

Рисунок 2 - Кинематическая схема механизмов отклонения иглы и двигателя ткани

УДК 672.822.1

**РАСЧЕТ ЖЕСТКОСТИ, УСТОЙЧИВОСТИ И
ПРОЧНОСТИ ШВЕЙНОЙ ИГЛЫ**

О.В. Божкова

Белорусско-Российский университет, Беларусь

В статье на основе теории прочности, сопротивления материалов, устойчивости стержней получены формулы для инженерных расчетов швейных игл на жесткость, прочность и устойчивость.

Для обеспечения необходимого качества шва надо выполнить ряд условий. Качество шва зависит от правильно выбранного соответствия номера иглы, номера применяемых ниток и толщины сшиваемого материала. Чем толще и грубее материал, тем выше должен быть номер иглы и ниже номер используемых ниток. При неправильном выборе иглы может произойти ее поломка. Толстые швы и толстые материалы нельзя шить тонкой иглой.

Для выбора той или иной иглы для некоторых материалов имеются рекомендации в виде различных таблиц, благодаря которым можно выбрать необходимую иглу. Однако

появление новых материалов с новыми свойствами не нашло отражение в этих рекомендациях и для того, чтобы убедиться в правильности выбора иглы, целесообразно произвести расчет выбранной иглы по критериям жесткости, устойчивости и прочности.

В качестве примера для расчета иглы по критериям жесткости, устойчивости и прочности выберем средние стандартные условия: номер иглы №90 (по ГОСТ 7322-80). Игла изготовлена из стальной углеродистой проволоки марки ИЗ класса А по ГОСТ 5468-80. После изготовления игла подвергалась закалке до твердости по Роквеллу HRC 54-60. Для иглы № 90 диаметр лезвия будет равен 0,9 мм. Сшиваемая ткань – синтетическая ткань с водоотталкивающим покрытием.

Как известно, швейная игла состоит из колбы для закрепления ее в иглодержателе (рис. 1), лезвия, являющегося рабочей частью иглы, и острия - для прокола материала. В лезвии выполнены ушко для заправки верхней нитки, короткий желобок для образования петли и длинный желобок для предотвращения перетирания верхней нити. Основными конструктивными параметрами, обеспечивающими выполнение технологического процесса сшивания материалов, являются длина иглы и длины ее отдельных элементов. Эти же параметры входят в число исходных данных для выполнения прочностных расчетов игл.

Расчет жесткости швейной иглы

Чем меньше диаметр лезвия иглы, тем меньше вероятность повреждения сшиваемых тканей. Однако слишком тонкая игла под действием усилия прокола может изогнуться и даже сломаться. Поэтому, чтобы удостовериться в правильности выбора номера иглы и длины ее лезвия, выполняется проверочный расчет иглы на продольный изгиб и на сжатие.

Если усилие прокола P не превышает некоторой предельной величины $P_{кр}$, то игла будет испытывать обычное сжатие и ее ось останется прямолинейной. Если усилие прокола P достигнет предельной величины силы $P=P_{max}=P_{кр}$, то может произойти деформация иглы.

Коэффициент жесткости иглы можно определить по следующей формуле [1]:

$$c = \frac{ES}{l} = \frac{E}{\frac{l_1}{S_1} + \frac{l_2}{S_2} + \dots + \frac{l_n}{S_n}} \geq (3-16), \quad (1)$$

где E – модуль продольной упругости материала иглы, МПа,

l – расчетная длина рабочей части стержня иглы, мм,

$l_1 \dots l_n$ – длины отдельных участков рабочей части иглы, мм,

$S_1 \dots S_n$ – площади сечений отдельных участков иглы, мм².

Расчет производится для лезвия иглы. Так как колба закреплена в иглодержателе, то эта часть иглы не участвует в процессе шитья и не испытывает продольных нагрузок. На рабочей части иглы, то есть на лезвии, можно выделить три участка, отличающихся формой поперечного сечения (рис.1): 1-й участок – сечение в месте ушка иглы (расстояние от вершины острия иглы 1,5 мм), 2-й участок – сечение в месте скоса недалеко от ушка иглы (расстояние от вершины острия иглы 4 мм) и 3-й участок – в месте короткого и длинного желобков с двух противоположных сторон (расстояние от вершины острия иглы 8 мм).

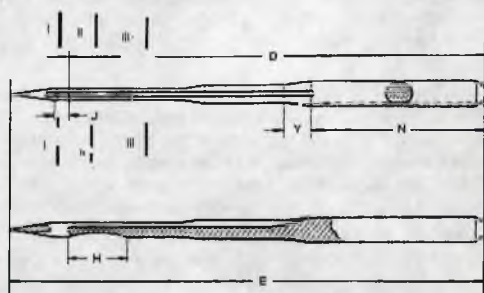


Рисунок 1 - Сечения швейной иглы к расчету на прочность, жесткость и устойчивость

Для определения жесткости, устойчивости и прочности иглы необходимо знать площади поперечных сечений на опасных участках (Рис.1).

Площадь поперечного сечения на первом участке, то есть в области ушка, может быть определена как площадь двух сегментов (рис.2).

$$S = 2S_{seg}, \quad (2)$$

где

S_{seg} – площадь сегмента, определяется по формуле

$$S_{seg} = \frac{1}{2} r^2 \left(\frac{\alpha^0 \pi}{180^0} - \sin \alpha \right), \quad (3)$$

α^0 - центральный угол, соответствующий сегменту, град..

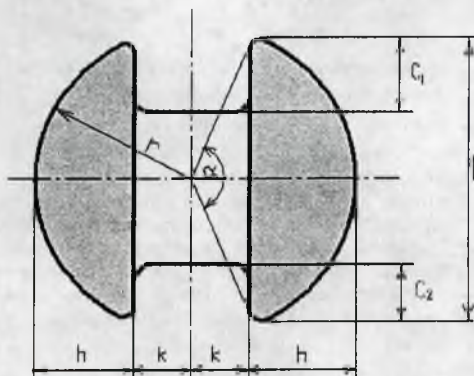


Рисунок 2 - Сечение швейной иглы на 1-м участке (увеличение x40)

Из рис.2

$$k = r - h = 0,45 - 0,3 = 0,15 \text{ мм},$$

$$\frac{b}{2} = \sqrt{r^2 - k^2} = \sqrt{0,45^2 - 0,15^2} = 0,4243 \text{ мм}, b = 0,8485 \text{ мм},$$

$$\alpha^{\circ} / 2 = \arcsin \frac{b/2}{r} = \arcsin \frac{0,4243}{0,45} = 78,3806^{\circ}, \alpha^{\circ} = 156,7611^{\circ},$$

$$\sin \alpha = \sin 156,7611^{\circ} = 0,3946,$$

$$S_{\text{seg1}} = \frac{1}{2} \cdot 0,45^2 \left(\frac{156,7611 \cdot 3,14}{180} - 0,3946 \right) = 0,2369 \text{ мм}^2.$$

Площадь сечения на 1-м участке равна

$$S_1 = 2S_{\text{seg1}} = 2 \cdot 0,2369 = 0,4738 \text{ мм}^2.$$

Площадь сечения на 2-м участке вычисляем согласно рис.3

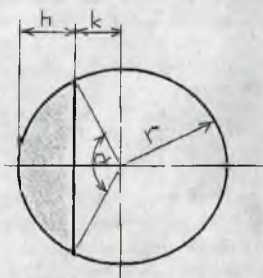


Рисунок 3 - Сечение швейной иглы на 2-м участке (увеличение х40)

Площадь сечения на 2-м участке равна

$$S_2 = \pi r^2 - S_{\text{seg2}} = 3,14 \cdot 0,45^2 - 0,0994 = 0,5365 \text{ мм}^2.$$

Площадь сечения иглы на 3-м участке равна площади сечения круга без площадей двух желобков. Для упрощения расчетов будем считать площади сечений желобков в виде прямоугольников с размерами сторон, показанными на рис.4.

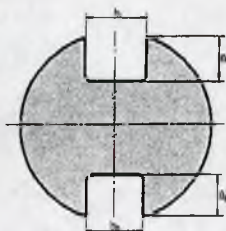


Рисунок 4 - Сечение швейной иглы на 3-м участке (увеличение x40)

Таким образом, площади сечений на трех участках иглы получились следующими: $S_1=0,4738\text{мм}^2$, $S_2=0,5365\text{мм}^2$ и $S_3=0,4958\text{мм}^2$. Можно видеть, что наиболее слабым сечением в игле является район в области ушка (отверстия для нитки).

Вычислим моменты инерции для этих сечений иглы. Для площади в виде круга радиусом r момент инерции сечения равен. С учетом ослабления сечений иглы на участках 1,2 и 3 моменты инерции будут соответственно равны: $J_1= 0,0164 \text{ мм}^4$, $J_2 = 0,0543 \text{ мм}^4$ и $J_3 = 0,0502 \text{ мм}^4$.

По формуле (1) определим коэффициент жесткости швейной иглы

$$c = \frac{2,1 \cdot 10^3}{\frac{6}{0,162} + \frac{9,5}{0,5365} + \frac{18,5}{0,4958}} = 2282 > (3 + 16).$$

Расчет показывает, что жесткость иглы достаточно высока.

Для практических инженерных расчетов при расчете жесткости иглы можно не разбивать иглу на отдельные участки и определять для каждого участка соответственно сечение и действующую силу. Принимаем наиболее слабое сечение (на участке с ушком для нити) за основное по всей длине рабочей части иглы, т.е. лезвию иглы. В этом случае расчетная формула значительно упростится, а погрешность будет совсем незначительной (всего около 1-5%). При значении модуля упругости $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, угле $\alpha = 150-160^\circ$ площадь слабого сечения иглы составит мм^2 , в этом случае формула для определения жесткости иглы примет следующий вид:

$$c = \frac{0,28E \cdot d^2}{l} \geq (3-16) \quad (4)$$

Расчет швейной иглы на устойчивость

Игла может находиться в устойчивом и неустойчивом равновесии. Если иглу сжимать вдоль геометрической оси, постепенно увеличивая силу, то сначала она будет прямой под действием напряжений сжатия

$$\sigma_{сж} = \frac{F}{S}, \quad (5)$$

где F – сила сжатия иглы, Н.

Затем при некоторой нагрузке $F_{кр}$, называемой критической, игла внезапно начнет резко изгибаться, напряжения в ней быстро возрастают, и возникает опасность

разрушения. Это явление называют потерей устойчивости [1]. При этом формы изгиба иглы могут быть разнообразными (рис.5).

Таким образом, при одной и той же внешней нагрузке игла имеет несколько состояний равновесия, которые называют неустойчивыми. Условия неустойчивого

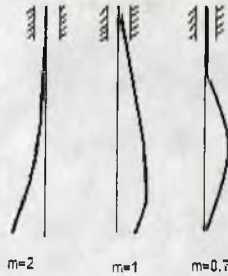


Рисунок 5 - Формы изгибов иглы под действием продольной нагрузки

равновесия иглы могут быть определены с помощью решения задачи Эйлера о сжатии стержня [1]. Критическая сила в этой задаче будет равна такой осевой силе, при которой игла может находиться в слегка изогнутом состоянии.

При малых прогибах иглы можно использовать дифференциальное уравнение изогнутой оси в виде

$$EJy'' = -M = -Fy, \quad (6)$$

где E – модуль упругости материала иглы, МПа,

J – момент инерции площади сечения,

y – координата центра тяжести элемента площади сечения, мм.

M – момент силы инерции,

Знак «минус» в правой части равенства показывает, что момент силы стремится увеличить отрицательную кривизну упругой линии.

Уравнение (6) можно переписать в виде

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + ky = 0, \quad (7)$$

$$\text{где: } k = \sqrt{F/EJ} \quad (8)$$

Общее решение уравнения (7)

$$y = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx, \quad (9)$$

здесь C_1 и C_2 – произвольные постоянные, определяемые из краевых условий

$$\text{при } x = 0, y(0) = 0 \quad (10)$$

$$\text{при } x = l, y(l) = 0. \quad (11)$$

Из условия (10) следует, что $C_2 = 0$; условие (11) может быть выполнено лишь в том случае, если

$$C_1 \sin kl = 0. \quad (12)$$

Уравнение (12) имеет два решения

$$C_1 = 0$$

$$\sin kl = 0.$$

При $C_1=C_2=0$ перемещения y тождественно равны нулю, и игла сохраняет прямолинейную форму. Этот случай не удовлетворяет условиям задачи, так как рассматривается изогнутая игла. Следовательно, игла может изогнуться лишь при условии

$$\sin kl = 0 \quad (13)$$

или

$$kl = \pi n, \quad (14)$$

где n – произвольное целое число.

Из равенства (6) следует, что при малой силе F , пока величина $k = \sqrt{F/EJ} < \frac{\pi}{l}$, значение y , игла будет сохранять прямолинейную форму.

Как только будет или же, что то же самое,

$$F = F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}, \quad (15)$$

игла потеряет устойчивость и изогнется. Эта сила, соответствующая $n = 1$, называется эйлеровой силой или первой критической силой [1]. При этом игла прогнется по полуволне синусоиды

$$y = C_1 \sin \frac{\pi \cdot x}{l}, \quad (16)$$

где C_1 – соответствует максимальному изгибу иглы. Величина C_1 может быть определена более точно из дифференциального уравнения изогнутой оси балки

$$y = \frac{1}{EJ} \int \left(\int M_x dx + C \right) dx + D, \quad (17)$$

где C и D - произвольные постоянные, определяемые из граничных условий.

При $n > 1$ упругая линия иглы преобразуется в кривую, включающую n полуволн. Однако эти неустойчивые формы равновесия не имеют практического значения, так как уже при $n = 1$ игла теряет работоспособность.

Величина $F_{кр}$ зависит от условий закрепления иглы, характера нагружения и формы сечений (моментов инерции) иглы. В общем случае формулу Эйлера (15) можно представить в виде

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu l)^2}, \quad (18)$$

где μ – коэффициент приведения длины, зависящий от формы изгиба конца иглы (рис.5).

Определим критическую силу $F_{кр}$ по формуле Эйлера (18) для наиболее слабого сечения иглы (на участке с ушком)

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu l)^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 0,0164}{(2 \cdot 18,5)^2} = 24,8 \text{ Н}$$

Определим величину коэффициента k , характеризующего устойчивость иглы

$$k = \sqrt{F/EJ} = \sqrt{\frac{24,8}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 0,0164}} = 0,085 < \frac{3,14}{18,5} = 0,17.$$

Устойчивость иглы обеспечена.

Для того, чтобы убедиться в достоверности расчетов и надежности иглы, следовало бы определить реальную силу, действующую на иглу. Такой реальной силой является сила прокола ткани. Силу прокола ткани можно определить тремя способами: кинестатическим анализом игольного механизма [2], теоретическим определением прочности пряжи, из которой выработана ткань [3], и экспериментальным.

Таблица - Формулы для инженерных расчетов швейной иглы

Вид расчета на	Основная расчетная формула	Параметры
жесткость	$c = \frac{0,28E \cdot d^2}{l} \geq (3-16)$	d – диаметр лезвия иглы, мм E – модуль упругости материала иглы, для стали E = 2,1·10 ⁵ МПа, l - длина лезвия иглы, мм
устойчивость	$k = \sqrt{\frac{F}{0,1E \cdot d^4}} \leq \frac{\pi}{l}$	F – сила прокола ткани иглой, Н, π – число Пифагора (π = 3,14)
прочность	$\sigma_{сж} = \frac{F}{S} \leq \varphi[\sigma]$	S – площадь слабого сечения иглы, $S \approx 0,25d^2$ мм ² , λ – коэффициент гибкости иглы, $\lambda = \frac{\mu l}{i}, i = \sqrt{\frac{0,1d^4}{F}}$, коэффициент снижения допускаемых напряжений φ выбирается в зависимости от значения λ, [σ] – допускаемое напряжение на сжатие, [σ] = 60-90 МПа

Список использованных источников

1. Иосилевич Г.Б., Лебедев П.А., Стреляев В.С. Прикладная Механика. - М.: Машиностроение, 1985.-576с.
2. Božkova O., Barborak O., Blagodarny V. Kinematické Parametre Kulisového Ihlového A Niťového Mechanizmu Priemyselného Šijacieho Stroja/ Výrobné Inžinierstvo, Č.4, 2004.- S.61-64,ISSN 1335-79723.
3. Труевцев Н.И. Технология И оборудование текстильного производства - М.: Изд. научно-технич. литературы, 1960.-684с.