

Рисунок 2 - Кинематическая схема механизмов отклонения иглы и двигателя ткани

УДК 672.822.1

**РАСЧЕТ ЖЕСТКОСТИ, УСТОЙЧИВОСТИ И  
ПРОЧНОСТИ ШВЕЙНОЙ ИГЛЫ**

**О.В. Божкова**

*Белорусско-Российский университет, Беларусь*

В статье на основе теории прочности, сопротивления материалов, устойчивости стержней получены формулы для инженерных расчетов швейных игл на жесткость, прочность и устойчивость.

Для обеспечения необходимого качества шва надо выполнить ряд условий. Качество шва зависит от правильно выбранного соответствия номера иглы, номера применяемых ниток и толщины сшиваемого материала. Чем толще и грубее материал, тем выше должен быть номер иглы и ниже номер используемых ниток. При неправильном выборе иглы может произойти ее поломка. Толстые швы и толстые материалы нельзя шить тонкой иглой.

Для выбора той или иной иглы для некоторых материалов имеются рекомендации в виде различных таблиц, благодаря которым можно выбрать необходимую иглу. Однако

появление новых материалов с новыми свойствами не нашло отражение в этих рекомендациях и для того, чтобы убедиться в правильности выбора иглы, целесообразно произвести расчет выбранной иглы по критериям жесткости, устойчивости и прочности.

В качестве примера для расчета иглы по критериям жесткости, устойчивости и прочности выберем средние стандартные условия: номер иглы №90 (по ГОСТ 7322-80). Игла изготовлена из стальной углеродистой проволоки марки ИЗ класса А по ГОСТ 5468-80. После изготовления игла подвергалась закалке до твердости по Роквеллу HRC 54-60. Для иглы № 90 диаметр лезвия будет равен 0,9 мм. Сшиваемая ткань – синтетическая ткань с водоотталкивающим покрытием.

Как известно, швейная игла состоит из колбы для закрепления ее в иглодержателе (рис. 1), лезвия, являющегося рабочей частью иглы, и острия - для прокола материала. В лезвии выполнены ушко для заправки верхней нитки, короткий желобок для образования петли и длинный желобок для предотвращения перетирания верхней нити. Основными конструктивными параметрами, обеспечивающими выполнение технологического процесса сшивания материалов, являются длина иглы и длины ее отдельных элементов. Эти же параметры входят в число исходных данных для выполнения прочностных расчетов игл.

#### Расчет жесткости швейной иглы

Чем меньше диаметр лезвия иглы, тем меньше вероятность повреждения сшиваемых тканей. Однако слишком тонкая игла под действием усилия прокола может изогнуться и даже сломаться. Поэтому, чтобы удостовериться в правильности выбора номера иглы и длины ее лезвия, выполняется проверочный расчет иглы на продольный изгиб и на сжатие.

Если усилие прокола  $P$  не превышает некоторой предельной величины  $P_{кр}$ , то игла будет испытывать обычное сжатие и ее ось останется прямолинейной. Если усилие прокола  $P$  достигнет предельной величины силы  $P=P_{max}=P_{кр}$ , то может произойти деформация иглы.

Коэффициент жесткости иглы можно определить по следующей формуле [1]:

$$c = \frac{ES}{l} = \frac{E}{\frac{l_1}{S_1} + \frac{l_2}{S_2} + \dots + \frac{l_n}{S_n}} \geq (3-16), \quad (1)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости материала иглы, МПа,

$l$  – расчетная длина рабочей части стержня иглы, мм,

$l_1 \dots l_n$  – длины отдельных участков рабочей части иглы, мм,

$S_1 \dots S_n$  – площади сечений отдельных участков иглы, мм<sup>2</sup>.

Расчет производится для лезвия иглы. Так как колба закреплена в игловодителе, то эта часть иглы не участвует в процессе шитья и не испытывает продольных нагрузок. На рабочей части иглы, то есть на лезвии, можно выделить три участка, отличающихся формой поперечного сечения (рис.1): 1-й участок – сечение в месте ушка иглы (расстояние от вершины острия иглы 1,5 мм), 2-й участок – сечение в месте скоса недалеко от ушка иглы (расстояние от вершины острия иглы 4 мм) и 3-й участок – в месте короткого и длинного желобков с двух противоположных сторон (расстояние от вершины острия иглы 8 мм).

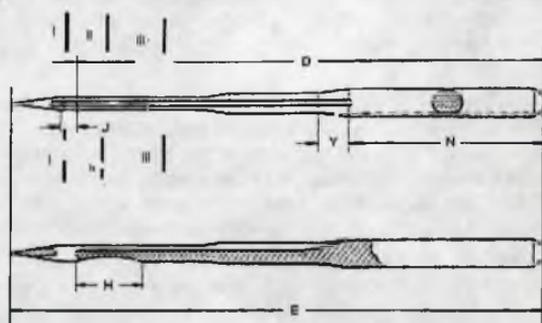


Рисунок 1 - Сечения швейной иглы к расчету на прочность, жесткость и устойчивость

Для определения жесткости, устойчивости и прочности иглы необходимо знать площади поперечных сечений на опасных участках (Рис.1).

Площадь поперечного сечения на первом участке, то есть в области ушка, может быть определена как площадь двух сегментов (рис.2).

$$S = 2S_{seg}, \quad (2)$$

где

$S_{seg}$  – площадь сегмента, определяется по формуле

$$S_{seg} = \frac{1}{2} r^2 \left( \frac{\alpha^0 \pi}{180^0} - \sin \alpha \right), \quad (3)$$

$\alpha^0$  - центральный угол, соответствующий сегменту, град..

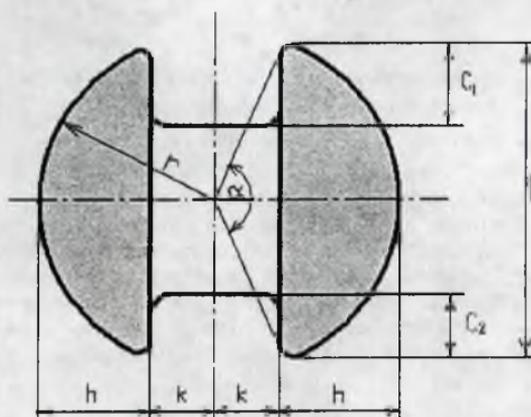


Рисунок 2 - Сечение швейной иглы на 1-м участке (увеличение x40)

Из рис.2

$$k = r - h = 0,45 - 0,3 = 0,15 \text{ мм},$$

$$\frac{b}{2} = \sqrt{r^2 - k^2} = \sqrt{0,45^2 - 0,15^2} = 0,4243 \text{ мм}, b = 0,8485 \text{ мм},$$

$$\alpha^{\circ} / 2 = \arcsin \frac{b/2}{r} = \arcsin \frac{0,4243}{0,45} = 78,3806^{\circ}, \alpha^{\circ} = 156,7611^{\circ},$$

$$\sin \alpha = \sin 156,7611^{\circ} = 0,3946,$$

$$S_{\text{seg1}} = \frac{1}{2} 0,45^2 \left( \frac{156,7611 \cdot 3,14}{180} - 0,3946 \right) = 0,2369 \text{ мм}^2.$$

Площадь сечения на 1-м участке равна

$$S_1 = 2S_{\text{seg1}} = 2 \cdot 0,2369 = 0,4738 \text{ мм}^2.$$

Площадь сечения на 2-м участке вычисляем согласно рис.3

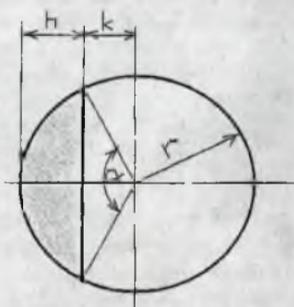


Рисунок 3 - Сечение швейной иглы на 2-м участке (увеличение х40)

Площадь сечения на 2-м участке равна

$$S_2 = \pi r^2 - S_{\text{seg2}} = 3,14 \cdot 0,45^2 - 0,0994 = 0,5365 \text{ мм}^2.$$

Площадь сечения иглы на 3-м участке равна площади сечения круга без площадей двух желобков. Для упрощения расчетов будем считать площади сечений желобков в виде прямоугольников с размерами сторон, показанными на рис.4.

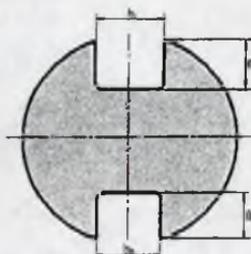


Рисунок 4 - Сечение швейной иглы на 3-м участке (увеличение x40)

Таким образом, площади сечений на трех участках иглы получились следующими:  $S_1=0,4738\text{мм}^2$ ,  $S_2=0,5365\text{мм}^2$  и  $S_3=0,4958\text{мм}^2$ . Можно видеть, что наиболее слабым сечением в игле является район в области ушка (отверстия для нитки).

Вычислим моменты инерции для этих сечений иглы. Для площади в виде круга радиусом  $r$  момент инерции сечения равен. С учетом ослабления сечений иглы на участках 1,2 и 3 моменты инерции будут соответственно равны:  $J_1= 0,0164 \text{ мм}^4$ ,  $J_2 = 0,0543 \text{ мм}^4$  и  $J_3 = 0,0502 \text{ мм}^4$ .

По формуле (1) определим коэффициент жесткости швейной иглы

$$c = \frac{2,1 \cdot 10^3}{\frac{6}{0,162} + \frac{9,5}{0,5365} + \frac{18,5}{0,4958}} = 2282 > (3 + 16).$$

Расчет показывает, что жесткость иглы достаточно высока.

Для практических инженерных расчетов при расчете жесткости иглы можно не разбивать иглу на отдельные участки и определять для каждого участка соответственно сечение и действующую силу. Принимаем наиболее слабое сечение (на участке с ушком для нити) за основное по всей длине рабочей части иглы, т.е. лезвию иглы. В этом случае расчетная формула значительно упростится, а погрешность будет совсем незначительной (всего около 1-5%). При значении модуля упругости  $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , угле  $\alpha = 150-160^\circ$  площадь слабого сечения иглы составит  $\text{мм}^2$ , в этом случае формула для определения жесткости иглы примет следующий вид:

$$c = \frac{0,28E \cdot d^2}{l} \geq (3-16) \quad (4)$$

#### Расчет швейной иглы на устойчивость

Игла может находиться в устойчивом и неустойчивом равновесии. Если иглу сжимать вдоль геометрической оси, постепенно увеличивая силу, то сначала она будет прямой под действием напряжений сжатия

$$\sigma_{сж} = \frac{F}{S}, \quad (5)$$

где  $F$  – сила сжатия иглы,  $N$ .

Затем при некоторой нагрузке  $F_{кр}$ , называемой критической, игла внезапно начнет резко изгибаться, напряжения в ней быстро возрастают, и возникает опасность

разрушения. Это явление называют потерей устойчивости [1]. При этом формы изгиба иглы могут быть разнообразными (рис.5).

Таким образом, при одной и той же внешней нагрузке игла имеет несколько состояний равновесия, которые называют неустойчивыми. Условия неустойчивого

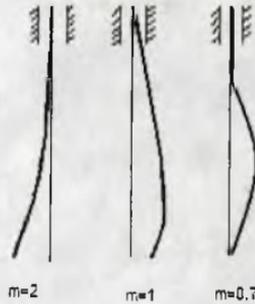


Рисунок 5 - Формы изгибов иглы под действием продольной нагрузки

равновесия иглы могут быть определены с помощью решения задачи Эйлера о сжатии стержня [1]. Критическая сила в этой задаче будет равна такой осевой силе, при которой игла может находиться в слегка изогнутом состоянии.

При малых прогибах иглы можно использовать дифференциальное уравнение изогнутой оси в виде

$$EJy'' = -M = -Fy, \quad (6)$$

где  $E$  – модуль упругости материала иглы, МПа,

$J$  – момент инерции площади сечения,

$y$  – координата центра тяжести элемента площади сечения, мм.

$M$  – момент силы инерции,

Знак «минус» в правой части равенства показывает, что момент силы стремится увеличить отрицательную кривизну упругой линии.

Уравнение (6) можно переписать в виде

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + ky = 0, \quad (7)$$

$$\text{где: } k = \sqrt{F/EJ} \quad (8)$$

Общее решение уравнения (7)

$$y = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx, \quad (9)$$

здесь  $C_1$  и  $C_2$  – произвольные постоянные, определяемые из краевых условий

$$\text{при } x = 0, y(0) = 0 \quad (10)$$

$$\text{при } x = l, y(l) = 0. \quad (11)$$

Из условия (10) следует, что  $C_2 = 0$ ; условие (11) может быть выполнено лишь в том случае, если

$$C_1 \sin kl = 0. \quad (12)$$

Уравнение (12) имеет два решения

$$C_1 = 0$$

$$\sin kl = 0.$$

При  $C_1=C_2=0$  перемещения  $y$  тождественно равны нулю, и игла сохраняет прямолинейную форму. Этот случай не удовлетворяет условиям задачи, так как рассматривается изогнутая игла. Следовательно, игла может изогнуться лишь при условии

$$\sin kl = 0 \quad (13)$$

или

$$kl = \pi n, \quad (14)$$

где  $n$  – произвольное целое число.

Из равенства (6) следует, что при малой силе  $F$ , пока величина  $k = \sqrt{F/EJ} < \frac{\pi}{l}$ , значение  $y$ , игла будет сохранять прямолинейную форму.

Как только будет или же, что то же самое,

$$F = F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}, \quad (15)$$

игла потеряет устойчивость и изогнется. Эта сила, соответствующая  $n = 1$ , называется эйлеровой силой или первой критической силой [1]. При этом игла прогнется по полуволне синусоиды

$$y = C_1 \sin \frac{\pi \cdot x}{l}, \quad (16)$$

где  $C_1$  – соответствует максимальному изгибу иглы. Величина  $C_1$  может быть определена более точно из дифференциального уравнения изогнутой оси балки

$$y = \frac{1}{EJ} \int \left( \int (M_x dx + C) dx + D, \quad (17)$$

где  $C$  и  $D$  - произвольные постоянные, определяемые из граничных условий.

При  $n > 1$  упругая линия иглы преобразуется в кривую, включающую  $n$  полуволн. Однако эти неустойчивые формы равновесия не имеют практического значения, так как уже при  $n = 1$  игла теряет работоспособность.

Величина  $F_{кр}$  зависит от условий закрепления иглы, характера нагружения и формы сечений (моментов инерции) иглы. В общем случае формулу Эйлера (15) можно представить в виде

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu l)^2}, \quad (18)$$

где  $\mu$  – коэффициент приведения длины, зависящий от формы изгиба конца иглы (рис.5).

Определим критическую силу  $F_{кр}$  по формуле Эйлера (18) для наиболее слабого сечения иглы (на участке с ушком)

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu l)^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 0,0164}{(2 \cdot 18,5)^2} = 24,8 \text{ Н}$$

Определим величину коэффициента  $k$ , характеризующего устойчивость иглы

$$k = \sqrt{F/EJ} = \sqrt{24,8 / (2,1 \cdot 10^5 \cdot 0,0164)} = 0,085 < \frac{3,14}{18,5} = 0,17.$$

Устойчивость иглы обеспечена.

Для того, чтобы убедиться в достоверности расчетов и надежности иглы, следовало бы определить реальную силу, действующую на иглу. Такой реальной силой является сила прокола ткани. Силу прокола ткани можно определить тремя способами: кинестатическим анализом игольного механизма [2], теоретическим определением прочности пряжи, из которой выработана ткань [3], и экспериментальным.

Таблица - Формулы для инженерных расчетов швейной иглы

Вид расчета на	Основная расчетная формула	Параметры
жесткость	$c = \frac{0,28E \cdot d^2}{l} \geq (3-16)$	d – диаметр лезвия иглы, мм E – модуль упругости материала иглы, для стали E = 2,1·10 <sup>5</sup> МПа, l - длина лезвия иглы, мм
устойчивость	$k = \sqrt{\frac{F}{0,1E \cdot d^4}} \leq \frac{\pi}{l}$	F – сила прокола ткани иглой, Н, π – число Пифагора (π = 3,14)
прочность	$\sigma_{сж} = \frac{F}{S} \leq \varphi[\sigma]$	S – площадь слабого сечения иглы, $S \approx 0,25d^2 \text{ мм}^2$ , λ – коэффициент гибкости иглы, $\lambda = \frac{\mu l}{i}, i = \sqrt{\frac{0,1d^4}{F}}$ , коэффициент снижения допускаемых напряжений φ выбирается в зависимости от значения λ, [σ] – допускаемое напряжение на сжатие, [σ] = 60-90 МПа

Список использованных источников

1. Иосилевич Г.Б., Лебедев П.А., Стреляев В.С. Прикладная Механика. - М.: Машиностроение, 1985.-576с.
2. Božkova O., Barborak O., Blagodarny V. Kinematické Parametre Kulisového Ihlového A Niťového Mechanizmu Priemyselného Šijacieho Stroja/ Výrobné Inžinierstvo, Č.4, 2004.- S.61-64,ISSN 1335-79723.
3. Труевцев Н.И. Технология И оборудование текстильного производства - М.: Изд. научно-технич. литературы, 1960.-684с.