УДК 539.3

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К РЕШЕНИЮ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Гасратова Н. А., Шамина В. А.

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург

Введение. Осесимметричная задача линейной теории упругости в большинстве литературных источников решается либо в перемещениях с использованием уравнения Ламе, либо с использованием функции Лява [1–4]. Функция Лява, как и функция напряжений в плоской задаче, удовлетворяет бигармоническому уравнению, решение которого можно представить через две аналитические функции комплексного переменного. Плоская задача полностью формулируется в комплексной форме. Это позволило широко использовать методы теории функций комплексного переменного, построить красивую теорию и разработать единые методы решения различных классов задач [5,6]. В осесимметричных задачах выражения для краевых величин через функцию Лява достаточно сложны. Столь же сложна и неудобна их комплексная форма. Поэтому использование методов теории функций комплексного переменного существенно ограничено.

В настоящей работе основные соотношения осесимметричной задачи, приведенные в [7], модифицированы. Система координат выбирается при помощи конформного преобразования так, чтобы координатные поверхности совпадали с границей рассматриваемого тела. Однако тензор напряжений и вектор перемещений задаются в цилиндрических координатах. Уравнения равновесия и сплошности, краевые величины записываются в компонентах напряжений

1. Основные дифференциальные уравнения задачи. В задачах определения осесимметричного напряженно-деформируемого состояния деформируемых тел естественно использование цилиндрических координат ρ,φ, z с ортами $\mathbf{e}_\rho,\mathbf{e}_\varphi,\mathbf{k}$; ось z совпадает с осью вращения тела и $\mathbf{k}$ ее орт. В плоскости $\varphi = const$ координаты ρ, z можно рассматривать как прямоугольные декартовы. Наряду с ними в той же плоскости введем ортогональные координаты r, θ так, что бы граница рассматриваемого тела совпадала с поверхностями $r = const$, $\theta = const$. При этом θ определяет положение точки на линии пересечения поверхности $r = const$ с плоскостью $\varphi = const$. Связь между координатами ρ, z и r, θ определим следующими соотношениями:

$$\rho = \rho(r,\theta),\ z = z(r,\theta),$$

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial \rho}{\partial \theta},\ \frac{\partial \rho}{\partial r} = -\frac{1}{r}\frac{\partial z}{\partial \theta}. \tag{1.1}$$

Орты координатных линий r и θ обозначим через $\mathbf{e}_1,\mathbf{e}_2$ соответственно. С учетом (1.1) устанавливаем их связь с $\mathbf{e}_\rho,\mathbf{k}$:

$$\mathbf{e}_1 = \frac{1}{A}\left(\frac{\partial \rho}{\partial r}\mathbf{e}_\rho + \frac{\partial z}{\partial r}\mathbf{k}\right),\ \mathbf{e}_2 = \frac{1}{rA}\left(\frac{\partial \rho}{\partial \theta}\mathbf{e}_\rho + \frac{\partial z}{\partial \theta}\mathbf{k}\right), \tag{1.2}$$

где

$$A^2 = \left(\frac{\partial\rho}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2 = \frac{1}{r^2}\left[\left(\frac{\partial\rho}{\partial\theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial\theta}\right)^2\right] \tag{1.3}$$

Для тензора напряжений Σ и вектора $\mathbf{u}$ перемещений используем базис цилиндрических координат, но компоненты напряжений и перемещений считаем функциями r, θ, т.е.

$$\Sigma = \sigma_{\rho\rho}(r,\theta)\mathbf{e}_\rho\mathbf{e}_\rho + \sigma_{zz}(r,\theta)\mathbf{kk} + \sigma_{\varphi\varphi}(r,\theta)\mathbf{e}_\varphi\mathbf{e}_\varphi + \sigma_{\rho z}(r,\theta)(\mathbf{e}_\rho\mathbf{k} + \mathbf{ke}_\rho), \tag{1.4}$$

$$\mathbf{u} = u_\rho(r,\theta)\mathbf{e}_\rho + u_z(r,\theta)\mathbf{k}. \tag{1.5}$$

Аналогично записываем тензор деформации:

$$\mathbf{E} = e_{\rho\rho}(r,\theta)\mathbf{e}_\rho\mathbf{e}_\rho + e_{zz}(r,\theta)\mathbf{kk} + e_{\varphi\varphi}(r,\theta)\mathbf{e}_\varphi\mathbf{e}_\varphi + e_{\rho z}(r,\theta)(\mathbf{e}_\rho\mathbf{k} + \mathbf{ke}_\rho). \tag{1.6}$$

В цилиндрических координатах уравнения равновесия, соотношения обобщенного закона Гука и формулы, связывающие компоненты деформации с перемещениями, представлены в целом ряде монографий, например, в [6]. В этих соотношениях переходим от дифференцирования по ρ, z к дифференцированию по r, θ, учитывая при этом формулы (1.1), и исключаем компоненту напряжений $\sigma_{\varphi\varphi}$.

Итак, соотношения закона Гука имеют вид

$$\sigma_{\rho\rho} = 2\mu e_{\rho\rho} + \lambda(e_{\rho\rho} + e_{zz} + e_{\varphi\varphi}),\ \sigma_{zz} = 2\mu e_{zz} + \lambda(e_{\rho\rho} + e_{zz} + e_{\varphi\varphi}),$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = 2\mu e_{\varphi\varphi} + \lambda(e_{\rho\rho} + e_{zz} + e_{\varphi\varphi}),\ \sigma_{\rho z} = 2\mu e_{\rho z}. \tag{1.7}$$

Здесь λ и μ - упругие постоянные Ламе. Из (1.7) находим

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \mu\frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu}e_{\varphi\varphi} + \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}(\sigma_{\rho\rho} + \sigma_{zz}).$$

Положим

$$\sigma_3 = 2\mu e_{\varphi\varphi} = 2\mu\frac{u_\rho}{\rho}. \tag{1.8}$$

Тогда

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{3\lambda + 2\mu}{2(\lambda + \mu)}\sigma_3 + \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}(\sigma_{\rho\rho} + \sigma_{zz}). \tag{1.9}$$

Используя (1.9) и независимые переменные r, θ, преобразуем уравнения равновесия [7] к виду

$$\rho\left[r^2\left(\frac{\partial\sigma_{\rho\rho}}{\partial r}\frac{\partial\rho}{\partial r} + \frac{\partial\sigma_{\rho z}}{\partial r}\frac{\partial z}{\partial r}\right) + \frac{\partial\sigma_{\rho\rho}}{\partial\theta}\frac{\partial\rho}{\partial\theta} + \frac{\partial\sigma_{\rho z}}{\partial\theta}\frac{\partial z}{\partial\theta}\right] +$$

$$+A^2r^2\left[\sigma_{\rho\rho}\frac{\lambda + 2\mu}{2(\lambda + \mu)} - \sigma_{zz}\frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} - \sigma_3\frac{3\lambda + 2\mu}{2(\lambda + \mu)}\right] + A^2r^2\rho F_\rho = 0,$$

$$\rho\left[r^2\left(\frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial r}\frac{\partial z}{\partial r} + \frac{\partial\sigma_{\rho z}}{\partial r}\frac{\partial\rho}{\partial r}\right) + \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial\theta}\frac{\partial z}{\partial\theta} + \frac{\partial\sigma_{\rho z}}{\partial\theta}\frac{\partial\rho}{\partial\theta}\right] + A^2r^2(\sigma_{\rho z} + \rho F_z) = 0. \tag{1.10}$$

Систему уравнений равновесия (1.10) дополняем уравнениями сплошности, приведенными в [7]. Их преобразуем так же, как и уравнения равновесия.

Итак,

$$A^2 e_{\rho\rho} - \left(\frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{\partial \rho e_{\varphi\varphi}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \frac{\partial \rho e_{\varphi\varphi}}{\partial \theta} \right) = 0 ,$$

$$r \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} (e_{\rho\rho} - e_{zz}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (e_{\rho\rho} - e_{zz}) + 2r \frac{\partial z}{\partial r} \frac{\partial e_{\rho z}}{\partial r} + 2 \frac{1}{r} \frac{\partial z}{\partial \theta} \frac{\partial e_{\rho z}}{\partial \theta} -$$

$$- \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \rho e_{\varphi\varphi}}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \rho e_{\varphi\varphi}}{\partial \theta} \right) = 0 . \tag{1.11}$$

При помощи $(1.7)-(1.9)$ находим:

$$2\mu(e_{\rho\rho} - e_{zz}) = \sigma_{\rho\rho} - \sigma_{zz}, \; 2\mu e_{\rho z} = \sigma_{\rho z}, \; \sigma_3 = 2\mu e_{\varphi\varphi},$$

$$2(\lambda + \mu)(e_{\rho\rho} + e_{zz}) = \sigma_{\rho\rho} + \sigma_{zz} - \frac{\lambda}{\mu} \sigma_3 . \tag{1.12}$$

Из соотношений (1.12) следует, что

$$2\mu e_{\rho\rho} = \sigma_{\rho\rho} \frac{2\mu + \lambda}{2(\lambda + \mu)} - \sigma_{zz} \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} - \sigma_3 \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} . \tag{1.13}$$

Используя (1.12), (1.13), получаем требуемую форму уравнений (1.11):

$$A^2 \left[\sigma_{\rho\rho} \frac{2\mu + \lambda}{2(\lambda + \mu)} - \sigma_{zz} \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} - \sigma_3 \frac{3\lambda + 2\mu}{2(\lambda + \mu)} \right] - \rho \left(\frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{\partial \sigma_3}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \frac{\partial \sigma_3}{\partial \theta} \right) = 0 ,$$

$$r \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} (\sigma_{\rho\rho} - \sigma_{zz}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sigma_{\rho\rho} - \sigma_{zz}) + 2r \frac{\partial z}{\partial r} \frac{\partial \sigma_{\rho z}}{\partial r} + \frac{2}{r} \frac{\partial z}{\partial \theta} \frac{\partial \sigma_{\rho z}}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \rho \sigma_3}{\partial r} \right) -$$

$$- \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \rho \sigma_3}{\partial \theta} \right) = 0 . \tag{1.14}$$

Первое из уравнений равновесия (1.10) преобразуем при помощи первого из уравнений сплошности (1.14). В результате получаем уравнения равновесия в той форме, в которой они будут использоваться в дальнейшем:

$$r^2 \left(\frac{\partial \sigma_{\rho\rho}}{\partial r} \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{\rho z}}{\partial r} \frac{\partial z}{\partial r} \right) + \frac{\partial \sigma_{\rho\rho}}{\partial \theta} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\rho z}}{\partial \theta} \frac{\partial z}{\partial \theta} + r^2 \left(\frac{\partial \sigma_3}{\partial r} \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \sigma_3}{\partial \theta} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \right) + A^2 r^2 F_\rho = 0 ,$$

$$\rho \left[r^2 \left(\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial r} \frac{\partial z}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{\rho z}}{\partial r} \frac{\partial \rho}{\partial r} \right) + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial \theta} \frac{\partial z}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\rho z}}{\partial \theta} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \right] + A^2 r^2 \sigma_{\rho z} + A^2 r^2 \rho F_z = 0 . \tag{1.15}$$

Итак, основная система уравнений в напряжениях для осесимметричной задачи состоит из четырех уравнений (1.14),(1.15). Неизвестными в ней являются $\sigma_{\rho\rho}$, σ_{zz}, $\sigma_{\rho z}$ и величина (1.8), имеющая размерность напряжения и пропорциональная радиальному перемещению u_ρ.

2. Уравнения для определения перемещений по компонентам деформации и основные краевые величины. Уравнения для определения осевого перемещения при известных компонентах деформации представлены в [7]. В используемых здесь цилиндрических координатах они имеют вид

$$\frac{\partial u_z}{\partial r}=\frac{1}{r}\frac{\partial\rho}{\partial\theta}(e_{zz}-e_{\rho\rho})+2e_{\rho z}\frac{\partial\rho}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\rho e_{\varphi\varphi}}{\partial\theta},$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial\theta}=\frac{2}{r}e_{\rho z}\frac{\partial\rho}{\partial\theta}-\frac{\partial\rho}{\partial r}(e_{zz}-e_{\rho\rho})-\frac{\partial\rho e_{\varphi\varphi}}{\partial r}. \tag{2.1}$$

Правые части соотношений (2.1) представляем в напряжениях при помощи формул (1.7), (1.8):

$$2\mu\frac{\partial u_z}{\partial r}=\frac{1}{r}\frac{\partial\rho}{\partial\theta}(\sigma_{zz}-\sigma_{\rho\rho})+2\sigma_{\rho z}\frac{\partial\rho}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\rho\sigma_3}{\partial\theta},$$

$$2\mu\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial\theta}=\frac{2}{r}\sigma_{\rho z}\frac{\partial\rho}{\partial\theta}-\frac{\partial\rho}{\partial r}(\sigma_{zz}-\sigma_{\rho\rho})-\frac{\partial\rho\sigma_3}{\partial r}. \tag{2.2}$$

Определим теперь статические и кинематические краевые величины, т.е. величины, в которых формулируются краевые условия на поверхностях $r=const$ и $\theta=const$. Орт нормали к поверхности $r=const$ определяется первым из векторов (1.2), т.е

$$\mathbf{e}_1=\frac{1}{A}\left(\frac{\partial\rho}{\partial r}\mathbf{e}_\rho+\frac{\partial z}{\partial r}\mathbf{k}\right). \tag{2.3}$$

Напряженное состояние рассматриваемой поверхности определяется вектором напряжений σ_1, который определяется по формуле

$$\boldsymbol{\sigma}_1=\Sigma\cdot\mathbf{e}_1=\sigma_{1\rho}\mathbf{e}_\rho+\sigma_{1z}\mathbf{k},$$

$$\sigma_{1\rho}=\sigma_{\rho\rho}(\mathbf{e}_\rho\cdot\mathbf{e}_1)+\sigma_{\rho z}(\mathbf{k}\cdot\mathbf{e}_1)=\frac{1}{A}\left(\frac{\partial\rho}{\partial r}\sigma_{\rho\rho}+\frac{\partial z}{\partial r}\sigma_{\rho z}\right),$$

$$\sigma_{1z}=\sigma_{zz}(\mathbf{k}\cdot\mathbf{e}_1)+\sigma_{\rho z}(\mathbf{e}_\rho\cdot\mathbf{e}_1)=\frac{1}{A}\left(\frac{\partial z}{\partial r}\sigma_{zz}+\frac{\partial\rho}{\partial r}\sigma_{\rho z}\right). \tag{2.4}$$

Таким образом, в качестве статических краевых величин на поверхности $r=const$ можно использовать $\sigma_{1\rho}$ и σ_{1z}.

Кинематические краевые величины определяют деформированное состояние границы тела. В самом общем случае трехмерной теории упругости ими являются компоненты перемещения. Однако в двухмерных задачах (плоская задача теории упругости и теория тонких оболочек [8], осесимметричная задача теории упругости [7]) возможны деформационные краевые условия, когда краевые величины представлены в компонентах тензоров деформации или напряжений. Их получают, используя правомерность дифференцирования перемещения вдоль границы. Именно такие кинематические краевые величины будут использоваться в дальнейшем. Их представим в терминах $\sigma_{\rho\rho},\sigma_{zz},\sigma_{\rho z},\sigma_3$, которые удовлетворяют основной системе уравнений (1.14),(1.15).

На поверхности $r=r_0=const$ кинематическими краевыми величинами являются

$$u_\rho(r_0,\theta)=u_{\rho 1}(\theta),\; u_z(r_0,\theta)=u_{z1}(\theta). \tag{2.5}$$

Если задать $u_z(r_0,\theta)$, то можно вычислить $\dfrac{1}{r_0}\dfrac{\partial u_z(r_0,\theta)}{\partial\theta}$ и принять за кинематические краевые величины

$$u_z(r_0,\theta)=u_{\rho 1}(\theta), \frac{1}{r_0}\frac{\partial u_z(r_0,\theta)}{\partial\theta}=\frac{1}{r_0}\frac{\partial u_{z1}(\theta)}{\partial\theta}.$$

При помощи формул (1.8), (2.2) представим их в терминах $\sigma_{\rho\rho},\sigma_{zz},\sigma_{\rho z},\sigma_3$:

$$\sigma_3(r_0,\theta)=\sigma_{31}(\theta), \sigma_{31}(\theta)=2\mu\frac{u_{\rho 1}(\theta)}{\rho(r_0,\theta)},$$

$$U_{z1}(r_0,\theta)=2\mu\frac{1}{r_0}\frac{\partial u_{z1}(\theta)}{\partial\theta}, \tag{2.6}$$

где

$$U_{z1}(r,\theta)=\frac{2}{r}\frac{\partial\rho}{\partial\theta}\sigma_{\rho z}-\frac{\partial\rho}{\partial r}(\sigma_{zz}-\sigma_{\rho\rho})-\frac{\partial\rho\sigma_3}{\partial r}. \tag{2.7}$$

Итак, кинематическими краевыми величинами на поверхности $r=const$ наряду с компонентами перемещения (2.5) считаем величины (2.6) с учетом формул (2.7). Краевые величины для поверхности $\theta=\theta_0=const$ определяются аналогично. Статическими краевыми величинами являются компоненты вектора напряжений σ_2 на этой поверхности

$$\boldsymbol{\sigma}_2=\Sigma\cdot\mathbf{e}_2=\sigma_{2\rho}\mathbf{e}_\rho+\sigma_{2z}\mathbf{k},$$

$$\sigma_{2\rho}=\sigma_{\rho\rho}(\mathbf{e}_\rho\cdot\mathbf{e}_2)+\sigma_{\rho z}(\mathbf{k}\cdot\mathbf{e}_2)=\frac{1}{Ar}\left(\frac{\partial\rho}{\partial\theta}\sigma_{\rho\rho}+\frac{\partial z}{\partial\theta}\sigma_{\rho z}\right),$$

$$\sigma_{2z}=\sigma_{zz}(\mathbf{k}\cdot\mathbf{e}_2)+\sigma_{\rho z}(\mathbf{e}_\rho\cdot\mathbf{e}_2)=\frac{1}{Ar}\left(\frac{\partial z}{\partial\theta}\sigma_{zz}+\frac{\partial\rho}{\partial\theta}\sigma_{\rho z}\right). \tag{2.8}$$

Напомним, что орт нормали к поверхности $\theta=const$, вектор $\mathbf{e}_2$, определяется второй из формул (1.2). Кинематические краевые величины можно представить в двух вариантах. Первый – аналог формул (2.5):

$$u_\rho(r,\theta_0)=u_{\rho 2}(r), u_\rho(z,\theta_0)=u_{z2}(r). \tag{2.9}$$

Второй – аналог (2.6), (2.7), которые получены с учетом соотношений (2.2):

$$\sigma_3(r,\theta_0)=\sigma_{32}(r), \sigma_{32}(\theta)=2\mu\frac{u_{\rho 2}(r)}{\rho(r,\theta_0)};$$

$$U_{z2}(r,\theta_0)=2\mu\frac{\partial u_{z2}(r)}{\partial r}, \tag{2.10}$$

где

$$U_{z2}(r,\theta)=\frac{1}{r}\frac{\partial\rho}{\partial\theta}(\sigma_{zz}-\sigma_{\rho\rho})+2\frac{\partial\rho}{\partial r}\sigma_{\rho z}+\frac{1}{r}\frac{\partial\rho\sigma_3}{\partial\theta}. \tag{2.11}$$

Полученные соотношения являются удобными для решения ряда задач. К их числу можно отнести определение напряженно-деформируемого состояния упругого пространства с полостью, с жестким или упругим включениями различной конфигурации.

Список литературы

1. Лурье А.И. Теория упругости.Наука, М., 1970. 940с.
2. Ляв А. Матемтаическая теория упругости. ОНТИ НКТП СССР, 1935. 674с. Перевод с четвертого английского издания Б.В. Булгакова, В.Я. Натанзона (A treatise on the mathematical theory of elasticity by A.E.H.Love, cambridge, at the university press, 1927)
3. Новацкий В. Теория упругости. "Мир",М.,1975. 871с.
4. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. Наука, М., 1975. 575с.
5. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Наука, М., 1966.
6. Новожилов В.В. Теория упругости. Судпромгиз, Л.,1958. 369с.
7. Шамина В.А. Постановка линейной осесимметричной задачи механики деформируемого тела в напряжениях //Вестик СПбГУ. Сер.1, 2000, вып.1 (№1).С.145-148.
8. Общая нелинейная теория упругих оболочек/ Авт.: С.А. Кабриц, Е.И. Михайловский, П.Е. Товстик, К.Ф. Черных, В.А. Шамина/ Под. ред. К.Ф. Черныха, С.А. Кабрица – СПб.:Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2002,-388с.

УДК 531

ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФЕКТНОЙ СТРУКТУРЫ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

Кухаренко Ю. А., Сбойчаков А. М., Власов С. Н., Поляк П. Л.

ИФЗ РАН, Москва,
sboychakov@yandex.ru

В данной работе предлагается метод исследования дефектной структуры пористых материалов с помощью некогерентного рассеяния акустических волн на системе произвольно распределенных дефектов. Для вычисления рассеяния применяется метод диаграммной техники Фейнмана. Задача определения рассеяния от дефектной структуры сводится к определению двухчастичной функции Грина.

Движение пористой среды с дефектной структурой описывается уравнением в перемещениях:

$$\rho(x)\frac{\partial^2}{\partial t^2}u(x)=\int V(x,x')u(x')dx'+f(x), \tag{1}$$

где $\rho(x)$ – плотность, $u(x)$ – перемещения, $f(x)$ – некоторая внешняя сила; x обозначает совокупность пространственных координат, поляризаций i и времени t, а интегрирование по x' представляет собой интегрирование по пространственным координатам, времени t' и суммирование по поляризациям i'; $V(x,x')$ – интегральное ядро уравнения (1), которое выражается через тензор модулей упругости неоднородной среды как

$$V(x,x')=\frac{\partial}{\partial x_k}C_{ikli'}(x)\frac{\partial}{\partial x_l}\delta(\vec{x}-\vec{x}')\delta(t-t'), \tag{2}$$

где $C_{ikli'}(x)$ – модуль упругости среды, δ – дельта-функция Дирака.

Поскольку отклик среды с дефектами обусловлен рассеянием акустических волн на случайных неоднородностях, то изучение этого отклика позволит восстановить статистическую структуру дефектов в среде. Для изучения статистической структуры де-