отвечающие началу процесса пластической деформации. Решая уравнение (3) для случая ползучести ($\sigma^* = const$), найдём зависимость от времени пластической деформации. Вычисляя затем скорость ее изменения, получается в итоге время формирования неравновесных дислокационных скоплений:

$$t_{\Phi} = \frac{\varepsilon_0}{\dot{\varepsilon}(t)}. \tag{4}$$

Наибольшее действие импульсный ток оказывает в тех случаях, когда к приходу каждого из последующих импульсов успевают появиться неравновесные группы дислокаций, т.е. при $f \quad t_{\Phi}(t) << 1$. Данному условию удовлетворяют только n первых импульсов тока, число которых согласно приведённому неравенству определяется с помощью уравнения $f \quad t_{\Phi}(t_0 + n/f) = 1$, где t_0 – момент включения тока. Если принять, что каждый из n импульсов вызывает элементарную пластическую деформацию $\delta\varepsilon$, то безактивационный вклад тока в пластическую деформацию будет

$$\Delta\varepsilon = n\delta\varepsilon = \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon_0}\left\{\frac{kT}{KV^*}\left[\Phi\left(\frac{f}{\omega}\right) + \frac{f}{\omega}\ln \quad th\frac{\sigma^* V^*}{2kT}\right] - ft_0\right\}. \tag{5}$$

Нужно отметить, что полученная формула применима лишь при частотах $f \le f_0 = t_{\Phi}^{-1}(t_0)$. В противоположном случае, когда $f > f_0$, дислокационный ансамбль будет реагировать не на каждый очередной импульс тока, «пропуская» с увеличением f всё большее число импульсов. Учитывая это, а также наличие в (5) максимума при $f \sim \omega$, следует сделать вывод о наличии не монотонного изменения $\Delta\varepsilon$ с возрастанием частоты импульсного тока. Элементарная пластическая деформация $\delta\varepsilon$, как и $\Delta\varepsilon$, зависит, согласно (5), от амплитуды импульсов J_0 и их длительности $t_{и.}$ Отметим также, что множитель kT/KV^* в (5), в отличие от случая логарифмического закона ползучести, обусловлен не непосредственно термофлуктуационной пластической деформацией, а тем, что число актов безактивационной деформации определяется временем $t_{Ф}$, характеризующим термофлуктуационную перестройку дислокационного ансамбля в процессе ползучести.

1. Герцрикен, Д.С. Массоперенос в металлах при низких температурах в условиях внешних воздействий. /Д.С. Герцрикен, В.Ф. Мазанко, В.М. Тышкевич, В.М. Фальченко — Киев: РИО ИМФ НАН Украины, 1999. - 436 с.
2. Рощупкин, А.М. /А.М. Рощупкин, О.А. Троицкий, В.И. Спицин // ДАН СССР.— 1986.— Т.286, № 3. — С. 633 – 636.
3. Зуев, Л.Б. /Л.Б. Зуев, В.Е. Громов, В.Ф. Курилов, Л.И. Гуревич // ДАН СССР.— 1978.— Т.239, №1.— С. 84 – 86.
4. Троицкий, О.А. /О.А. Троицкий, В.И. Спицин, В.И. Сташенко // ДАН СССР.— 1981.— Т.256, №5.— С. 1134 – 1137.

ПРЕДЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ КРУГЛОГО РАСТЯНУТОГО ОДНОРОДНОГО СТЕРЖНЯ

Мойсейчик Е. А.

Белорусский национальный технический университет
emoisseitchik@mail.ru

Рассмотрим напряженное состояние растянутого однородного стержня в месте образования шейки. Для определения трех компонент напряжения в произвольной точке в месте образования шейки применим приближенную теорию напряженного состояния в шейке растянутого образца, предложенную Н.Н.Давиденковым и Н.И. Спиридоновой [1] и основанную на экспериментально установленном ими факте равенства и равномерного распределения по минимальному сечению шейки натуральных деформаций в радиальном и тангенциальном направлениях. Из этого следует, что в некоторый момент деформирования в минимальном сечении стержня($z=0$) будет соблюдаться условие

$$\xi_{rr} = \xi_{\varphi\varphi} = const \text{ , соответственно } \sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi}. \quad (1)$$

Пренебрегая упругими деформациями по сравнению с пластическими в шейке из условия несжимаемости с учетом (1) получаем

$$\xi_{zz} = -2\xi_{rr} = -2\xi_{\varphi\varphi} = const. \quad (2)$$

Для осесимметричной деформации основные уравнения теории пластичности имеют вид [2]:

- дифференциальные уравнения равновесия при отсутствии массовых сил:

$$\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial\tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial\sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0. \quad (4)$$

-условие текучести Мизеса:

$$\left(\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}\right)^2 + \left(\sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{zz}\right)^2 + \left(\sigma_{zz} - \sigma_{rr}\right)^2 + 6\tau_{rz}^2 = 6\tau_s^2. \quad (5)$$

-компоненты скорости деформации:

$$\xi_{rr} = \frac{\partial v_{rr}}{\partial r};\ \xi_{\varphi\varphi} = \frac{\partial v_{rr}}{r};\ \xi_{zz} = \frac{\partial v_{zz}}{\partial z};\ \eta_{zz} = \frac{\partial v_{rr}}{\partial z} + \frac{\partial v_{zz}}{\partial r}. \quad (6)$$

-уравнения Сен-Венана – Мизеса:

$$\frac{\xi_{rr}}{H} = \frac{\sigma_{rr} - \sigma}{2\tau_s}, \ldots, \frac{\eta_{rz}}{H} = \frac{\tau_{rz}}{\tau_s}. \quad (7)$$

При $z=0$ в силу симметрии $\sigma_{zz} = \sigma_{\varphi\varphi}$ уравнения равновесия принимают вид:

$$\left.\begin{array}{c} \frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} + \left(\frac{\partial\tau_{rz}}{\partial z}\right)_{z=0} = 0 \\ \frac{\partial\sigma_z}{\partial z} = 0 \end{array}\right\}. \quad (8)$$

Учитывая, что $\sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi}$ и $\sigma_s = \sqrt{3}\tau_s$, а из условия симметрии $\tau_{rz} = 0$ при $z=0$, из (5) получаем

$$\sigma_{zz} - \sigma_{rr} = \sigma_s. \quad (9)$$

В меридиональной плоскости, например, *ZOX*, вблизи плоскости *XOY* угол (ω) наклона

касательной к траектории напряжения σ_s имеет небольшую величину. Поэтому в произвольной точке *A* (рис.1б) касательное напряжение

$$\tau = \sigma_{rz} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cdot\sin 2\omega \approx \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cdot 2\omega = (\sigma_1 - \sigma_3)\cdot\omega = \sigma_s\cdot\omega. \quad (10)$$

Тогда:

$$\left(\frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial z}\right)_{z=0} = \sigma_s\left(\frac{\partial\omega}{\partial z}\right)_{z=0} = \frac{\sigma_s}{\rho}, \quad (11)$$

где ρ-радиус кривизны траектории главного напряжения при $z=0$. При $x=a$ имеем:

$\rho = R$, а из дифференциального уравнения $\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_s}{\rho} = 0$ с учетом $\sigma_r = 0$ при $r=a$ получим:

$$\sigma_r = \sigma_s \int_\rho^a \frac{dr}{\rho}. \qquad (12)$$

Из экспериментов [1] следует, что

$$\rho = R\frac{a}{r}. \qquad (13)$$

Подставляя (13) в (12) получаем:

$$\sigma_{rr} = \sigma_s\left(\frac{a^2-r^2}{2aR}\right). \qquad (14)$$

Из условия (9) с учетом (14) имеем:

$$\sigma_{zz} = \sigma_s + \sigma_{rr} = \sigma_s\left(1+\frac{a^2-r^2}{2aR}\right). \qquad (15)$$

Из условия равновесия внешних и внутренних сил в сечении $z=0$ имеем:

$$P = \iint_F \sigma_{zz}\,dF = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a \sigma_s\left(1+\frac{a^2-r^2}{2aR}\right) r\,dr = \pi a^2 \sigma_s\left(1+\frac{a}{4R}\right). \qquad (16)$$

Используя выражение (16) и среднее осевое напряжение ($\bar{\sigma} = P/F$) получаем:

$$P = \pi a^2 \sigma_s\left(1+\frac{a}{4R}\right) = \pi a^2 \bar{\sigma}. \qquad (17)$$

где F- площадь поперечного сечения испытуемого образца $z=0$.
Обозначим через $K_{упр} = \sigma_{\varepsilon}/\sigma_s$.

Тогда $$K_{упр} = \sigma_{\varepsilon}/\sigma_s = \left(1+\frac{a}{4R}\right). \qquad (18)$$

С использованием работы П.Бриджмена[3] коэффициент $K_{упр}$ записывается в виде

$$K_{упр} = \left(1+\frac{2R}{a}\right) ln\left(1+\frac{a}{2R}\right). \qquad (19)$$

Коэффициент $K_{упр}$ (18), определенный на основании работ Н.Н. Давиденкова и Н.И. Спиридоновой [1], Зибеля [1] незначительно отличается от его величины по формуле (19) на начальной стадии образования шейки. На более поздних стадиях развития шейки точнее становится формула П.Бриджмена.

Таким образом, используя выражение (16) и временное сопротивление материала($\sigma_{в} = P/F_0$) получаем нагрузку на стержень в момент разрыва:

$$P_{в} = F_0(1-\psi)\sigma_s\left(1+\frac{a}{4R}\right), \qquad (20)$$

где ψ- относительное сужение площади поперечного сечения после разрыва; F_0- первоначальная площадь поперечного сечения испытуемого образца.

Список литературы

1. Давиденков,Н.Н. Анализ напряженного состояния в шейке растянутого образца/Н.Н.Давиденков,Н.И.Спиридонова//Избранные труды:В2-х т.-Том 2. Механические свойства материалов и методы измерения деформаций/Н.Н.Давиденков; под ред.Г.С.Писаренко.-Киев,1981.-С.592-602.
2. Качанов,Л.М.Основы теории пластичности/Л.М.Качанов.-М.:ГИТТЛ, 1956.-324с.
3. Bridgman, P.W. Stress Listribution at the Neck of a Tension Specimen/ P.W. Bridgman// Trans.Am.Soc.Metals.-1942.-32.-P.553-574.