## МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ ХРУПКОЙ РАЗНОСОПРОТИВЛЯЮЩЕЙСЯ СРЕДЫ ПРИ ИНДЕНТИРОВАНИИ ЖЕСТКИМ УДАРНИКОМ

## Садырин А. И., Пирогов С. А.

## НИИ механики Нижегородского госуниверситета им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород, sadyrin@dk.mech.unn.ru

Во многих актуальных прикладных задачах требуется моделирование динамического деформирования и разрушения малопластичных разносопротивляющихся материалов типа бетонов, скальных и полускальных горных пород, твердых керамик, графитов и др., соударяющихся с жесткими ударниками. В этой связи, в настоящее время активно развиваются модели поведения разносопротивляющихся сред, основанные на соотношениях дифференциальных теорий пластичности с одной или несколькими предельными поверхностями, что позволяет достаточно полно и адекватно учесть физическую нелинейность, трещинообразование и разрушение материала в условиях многоосного напряженного состояния с учетом зависимости прочностных свойств от скорости деформирования. Краткий обзор моделей подобных сред содержится в работах [1–5].

Следуя работе [5], приведем основные уравнения упругопластического деформирования и разрушения разносопротивляющихся материалов. Для девиаторных составляющих тензоров напряжений и деформаций вводятся три предельных поверхности: поверхность текучести среды с частичными повреждениями структуры, поверхность разрушения, и поверхность текучести среды с полностью нарушенной структурной прочностью. В зависимости от текущего уровня напряженно-деформированного состояния, процессов деформирования и разрушения среды, предшествующих текущему моменту времени, модель разносопротивляющейся среды включает следующие варианты состояния среды с соответствующими конституционными уравнениями поведения.

Состояние (A) упругого деформирования описывается законом Гука для изотропной однофазной среды. Зона упругого поведения материала ограничивается уравнением поверхности текучести с частичными повреждениями структуры следующего вида:

$$F_{p}(\sigma_{y}, \dot{e}, \vartheta, \omega) = \bar{\sigma}_{i} - \left(A_{p} - \frac{B_{p}\bar{I}}{1 - \gamma B_{p}\bar{I}}\right)\beta(\varphi)q(\omega, \vartheta) = 0, \qquad (1)$$

Здесь  $\tilde{\sigma}_{i}$  и  $\tilde{I}$  – интенсивность девиатора напряжений  $\sigma_{i} = \sqrt{1,5\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}}$  и первый инвариант тензора напряжений  $I = \sigma_{ij}\delta_{ij}$ , соответственно, отнесенные к величине предела прочности при одноосном сжатии  $\sigma_{e}$ ; 9 – параметр упрочнения;  $\omega \in [0,1]$  – параметр поврежденности;  $\beta(\phi)$  – функция, описывающая влияние угла  $\phi$  фазы девиатора напряжений;  $A_{p}, B_{p}, \gamma$  – функции скорости деформаций  $\dot{e}$ , определяемые через экспериментальные данные о пределах текучести при одноосном сжатии  $\sigma^{0}_{Te}$  и одноосном растяжении  $\sigma^{0}_{Tp}$ .

Состояние (В) соответствует процессу равновесного упругопластического деформирования среды с законом течения, ассоциированным с уравнением поверхности текучести (1). Неубывающая функция q(9) описывает изотропное деформационное упрочнение, которому и сопутствует процесс накопления частичных повреждений материала. Количественно повреждения описываются скалярным параметром поврежденности  $0 \le \omega \le 1$ , при вычислении которого используется схема линейного суммирования повреждений. Разрушение среды наступает при выполнении равенства  $\omega = 1$ , соответствующего условию достижения текущей поверхностью текучести (1) в точке нагружения поверхности разрушения, задаваемой в следующем виде

$$F_f(\sigma_{ij}, \bar{e}) = \tilde{\sigma}_i^2 + \frac{C_f}{f(\varphi)} \bar{\sigma}_i + B_f \bar{I} - A_f = 0.$$
<sup>(2)</sup>

Здесь  $f(\phi) - \phi$ ункция, описывающая влияние угла  $\phi$  фазы девиатора напряжений,  $A_f, B_f, C_f - \phi$ ункции скорости деформаций  $\dot{e}$ , определяемые через экспериментальные данные о пределах прочности при одноосном сжатии  $\sigma_c$ , одноосном растяжении  $\sigma_p$  и двухосном сжатии  $\sigma_c$ .



108

На рис. 1 представлено сравнение экспериментальных данных [6,7] по разрушению бетона для двух предельных значений угла  $\phi$ , т. н. меридианов растяжения и сжатия, с предсказаниями уравнения (2). Наблюдается удовлетворительное количественное и качественное количественное и качественное согласие экспериментальных расчетных данных, а также существенное влияние вида напряженного состояния, оказываемое на разрушающие напряжения. Согласование расположения поверхно-

сти текучести (1) в пространстве напряжений относительного поверхности разрушения (2) осуществляется по предельному уровню необратимых деформаций при разрушении, вычисляемых на основе экспериментальной аппроксимации диаграммы деформирования. Хорошую аппроксимацию реальных диаграмм деформирования материалов типа бетонов, скальных и полускальных горных пород дает следующая зависимость:

$$\sigma_{Tc}(e_i) = \sigma_{Tc}^0 + \frac{3GC_p(e_i - e_{i0})}{C_p + (e_i - e_{i0})}.$$
(3)

Здесь  $\sigma_{Tc}$ ,  $\sigma_{Tc}^{\theta}(I)$  – текущий и начальный пределы упругости; G – модуль сдвига;  $e_{i0}$ ,  $e_i$  – интенсивности девиатора деформаций на пределе упругости  $\sigma_{Tc}^{\theta}(I)$  и в текущем состояниях, соответственно;  $C_p$  – константа аппроксимации экспериментальной диаграммы деформирования  $\sigma_{Tc}(e_i)$ .

Состояние (С), соответствующее поведению материала в разрушенном состоянии, описывается моделью упругопластической среды с нулевым сопротивлением растяжению. Закон течения ассоциируется с поверхностью текучести среды с полностью нарушенной структурной прочностью, предложенной в работе [1] для описания поведения фрагментированных скальных и полускальных горных пород при динамических воздействиях:

109

$$F_{pf}(\sigma_{ij}, I, \dot{e}) = \tilde{\sigma}_i + \frac{B_{pf}\tilde{I}}{1 - \gamma_f B_{pf}\tilde{I}} = 0, \qquad (4)$$

Здесь  $B_{\mu f}, \gamma_f$  – экспериментально определяемые параметры. При выполнении условия  $F_{u f}(\sigma_{\mu}, I, \hat{e}) < 0$  реализуется состояние упругого деформирования (**A**).

Состояние (BC) соответствует неравновесному переходу от состояния (B) к состоянию (C) и сопровождается релаксацией напряжений с поверхности (2) на поверхность (4). На диаграмме деформирования (3) данный переход соответствует ниспадающей (неравновесной) ветви диаграммы.

При тестировании предложенной модели деформирования и разрушения разносопротивляющихся сред было проведено сравнение с экспериментальными данными результатов расчета по прониканию в разрушающуюся бетонную преграду сфероконического ударника [10]. Исследовалось ударное взаимодействие жесткого стального ударника сфероконической формы с преградой из бетона. Мишень представляла собой цилиндр, длиной 6,7 см и радиусом 2,7 см, выполненный из мелкозернистого бетона. Расчетная схема данной задачи (момент времени t = 0 мс) и конфитурация расчетной области для двух моментов времени процесса внедрения ударника (моменты времени t = 0,2 и t = 0,34 мс) изображены на рис. 2.

В силу осевой симметрии рассматриваются половины осевого сечения соударяющихся тел. Начальные условия соответствовали движению с начальными скоростями 212 м/с и 217 м/с упруго деформирующегося ударника и свободных от напряжений ударника и мишени. Черточками и точками на рис. 2 отмечены зоны разрушения.





Для описания взаимосвязи шаровых компонент тензоров напряжений и деформаций при динамическом деформировании сред с начальной пористостью применяется известные соотношения  $P - \alpha$  модели [8]. В рамках предложенных соотношений взаимное влияние девиаторных компонент тензора напряжений и шаровой составляющей напряжений в пористых малопластичных средах учитывается двояким образом. Вопервых, это влияние проявляется через дилантансионный эффект разуплотнения при появлении необратимых деформаций сдвига. Во-вторых, наличие девиаторной составляющей тензора напряжений снижает сопротивление необратимому уплотнению пористой среды, приближенно описываемое зависимостью в виде эллиптической САРкривой [9]. К моменту времени t = 0,34 мс разрушения в мишени становятся обширными, сопровождаются отколами с тыльной и фронтальной частей, что согласуется с характером дробления мишени, наблюдаемом в эксперименте. Здесь же представлены расчетная кривая и экспериментальные зависимости сил сопротивления внедрению (интегральные контактные силы) от времени. Процесс внедрения в массив бетона ударника с оживальной головной частью иллюстрирует рис. 3, где представлены для скоростей удара 400 м/с и 500 м/с изменения величины перегрузок  $\overline{g}$  в ударнике и глубин внедрения  $\overline{d}$ , отнесенных к начальной длине ударника, в зависимости от времени, а также сравнение расчетных финальных глубин проникания для скоростей удара 250, 320, 400 и 500 м/с (кривая 3) с предсказаниями двух альтернативных эмпирических формул Национального комитета США по обороне [11] (кривые 1 и 2).



Рис. 3.

В работе [12] приведены эмпирические формулы расчета финальных глубин проникания и величин перегрузок в недеформируемых ударниках с коническими и оживальными формами оголовков в скальные грунты. В частности, для нахождения среднего значения перегрузки предлагается формула  $\overline{g}_0 = V_s^2 / (2 \cdot g \cdot D)$ , где g – ускорение свободного падения, D – диаметр ударника,  $V_s$  – скорость соударения. Максимальное значение перегрузки  $\overline{g}$  определяется формулой:  $\overline{g} = 1, 5\overline{g}_0$ . На рис. 4 представлены результаты сравнения расчетных перегрузок  $\overline{g}$  и финальных глубин  $\overline{d}$  при проникании ударника с оживальной головной частью в массив мрамора с предсказаниями эмпирических формул для скоростей удара 100, 150, 200, 250 и 300 м/с.

Механические характеристики для оснащения расчетных моделей бетона и мрамора были взяты из работ [1,10,13,14]. Из представленных результатов видно, что в целом наблюдается удовлетворительное количественное и качественное согласие результатов расчета с экспериментальными данными и эмпирическими зависимостями, что подтверждает неплохие предсказательные возможности предложенной модели деформирования и разрушения бетона и твердых горных пород при внедрении в них малодеформируемых ударников.

110





В заключение авторы выражают благодарность сотрудникам НИИ механики ННГУ А.М. Брагову за предоставленные экспериментальные данные, С.В. Крылову и Е.В. Цветковой за проведение компьютерных расчетов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 07-01-00257а

## Список литературы

- Замышляев, Б.В. Модели динамического деформирования и разрушения грунтовых сред/ Б.В. Замышляев, Л.С. Евтерев. -М.: Наука, 1990. -215 с.
- Драгон, А. Континуальная модель пластически-хрупкого поведения скальных пород и бетона/ А. Драгон, З. Мруз.// Механика деформируемых твердых тел. Направления развития. -М.: Мир. -1983. -С. 163-188.
- Карпенко, Н.И. Общие модели механики бетона / Н.И. Карпенко. -М.: Стойиздат, 1996. -416 с.
- Bicanic, N. Constitutive model for concrete under dynamic loading/ N. Bicanic, 0.C. Zienkiewich.// Eart quake Engng Struct. Dynamic. -1981. V. 11, -P. 689-710.
- Садырин, А.И. Модель динамического деформирования и разрушения бетона/ А.И. Садырин// Межвуз. сб. Проблемы прочности и пластичности. -Н.Новгород: Изд-во ННГУ. 2003. Вып. 65. -С. 5-14.
- Kupfer, H. Behavior of concrete under biaxial stresses/ H. Kupfer, H.K. Hilsdorf, H.J. Rusch //ACI. -1969. -V. 66, No8. -P. 656-666.
- Ottosen, N.S. A failure criterion for concrete/ N.S. Ottosen. //J. Engng. Mech. Div. ASCE 103(EM4) -1977. P. 527-535.
- Садырин А.И. Уточненная модель пластического деформирования пористой среды / А.И. Садырин //Химическая физика. 1995. Т. 14, №2-3. С. 136.
- Sandler, I. Generalized cap model for geological materials / I. Sandltr, F. L. DiMaggio, G. Y. Baladi // J. Geotech. Div. ASCE 102 GT7 (July 1976) P. 683-699.
- Садырин, А.И. Моделирование процесса внедрения жесткого ударника в бетонную преграду /А.И. Садырин, С.В. Крылов, С.А. Пирогов, Е.В. Цветкова// Межвуз. сб. Проблемы прочности и пластичности. -Н.Новгород: Изд-во ННГУ. 2006. Вып. 68. -С. 66-77.
- Kennedy, R.P. A review of procedures for the analisis end design of concrete structures to resist missile impact effects. / R.P. Kennedy // Nucl. Eng and Design, 1976, №37.
- C.W. Young. 1997. Penetration Equations, Contractor Report, SAND 97-2426, Sandia Nayional Laboratories, Albuquerque, N.Mex., October.
- 13. Физика взрыва/ Под ред. Л.П. Орленко М. Т. 2: Физматлит, 2002 823 С.
- Трунин, Р.Ф. Экспериментальные данные по ударно-волновому сжатию и адиабатическому расширению конденсированных веществ./ Р.Ф. Трунин и др. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2001 426 С.