Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 07-01-00457 и гранта Президента РФ по поддержке научных школ НШ-4518.2006.1.

# Список литературы

- Чумляков Ю. И., Сурикова Н. С., Коротаев А. Д. Ориентационная зависимость прочностных и пластических свойств монокристалов никелида титана // Физ. мет. и металловед. 1996. Т. 82. Вып. 1. С. 148 – 158.
- M.E. Evard, A.E.Volkov A theoretical study of the plastic deformation in titanium-nickel shape memory alloy // Proceeding of International Symposium on Shape Memory Alloys/ Fundamentals, Modelling and Industrial Applications, edited by F.Troshu, V.Brailovski, A.Galibois, 1999, P.177-183
- 3. А.Е. Волков, М.Е. Евард, О.В. Бобелева Моделирование накопления дефектов и повреждаемости в процессе пластической деформации и при аккомодации мартенсита в сплавах с памятью формы // Материаловедение, 2006. № 12. С.2-5.
- В.А. Лихачев, В.Г. Малинин Структурно-аналитическая теория прочности. СПб.: Наука, 1993. 471 с.
- А.Е. Волков, В.А. Лихачев, В.Ф.Мозгунов Использование структурно-аналитической теории для расчета сигналов акустической эмиссии и оценки остаточного ресурса // Функционально-механические свойства материалов и их компьютерное конструирование / Материалы XXIX семинара "Актуальные проблемы прочности", Псков, 1993. С. 581-591.
- М.И. Мусатов, Л.П. Фаткуллина, А.Ш. Фридман и др. Исследование качества слитков и деформируемости сплава системы титан-никель // Металловедение и литье легких сплавов. М.: Металлургия, 1977. С.237-245.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНСТРУКЦИОННОЙ ПРОЧНОСТИ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ

#### Останиев В. В.

Псковский Государственный педагогический университет, Псков ostvv@vandex.ru

#### 1. Общие принципы

Понятие конструкционной прочности (КП) предполагает ряд количественных характеристик, описывающих работу деформируемого поликристаллического материала (ДПМ) в конструкции, и определяется как внутренняя реакция ДПМ на условия нагружения в виде эволюции деформационных структур (ДС), организованных как многоуровневые иерархические, нелинейные динамические. ДС, являясь отображением КП определяется как форма локализации процесса и как нечеткая корреляция в расположении мезодефектов и связей между ними, обладает определенной интеллектуальностью, выраженную принципом рационального поведения: мезодефект, выбирая свои действия, всегда стремится максимизировать целевую функцию. Разряд сдвиг (у) — поворот (ф) или отдельный акт (сдвиг или поворот) можно рассматривать как финальную стадию этой задачи, а неоднородность и осциллирующий характер микропластических деформаций (МПД) можно определить как след управляющего воздействия.

Внутренняя задача управления, стоящая перед мезодефектами, сводится к нахождению решающего правила, позволяющего осуществить полезную функцию в соответствии с принципом Ле-Шателье – внешнее воздействие, выводящее систему из равновесия, стимулирует в ней процессы, частично компенсирующие результаты этого воздействия.

Идея моделирования и управления КП на мезоуровне основана на неразрывности процессов технологического и эксплуатационного воздействия, рассматривает их как продолжающуюся тенденцию, как преобразование внутренней среды с целью адаптации к условиям нагружения. При этом адаптация достигается не за счет коррекции параметров некоторого заранее заданного закона управления, а за счет обусловленного физической природой ДПМ закона управления в форме экспериментально обнаруживаемых нечетких отображений параметров МПД из множества исходных состояний ( $\Gamma$ { $\gamma$ <sub>i</sub>}) в множество конечных состояний ( $\Gamma$ { $\varepsilon$ <sub>i</sub>}) в виде импликации:

условие 
$$t_1(\Gamma\{\gamma_i\}) \to$$
 действие  $t_2(\Omega\{\omega_i\}) \to$  результат  $t_3(E\{\varepsilon_i\}),$  (1)

где  $t_1, t_2, t_3$  – последовательность актов микропластических деформаций.

Управление КП предполагает решение трех взаимосвязанных задач:

- задача анализа ДПМ с целью построения его модели;
- задача синтеза управляющей системы (УС) методом автономного адаптивного управления (ААУ).
- организация процедуры обратного отображения состояния ДПМ на условия нагружения.

В данной работе решается первая задача.

# 2. Экспериментальные основы

Молелирование КП сталей методом математического планирования эксперимента позволило обозначить приоритеты определенных термических и технологических обработок для сталей типа 18-8 и марки 35ХСН2МА [1]. Постановкой факторного эксперимента 24 исследована зависимость характеристик прочности и пластичности от условий нагружения. Условия испытания, имитирующие эксплуатационные воздействия, определены следующими факторами - скорость деформации, рабочая длина образца, размер зерна, податливость нагружающей системы. По результатам факторного эксперимента выделены образцы с контрастными характеристиками – максимальными показателями пластичности, максимальными показателями прочности, с относительно высоким комплексом характеристик прочности и пластичности. Информация для оценки КП по параметрам деформации на мезоуровне получена исследованием полей смещения узлов делительной сетки, нанесенной непосредственно на образец. Геометрическим образом мезодефекта на нижнем структурном уровне (внутризеренные пластические деформации) является ячейка размером 10 мкм. Поле смещений численным дифференцированием преобразуется в поле дисторсии  $\beta_{ij} = \varepsilon_{ij} + \omega_{ij}$  . Для плоского случая по формулам Коши рассчитываются все компоненты тензора симметричной и антисимметричной составляющих ( $\Gamma\{\gamma_i\}$ ), ( $\Omega\{\omega_i\}$ ), ( $E\{\epsilon_i\}$ ). Операцией Sort up преобразуем множество  $E\{\varepsilon_i\}$  в множество  $E_S\{\varepsilon_i\}$ , на котором выполняется отношение нестрогого порядка  $\varepsilon_i \le \varepsilon_{i+1}$ . Результат представляется в виде кривой  $\mathrm{E}_S\{\varepsilon_i\} = F(n), n$  – число ячеек делительной сетки.

# 3. Формализация модели

Формализация поведения ансамбля мезодефектов при пластической деформации позволяет рассматривать вопросы управления КП и проектирования материалов в терминах нечетких множеств из-за неоднозначности отображения (1). Идея нечеткого управления состоит в представлении ДПМ в виде автономной адаптивной модели и реализации нечеткого алгоритма с использованием нечеткой логики в системе адаптивного автономного управления (ААУ) [2]. Условие автономности предполагает, что УС

является подсистемой объекта управления (ОУ) и осуществляет управление на основе знаний, добываемых самостоятельно, взаимодействуя со своим окружением, то есть

При построении ААУ возникает две задачи – задача получения и представления в базе знаний (БЗ) эмпирической информации и задача принятия решений на основе найденных закономерностей (рис. 1). Фаззификатор преобразует точное множество входных данных в нечеткое множество, определенное с помощью функции принадлежности, а дефаззификатор решает обратную задачу – формирует однозначное решение относительно входной переменной.

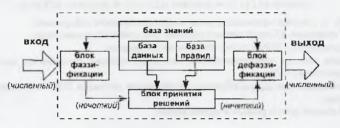


Рис. 1. Общая схема нечеткого вывода

Под БЗ в системе AAУ понимается подсистема, хранящая информацию необходимую для управления – представляет собой тройки:

образ ситуации (
$$\Gamma\{\gamma_i\}$$
) — образ действия ( $\Omega\{\omega_i\}$ ) — образ результата ( $E\{\epsilon_i\}$ ) и отражает закономерности взаимодействия ОУ со средой.

Под адаптивностью понимаем способность системы изменять свое поведение (алгоритм управления) в зависимости от изменения условий испытания с целью максимизации целевой функции. В качестве целевой функции, одновременно проявляющей себя как закон управления КП, принята кривая  $E_s\{\epsilon_i\}$  — упрядоченное множество линейных МПД с выполнением отношения нестрогого порядка  $\epsilon_i \le \epsilon_{i+1}$ . При этом для каждого элемента сортированного множества зададим отношение на конкретном  $\epsilon_i$ , указав, тем самым, все комбинации  $\gamma_i$  и  $\omega_1$ , между которыми это отношение выполняется в новых множествах  $\Gamma_s\{\gamma_i\}$ ,  $\Omega_s\{\omega_i\}$ .

Значения параметров среды (условия нагружения и структура) и ДПМ отображаются во множество значений входных переменных  $\Gamma_S\{\gamma_i\}$ ,  $\Omega_S\{\omega_i\}$  и множество значений выходных переменных  $E_S\{\varepsilon_i\}$ , равных, соответственно, декартовым произведениям

$$\Gamma_s\{\gamma_i\} = \gamma_1 \times \gamma_2 \times ... \times \gamma_n$$
  $\Omega_s\{\omega_i\} = \omega_1 \times \omega_2 \times ... \times \omega_m$ ,  $E_s\{\epsilon_i\} = \epsilon_1 \times \epsilon_2 \times ... \times \epsilon_k$ 

где  $\Gamma_s\{\gamma_i\}$ ,  $\Omega_s\{\omega_i\}$  — множества соответствия на сортированном  $E_s\{\epsilon_i\}$ .

В целях упрощения все переменные  $\Gamma_{\circ}\{\gamma_i\}$ ,  $\Omega_{\circ}\{\omega_i\}$ ,  $E_{\circ}\{\epsilon_i\}$  будут иметь одинаковые терм-множества  $T_V$ 

$$T_{\Gamma s} = T_{\Omega s} = T_{Es} = \{T_{V}\} = \{NB, NM, , ZE, , PM, PB\}, q = \overline{1,5}$$

со следующими элементами (лингвистическими значениями):

NB – большое отрицательное, NM – среднее отрицательное, NS – малое отрицательное, ZE – нулевое, PS – малое положительное, PM – среднее положительное, PB – большое

положительное. Для каждого q-го лингвистического значения  $T_V q = \overline{1,5}$  переменной V задается носитель в виде интервала

$$V_q = \{v : \mathcal{M}v_q^{\min} \le v \le v_q^{\max}, v \in V\}, q = \overline{1,5}$$

Множества  $\Gamma_s\{\gamma_i\}$ ,  $\Omega_s\{\omega_i\}$ ,  $E_s\{\epsilon_i\}$ , в зависимости от условий деформации, обладают разной степенью изоморфности. Покроем множества  $\Gamma_S\{\gamma_i\}$ ,  $\Omega_S\{\omega_i\}$ ,  $E_S\{\epsilon_i\}$  конечным количеством нечетких (возможно, пересекающихся) подмножеств  $O_1$ ,  $O_2$ , ...  $O_L$  и  $A_1$ ,  $A_2$ , ...  $A_K$ , имеющих четкие гомоморфные отображения в  $E_s\{\epsilon_i\}$  на основе импликации (1), и которые назовем "образами" и "действиями", согласно (2). Мера их соответствия определяет целевую функцию. Для каждого нечеткого множества  $O_L(\gamma_i)$  и  $A_K(\omega_i)$  зададим набор функций  $\mu_s(\gamma_i)$  и  $\mu_s(\omega_i)$ , определяющих степени принадлежности им каждого элемента из множеств  $\Gamma_S\{\gamma_i\}$  и  $\Omega_S\{\omega_i\}$ .

#### 4. Описание модели

Анализ экспериментальных данных на основе отображения (1) в общем случае позволяет:

- понять, что не все элементы множества  $\Gamma_S\{\gamma_i\}$  отражаются во множества  $\Omega_S\{\omega_i\}$  и  $E_S\{\varepsilon_i\}$ . Такая шкала индивидуального восприятия событий мезодефектами является полем управления КП;
- выделить три механизма развития МПД и разделить переменные состояния и управления:
  - $1.\ \gamma_i \rightarrow \omega_i \rightarrow \epsilon_i$ ;  $\omega_i$  ,  $\epsilon_i$  переменные состояния,  $\gamma_i$  переменная управления.
  - 2.  $\gamma_i \rightarrow \epsilon_i$ ,  $\epsilon_i$  переменная состояния,  $\gamma_i$  переменная управления;
  - 3.  $\omega_i \rightarrow \epsilon_i$ ,  $\epsilon_i$  переменная состояния,  $\omega_i$  переменная управления;
- сделать заключение, что изменение характеристик прочности и пластичности отражается существенной нелинейностью кривой  $E_s\{\epsilon_i\}$  (например, для образца с комплексом параметров характерен линейный участок максимальной длины).

Механизмы развития МПД, отмеченные выше, моделируются простыми и сложными продукционными правилами вывода нечеткой модели ДПМ (П1, П2, П3) и нечеткой модели управления, отличающихся принципиально. Задача управления формулируется как обратная — по имеющемуся множеству  $E_8\{\epsilon_i\}$  найти такое отображение  $\Gamma_8\{\gamma_i\}$  и  $\Omega_8\{\omega_i\}$  на условия нагружения, которое решало бы поставленную задачу. Для модели ДПМ:

- $\begin{aligned} \text{H1: IF } O_L(\gamma_i) &= \{\gamma_1 = \text{nb}, \ \gamma_2 = \text{pm}...\ \gamma_7 = \text{ze}\} \text{ AND } A_K(\omega_i) = \{\omega_1 = \text{pm}, \ \omega_2 = \text{nb}...\ \omega_7 = \text{nm}\} \\ \text{THEN } E_S\{\epsilon_i\} &= \{\epsilon_1 = \text{pb}...\ \epsilon_7 = \text{nm}\}. \end{aligned}$
- II2: IF  $O_L(\gamma_i) = \{ \gamma_1 = nb, \gamma_2 = pm \dots \gamma_7 = ze \}$  THEN  $E_S\{ \epsilon_i \} = \{ \epsilon_1 = pb \dots \epsilon_7 = nm \}$ . II3: IF  $A_K(\omega_1) = \{ \omega_1 = pm, \omega_2 = nb \dots \omega_7 = nm \}$  THEN  $E_S\{ \epsilon_i \} = \{ \epsilon_1 = pb \dots \epsilon_7 = nm \}$ .

Если в базе нечетких правил обнаруживается несколько правил, имеющих эквивалентную продукцию, а термы входной переменной заданы таким образом, что носитель соответствующего терм-множества в одном правиле включает носитель терм-множества другого правила, то терм, задающий более "узкое" терм-множество, исключается из базы. В правилах нечеткой продукции, где в качестве логической связки для подукловий применяется только нечеткая коньюнкция (операция И), в качестве метода агрегирования используем операцию min-коньюнкции (правил и заключений нечетких правил продукций ограничений не накладывается – его проводим с использованием операции тах-дезъюнкции. Дефаззификация выполняется методом центра тяжести. Динамическое поведение ДПМ как системы описывается в виде таблицы лингвистических правил, связывающих переменную управления и переменную состояния в

виде импликативного отображения  $R\{O_L(\gamma_i)$ ,  $A_K(\omega_i)\} \to E_S\{\epsilon_i\}$ , где – R отношение связи, выполненное на основе экспериментальных данных.

# Таблица лингвистических правил

$O_L(\gamma_i)/A_K(\omega_i)$	NB	NM	ZE	PM	PB
NB	NB	NM	NM	NM	ZE
NM	NM	ZE	ZE	ZE	PM
ZE	NM	ZE	ZE	ZE	PM
PM	NM	ZE	ZE	ZE	PM
РВ	ZE	PM	PM	PM	PB

В качестве примера рассчитана таблица лингвистических правил при деформации  $\epsilon = 4,7\%$  стали X18H10T для условий испытания: размер зерна -200мкм., скорость деформации  $-10^{-3}$  1/сек, рабочая длина -60 мм., податливость системы нагружения -0.01 мм/кг.

Поскольку продукционные правила выводятся на основе действующих механизмов МПД в конкретных условиях испытания, то совокупность одноименных термов можно рассматривать как объемную долю каждого из механизмов МПД.

Таким образом, базовая модель ДПМ па основе нечетких множеств представляет набор таблиц лингвистических правил и таблиц вывода результата дефаззификации для каждой фиксированной деформации и конкретных условий испытания.

# Список литературы

- Осташев В.В., Шевченко О.Д. Представление конструкционной прочности сталей на макрои мезоуровне. // Научные ведомости. – Белгород: Из-во БелГУ, 2000.
- 2. № 1(10 C.24-30).
- Жданов А.А. Метод автономного адаптивного управления. Известия РАН. Теория и системы управления. № 5, 1999. С. 127 134.

## УДК 539.3

# КОНТИНУАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ МНОГОСЛОЙНЫХ ТОНКИХ ПЛАСТИН ПО НЕСИММЕТРИЧНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Саркисян С. О., Фарманян А. Ж.

Гюмрийский государственный педагогический институт, Гюмри, Армения

## Введение

Микрополярная, моментная, несимметричная теория упругости ныне трактуется как базовая математическая модель упругих сред со структурой на различных масштабных уровнях деформации твердых тел [1]. Актуально разработок методов по-