

## УЧЕТ РАЗМЕРОВ И МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ ТЕЛА ПРИ МАГНИТНОМ МЕТОДЕ КОНТРОЛЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОЛЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ

Матюк В. Ф., Стрелюхин А. В., Осипов А. А.

*Институт прикладной физики НАН Беларуси  
Минск, Беларусь*

Решение многих теоретических и практических задач магнитного контроля структуры состояния ферромагнитных изделий связано с учетом влияния размеров контролируемого изделия на процесс перемагничивания. В связи с этим, возникает вопрос об определении коэффициента размагничивания тел конечных размеров. Трудности в расчетах связаны со сложным характером зависимости намагниченности изделия от его размеров и магнитных свойств, а также от величины внешнего магнитного поля.

В литературе достаточно широко представлены работы по изучению коэффициента размагничивания сплошных цилиндрических стержней. Полые цилиндрические стержни изучены недостаточно, а результаты расчетов их коэффициентов размагничивания по немногочисленным работам разных авторов существенно отличаются.

Для расчета [1] коэффициента размагничивания  $N_{\text{ин}}^P$  полого цилиндрического стержня воспользуемся представлением о фиктивных магнитных зарядах, распределенных по его поверхности с плотностью  $\sigma$ , соответствующей распределению намагниченности  $M$  вдоль поверхности стержня. В этом случае коэффициент  $N_{\text{ин}}^P$  определяется как

$$N_{\text{ин}}^P = \frac{H_p}{M_0}, \quad (1)$$

где  $M_0$  – намагниченность в центре его сечения;  $H_p$  – размагничивающее поле;

$$\vec{H}_p = \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_S \frac{dq \vec{r}}{r^2 r}, \quad (2)$$

$S$  – площадь поверхности полого цилиндрического стержня;  $dq$  – величина заряда на поверхности  $dS$ ;  $\vec{r}$  – радиус-вектор, идущий от элемента поверхности  $dS$  в точку наблюдения;  $\mu_0$  – магнитная постоянная.

Для полого цилиндрического стержня фиктивные магнитные заряды распределены на внутренней боковой ( $dq_{61}$ ), внешней боковой ( $dq_{62}$ ) и двух торцевых ( $dq_T$ ) поверхностях, причем

$$dq_{61} = \sigma_{61} dS_{61}; dq_{62} = \sigma_{62} dS_{62}; dq_T = \sigma_T dS_T, \quad (3)$$

где  $\sigma_{61}$ ,  $\sigma_{62}$  и  $\sigma_T$  – плотности фиктивных магнитных зарядов, а  $dS_{61}$ ,  $dS_{62}$  и  $dS_T$  – элементы соответствующих поверхностей.

Исходя из равенства нулю суммарного магнитного заряда внутри и на поверхности полого цилиндрического стержня,

$$\sigma_{61} = -\mu_0 \frac{dM_1}{dz} \frac{R_2 - R_1}{2}, \quad \sigma_{62} = -\mu_0 \frac{dM_2}{dz} \frac{R_2 - R_1}{2}, \quad (4)$$

где  $dM_1/dz$  и  $dM_2/dz$  – распределение намагниченности вдоль его внутренней и внешней боковых поверхностей;  $R_1$  – внутренний радиус стержня;  $R_2$  – внешний радиус стержня.

На торцах полого цилиндрического стержня плотность фиктивных магнитных зарядов принимаем равной намагниченности  $M_{L/2}$  на краю его внешней поверхности [1]:

$$\sigma_v = \mu_0 M_{L/2}, \quad (5)$$

где  $L$  – длина стержня.

Распределение намагниченности вдоль боковой поверхности ферромагнитных стержней цилиндрической формы из магнитомягких материалов с достаточной степенью точности описывается формулой [1]:

$$M = M_0 \left( 1 - \gamma C(\lambda) \frac{4z^2}{L^2} - (1 - \gamma) C(\lambda) \frac{16z^4}{L^4} \right); \quad \gamma = 0,8; \quad \lambda = L/(2R_2), \quad (6)$$

где

$$C(\lambda) = 1/(1 + 1,7/\lambda) \quad [2]. \quad (7)$$

В результате, общее выражение для расчета коэффициента размагничивания в произвольной точке  $Q$  ( $R_Q = 0,5(R_1 + R_2)$ ) центрального сечения полого цилиндрического стержня имеет вид:

$$N_{\text{ин}}^p = \frac{2(R_2 - R_1)}{\pi L^3} \int_0^{L/2} \int_0^{2\pi} \left[ \frac{R_1 z^2 (\gamma L^2 + 8(1 - \gamma) z^2)}{(L + 3,4R_1)(R_1^2 - R_1(R_1 + R_2)\cos\varphi + 0,25(R_1 + R_2)^2 + z^2)^{3/2}} + \frac{R_2 z^2 (\gamma L^2 + 8(1 - \gamma) z^2)}{(L + 3,4R_2)(R_2^2 - R_2(R_1 + R_2)\cos\varphi + 0,25(R_1 + R_2)^2 + z^2)^{3/2}} \right] d\varphi dz + \frac{0,85R_2}{\pi(L + 3,4R_2)} \int_0^{R_2} \int_0^{2\pi} \frac{L r d\varphi dr}{(r^2 - r(R_1 + R_2)\cos\varphi + 0,25(R_1 + R_2)^2 + (L/2)^2)^{3/2}}, \quad (8)$$

где  $z$ ,  $r$ ,  $\varphi$  – цилиндрические координаты.

При  $L \rightarrow 0$   $N_{\text{ин}}^p$  стремится к единице, а при  $L \rightarrow \infty$  – к нулю, что согласуется с физическим представлением о размагничивающем факторе.

Следует отметить, что если точку наблюдения выбрать не в середине сечения, а на оси полого цилиндрического стержня ( $R_Q = 0$ ) и положить  $R_1 = 0$ , то выражение (8) переходит в известное выражение для центрального коэффициента размагничивания сплошного цилиндрического стержня [2], что также подтверждает справедливость предложенной формулы.

По формуле (8) проведен расчет коэффициента размагничивания полых цилиндрических образцов из стали 45 с внешним радиусом  $R_2 = 5$  мм; длиной  $L$ , равной 10, 20, 30, 50, 70, 100, 150 мм; внутреннему радиусу  $R_1$  изменялся от 1 до 4,5 мм. На рис. 1 приведены расчетные  $N_{\text{ин}}^p$  и экспериментальные  $N_{\text{ин}}^3$  значения коэффициента размагничивания для этих образцов. Видно, что результаты расчета хорошо согласуются с экспериментальными данными во всем диапазоне изменения относительной длины полого цилиндрического стержня. Небольшое отличие наблюдается для тонкостенных образцов с  $\rho = R_1/R_2 = 0,8$  и  $\rho = 0,9$  при  $\lambda \geq 10$ .

Выражение (8) для определения коэффициента размагничивания полого ферромагнитного стержня получено в предположении большого значения магнитной проницаемости материала стержня. Однако использование его для расчета  $N_{\text{ин}}^p$  тел с малой

магнитной проницаемостью приводит к существенному расхождению результатов расчета и эксперимента.

Учитывать влияния магнитной проницаемости материала при расчете коэффициента размагничивания тел различной геометрии предлагалось, например, в работах [3, 4]. Для этого или аналитически или графически корректировалось выражение для функции распределения намагниченности вдоль стержня. Однако использовать подходы авторов этих работ не представляется возможным в связи с существенным несопадением результатов расчета и эксперимента или с большими практическими трудностями.

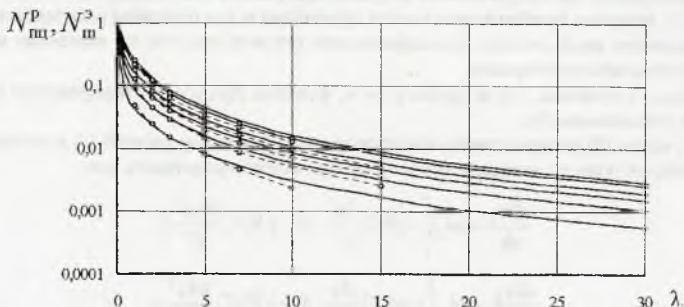


Рис. 1. Зависимость рассчитанного и экспериментально измеренного коэффициента размагничивания полых цилиндрических стержней от их относительной длины  $\lambda$  при разных значениях  $\rho$ . (— расчет; —○— эксперимент)

Для учета зависимости величины коэффициента размагничивания полого цилиндрического стержня от магнитной проницаемости его материала нами предложено ввести в выражение (6) для распределения намагниченности корректирующую функцию  $F(\lambda, \mu)$  следующим образом:

$$M = M_0 \left( 1 - \gamma F(\lambda, \mu) C(\lambda) \frac{4z^2}{L^2} - (1 - \gamma) F(\lambda, \mu) C(\lambda) \frac{16z^4}{L^4} \right). \quad (9)$$

Для определения вида функции  $F(\lambda, \mu)$  проведено экспериментальное исследование распределения относительной намагниченности  $M/M_0$  вдоль поверхности сплошного цилиндрического стержня длиной 100 мм из стали 45 в состоянии поставки. Измерения величины намагниченности по длине стержня проводились на установке УИМХ [5] при разных величинах относительной магнитной проницаемости  $\mu$  материала, что обеспечивалось разной величиной намагничивающего поля. На основании анализа полученных экспериментальных данных получено эмпирическое выражение для функции  $F(\lambda, \mu)$ :

$$F(\lambda, \mu) = \frac{1}{1 + 645(\lambda + 1)\mu^{-2}}. \quad (10)$$

Сравнение результатов эксперимента и расчета по (9) с учетом (10) для рассматриваемых случаев показало, что предложенная формула удовлетворительно описывает распределение относительной намагниченности вдоль сплошного цилиндрического стержня при разных значениях магнитной проницаемости вплоть до расстояний от центра цилиндра 0,6–0,7 его полудлины. Основное отличие в результатах проявляется

ближе к торцам стержня, то есть в области, вклад которой относительно мало влияет на результаты вычисления центрального коэффициента размагничивания.

Аналогичное сравнение было проведено на полах цилиндрических стержнях с разной величиной отношения  $\rho$  при тех же значениях относительной магнитной проницаемости. Результаты показали, что отличия наблюдаются при  $\mu < 200$  для тонкостенного полого цилиндрического стержня. Однако это отличие не превышает 15% (в области торца) стержня.

Таким образом, формула (9), описывающая распределение намагниченности вдоль сплошного цилиндрического стержня при разных значениях магнитной проницаемости, в первом приближении вполне приемлема и для описания распределения намагниченности вдоль полого цилиндрического стержня при тех же значениях магнитной проницаемости материала.

Следует отметить, что в случае  $\mu \rightarrow \infty$ , функция  $F(\lambda, \mu) \rightarrow 1$  и выражение (9) совпадает с выражением (6).

С учетом (9) распределения намагниченности вдоль внутренней  $M_1$  и внешней  $M_2$  поверхностей полого цилиндрического стержня можно представить как:

$$\frac{dM_1}{dz} = M_0 \left( -\gamma F_1 C_1 \frac{8z}{L^2} - (1-\gamma) F_1 C_1 \frac{64z^3}{L^4} \right), \quad (11)$$

$$\frac{dM_2}{dz} = M_0 \left( -\gamma F_2 C_2 \frac{8z}{L^2} - (1-\gamma) F_2 C_2 \frac{64z^3}{L^4} \right), \quad (12)$$

где

$$F_1 = \frac{1}{1 + 645 \frac{1}{\mu^2} \left( \frac{L}{2R_1} + 1 \right)}; \quad F_2 = \frac{1}{1 + 645 \frac{1}{\mu^2} \left( \frac{L}{2R_2} + 1 \right)}, \quad (13)$$

$$C_1 = \frac{1}{1 + 3,4R_1/L}; \quad C_2 = \frac{1}{1 + 3,4R_2/L}. \quad (14)$$

Плотности фиктивных магнитных зарядов на внутренней  $\sigma_{61}$  и на внешней  $\sigma_{62}$  боковых поверхностях определяются по (4). Плотность  $\sigma_\tau$  заряда на торцевой поверхности с учетом (9) и (10) имеет вид:

$$\frac{\sigma_\tau}{\mu_0 M_0} = 1 - \frac{F_2 L}{L + 3,4R_2}. \quad (15)$$

Используя общее выражение для расчета размагничивающего поля фиктивных магнитных зарядов, распределенных по поверхности тела с определенной плотностью, и выражений (4, 11–14), получим следующую формулу для расчета коэффициента размагничивания  $N_{\text{ш}}^p$  полого цилиндрического стержня с учетом магнитной проницаемости его материала:

$$N_{\text{ш}}^p = \frac{2(R_2 - R_1)}{\pi L^3} \int_0^{L/2} \int_0^{2\pi} \left[ \frac{R_1 z^2 F_1 [\gamma L^2 + 8(1-\gamma)z^2]}{(L + 3,4R_1) [R_1^2 - R_1(R_1 + R_2) \cos \varphi + 0,25(R_1 + R_2)^2 + z^2]^{3/2}} + \right. \\ \left. + \frac{R_2 z^2 F_2 [\gamma L^2 + 8(1-\gamma)z^2]}{(L + 3,4R_2) [R_2^2 - R_2(R_1 + R_2) \cos \varphi + 0,25(R_1 + R_2)^2 + z^2]^{3/2}} \right] d\varphi dz +$$

$$+ \frac{L(1 - F_2) + 3,4R_2}{4\pi(L + 3,4R_2)} \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} \frac{Lr d\varphi dr}{\left[ r^2 - r(R_1 + R_2) \cos \varphi + 0,25(R_1 + R_2)^2 + (L/2)^2 \right]^{3/2}} \quad (16)$$

Если точку наблюдения выбрать не в середине сечения стержня, а на оси цилиндра ( $R_Q = 0$ ), и положить  $R_1 = 0$ , то выражение (16) можно упростить и использовать для расчета коэффициента размагничивания сплошного ферромагнитного цилиндра с учетом магнитных свойств материала.

В случае  $\mu \rightarrow \infty$  функция  $F(\lambda, \mu) \rightarrow 1$  и выражение (16) совпадает с известным выражением для центрального коэффициента размагничивания сплошного цилиндрического стержня, изготовленного из материала с  $\mu \rightarrow \infty$  [2].

Проверка формулы (16) проводилась на полых цилиндрических стержнях из стали 45 в состоянии поставки с относительной максимальной магнитной проницаемостью  $\mu_m = 480$  различных размеров, для которых на установке УИМХ определялось экспериментальное значение  $N_{\text{ц}}^{\rho}$  центрального коэффициента размагничивания. Для всех этих стержней по формуле (16) проведен расчет центрального коэффициента размагничивания. Результаты расчета и экспериментальные данные показали удовлетворительное совпадение. Наибольшее отличие наблюдается при увеличении  $\lambda$  и  $\rho$ .

На рис. 2 представлены зависимости рассчитанного и измеренного экспериментально коэффициента размагничивания от величины относительной магнитной проницаемости при различных значениях относительной длины стержней и соотношения внутреннего и внешнего радиусов.

$N_{\text{ц}}^{\rho}, N_{\text{ц}}^{\rho}$

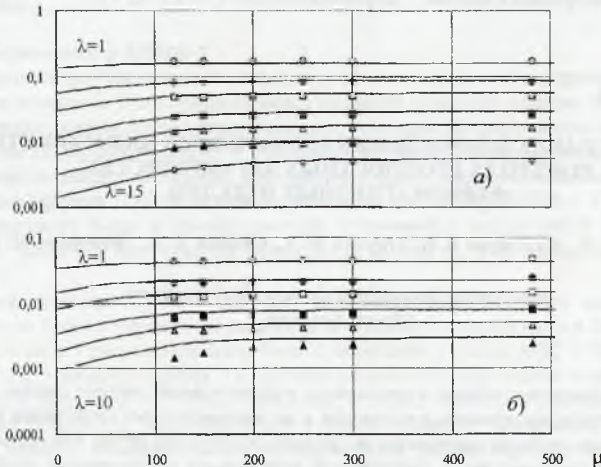


Рис. 2. Зависимость коэффициента размагничивания полых цилиндрических стержней от относительной магнитной проницаемости материала при разных значениях  $\lambda$  и  $\rho$ .

$\rho = 0,6$  (а);  $0,9$  (б).

— расчет; эксперимент при  $\lambda$ :  $\circ$  - 1;  $\bullet$  - 2;  $\square$  - 3;  $\blacksquare$  - 5;  $\triangle$  - 7;  $\blacktriangle$  - 10;  $\diamond$  - 15

Видно, что наибольшее расхождение между экспериментом и расчетом наблюдается для тонкостенных полых цилиндрических стержней, причем оно увеличивается с ростом их относительной длины. Для коротких стержней ( $\lambda < 5$ ) величина коэффициента размагничивания, как сплошного, так и тонкостенного стержней, практически не зависит или слабо зависит от величины магнитной проницаемости материала. Для более длинных ( $\lambda > 5$ ) полых цилиндрических стержней коэффициент размагничивания значительно уменьшается при  $\mu < 100-150$ . При  $\mu > 150$  существенного влияния величины магнитной проницаемости материала стержня на значение коэффициента размагничивания не наблюдается. Такой ход зависимостей соответствует результатам работы [1] для сплошных цилиндрических стержней.

Таким образом, новое выражение для расчета коэффициента размагничивания полых цилиндрических стержней применимо в широком диапазоне изменения размеров стержня и магнитных свойств материала.

#### Список литературы

1. Бурцев Г.А. Расчет коэффициента размагничивания цилиндрических стержней. – Дефектоскопия, 1971, № 5, с. 20–30.
2. Матюк В.Ф., Осипов А.А. Центральный коэффициент размагничивания цилиндров. – Доклады НАН Беларуси, 2006, т. 50, № 1, с. 107–109.
3. Würschmidt J. Theorie des Entmagnetisierungsfaktors und der Scherung von Magnetisierungskurven. Braunschweig: Friedrich Vieweg & Sohn Akt. Ges., 1925. – 118 S.
4. Гринберг Г.К. Намагничивание цилиндров в слабых постоянных полях. Автореф. Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. – Рига, 1960. – 13 с.
5. Матюк В.Ф., Осипов А.А. Установка УИМХ для измерения магнитных характеристик магнитомягких материалов и изделий. – Дефектоскопия, 2007, № 3, с. 12 – 25.

УДК 620.179.14

### ПРИБОРЫ С НАКЛАДНЫМИ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯМИ ДЛЯ МАГНИТНОГО КОНТРОЛЯ ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ФЕРРОМАГНИТНЫХ ИЗДЕЛИЙ

Матюк В. Ф., Кратиров В. Б., Пиунов В. Д., Осипов А. А., Делендик М. П.

*Институт прикладной физики НАН Беларуси  
Минск, Беларусь*

Создание надежных машин и механизмов в значительной степени связано с качеством используемых материалов, в частности, с их механическими свойствами и структурой. Требуемые свойства материалов могут быть обеспечены путем совершенствования технологии производства, а оперативный контроль их механических свойств без повреждения при достаточной точности и надежности может быть осуществлен неразрушающими методами. Среди них в черной металлургии и машиностроении наибольшее распространение получили магнитные методы благодаря простоте операций, высокой производительности и чувствительности к контролируемому параметру. В их основе лежит наличие корреляционных связей между магнитными свойствами и структурными параметрами или прочностными характеристиками материала.