виде импликативного отображения $R\{O_L(\gamma_i), A_K(\omega_i)\} \to E_S\{\varepsilon_i\}$, где – R отношение связи, выполненное на основе экспериментальных данных.

Таблица лингвистических правил

$O_L(\gamma_i)/A_K(\omega_i)$	**NB**	**NM**	**ZE**	**PM**	**PB**
NB	NB	NM	NM	NM	ZE
NM	NM	ZE	ZE	ZE	PM
ZE	NM	ZE	ZE	ZE	PM
PM	NM	ZE	ZE	ZE	PM
PB	ZE	PM	PM	PM	PB

В качестве примера рассчитана таблица лингвистических правил при деформации $\varepsilon = 4{,}7\%$ стали Х18Н10Т для условий испытания: размер зерна – 200мкм., скорость деформации – 10^{-3} 1/сек, рабочая длина – 60 мм., податливость системы нагружения – 0,01 мм/кг.

Поскольку продукционные правила выводятся на основе действующих механизмов МПД в конкретных условиях испытания, то совокупность одноименных термов можно рассматривать как объемную долю каждого из механизмов МПД.

Таким образом, базовая модель ДПМ па основе нечетких множеств представляет набор таблиц лингвистических правил и таблиц вывода результата дефаззификации для каждой фиксированной деформации и конкретных условий испытания.

Список литературы

1. Осташев В.В., Шевченко О.Д. Представление конструкционной прочности сталей на макро- и мезоуровне. // Научные ведомости. – Белгород: Из-во БелГУ, 2000,
2. № 1(10 – С.24-30) .
3. Жданов А.А. Метод автономного адаптивного управления.- Известия РАН. Теория и системы управления. № 5, 1999. – С. 127 – 134.

УДК 539.3

КОНТИНУАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ МНОГОСЛОЙНЫХ ТОНКИХ ПЛАСТИН ПО НЕСИММЕТРИЧНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Саркисян С. О., Фарманян А. Ж.

Гюмрийский государственный педагогический институт,
Гюмри, Армения

Введение

Микрополярная, моментная, несимметричная теория упругости ныне трактуется как базовая математическая модель упругих сред со структурой на различных масштабных уровнях деформации твердых тел [1]. Актуально разработок методов построения модели макроскопического образца с учетом его наномасштабной или микромасштабной структуры. Это означает выявление количественной связи макроскопических механических свойств материалов с параметрами их нано- (имеем в виду многослойные нанотрубки, нанокомпозиты) и микроструктур.

В данной работе на основе асимптотического метода [2] из общей трехмерной граничной задачи несимметричной теории упругости со свободным вращением для многослойных сред строятся континуальные модели микрополярных слоистых пластин. В зависимости от значений безразмерных физических констант материалов слоистой среды (в которых входит также масштабный фактор) построены три различные континуальные теории слоистых пластин: теория со свободным вращением; теория со стесненным вращением; теория «с малой сдвиговой жесткостью».

1. **Постановка задачи.** Рассмотрим пластинку, состоящую из некоторого числа слоев постоянной толщины. Выберем плоскость отчета таким образом, чтобы над этой плоскостью располагалась n слоев, а под ней m слоев. Общую толщину слоистой пластинки обозначим через $2h$. Будем использовать декартовой системой координат $x, y, z,$ располагая оси x, y в плоскости отчета. Принимаем, что слои описываются уравнениями несимметричной теории упругости с независимыми полями перемещений и вращений.

Напряженное состояние каждого отдельно взятого слоя строим при помощи асимптотического метода интегрирования уравнений [2]

$$\frac{\partial\sigma_{11}^i}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{21}^i}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_{31}^i}{\partial z}=0;\qquad \frac{\partial\sigma_{12}^i}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{22}^i}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_{32}^i}{\partial z}=0;\qquad \frac{\partial\sigma_{13}^i}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{23}^i}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_{33}^i}{\partial z}=0;$$

$$\frac{\partial\mu_{11}^i}{\partial x}+\frac{\partial\mu_{21}^i}{\partial y}+\frac{\partial\mu_{31}^i}{\partial z}+\sigma_{23}^i-\sigma_{32}^i=0;\qquad \frac{\partial\mu_{12}^i}{\partial x}+\frac{\partial\mu_{22}^i}{\partial y}+\frac{\partial\mu_{32}^i}{\partial z}+\sigma_{31}^i-\sigma_{13}^i=0;$$

$$\frac{\partial\mu_{13}^i}{\partial x}+\frac{\partial\mu_{23}^i}{\partial y}+\frac{\partial\mu_{33}^i}{\partial z}+\sigma_{12}^i-\sigma_{21}^i=0;$$

$$\frac{\partial u_1^i}{\partial x}=2\mu_i'\sigma_{11}^i+\lambda_i'\left(\sigma_{11}^i+\sigma_{22}^i+\sigma_{33}^i\right);\qquad \frac{\partial u_2^i}{\partial y}=2\mu_i'\sigma_{22}^i+\lambda_i'\left(\sigma_{11}^i+\sigma_{22}^i+\sigma_{33}^i\right);\qquad (1.1)$$

$$\frac{\partial u_3^i}{\partial z}=2\mu_i'\sigma_{33}^i+\lambda_i'\left(\sigma_{11}^i+\sigma_{22}^i+\sigma_{33}^i\right);$$

$$\frac{\partial u_2^i}{\partial x}-\omega_3^i=\left(\mu_i'+\alpha_i'\right)\sigma_{12}^i+\left(\mu_i'-\alpha_i'\right)\sigma_{21}^i;\qquad \frac{\partial u_1^i}{\partial y}+\omega_3^i=\left(\mu_i'+\alpha_i'\right)\sigma_{21}^i+\left(\mu_i'-\alpha_i'\right)\sigma_{12}^i;$$

$$\frac{\partial u_3^i}{\partial x}+\omega_2^i=\left(\mu_i'+\alpha_i'\right)\sigma_{13}^i+\left(\mu_i'-\alpha_i'\right)\sigma_{31}^i;\qquad \frac{\partial u_1^i}{\partial z}-\omega_2^i=\left(\mu_i'+\alpha_i'\right)\sigma_{31}^i+\left(\mu_i'-\alpha_i'\right)\sigma_{13}^i;$$

$$\frac{\partial u_3^i}{\partial y}-\omega_1^i=\left(\mu_i'+\alpha_i'\right)\sigma_{23}^i+\left(\mu_i'-\alpha_i'\right)\sigma_{32}^i;\qquad \frac{\partial u_1^i}{\partial z}+\omega_1^i=\left(\mu_i'+\alpha_i'\right)\sigma_{32}^i+\left(\mu_i'-\alpha_i'\right)\sigma_{23}^i;$$

$$\frac{\partial\omega_1^i}{\partial x}=2\gamma_i'\mu_{11}^i+\beta_i'\left(\mu_{11}^i+\mu_{22}^i+\mu_{33}^i\right);\qquad \frac{\partial\omega_2^i}{\partial y}=2\gamma_i'\mu_{22}^i+\beta_i'\left(\mu_{11}^i+\mu_{22}^i+\mu_{33}^i\right);$$

$$\frac{\partial\omega_3^i}{\partial z}=2\gamma_i'\mu_{33}^i+\beta_i'\left(\mu_{11}^i+\mu_{22}^i+\mu_{33}^i\right);\qquad \frac{\partial\omega_2^i}{\partial x}=\left(\gamma_i'+\varepsilon_i'\right)\mu_{12}^i+\left(\gamma_i'-\varepsilon_i'\right)\mu_{21}^i;$$

$$\frac{\partial\omega_1^i}{\partial y}=(\gamma_i'+\varepsilon_i')\mu_{21}^i+(\gamma_i'-\varepsilon_i')\mu_{12}^i; \qquad \frac{\partial\omega_3^i}{\partial x}=(\gamma_i'+\varepsilon_i')\mu_{13}^i+(\gamma_i'-\varepsilon_i')\mu_{31}^i;$$

$$\frac{\partial\omega_3^i}{\partial y}=(\gamma_i'+\varepsilon_i')\mu_{23}^i+(\gamma_i'-\varepsilon_i')\mu_{32}^i; \qquad \frac{\partial\omega_1^i}{\partial z}=(\gamma_i'+\varepsilon_i')\mu_{31}^i+(\gamma_i'-\varepsilon_i')\mu_{13}^i;$$

$$\frac{\partial\omega_2^i}{\partial z}=(\gamma_i'+\varepsilon_i')\mu_{32}^i+(\gamma_i'-\varepsilon_i')\mu_{23}^i.$$

Здесь, σ_{mn}^i, μ_{mn}^i – силовые и моментные напряжения; u_i – перемещения; ω_i – независимые повороты; α_i; μ_i; β_i; γ_i; ε_i – упругие константы микрополярного материала i-го слоя.

Считая, что верхняя и нижняя плоскости слоистой пластинки загружены произвольной силовой и моментной нагрузкой, запишем граничные условия в виде

$$\begin{aligned}
&\sigma_{31}^n=p_1; \quad \sigma_{32}^n=p_2; \quad \sigma_{33}^n=p_3; \\
&\mu_{31}^n=m_1; \quad \mu_{32}^n=m_2; \quad \mu_{31}^n=m_3;
\end{aligned} \quad \text{где} \quad z=z_n$$

$$\begin{aligned}
&\sigma_{31}^{-m}=p_1; \quad \sigma_{32}^{-m}=p_2; \quad \sigma_{33}^{-m}=-p_3; \\
&\mu_{31}^{-m}=-m_1; \quad \mu_{32}^{-m}=-m_2; \quad \mu_{31}^{-m}=m_3;
\end{aligned} \quad \text{где} \quad z=z_{-m} \tag{1.2}$$

На боковой поверхности слоистой пластинки считаются заданными, в общем случае, смешанный вариант граничных условий несимметричной теории упругости с независимыми полями перемещений и вращений.

Будем строить напряженные состояния, названные в [2] внутренними (основными), на основе которого построим континуальные модели микрополярных слоистых пластин. Для этого в (1.1) выполним замену переменных [2]. Вводим следующие безразмерные физические параметры слоев $\frac{a^2\mu_1}{\gamma_i};\frac{a^2\mu_1}{\beta_i};\frac{a^2\mu_1}{\varepsilon_i};\frac{\mu_1}{\mu_i};\frac{\alpha_i}{\mu_i}$. Здесь a – характерный размер в плане пластинки.

Обозначим через Q^i любое силовое или моментное напряжение, смещение или независимый поворот; положим

$$Q^i=\delta^{-q}\sum_{s=0}^{S}\delta^s\bar{Q}^{i(s)} \tag{1.4}$$

Здесь индекс (s) указывает номер приближения, а через q обозначим некоторые целые числа, различные для различных смещений, поворотов, силовых и моментных напряжений.

2. **Континуальная теория многослойных микрополярных пластин с независимыми полями перемещений и вращений**. Будем предполагать, что безразмерные физические параметры (1.3) имеют значения

$$\frac{a^2\mu_1}{\gamma_i}\sim 1; \quad \frac{a^2\mu_1}{\beta_i}\sim 1; \quad \frac{a^2\mu_1}{\varepsilon_i}\sim 1; \quad \frac{\mu_1}{\mu_i}\sim 1; \quad \frac{\alpha_i}{\mu_i}\sim 1. \tag{2.1}$$

В этом случае для краевой задачи (1.1), (1.2) в выражении (1.4) для величин q получим (в случае задачи изгиба):

$$q=1;\quad \bar\sigma_{i3};\ \bar\sigma_{3i}\,(i=1;2);\ \bar\mu_{mn}\,(\ mn:\ 11;22;33;12;21);\quad \bar\omega_i\ \ (i=1;2);\ \ \bar u_3$$
$$q=0;\quad \bar\sigma_{mn}\,(mn:\ \ 11;22;12;21;33);\quad \bar\mu_{i3};\ \ \bar\mu_{3i};\ \ \bar u_i\ \ (i=1;2);\ \ \omega_3. \tag{2.2}$$

Здесь, как главный результат, приведем определяющую систему двумерных уравнений для исходного асимптотического приближения, т. е. для общей континуальной (двумерной) теории изгиба микрополярных многослойных пластин с независимыми полями перемещений и вращений:

Уравнения равновесия

$$\frac{\partial L_{11}}{\partial x}+\frac{\partial L_{21}}{\partial y}+N_{23}-N_{32}=-2m_1;\quad \frac{\partial L_{12}}{\partial x}+\frac{\partial L_{22}}{\partial y}+N_{31}-N_{13}=-2m_2;$$
$$\frac{\partial N_{13}}{\partial x}+\frac{\partial N_{23}}{\partial y}=-2p_3. \tag{2.3}$$

Соотношения упругости

$$N_{13}=\sum_{i=-m}^{n}\frac{\mu_i-\alpha_i}{\mu_i+\alpha_i}N_{31}+\sum_{i=-m}^{n}\frac{4\mu_i\alpha_i}{\mu_i+\alpha_i}2h\Gamma_{13};\qquad N_{31}=2hp_1;$$
$$N_{23}=\sum_{i=-m}^{n}\frac{\mu_i-\alpha_i}{\mu_i+\alpha_i}N_{32}+\sum_{i=-m}^{n}\frac{4\mu_i\alpha_i}{\mu_i+\alpha_i}2h\Gamma_{23};\qquad N_{32}=2hp_2;$$
$$L_{11}=\sum_{i=-m}^{n}2h\left[\frac{4\gamma_i(\gamma_i+\beta_i)}{2\gamma_i+\beta_i}k_{11}+\frac{2\beta_i\gamma_i}{2\gamma_i+\beta_i}k_{22}\right]+\sum_{i=-m}^{n}\frac{\beta_i}{\beta_i+2\gamma_i}L_{33};\qquad L_{33}=2hm_3; \tag{2.4}$$
$$L_{22}=\sum_{i=-m}^{n}2h\left[\frac{4\gamma_i(\gamma_i+\beta_i)}{2\gamma_i+\beta_i}k_{22}+\frac{2\beta_i\gamma_i}{2\gamma_i+\beta_i}k_{11}\right]+\sum_{i=-m}^{n}\frac{\beta_i}{\beta_i+2\gamma_i}L_{33};$$
$$L_{12}=\sum_{i=-m}^{n}2h\left[(\gamma_i+\varepsilon_i)k_{12}+(\gamma_i-\varepsilon_i)k_{21}\right];\qquad L_{21}=\sum_{i=-m}^{n}2h\left[(\gamma_i+\varepsilon_i)k_{21}+(\gamma_i-\varepsilon_i)k_{12}\right].$$

Геометрические соотношения

$$\Gamma_{13}=\frac{\partial w}{\partial x}+\Omega_2;\quad \Gamma_{23}=\frac{\partial w}{\partial y}-\Omega_1;\quad k_{11}=\frac{\partial\Omega_1}{\partial x};\quad k_{22}=\frac{\partial\Omega_2}{\partial y};\quad k_{12}=\frac{\partial\Omega_2}{\partial x};\quad k_{21}=\frac{\partial\Omega_1}{\partial y} \tag{2.5}$$

Здесь $N_{i3}; L_{ii}; L_{ij}; \Gamma_{i3}; k_{ii}; k_{ij}$ – усредненные усилия, моменты, деформации, изгибание и кручение; w – прогиб, Ω_i – повороты точек базовой плоскости пластинки. Вопрос о граничных условиях континуальной двумерной теории микрополярных пластин можем определить, построив погранслой [2] вблизи боковой поверхности многослойной пластинки и изучая задачу сращивания внутренней задачи и погранслоя.

3. **Континуальная теория многослойных микрополярных пластин со стесненным вращением**. Теперь, будем полагать, что безразмерные физические параметры (1.3) представимы в виде:

$$\frac{a^2\mu_1}{\gamma_i}\sim\delta^{-2}\gamma_*;\quad \frac{a^2\mu_1}{\beta_i}\sim\delta^{-2}\beta_*;\quad \frac{a^2\mu_1}{\varepsilon_i}=\delta^{-2}\varepsilon_*;\quad \frac{\mu_1}{\mu_i}\sim 1;\quad \frac{\alpha_i}{\mu_i}\sim 1. \tag{3.1}$$

где $\gamma_*;\beta_*;\varepsilon_*$ величины порядка единицы.

В этом случае для краевой задачи (1.1), (1.2) имеет место отличное от (2.2) асимптотика. В выражении (1.4) для q, на этот раз, будем иметь (для задачи изгиба):

$$\begin{aligned}
&q=0 \quad \text{для} \quad \bar\sigma_{33};\bar\mu_{3i};\bar\mu_{i3} \quad (i=1;2)\\
&q=1 \quad \text{для} \quad \bar\sigma_{i3};\bar\sigma_{3i} \quad (i=1;2);\quad \bar\mu_{mn}\,(mn:11;22;33;12;21)\\
&q=2 \quad \text{для} \quad \bar\sigma_{mn}\,(mn:11;22;12;21);\quad \bar u_i\,(i=1;2);\quad \bar\omega_3;\\
&q=3 \quad \text{для} \quad \bar u_3;\ \bar\omega_i \quad (i=1;2)
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Отличительными особенностями для этой асимптотики являются:
А) повороты точек слоев пластинки выражаются через перемещения;
Б) часть величин, определяющих задачу, объединяются, и в рамках этих величин приходим к двумерной континуальной теории многослойных микрополярных пластин. А для отдельных величин $(\mu_{33}^i,\ \mu_{31}^i,\ \mu_{32}^i)$ – приходим к отдельным дифференциальным уравнениям (типа обыкновенного, где координаты x,y выступают как параметры) относительно поперечной координаты z.

Здесь, как главный результат, приведем определяющая система двумерных уравнений для исходного асимптотического приближения внутренней задачи, т. е. определяющая система континуальной двумерной теории изгиба многослойных микрополярных пластин со стесненным вращением:

Уравнения равновесия

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial(L_{11}-M_{12})}{\partial x}+\frac{\partial(L_{21}-M_{22})}{\partial y}+aN_{23}=2ap_2-\frac{m_1}{\mu_1};\\
&\frac{\partial(L_{12}+M_{11})}{\partial x}+\frac{\partial(L_{22}+M_{21})}{\partial y}-aN_{13}=-2ap_1-\frac{m_2}{\mu_1}\\
&\frac{\partial N_{13}}{\partial x}+\frac{\partial N_{23}}{\partial y}=-2ap_3.
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Физические соотношения

$$\begin{aligned}
&M_{11}=\sum_{i=-m}^{n}\frac{2E_ih_i^3}{3(1-\upsilon_i^2)}\left[\frac{\partial\beta_1}{\partial x}+\upsilon_i\frac{\partial\beta_2}{\partial y}\right]\quad (1\rightleftarrows 2),\\
&M_{12}=\sum_{i=-m}^{n}\frac{E_ih_i^3}{3(1+\upsilon_i)}\left(\frac{\partial\beta_2}{\partial x}+\upsilon_i\frac{\partial\beta_1}{\partial y}\right)-hm_3+\frac{1}{2}L_{33},\\
&M_{21}=\sum_{i=-m}^{n}\frac{E_ih_i^3}{3(1+\upsilon_i)}\left(\frac{\partial\beta_2}{\partial x}+\upsilon_i\frac{\partial\beta_1}{\partial y}\right)+hm_3-\frac{1}{2}L_{33},\\
&L_{11}=\sum_{i=-m}^{n}4h_i\gamma_i\frac{\partial\Omega_1}{\partial x}+\sum_{i=-m}^{n}\frac{\beta_i}{2\gamma_i+\beta_i}L_{33}\quad (1\rightleftarrows 2),\\
&L_{12}=\sum_{i=-m}^{n}2h_i(\gamma_i+\varepsilon_i)\frac{\partial\Omega_2}{\partial x}+\sum_{i=-m}^{n}2h_i(\gamma_i-\varepsilon_i)\frac{\partial\Omega_1}{\partial y}\quad (1\rightleftarrows 2)
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Геометрические соотношения

$$\Omega_1 = -\beta_2 = \frac{\partial w}{\partial y}\ , \quad \Omega_2 = \beta_1 = -\frac{\partial w}{\partial x}\ . \tag{3.5}$$

4. **Континуальная теория многослойных микрополярных пластин «с малой сдвиговой жесткостью».** Предположим, что физические безразмерные параметры материала (1.3), теперь, представимы в виде

$$\frac{a^2\mu_1}{\gamma_i}\sim 1;\quad \frac{a^2\mu_1}{\beta_i}\sim 1;\quad \frac{a^2\mu_1}{\varepsilon_i}=1;\quad \frac{\mu_1}{\mu_i}\sim 1;\quad \frac{\alpha_i}{\mu_i}\sim\delta^2\alpha_*. \tag{4.1}$$

В выражении (1.4) для величин q имеем

$$\begin{aligned}
&q=0 \quad \text{для} \quad \overline{\sigma}^i_{33},\\
&q=1 \quad \text{для} \quad \overline{\sigma}^i_{31},\ \overline{\sigma}^i_{32},\ \overline{\sigma}^i_{13},\ \overline{\sigma}^i_{23},\ \overline{\mu}^i_{33},\\
&q=2 \quad \text{для} \quad \overline{\sigma}^i_{11},\ \overline{\sigma}^i_{22},\ \overline{\sigma}^i_{12},\ \overline{\sigma}^i_{21},\ \overline{u}^i_1,\ \overline{u}^i_2,\ \overline{\mu}^i_{31},\ \overline{\mu}^i_{32},\ \overline{\mu}^i_{13},\ \overline{\mu}^i_{23},\ \omega^i_3,\\
&q=3 \quad \text{для} \quad \overline{u}^i_3,\ \omega^i_1,\ \omega^i_2,\ \overline{\mu}^i_{11},\ \overline{\mu}^i_{22},\ \overline{\mu}^i_{12},\ \overline{\mu}^i_{21}.
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Отметим, что при асимптотике (4.1), (4.2) в получаемых двумерных уравнениях величины «чисто моментного» происхождения отделяются и образуют отдельную систему уравнений. Для «силовой» части задачи получим своеобразную сдвиговую теорию многослойных микрополярных пластин.

Сформулируем эти отдельные группы уравнений.

Уравнения «чисто моментной» части задачи многослойных микрополярных пластин:

Уравнения равновесия

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial L_{11}}{\partial x}+\frac{\partial L_{21}}{\partial y}=-2m_1;\\
&\frac{\partial L_{12}}{\partial x}+\frac{\partial L_{22}}{\partial y}=-2m_2.
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Соотношения упругости

$$\begin{aligned}
&L_{11}=\sum_{i=-m}^{n} h_i\left[\frac{4\gamma_i(\gamma_i+\beta_i)}{2\gamma_i+\beta_i}k_{11}+\frac{2\beta_i\gamma_i}{2\gamma_i+\beta_i}k_{22}\right];\\
&L_{22}=\sum_{i=-m}^{n} h_i\left[\frac{4\gamma_i(\gamma_i+\beta_i)}{2\gamma_i+\beta_i}k_{22}+\frac{2\beta_i\gamma_i}{2\gamma_i+\beta_i}k_{11}\right];\\
&L_{12}=\sum_{i=-m}^{n} h_i\left[(\gamma_i+\varepsilon_i)k_{12}+(\gamma_i-\varepsilon_i)k_{21}\right];\\
&L_{21}=\sum_{i=-m}^{n} 2h\left[(\gamma_i+\varepsilon_i)k_{21}+(\gamma_i-\varepsilon_i)k_{12}\right].
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Геометрические соотношения

$$k_{11} = \frac{\partial\Omega_1}{\partial x}; \quad k_{22} = \frac{\partial\Omega_2}{\partial y}; \quad k_{12} = \frac{\partial\Omega_2}{\partial x}; \quad k_{21} = \frac{\partial\Omega_1}{\partial y}. \tag{4.5}$$

Уравнения «чисто силовой» части задачи многослойных микрополярных пластин:

Уравнения равновесия

$$\frac{\partial N_{13}}{\partial x} + \frac{\partial N_{23}}{\partial y} = -p_3, \quad N_{31} - \frac{\partial M_{11}}{\partial x} - \frac{\partial H}{\partial y} = hp_1, \quad N_{32} - \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial M_{22}}{\partial y} = hp_2 \tag{4.6}$$

Соотношения упругости

$$\begin{gathered} N_{13} = \sum_{i=-m}^{n} 8h_i\alpha_i\Gamma_{13} - N_{31}, \quad N_{23} = \sum_{i=-m}^{n} 8h_i\alpha_i\Gamma_{23} - N_{32}, \\ M_{11} = -\sum_{i=-m}^{n} \frac{2E_ih_i^3}{3\left(1-\upsilon_i^2\right)}\left(K_{11} + \upsilon_i K_{22}\right)\left(1 \rightleftarrows 2\right), M_{12} = M_{21} = H = \sum_{i=-m}^{n} \frac{4\mu_i h_i^3}{3} K_{12} \end{gathered} \tag{4.7}$$

Геометрические соотношения

$$\Gamma_{13} = \frac{\partial w}{\partial x} + \Omega_2, \; \Gamma_{23} = \frac{\partial w}{\partial y} - \Omega_1, \; K_{11} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \; K_{22} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \; K_{12} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \tag{4.8}$$

Заключение

Представлен асимптотический подход построения математических моделей тонких микрополярных многослойных пластин. Существенным здесь является тот факт, что конкретный континуальный модель многослойных микрополярных пластин зависит от значений физических безразмерных параметров слоев пластинки, в которых входит также масштабный фактор. Это означает, на наш взгляд, что в зависиммости от указанного масштабного фактора и тонкостенности слоистой пластинки, возможно применения построенных континуальных моделей многослойных микрополярных пластин при изучении задач структурной механики и в частности при изучении проблем микро- и наномеханики.

Список литературы

1. Морозов Н.Ф. Структурная механика материалов элементов конструкций. Взаимодействие нано-микро-мезо и макромасштабов при деформировании и разрушении// Известия РАН. Механика твердого тела. 2005. N4. С. 188-189.
2. Sargsyan S.H. On some Interior and Boundary Effects in Thin Plates Based on the Asymmetric Theory of Elasticity // Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics. Vol. 16./Theories of Plates and Shells. Critical Review and New Applications. Springer. 2004. P. 201-210.