{bc} = R_{bc} - jX_{bc} = 8 - j6 = 10e^{-j36,87^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{ca} = R_{ca} - jX_{ca} = 8 - j6 = 10e^{-j36,87^\circ} \text{ Ом}.$$

2. Принимают, что вектор линейного напряжения \dot{U}_{AB} направлен по оси действительных чисел комплексной плоскости. Тогда фазные (линейные) напряжения

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{ab} = 127 \text{ В}; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_{bc} = 127e^{-j120^\circ} \text{ В}, \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_{ca} = 127e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

3. Находят фазные токи:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{127}{10e^{j36,87^\circ}} = 12,7e^{-j36,87^\circ} = 10,16 - j7,62 \text{ A};$$

$$\dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}} = \frac{127e^{-j120^\circ}}{10e^{-j36,87^\circ}} = 12,7e^{-j83,13^\circ} = 1,519 - j12,609 \text{ A};$$

$$\dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}} = \frac{127e^{j120^\circ}}{10e^{-j36,87^\circ}} = 12,7e^{j156,87^\circ} = -11,679 + j4,989 \text{ A}.$$

4. Находят линейные токи:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = 10,16 - j7,62 + 11,679 - j4,989 = 21,839 - j12,609 = \\ &= 25,218e^{-j30^\circ} \text{ A}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_B &= \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = 1,519 - j12,609 - 10,16 + j7,62 = -8,641 - j4,989 = \\ &= 9,978e^{-j150^\circ} \text{ A}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_C &= \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = -11,679 + j4,989 - 1,519 + j12,609 = -13,198 + j17,598 = \\ &= 21,997e^{j126,87^\circ} \text{ A}. \end{aligned}$$

5. Определяют активные мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом:

$$P_{ab} = I_{ab}^2 \cdot R_{ab} = 12,7^2 \cdot 8 = 1290,32 \text{ Вт};$$

$$P_{bc} = I_{bc}^2 \cdot R_{bc} = 12,7^2 \cdot 8 = 1290,32 \text{ Вт};$$

$$P_{ca} = I_{ca}^2 \cdot R_{ca} = 12,7^2 \cdot 8 = 1290,32 \text{ Вт};$$

$$P = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = 1290,32 + 1290,32 + 1290,32 = 3870,96 \text{ Вт}.$$

6. Определяют реактивные мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом:

$$Q_{ab} = I_{ab}^2 \cdot X_{ab} = 12,7^2 \cdot 6 = 967,74 \text{ ВАр};$$

$$Q_{bc} = I_{bc}^2 \cdot X_{bc} = 12,7^2 \cdot 6 = 967,74 \text{ ВАр};$$

$$Q_{ca} = I_{ca}^2 \cdot X_{ca} = 12,7^2 \cdot 6 = 967,74 \text{ ВАр};$$

$$Q = Q_{ab} - Q_{bc} - Q_{ca} = 967,74 - 967,74 - 967,74 = -967,74 \text{ ВАр}.$$

7. Определяют полные мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом:

$$\underline{S}_{ab} = P_{ab} + jQ_{ab} = 1290,32 + j967,74 = 1612,9e^{j36,87^\circ} \text{ ВА};$$

$$\underline{S}_{bc} = P_{bc} - jQ_{bc} = 1290,32 - j967,74 = 1612,9e^{-j36,87^\circ} \text{ ВА};$$

$$\underline{S}_{ca} = P_{ca} - jQ_{ca} = 1290,32 - j967,74 = 1612,9e^{-j36,87^\circ} \text{ ВА};$$

$$\underline{S} = \underline{S}_{ab} + \underline{S}_{bc} + \underline{S}_{ca} = 1290,32 + j967,74 + 1290,32 - j967,74 + 1290,32 - j967,74 = 3870,96 - j967,74 = 3990,094e^{-j14,04^\circ} \text{ ВА}.$$

8. Строят в масштабе на комплексной плоскости векторную диаграмму токов и напряжений.

В соответствии с расчетными значениями из начала координат комплексной плоскости в масштабе ($M_U = 30 \text{ В/см}$) откладывают вектор напряжения \dot{U}_{AB} . Затем откладывают векторы \dot{U}_{BC} и \dot{U}_{CA} , строя треугольник векторов напряжений. Векторы фазных токов в масштабе ($M_I = 10 \text{ А/см}$) откладывают из начал векторов соответствующих фазных напряжений, векторы линейных токов – в соответствии с первым законом Кирхгофа из начал векторов соответствующих фазных токов. При этом положительные фазовые углы отсчитывают от оси «+1» против часовой стрелки, а отрицательные – по часовой стрелке (рис. 3.4).

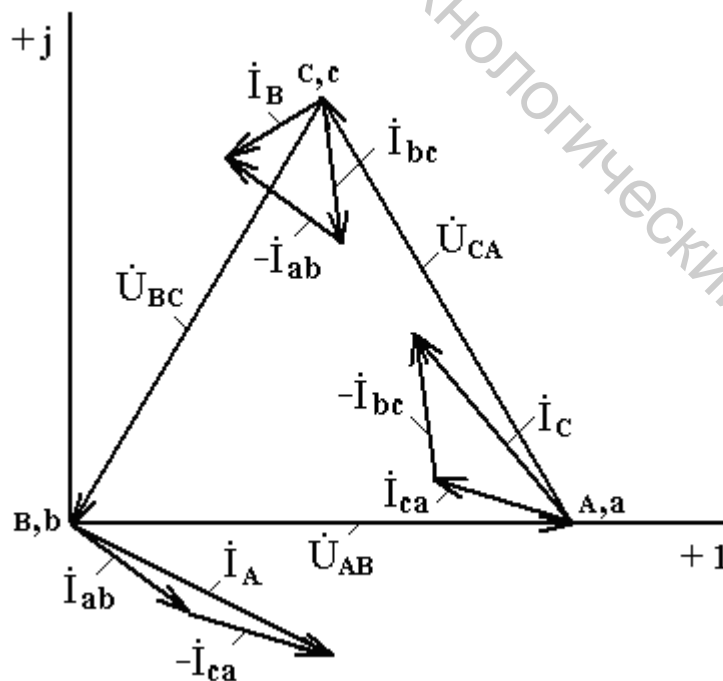


Рисунок 3.4 – Векторная диаграмма токов и напряжений

Пример 2. Дано: $U_{л} = 220 \text{ В}$; $R_b = 3 \text{ Ом}$; $X_a = 15 \text{ Ом}$; $X_c = 10 \text{ Ом}$.

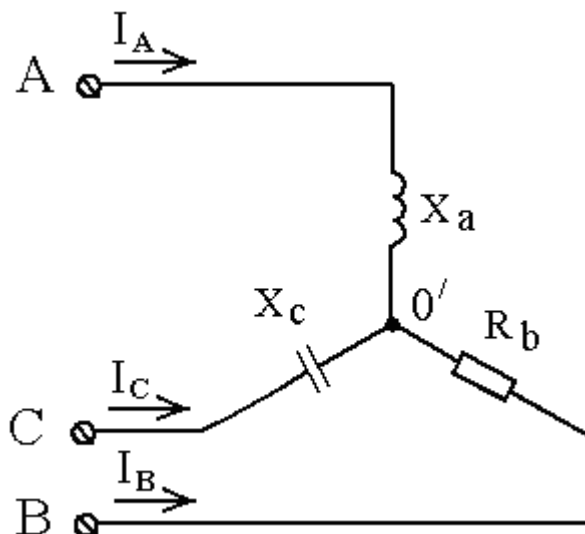


Рисунок 3.5 – Схема трехфазной трехпроводной электрической цепи, соединенной звездой

1. Рассчитывают полные сопротивления фаз приемника:

$$\underline{Z}_a = jX_a = j15 = 15e^{j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_b = R_b = 3 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_c = -jX_c = -j10 = 10e^{-j90^\circ} \text{ Ом}.$$

2. Рассчитывают полные проводимости фаз приемника:

$$\underline{Y}_a = \frac{1}{\underline{Z}_a} = \frac{1}{15e^{j90^\circ}} = 0,0667e^{-j90^\circ} = -j0,0667 \text{ См};$$

$$\underline{Y}_b = \frac{1}{\underline{Z}_b} = \frac{1}{3} = 0,333 \text{ См};$$

$$\underline{Y}_c = \frac{1}{\underline{Z}_c} = \frac{1}{10e^{-j90^\circ}} = 0,1e^{j90^\circ} = j0,1 \text{ См}.$$

3. Принимают, что вектор фазного напряжения генератора \dot{U}_A направлен по оси действительных чисел комплексной плоскости. Тогда фазные напряжения генератора

$$\dot{U}_A = \frac{U_{л}}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127,017 \text{ В};$$

$$\dot{U}_B = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} e^{-j120^\circ} = \frac{220}{\sqrt{3}} e^{-j120^\circ} = 127,017 e^{-j120^\circ} = (-63,509 - j110) \text{ В};$$

$$\dot{U}_C = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} e^{j120^\circ} = \frac{220}{\sqrt{3}} e^{j120^\circ} = 127,017 e^{j120^\circ} = (-63,509 + j110) \text{ В}.$$

4. Определяют напряжение между нейтральными точками приемника и генератора:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{00'} &= \frac{\dot{U}_A \cdot \underline{Y}_a + \dot{U}_B \cdot \underline{Y}_b + \dot{U}_C \cdot \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c} = \\ &= \frac{127,017 \cdot 0,0667 e^{-j90^\circ} + 127,017 e^{-j120^\circ} \cdot 0,333 + 127,017 e^{j120^\circ} \cdot 0,1 e^{j90^\circ}}{-j0,0667 + 0,333 + j0,1} = \\ &= \frac{8,472 e^{-j90^\circ} + 42,297 e^{-j120^\circ} + 12,702 e^{j210^\circ}}{0,333 + j0,0333} = \\ &= \frac{-j8,472 - 21,149 - j36,63 - 11 - j6,351}{0,335 e^{j5,71^\circ}} = \\ &= \frac{-32,149 - j51,453}{0,335 e^{j5,71^\circ}} = \frac{60,671 e^{-j122^\circ}}{0,335 e^{j5,71^\circ}} = 181,107 e^{-j127,71^\circ} = -110,777 - j143,277 \text{ В}. \end{aligned}$$

5) Определяют фазные напряжения приемника:

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= \dot{U}_A - \dot{U}_{00'} = 127,017 - (-110,777 - j143,277) = 237,794 + j143,277 = \\ &= 277,623 e^{j31,07^\circ} \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_b &= \dot{U}_B - \dot{U}_{00'} = -63,509 - j110 - (-110,777 - j143,277) = \\ &= 47,268 + j33,277 = 57,807 e^{j35,15^\circ} \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_c &= \dot{U}_C - \dot{U}_{00'} = -63,509 + j110 - (-110,777 - j143,277) = \\ &= 47,268 + j253,277 = 257,65 e^{j79,43^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

6. Находят фазные токи (для соединения звездой они же являются линейными):

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{277,623e^{j31,07^\circ}}{15e^{j90^\circ}} = 18,508e^{-j58,93^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_b}{\underline{Z}_b} = \frac{57,807e^{j35,15^\circ}}{3} = 19,269e^{j35,15^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_c}{\underline{Z}_c} = \frac{257,65e^{j79,43^\circ}}{10e^{-j90^\circ}} = 25,765e^{j169,43^\circ} \text{ A}.$$

7. Определяют активные мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом:

$$P_a = I_A^2 \cdot R_a = 18,508^2 \cdot 0 = 0 \text{ Вт};$$

$$P_b = I_B^2 \cdot R_b = 19,269^2 \cdot 3 = 1113,883 \text{ Вт};$$

$$P_c = I_C^2 \cdot R_c = 25,765^2 \cdot 0 = 0 \text{ Вт};$$

$$P = P_a + P_b + P_c = 0 + 1113,883 + 0 = 1113,883 \text{ Вт}.$$

8. Определяют реактивные мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом:

$$Q_a = I_A^2 \cdot X_a = 18,508^2 \cdot 15 = 5138,191 \text{ ВАр};$$

$$Q_b = I_B^2 \cdot X_b = 19,269^2 \cdot 0 = 0 \text{ ВАр};$$

$$Q_c = I_C^2 \cdot X_c = 25,765^2 \cdot 10 = 6638,352 \text{ ВАр};$$

$$Q = Q_a + Q_b - Q_c = 5138,191 + 0 - 6638,352 = -1500,161 \text{ ВАр}.$$

9. Определяют полные мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом:

$$\underline{S}_a = P_a + jQ_a = 0 + j5138,191 = 5138,191e^{j90^\circ} \text{ ВА};$$

$$\underline{S}_b = P_b + jQ_b = 1113,883 + j0 = 1113,883 \text{ ВА};$$

$$\underline{S}_c = P_c - jQ_c = 0 - j6638,352 = 6638,352e^{-j90^\circ} \text{ ВА};$$

$$\underline{S} = \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = 0 + j5138,191 + 1113,883 + j0 + 0 -$$

$$- j6638,352 = 1113,883 - j1500,161 = 1868,48e^{-j53,41^\circ} \text{ ВА}.$$

10. Строят в масштабе на комплексной плоскости векторную диаграмму токов и напряжений.

В соответствии с расчетными значениями из начала координат комплексной плоскости в масштабе ($M_U = 30 \text{ В/см}$) откладывают векторы фазных напряжений генератора \dot{U}_A , \dot{U}_B и \dot{U}_C , затем, соединяя их концы, – векторы линейных напряжений \dot{U}_{AB} , \dot{U}_{BC} и \dot{U}_{CA} . Также из начала координат комплексной плоскости откладывают вектор напряжения между нейтральными точками приемника и генератора $\dot{U}_{00'}$. Из конца данного вектора откладывают векторы фазных напряжений приемника \dot{U}_a , \dot{U}_b , \dot{U}_c и в масштабе ($M_I = 10 \text{ А/см}$) векторы фазных (линейных) токов. При этом положительные фазовые углы отсчитывают от оси «+1» против часовой стрелки, а отрицательные – по часовой стрелке (рис. 3.6).

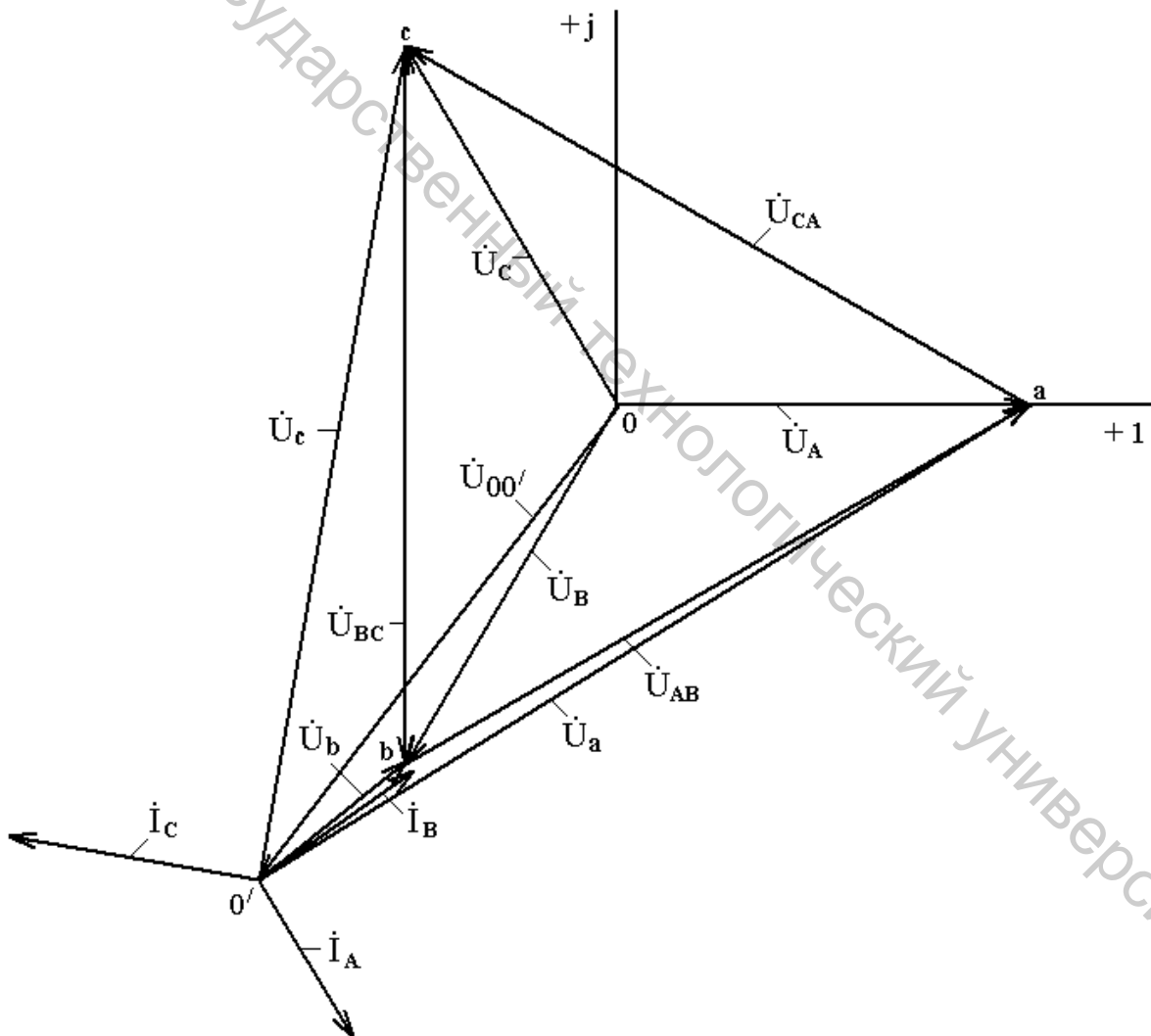


Рисунок 3.6 – Векторная диаграмма токов и напряжений

Тема 4. Трансформаторы

Теоретические сведения

Трансформатор – статический электромагнитный аппарат, предназначенный для преобразования посредством магнитного поля электрической энергии переменного тока одного напряжения в электрическую энергию другого напряжения при одной и той же частоте.

Одним из наиболее важных параметров трансформатора является коэффициент трансформации:

$$K = \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{U_{1x}}{U_{2x}}.$$

Под номинальной мощностью трансформатора понимают его полную мощность S_n в номинальном режиме:

$$S_n = I_{1n} \cdot U_{1n} = I_{2n} \cdot U_{2n}.$$

Для трехфазного трансформатора

$$S_n = \sqrt{3} I_{1n} \cdot U_{1n}.$$

Для упрощения расчетов электрических цепей параметры вторичной обмотки приводят к параметрам первичной:

$$U_2' = kU_2; I_2' = \frac{1}{k} I_2; r_2' = k^2 r_2; x_2' = k^2 x_2; Z_n' = k^2 Z_n.$$

Из опыта холостого хода трансформатора определяют параметры намагничивающей цепи:

$$Z_0 = \frac{U_{1n}}{I_0}; r_0 = \frac{P_0}{I_0^2}; x_0 = \sqrt{Z_0^2 - r_0^2}; \cos \varphi_0 = \frac{r_0}{Z_0},$$

где P_0 – мощность, потребляемая трансформатором в режиме холостого хода (мощность магнитных потерь).

Из опыта короткого замыкания определяют параметры схемы замещения трансформатора:

$$Z_{\kappa} = \frac{U_{1\kappa}}{I_{1H}}; r_{\kappa} = \frac{P_{\kappa}}{I_{1H}^2}; x_{\kappa} = \sqrt{Z_{\kappa}^2 - r_{\kappa}^2}; \cos\varphi_{\kappa} = \frac{r_{\kappa}}{Z_{\kappa}},$$

где P_{κ} – мощность электрических потерь в обмотках трансформатора в номинальном режиме.

КПД трансформатора определяют по формуле

$$\eta = \frac{\beta S_n \cos\varphi_2}{\beta S_n \cos\varphi_2 + \beta^2 P_{\kappa} + P_0}, \quad (4.1)$$

где β – коэффициент загрузки трансформатора

$$\beta = \frac{I_2}{I_{2H}} = \frac{I_1}{I_{1H}}.$$

Содержание задания

Для трехфазного трансформатора с соединением обмоток $Y/Y_0 - 0$, параметры которого приведены в таблице 4.1, выполнить следующее:

- определить коэффициент мощности холостого хода $\cos\varphi_0$;
- сопротивления первичной и вторичной обмоток R_1, X_{d1}, R_2, X_{d2} ;
- сопротивления намагничивающей цепи Z_0, R_0, X_0 ; угол магнитных потерь δ ;
- построить внешнюю характеристику $U_2(\beta)$ и зависимость КПД от коэффициента загрузки $\eta(\beta)$ для $\cos\varphi_2 = 0,75$;
- определить, при какой нагрузке трансформатор имеет максимальный КПД;
- изобразить Т-образную схему замещения трансформатора.

Таблица 4.1

Номер варианта	$S_n, \text{кВА}$	$U_n, \text{кВ}$	$U_{20}, \text{В}$	$u_{\kappa}, \%$	$P_{\kappa}, \text{Вт}$	$P_0, \text{Вт}$	$i_0, \%$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	200	2	180	4,5	1800	210	9,5
2	150	6	220	4,8	1500	190	4,8
3	80	10	120	4,0	1750	185	3,2
4	140	20	80	4,2	1000	130	9,5
5	220	35	180	4,6	1250	135	2,6
6	300	10	200	4,5	1400	215	9,5
7	180	20	160	4,4	1500	80	2,8-

Окончание таблицы 4.1

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
8	100	35	400	4,4	2200	90	3,2
9	190	2	100	4,7	2100	180	3,2
10	240	6	140	5,0	1900	150	4,8
11	200	10	150	4,2	1850	175	4,8
12	380	20	240	4,8	1300	100	3,2
13	350	35	220	4,6	1350	125	9,5
14	340	10	320	5,0	2150	140	3,5
15	260	20	280	4,0	1800	150	3,2
16	250	35	300	4,5	1900	220	4,7
17	150	2	120	5,0	1650	210	4,8
18	180	6	140	4,5	1450	190	9,5
19	230	10	400	4,2	1200	185	5,2
20	220	2	180	4,6	1150	130	4,6
21	127	6	110	4,4	1850	135	3,2
22	170	20	80	4,0	1950	215	4,8
23	240	35	200	4,8	1000	80	2,6
24	350	2	380	4,0	1500	90	3,5
25	340	20	350	4,5	2000	165	9,5
26	300	10	220	4,4	1750	145	2,6
27	280	20	120	4,0	1450	120	3,2
28	175	35	100	5,0	1250	115	5,2
29	220	2	80	4,2	1900	185	4,8
30	380	6	180	4,0	2000	95	9,5
31	220	2	350	4,2	1500	100	4,6
32	380	6	100	4,5	1800	150	4,8
33	220	20	200	4,4	1550	200	9,5
34	175	35	140	4,0	1300	175	7,4
35	350	2	200	4,0	1850	145	5,5

Пример выполнения задания

Для трехфазного трансформатора с соединением обмоток Y/Y_0 определить коэффициент мощности холостого хода, сопротивления первичной и вторичной обмоток, сопротивления намагничивающей цепи и угол магнитных потерь; построить внешнюю характеристику и зависимость КПД от коэффициента загрузки для $\cos\varphi_2 = 0,75$; определить, при какой нагрузке трансформатор имеет максимальный КПД, изобразить T-образную схему замещения.

Дано: $S_n = 630 \text{ кВА}$; $U_{1н} = 3000 \text{ В}$; $U_{20} = 400 \text{ В}$; $u_k = 5 \%$; $P_k = 7600 \text{ Вт}$;
 $P_0 = 1680 \text{ Вт}$; $i_0 = 3,2 \%$; $\beta = 0,8$; $\cos \varphi_2 = 0,75$.

1. Определяют номинальный ток первичной обмотки:

$$I_{1н} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{1н}} = \frac{630000}{\sqrt{3} \cdot 3000} = 121,244 \text{ А}$$

2. Определяют ток холостого хода и $\cos \varphi_0$:

$$I_0 = \frac{i_0}{100} I_{1н} = \frac{3,2}{100} \cdot 121,244 = 3,88 \text{ А}$$

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} \cdot U_{1н} \cdot I_0} = \frac{1680}{\sqrt{3} \cdot 3000 \cdot 3,88} = 0,083$$

Тогда $\varphi_0 = 85,24^\circ$, а угол магнитных потерь:

$$\delta = 90^\circ - \varphi_0 = 90^\circ - 85,24^\circ = 4,76^\circ$$

3. Определяют сопротивления обмоток:

- сопротивления короткого замыкания

$$Z_k = \frac{U_{кф}}{I_{кф}} = \frac{0,05 \cdot 3000}{\sqrt{3} \cdot 121,244} = 0,714 \text{ Ом},$$

$$R_k = \frac{P_k}{3I_k^2} = \frac{7600}{3 \cdot 121,244^2} = 0,172 \text{ Ом},$$

$$X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{0,714^2 - 0,172^2} = 0,693 \text{ Ом}.$$

- сопротивления первичной обмотки

$$R_1 = R_2' = \frac{R_k}{2} = \frac{0,172}{2} = 0,086 \text{ Ом},$$

$$X_{d1} = X_{d2}' = \frac{X_k}{2} = \frac{0,693}{2} = 0,347 \text{ Ом}.$$

- сопротивления вторичной обмотки

$$R_2 = \frac{R_2'}{K^2} = \frac{0,086}{7,5^2} = 0,0015 \text{ Ом},$$

$$X_{d2} = \frac{X'_{d2}}{K^2} = \frac{0,347}{7,5^2} = 0,0062 \text{ Ом},$$

где $K = \frac{U_{1н}}{U_{20}} = \frac{3000}{400} = 7,5$ – коэффициент трансформации.

4. Определяют сопротивления намагничивающей цепи:

$$Z_0 = \frac{U_{нф}}{I_{0ф}} = \frac{3000}{\sqrt{3} \cdot 3,88} = 446,405 \text{ Ом},$$

$$R_0 = \frac{P_0}{3I_0^2} = \frac{1680}{3 \cdot 3,88^2} = 37,198 \text{ Ом},$$

$$X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = \sqrt{446,405^2 - 37,198^2} = 444,852 \text{ Ом}.$$

5. Для построения внешней характеристики $U_2(\beta)$ находят падение напряжения во вторичной обмотке трансформатора

$$\Delta U_2 \% = \beta \cdot (u_a \% \cdot \cos \varphi_2 + u_p \% \cdot \sin \varphi_2),$$

где $u_a \%$ и $u_p \%$ – соответственно активное и реактивное падения напряжений.

Так как $u_a \% = u_k \% \cdot \cos \varphi_k$, где $\cos \varphi_k = \frac{R_k}{Z_k}$, то

$$u_a \% = 5 \cdot \frac{0,172}{0,714} = 1,204 \%,$$

$$u_p \% = \sqrt{(u_k \%)^2 - (u_a \%)^2} = \sqrt{5^2 - 1,204^2} = 4,853 \%.$$

Напряжение на зажимах вторичной обмотки трансформатора определяют по формуле

$$U_2 = \frac{U_{20}}{100} (100 - \Delta U_2 \%).$$

Задаваясь различными значениями β от 0 до 1, определяют напряжение U_2 и заносят результаты расчета в таблицу 4.2.

Таблица 4.2

β	$\Delta U_2\%$	$U_2, В$	η
0	0	400	0
0,01	0,041	399,836	0,737617
0,025	0,103	399,588	0,875178
0,05	0,206	399,176	0,932909
0,1	0,411	398,356	0,964168
0,2	0,823	396,708	0,979437
0,3	1,234	395,064	0,983596
0,4	1,645	393,42	0,984908
0,5	2,056	391,776	0,985073
0,6	2,468	390,128	0,984662
0,7	2,879	388,484	0,983924
0,8	3,29	386,84	0,982982
0,9	3,702	385,192	0,981907
1	4,113	383,548	0,980738

Внешняя характеристика $U_2(\beta)$ изображена на рисунке 4.1.

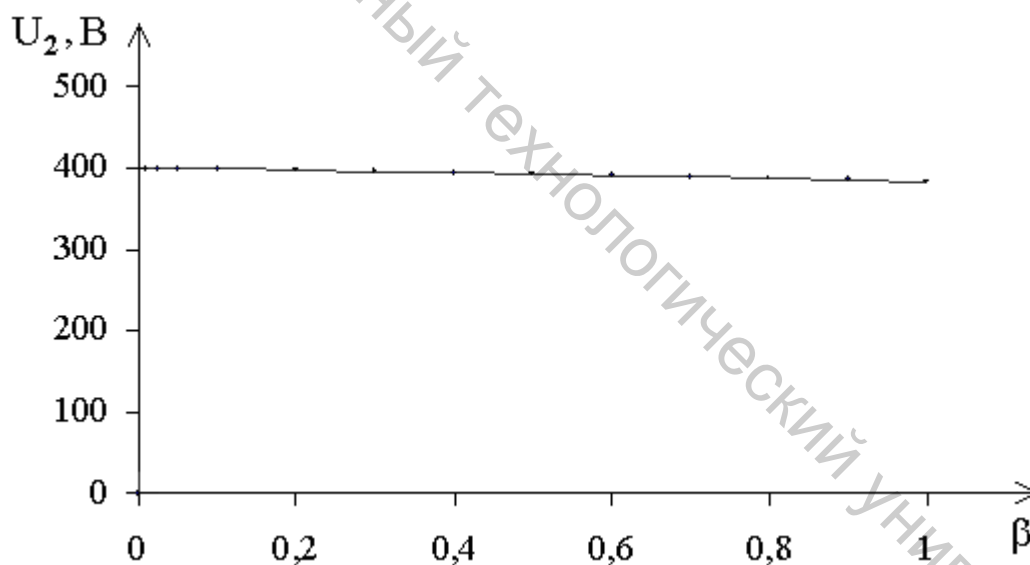


Рисунок 4.1 – Внешняя характеристика трансформатора

6. Для построения зависимости $\eta(\beta)$ производят расчет КПД по формуле (4.1). Задаваясь различными значениями β от 0 до 1, определяют КПД η и заносят результаты расчета в таблицу 4.2. Характеристика $\eta(\beta)$ изображена на рисунке 4.2.

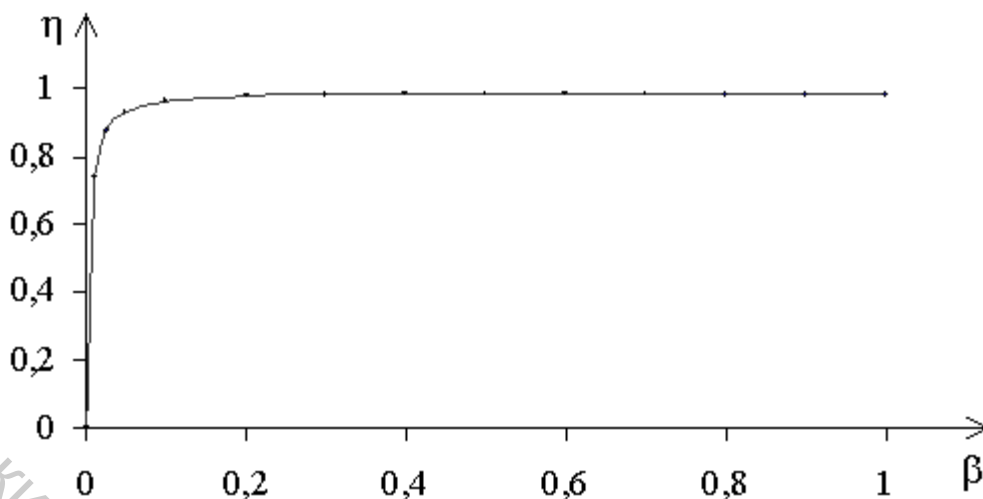


Рисунок 4.2 – Зависимость КПД от коэффициента загрузки трансформатора

7. Определяют, при какой нагрузке трансформатор имеет максимальный КПД:

Так как $\beta_{max} = \sqrt{P_0 / P_k} = \sqrt{1680 / 7600} = 0,47$, то используя (4.1), определяют максимальный КПД: $\eta_{max} = 0,985101$.

8. Т-образная схема замещения трансформатора представлена на рисунке 4.3.

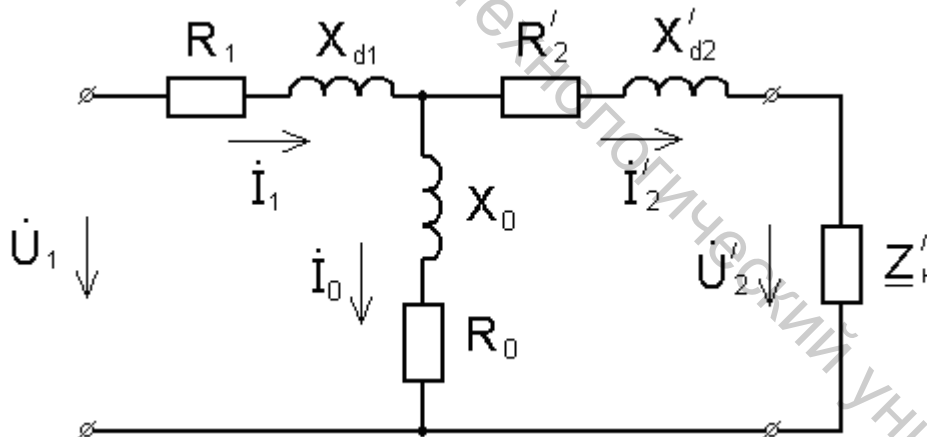


Рисунок 4.3 – Т-образная схема замещения трансформатора

Тема 5. Асинхронные двигатели

Теоретические сведения

Асинхронные двигатели относятся к числу электрических машин переменного тока и представляют собой электромеханические устройства,

преобразующие энергию переменного электрического тока в механическую энергию вращения вала. Наибольшее распространение в промышленности получили простые в изготовлении, долговечные трехфазные асинхронные двигатели. При подключении обмоток статора такого двигателя к сети переменного трехфазного тока с частотой f в статоре возникает магнитное поле, вращающееся с частотой:

$$n_0 = \frac{60f}{p},$$

где p – число пар полюсов статора.

Магнитное поле наводит в обмотке ротора ЭДС, вызывающую токи, взаимодействие которых с магнитным полем обуславливает возникновение вращающего момента M , приводящего ротор во вращение. Частота вращения ротора будет увеличиваться до некоторого значения n , при котором величина вращающего момента будет равна моменту сил сопротивления M_c , приложенных к валу ротора:

$$M = M_c.$$

Относительная разность частот вращения магнитного поля и ротора называется скольжением:

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0}.$$

В двигательном режиме $0 \leq s \leq 1$. При пуске $n = 0$ и $s = 1$, при идеальном холостом ходе $n = n_0$ и $s = 0$.

Вращающий момент, развиваемый двигателем, рассчитывается по формуле

$$M = \frac{3pU_\phi^2 R_2'}{\omega_0 s \left[\left(R_1 + \frac{R_2'}{s} \right)^2 + X_\kappa^2 \right]}.$$

Или по упрощенной формуле

$$M = \frac{2M_{кр}}{\left(\frac{s_{кр}}{s} + \frac{s}{s_{кр}} \right)},$$

где $M_{кр}$ и $s_{кр}$ соответственно, критический момент и критическое скольжение.

Определив по каталожным данным значения $M_{кр}$, $s_{кр}$ и изменяя величину скольжения с интервалом $0,1$ в пределах от 0 до 1 , получают данные для построения механической характеристики $M(s)$ асинхронного двигателя.

Содержание задания

Трехфазный асинхронный двигатель с фазным ротором, параметры которого (сопротивления фаз обмоток R_1 , R_2 , X_1 , X_2 , число витков на фазу обмоток w_1 , w_2 , число пар полюсов p) приведены в таблице 5.1, работает под напряжением $U_{ном}$ с частотой $f = 50$ Гц. Обмотки ротора соединены треугольником. Необходимо:

- определить пусковые токи статора и ротора, пусковой вращающий момент, коэффициент мощности при пуске двигателя без пускового реостата; значение сопротивления пускового реостата, обеспечивающего максимальный пусковой момент; величину максимального пускового момента и коэффициент мощности при пуске двигателя с реостатом;
- построить естественную механическую характеристику двигателя $M(s)$.

Таблица 5.1

Номер варианта	$U_{ном}, В$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$X_1, Ом$	$X_2, Ом$	w_1	w_2	p	$s_{ном}, \%$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	380	0,49	0,076	3,1	0,34	120	30	3	3
2	220	0,61	0,022	2,1	0,54	350	66	2	4,5
3	380	0,57	0,064	3,05	0,22	140	42	3	2,5
4	220	0,59	0,03	2,15	0,68	220	76	3	5
5	380	0,76	0,05	1,55	0,74	170	34	2	3
6	220	0,78	0,032	2,8	0,46	310	60	3	4,5
7	380	0,58	0,054	2,5	0,72	380	50	3	3,5
8	220	0,48	0,072	1,9	0,5	420	74	3	2
9	380	0,51	0,074	1,5	0,3	260	68	2	2,5
10	220	0,6	0,058	2,3	0,76	450	96	2	4,5
11	380	0,64	0,028	2,65	0,66	130	90	2	5
12	220	0,47	0,08	2	0,42	250	94	2	5
13	380	0,56	0,078	2,4	0,8	180	56	3	2,5
14	220	0,77	0,082	2,45	0,56	200	46	2	4
15	380	0,69	0,066	2,7	0,58	270	52	3	2,5
16	220	0,7	0,084	3	0,88	320	38	2	2
17	380	0,65	0,026	2,95	0,62	160	88	2	4
18	220	0,75	0,036	1,65	0,86	390	72	3	4,5

Окончание таблицы 5.1

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>
19	380	0,68	0,046	2,75	0,26	150	64	3	3
20	220	0,71	0,042	1,45	0,4	440	80	2	3,5
21	380	0,53	0,048	2,05	0,38	240	70	2	2
22	220	0,54	0,024	2,55	0,78	280	32	3	3
23	380	0,67	0,044	1,7	0,82	430	36	3	2
24	220	0,74	0,062	2,6	0,28	190	40	2	3,5
25	380	0,46	0,038	3,15	0,32	360	86	3	4
26	220	0,62	0,068	2,85	0,24	330	62	3	5
27	380	0,5	0,052	1,6	0,44	210	58	3	4
28	220	0,52	0,056	1,85	0,2	370	82	2	3
29	380	0,66	0,086	1,95	0,6	290	98	3	3,5
30	220	0,73	0,04	2,35	0,7	110	92	2	4,5
31	380	0,72	0,088	1,8	0,84	410	84	2	2
32	220	0,45	0,07	2,9	0,52	340	44	2	2,5
33	380	0,55	0,06	2,25	0,64	400	54	2	3,5
34	220	0,79	0,02	2,2	0,36	300	48	3	4
35	380	0,63	0,034	1,75	0,48	230	78	3	5

Пример выполнения задания

Для трехфазного асинхронного двигателя с фазным ротором, обмотки которого соединены треугольником, определить пусковые токи статора и ротора, пусковой вращающий момент, коэффициент мощности при пуске двигателя без пускового реостата; значение сопротивления пускового реостата, обеспечивающего максимальный пусковой момент; величину максимального пускового момента и коэффициент мощности при пуске двигателя с реостатом; построить естественную механическую характеристику $M(s)$.

Дано: $U_{ном} = 220 \text{ В}$; $R_1 = 0,56 \text{ Ом}$; $R_2 = 0,045 \text{ Ом}$; $X_1 = 4,42 \text{ Ом}$; $X_2 = 0,64 \text{ Ом}$; $w_1 = 288$; $w_2 = 54$; $p = 3$; $s_{ном} = 3 \%$; $f = 50 \text{ Гц}$.

1. Определяют коэффициент трансформации:

$$n = \frac{w_1}{w_2} = \frac{288}{54} = 5,333.$$

2. Определяют приведенные значения сопротивлений обмотки ротора:

$$R_2' = R_2 \cdot n^2 = 0,045 \cdot 5,333^2 = 1,28 \text{ Ом},$$

$$X_2' = X_2 \cdot n^2 = 0,64 \cdot 5,333^2 = 18,202 \text{ Ом}.$$

3. Определяют сопротивления короткого замыкания:

$$\begin{aligned}R_{\kappa} &= R_1 + R_2' = 0,56 + 1,28 = 1,84 \text{ Ом}, \\X_{\kappa} &= X_1 + X_2' = 4,42 + 18,202 = 22,622 \text{ Ом}, \\Z_{\kappa} &= \sqrt{R_{\kappa}^2 + X_{\kappa}^2} = \sqrt{1,84^2 + 22,622^2} = 22,697 \text{ Ом}.\end{aligned}$$

4. Определяют пусковые токи при пуске двигателя с замкнутым накоротко ротором:

$$\begin{aligned}I_{1\text{пуск}} \frac{U_{\phi}}{Z_{\kappa}} &= \frac{220}{22,697} = 9,693 \text{ А}, \\I_{2\text{пуск}} &= n \cdot I_{1\text{пуск}} = 5,333 \cdot 9,693 = 51,693 \text{ А},\end{aligned}$$

5. Определяют пусковой момент при пуске двигателя с замкнутым накоротко ротором. Для этого предварительно рассчитывают частоту вращения магнитного поля статора:

$$n_0 = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ об/мин},$$

а также угловую частоту вращения магнитного поля статора:

$$\Omega_0 = \frac{2\pi \cdot n_0}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1000}{60} = 104,67 \text{ с}^{-1}.$$

Тогда пусковой момент

$$M_{\text{пуск}} = \frac{3R_2 \cdot I_{2\text{пуск}}^2}{\Omega_0} = \frac{3 \cdot 0,045 \cdot 51,693^2}{104,67} = 3,446 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

6. Определяют коэффициент мощности при пуске двигателя с замкнутым накоротко ротором:

$$\cos \varphi_{\text{пуск}} = \frac{R_{\kappa}}{Z_{\kappa}} = \frac{1,84}{22,697} = 0,081$$

7. Определяют сопротивление пускового реостата из условия, что вращающий момент достигает максимального значения при $s_{\text{кр}} = (R_2' + R_p')/X_{\kappa} = 1$, где R_p' – приведенное значение сопротивления пускового реостата.

Так как

$$R'_p = X_\kappa - R'_2 = 22,622 - 1,28 = 21,342 \text{ Ом},$$

то сопротивление пускового реостата

$$R_p = \frac{R'_p}{n^2} = \frac{21,342}{5,333^2} = 0,75 \text{ Ом}.$$

8. Определяют величину максимального пускового момента и коэффициента мощности при пуске двигателя с реостатом. Для этого предварительно находят значение пускового тока ротора $I_{2\text{пуск}}$ при пуске двигателя с реостатом, которое определяется из соотношений

$$Z_{\text{пуск}} = \sqrt{(R_\kappa + R'_p)^2 + X_\kappa^2} = \sqrt{(1,84 + 21,342)^2 + 22,622^2} = 32,39 \text{ Ом},$$

$$I_{1\text{пуск}} = \frac{U_\phi}{Z_{\text{пуск}}} = \frac{220}{32,39} = 6,792 \text{ А},$$

$$I_{2\text{пуск}} = n \cdot I_{1\text{пуск}} = 5,333 \cdot 6,792 = 36,222 \text{ А}.$$

Тогда максимальный пусковой момент при пуске двигателя с реостатом:

$$M_{\text{пуск max}} = \frac{3(R_2 + R_p) \cdot I_{2\text{пуск}}^2}{\Omega_0} = \frac{3 \cdot (0,045 + 0,75) \cdot 36,222^2}{104,67} = 29,9 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Коэффициент мощности при пуске двигателя с реостатом

$$\cos \varphi_{\text{пуск}} = \frac{R_\kappa + R'_p}{Z_{\text{пуск}}} = \frac{1,84 + 21,342}{32,39} = 0,716$$

9. Строят естественную механическую характеристику $M(s)$ по уравнению

$$M = \frac{2M_{\text{кр}}}{\left(\frac{s_{\text{кр}}}{s} + \frac{s}{s_{\text{кр}}} \right)},$$

$$\text{где } s_{\text{кр}} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_I^2 + X_\kappa^2}} = \frac{1,28}{\sqrt{0,56^2 + 22,622^2}} = 0,0565,$$

$$M_{кр} = \frac{3U_{\phi}^2}{2\Omega_0(R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_k^2})} = \frac{3 \cdot 220^2}{2 \cdot 104,67 \cdot (0,56 + \sqrt{0,56^2 + 22,622^2})} =$$

$$= 29,91 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

Таким образом, $M = \frac{59,82}{\frac{0,0565}{s} + \frac{s}{0,0565}}$.

Задаваясь различными значениями s от 0 до 1, определяют вращающий момент M и заносят результаты расчета в таблицу 5.2.

Таблица 5.2

s	$M, \text{Н} \cdot \text{м}$
0	0
0,01	10,3
0,03	24,8
0,0565	29,9
0,07	29,2
0,1	25,6
0,2	15,7
0,3	10,9
0,4	8,3
0,5	6,7
0,6	5,6
0,7	4,8
0,8	4,2
0,9	3,7
1	3,4

Естественная механическая характеристика $M(s)$ изображена на рисунке 5.1.

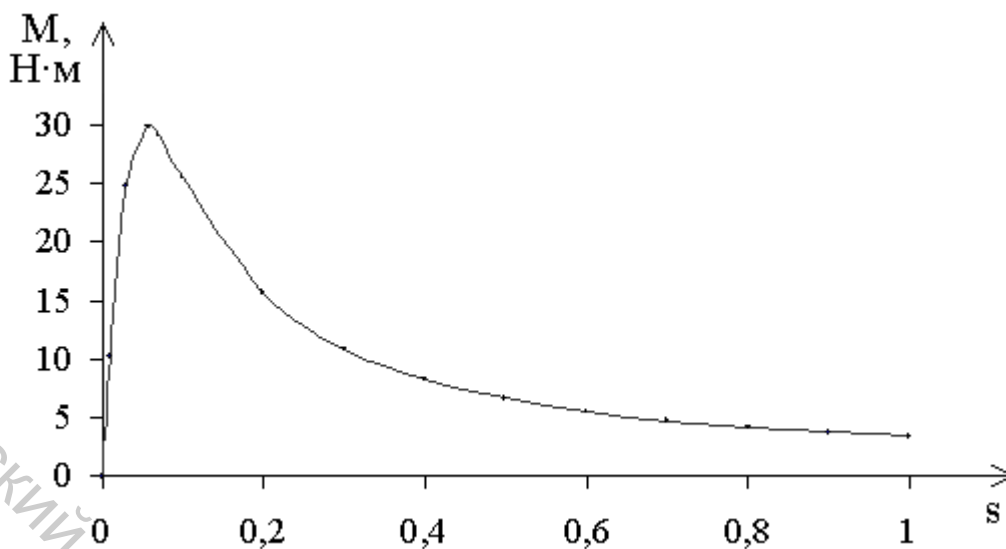


Рисунок 5.1 – Естественная механическая характеристика асинхронного двигателя

Тема 6. Двигатели постоянного тока

Теоретические сведения

Двигатели постоянного тока представляют собой электромеханические устройства, преобразующие энергию постоянного электрического тока в механическую энергию вращения вала.

Основными частями машин постоянного тока являются: неподвижный статор, вращающийся якорь и щеточно-коллекторное устройство. Функция статора – создать на поверхности якоря магнитное поле с требуемой индукцией B . Обмотка якоря состоит из катушек, уложенных в пазы и соединенных между собой, то есть представляет собой замкнутый контур. Щеточно-коллекторное устройство осуществляет контакт обмотки якоря с внешней цепью.

Если якорь подключить к внешнему источнику, то взаимодействие тока якоря с магнитным полем статора обеспечивает возникновение вращающегося момента, действующего на якорь и приводящего его во вращение.

Связь между частотой вращения якоря n и вращающим моментом M является механической характеристикой и выражается формулой

$$n = \frac{U}{K_e \Phi} - \frac{R_{\text{я}}}{K_e K_m \Phi^2} M,$$

где $R_{\text{я}}$ – сопротивление якоря, K_e – электрическая постоянная, K_m – магнитная постоянная.

Механическая характеристика представляет собой прямую, не проходящую через начало координат. Для ее построения достаточно двух точек:

- 1) точка номинального режима с координатами $M_{ном}$, $n_{ном}$.
- 2) точка идеального холостого хода $M = 0$, $n = n_0$.

Частоту идеального холостого хода можно определить, используя данные для номинального режима:

$$n_0 = n_{ном} \frac{U_{ном}}{U_{ном} - I_{яном} R_{я}}$$

При пуске двигателя для уменьшения пускового тока в цепь якоря включается пусковой реостат, сопротивление которого рассчитывается, исходя из формулы:

$$I_{япуск} = \frac{U}{R_{я} + R_n}$$

Обычно принимают $I_{япуск} = (1,5 \div 2,5) I_{яном}$.

Содержание задания

Двигатель постоянного тока с параллельным возбуждением, номинальные параметры которого (мощность $P_{ном}$, частота вращения якоря $n_{ном}$, КПД $\eta_{ном}$) приведены в таблице 6.1, работает под напряжением $U_{ном}$. Потери мощности в цепи якоря $\Delta P_{я}$ и в цепи возбуждения $\Delta P_{в}$ заданы в таблице 6.1 в процентах от потребляемой мощности двигателя $P_{Iном}$. Необходимо:

- определить ток в цепи возбуждения, ток якоря при номинальной нагрузке, пусковой вращающий момент при пуске двигателя с пусковым реостатом, частоту вращения якоря при номинальном моменте на валу двигателя и включении в цепь якоря добавочного сопротивления, равного $3R_{я}$;
- построить естественную и реостатную механические характеристики двигателя $n(M)$.

Таблица 6.1

Номер варианта	$U_{ном}, В$	$P_{ном}, кВт$	$n_{ном}, об/мин$	$\eta_{ном}, \%$	$\Delta P_{я}, \%$	$\Delta P_{в}, \%$
1	2	3	4	5	6	7
1	220	24	950	82,5	4,6	5
2	110	40	1900	83,5	6	4,8
3	110	27,5	2100	84	5	4,6
4	220	56	1050	83	4,6	5

Окончание таблицы 6.1

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
5	110	32	2350	85	4,4	4,2
6	110	4	2500	83	5	4,8
7	220	4,5	14050	85	6,4	4,4
8	110	46	1950	86	5,2	4,6
9	220	42	2200	83,5	4,2	4,4
10	110	50	1200	85	6,2	4,8
11	220	2	2050	82,5	5,4	4,6
12	220	28	2450	84	5,6	4
13	110	20	900	83	4	4,2
14	110	38	2000	85,5	5,4	4,4
15	220	14	2550	84,5	5,2	4,4
16	110	16	1850	84,5	6,2	4,6
17	220	52	2300	84	4,2	4,4
18	220	10	1400	84	4,8	5
19	220	8	1300	82,5	4	5
20	220	54	1550	83,5	5,4	5
21	220	18	1650	83	4,8	4,2
22	110	24,5	1600	84,5	4,4	4
23	110	35,5	1000	86	5	4,2
24	110	38,5	2400	86	4	4,6
25	110	34	1250	83	6	4,4
26	110	44	1350	86	5,8	4,8
27	220	21,5	2150	83,5	4,2	4,2
28	220	30	1500	85,5	5,6	4,2
29	220	36	1750	83,5	5,6	4,6
30	220	6	2250	85	5,8	4
31	220	60	1100	84,5	5,2	4
32	220	16,5	1150	85,5	4,8	4
33	110	7,5	1800	82,5	6,4	4,8
34	110	58	850	82,5	4,6	4
35	220	48	1700	85,5	4,4	4,8

Пример выполнения задания

Для двигателя постоянного тока с параллельным возбуждением определить ток в цепи возбуждения, ток якоря при номинальной нагрузке, пусковой вращающий момент при пуске двигателя с пусковым реостатом, частоту вращения якоря при номинальном моменте на валу двигателя и включении в цепь якоря добавочного сопротивления, равного $3R_{я}$; построить естественную и реостатную механические характеристики $n(M)$.

Дано: $P_{ном} = 29 \text{ кВт}$; $U_{ном} = 220 \text{ В}$; $n_{ном} = 2520 \text{ об/мин}$; $\Delta P_{я} = 5,0 \%$;
 $\Delta P_{в} = 4,3 \%$; $\eta_{ном} = 86,0 \%$.

1. Определяют мощность, потребляемую двигателем из сети:

$$P_{I_{ном}} = \frac{P_{ном}}{\eta_{ном}} \cdot 100\% = \frac{29}{86} \cdot 100\% = 33,72 \text{ кВт}.$$

2. Определяют ток, потребляемый двигателем при номинальной нагрузке:

$$I_{ном} = \frac{P_{I_{ном}}}{U_{ном}} = \frac{33,72 \cdot 10^3}{220} = 153,27 \text{ А}.$$

3. Определяют ток в цепи возбуждения:

$$I_{в} = \frac{\Delta P_{в}}{U_{ном}} = \frac{0,043 P_{ном}}{U_{ном}} = \frac{0,043 \cdot 33,72 \cdot 10^3}{220} = 6,59 \text{ А}.$$

4. Определяют ток якоря при номинальной нагрузке:

$$I_{яном} = I_{ном} - I_{в} = 153,27 - 6,59 = 146,68 \text{ А}.$$

5. Определяют номинальный вращающий момент:

$$M_{ном} = 9550 \frac{P_{ном}}{n_{ном}} = 9550 \frac{29}{2520} = 109,9 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

6. Определяют пусковой момент двигателя при пуске двигателя с пусковым реостатом. Пусковой реостат должен иметь сопротивление, достаточное для ограничения пускового тока до $I_{пуск} = 2,5 \cdot I_{яном}$.

Вначале определяют сопротивление обмотки якоря:

$$R_{я} = \frac{\Delta P_{я}}{I_{яном}^2} = \frac{0,05 P_{I_{ном}}}{I_{яном}^2} = \frac{0,05 \cdot 33,72 \cdot 10^3}{146,68^2} = 0,078 \text{ Ом}.$$

Тогда сопротивление реостата

$$R_{р} = \frac{U_{ном}}{2,5 I_{яном}} - R_{я} = \frac{220}{2,5 \cdot 146,68} - 0,078 = 0,522 \text{ Ом}.$$

Так как вращающий момент двигателя определяется уравнением

$$M = C_m \Phi I_{я},$$

то для режима номинальной нагрузки данное выражение принимает вид:

$$M_{ном} = C_m \Phi I_{яном},$$

а для пускового режима

$$M_{пуск} = C_m \Phi I_{япуск}.$$

Полагая магнитный поток в двигателе постоянным, берут отношение моментов

$$\frac{M_{ном}}{M_{пуск}} = \frac{I_{яном}}{I_{япуск}}.$$

Тогда пусковой момент двигателя при пуске двигателя с пусковым реостатом

$$M_{пуск} = M_{ном} \frac{I_{пуск}}{I_{яном}} = 109,9 \frac{2,5 \cdot 146,68}{146,68} = 274,8 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

7. Определяют частоту вращения якоря при номинальном моменте на валу двигателя и включении в цепь якоря добавочного сопротивления, равного $3R_{я}$. Полагая неизменными величины магнитного потока и номинального момента, из выражения $M_{ном} = C_m \Phi I_{яном}$ получают, что $I_{яном}$ останется прежним. Тогда частота вращения якоря

$$\begin{aligned} n &= \frac{U_{ном} - (R_{я} + 3R_{я})I_{яном}}{C_e \Phi_{ном}} = \frac{(U_{ном} - (R_{я} + 3R_{я}) \cdot I_{яном}) \cdot n_{ном}}{E_{ном}} = \\ &= \frac{(U_{ном} - (R_{я} + 3R_{я}) \cdot I_{яном}) \cdot n_{ном}}{(U_{ном} - R_{я} \cdot I_{яном})} = \frac{(220 - (0,078 + 3 \cdot 0,078) \cdot 146,68) \cdot 2520}{(220 - 0,078 \cdot 146,68)} = \\ &= 2105 \text{ об/мин}. \end{aligned}$$

8. Строят естественную механическую характеристику $n(M)$ по двум точкам. Первая точка – точка холостого хода. Координатами точки холостого хода являются: значение момента $M = 0$ и значение частоты вращения

$$n = \frac{U_{ном}}{C_e \Phi_{ном}} = \frac{U_{ном} \cdot n_{ном}}{E_{ном}} = \frac{U_{ном} \cdot n_{ном}}{U_{ном} - R_{я} I_{яном}} = \frac{220 \cdot 2520}{220 - 0,078 \cdot 146,68} =$$

$$= 2658,24 \text{ об/мин} .$$

Вторая точка – точка номинальной нагрузки – имеет координаты:
 $M = M_{ном} = 109,9 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $n = n_{ном} = 2520 \text{ об/мин}$.

Естественная механическая характеристика (1) изображена на рисунке 6.1.

9. Строят реостатную механическую характеристику $n(M)$ по двум точкам. Первая точка – точка холостого хода. Координаты точки холостого хода аналогичны координатам, рассчитанным в п. 8 для естественной механической характеристики: $M = 0$ и $n = 2658,24 \text{ об/мин}$.

Координатами второй точки – точки номинальной нагрузки – являются: значение номинального вращающего момента $M = M_{ном} = 109,9 \text{ Н} \cdot \text{м}$ и рассчитанное в п. 7 значение частоты вращения якоря $n = 2105 \text{ об/мин}$ при включении в его цепь добавочного сопротивления.

Реостатная механическая характеристика (2) изображена на рисунке 6.1.

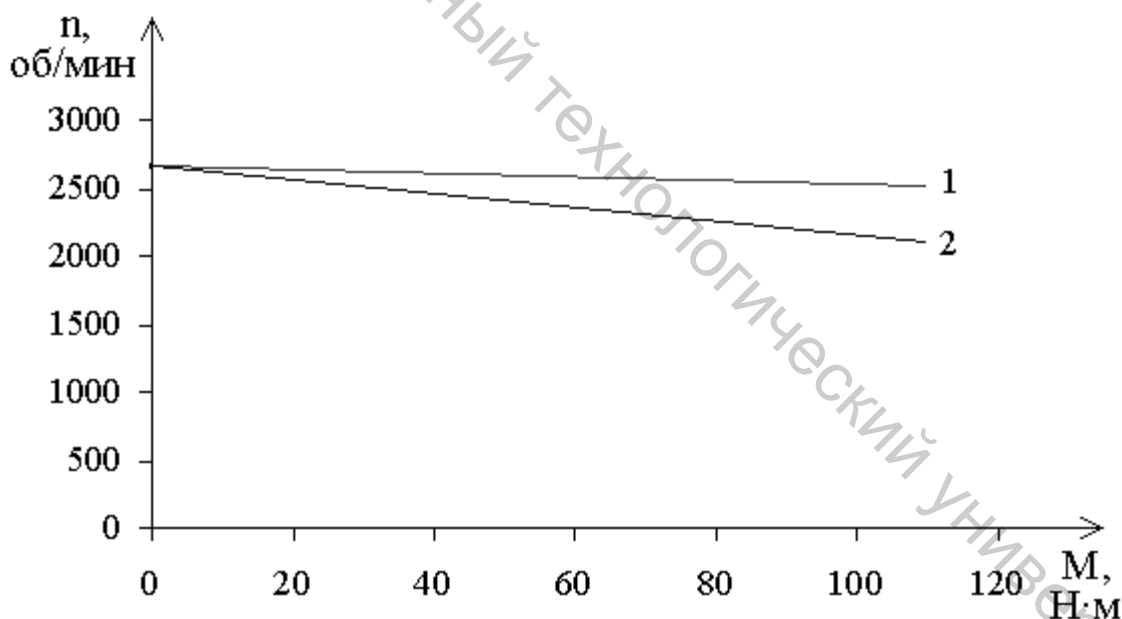


Рисунок 6.1 – Механические характеристики двигателя постоянного тока

Литература

1. Электротехника / под ред. В. С. Пантюшина. – Москва : Высшая школа, 1976. – 593 с.
2. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. – Москва : Гардарики, 2007. – 704 с.
3. Борисов, Ю. М. Электротехника / Ю. М. Борисов [и др.]. – Москва : Энергоиздат, 1985. – 559 с.
4. Касаткин, А. С. Электротехника / А. С. Касаткин, М. В. Немцов. – Москва : Высшая школа, 1983. – 442 с.
5. Электротехника / под ред. В. Г. Герасимова. – Москва : Высшая школа, 1985. – 768 с.
6. Брускин, Д. Э. Электрические машины и микромашины / Д. Э. Брускин, А. Е. Зохорович, В. С. Хвостов. – Москва : Высшая школа, 1990. – 328 с.
7. Электротехника и основы электроники : методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей высших учебных заведений / Б. П. Соколов, В. Б. Соколов. – Москва : Высшая школа, 1985. – 128 с.
8. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники / под ред. П. А. Ионкина. – Москва : Энергоиздат, 1982. – 768 с.
9. Сборник задач по теоретическим основам электротехники / под ред. Л. А. Бессонова. – Москва : Высшая школа, 2003. – 528 с.
10. Теоретические основы электротехники : методические указания к выполнению контрольных работ для студентов специальности 1-53 01 01-05 «Автоматизация технологических процессов и производств (легкая промышленность)» заочной формы обучения / А. В. Ильющенко, В. Ф. Куксевич. – Витебск : УО «ВГТУ», 2011. – 43 с.
11. Электрические цепи постоянного и переменного токов : методические указания к выполнению расчетно-графических работ по дисциплине «Теоретические основы электротехники» для студентов специальности 1-53 01 01-05 «Автоматизация технологических процессов и производств (легкая промышленность)» / А. В. Ильющенко, Т. А. Казакова. – Витебск : УО «ВГТУ», 2008. – 25 с.