

Список литературы

1. Лурье А.И. Теория упругости. Наука, М., 1970. 940с.
2. Ляв А. Математическая теория упругости. ОНТИ НКТП СССР, 1935. 674с. Перевод с четвертого английского издания Б.В. Булгакова, В.Я. Натансона (A treatise on the mathematical theory of elasticity by A.E.H.Love, Cambridge, at the university press, 1927)
3. Новацкий В. Теория упругости. "Мир", М., 1975. 871с.
4. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. Наука, М., 1975. 575с.
5. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Наука, М., 1966.
6. Новожилов В.В. Теория упругости. Судпромгиз, Л., 1958. 369с.
7. Шамина В.А. Постановка линейной осесимметричной задачи механики деформируемого тела в напряжениях // Вестник СПбГУ. Сер.1, 2000, вып.1 (№1). С.145-148.
8. Общая нелинейная теория упругих оболочек/ Авт.: С.А. Кабрица, Е.И. Михайловский, П.Е. Товстик, К.Ф. Черных, В.А. Шамина/ Под ред. К.Ф. Черных, С.А. Кабрица – СПб.:Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2002,-388с.

УДК 531

ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФЕКТНОЙ СТРУКТУРЫ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

Кухаренко Ю. А., Сбойчаков А. М., Власов С. Н., Поляк П. Л.

ИФЗ РАН, Москва,
sboychakov@yandex.ru

В данной работе предлагается метод исследования дефектной структуры пористых материалов с помощью некогерентного рассеяния акустических волн на системе произвольно распределенных дефектов. Для вычисления рассеяния применяется метод диаграммной техники Фейнмана. Задача определения рассеяния от дефектной структуры сводится к определению двухчастичной функции Грина.

Движение пористой среды с дефектной структурой описывается уравнением в перемещениях:

$$\rho(x) \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x) = \int V(x, x') u(x') dx' + f(x), \quad (1)$$

где $\rho(x)$ – плотность, $u(x)$ – перемещения, $f(x)$ – некоторая внешняя сила; x обозначает совокупность пространственных координат, поляризаций i и времени t , а интегрирование по x' представляет собой интегрирование по пространственным координатам, времени t' и суммирование по поляризациям i' ; $V(x, x')$ – интегральное ядро уравнения (1), которое выражается через тензор модулей упругости неоднородной среды как

$$V(x, x') = \frac{\partial}{\partial x_k} C_{ikl} (x) \frac{\partial}{\partial x_l} \delta(\vec{x} - \vec{x}') \delta(t - t'), \quad (2)$$

где $C_{ikl} (x)$ – модуль упругости среды, δ – дельта-функция Дирака.

Поскольку отклик среды с дефектами обусловлен рассеянием акустических волн на случайных неоднородностях, то изучение этого отклика позволит восстановить статистическую структуру дефектов в среде. Для изучения статистической структуры де-

фектной среды основная информация содержится в парной корреляционной функции поля деформаций

$$B^u(t, \bar{x}, i; t', \bar{x}', i') = \langle u'(t, \bar{x}, i) u'(t', \bar{x}', i') \rangle, \quad (3)$$

где

$$u'(t, \bar{x}, i) = u(t, \bar{x}, i) - \langle u(t, \bar{x}, i) \rangle - \quad (4)$$

флуктуация поля смещений.

Полная энергия отраженных от регулярных неоднородностей и рассеянных на случайных неоднородностях волн, излученных квазистационарным точечным источником, приходящаяся на единичный интервал частот, пропорциональна величине

$$\langle u(\omega, \bar{x}, i) u^*(\omega, \bar{x}, i) \rangle = \sum_{i_0} \langle G^R(\omega, \bar{x}, i; \bar{x}_0, i_0) G^A(\omega, \bar{x}, i; \bar{x}_0, i_0) \rangle f(\omega, \bar{x}_0, i_0) f(\omega, \bar{x}_0, i_0), \quad (5)$$

где G^A , G^R – опережающая и запаздывающая функции Грина случайно-неоднородной среды, f – источник колебаний, i – поляризация, $f(\omega)$ – соответствующее преобразование Фурье.

Формулу (5) запишем и в символическом виде (которым и далее будем пользоваться для удобства):

$$\langle u_1 u_2 \rangle = G_{12} f_1 f_2, \quad (6)$$

где $G_{12} \equiv \langle G_1^R G_2^A \rangle$ – двухчастичная функция Грина для исследуемой среды.

Выделим в (6) регулярную и флуктуационную составляющие:

$$\langle u_1 u_2 \rangle = u_1 u_2 + B_{12}^u. \quad (7)$$

Первый член в правой части (7) представляет собой волновое поле, отраженное от регулярных неоднородностей, а второй член описывает рассеяние на нерегулярных неоднородностях:

$$B_{12}^u = \langle G_{12} - G_1^R G_2^A \rangle f_1 f_2. \quad (8)$$

Таким образом, видно, что отражение волн от регулярных неоднородностей описывается одночастичной усредненной функцией Грина, тогда как задача рассеяния от нерегулярных неоднородностей требует знания двухчастичной функции Грина.

Целью нашего исследования является в общем случае определение корреляционной функции B^u , описывающей корреляцию амплитуд и фаз рассеянных волн в точках x^1 и x^2 с поляризацией i^1 и i^2 . Для этого в эти точки помещают приемники, измеряющие рассеянное поле u с заданными поляризациями. Далее, с помощью диаграммной техники, мы построили точное уравнение для усредненной двухчастичной функции Грина упругого поля:

$$G_{12} = G_1^R G_2^A + G_1^R G_2^A \Sigma_{12} G_{12}. \quad (9)$$

Двухчастичный корреляционный оператор Σ суммирует все многократные взаимодействия упругой волны с хаотическими неоднородностями среды, приводящие в результате к боковому рассеянию, то есть к преобразованию волнового вектора k падающей плоской волны к волновому вектору k' рассеянной волны.

Поскольку рассеяние на хаотических неоднородностях среды (порах, включениях и дефектах) мало (оно на один-два порядка меньше рассеяния упругих волн на регулярных неоднородностях), двухчастичный корреляционный оператор достаточно взять в парном корреляционном приближении.

Выражение для энергии рассеянных волн (считая, что среднее расстояние от изучаемой области до излучателя и приемника много больше характерных длин волн) можно получить, произведя интегрирование по частоте ω в полосе пропускания приемника. Если приемник измеряет рассеянные волны с продольной и поперечной поляризациями по отдельности, это выражение распадается на два члена, формулы имеют громоздкий вид, но физический смысл их прозрачен и проще всего передается диаграммами:

$$\langle \hat{u}'_i \hat{u}'_i \rangle = \begin{array}{c} \text{Diagram 1} \\ \text{Diagram 2} \end{array} - \begin{array}{c} \text{Diagram 3} \\ \text{Diagram 4} \end{array} \quad (10)$$

$$\langle \hat{u}_i \hat{u}_i \rangle = \begin{array}{c} \text{Diagram 5} \\ \text{Diagram 6} \end{array} - \begin{array}{c} \text{Diagram 7} \\ \text{Diagram 8} \end{array} \quad (11)$$

Смысл их очевиден: источник, в общем случае, излучает как продольные, так и поперечные волны; первая диаграмма в (10) описывает распространение продольных волн и их рассеяние на хаотических неоднородностях; вторая диаграмма в (10) описывает распространение поперечной волны, рассеяние её на неоднородностях с конверсией поперечной волны в продольную и дальнейшее распространение продольной волны к приемнику. Диаграммы в (11) описывают тот же процесс с перестановкой слов «продольная» и «поперечная» волна.

Полученные в ходе дальнейших преобразований формулы позволяют найти энергию рассеянных волн от хаотических включений, имеющих любую кристаллическую структуру.

Для пустых включений, в случае, когда приемник находится в той же точке, что и излучатель, используя корреляционную функцию Гаусса, получим величину энергии рассеяния поперечных волн с конверсией их в продольные:

$$B''(\omega, \vec{x}_0, \vec{x}_0) = \frac{\omega^4 r_e^4 \exp(-4\alpha(\omega) \cdot R_0)}{(c_i c_l)^6 (4\pi R_0^4) r_e^2 8\pi^{3/2}} 4V \sigma_x^2 (\mu^M)^2 |f_i(\omega, \vec{x}_0)|^2 \quad (12)$$

и величину энергии рассеяния поперечных волн с конверсией их в поперечные:

$$B''(\omega, \vec{x}_0, \vec{x}_0) = n_a n'_a B''_{aa}(\omega, \vec{x}_0, \vec{x}_0) = (4\pi R_0^2)^{-4} \omega^4 (R_0)^{-4} \exp(-4\alpha(\omega) \cdot R_0) V \sigma_x^2 \times \\ \times [\lambda^l - \lambda^M + 2(\lambda^l - \lambda^M)]^2 R \left(2 \frac{\omega}{c_l} n_0 \right)^4 |f_i(\omega, \vec{x}_0)|^2 \quad (13)$$

Если рассеяние происходит на включениях, то дисперсия параметра, отвечающего структуре дефектов:

$$\sigma_x^2 = v(1-v), \quad (14)$$

где $v = \frac{V^I}{V}$ — пористость, то есть доля объема, занятая включениями. Если рассеяние происходит на дефектах, то σ_x^2 пропорциональна плотности дефектов

$$N_c = \frac{3}{4\pi} \frac{\nu}{\alpha}, \quad (15)$$

где α – аспектное отношение. Если включения пусты, то $\lambda' = \mu' = 0$.

Информация, содержащаяся в парной корреляционной функции, представляет для задач изучения структуры дефектов материала наибольший интерес. По ней может быть рассчитана интенсивность рассеяния, характеризующая область, занятую дефектами и, кроме того, анизотропия системы дефектов.

Корреляционная функция $R\left(2\frac{\omega}{c_l}\vec{n}_0\right)$, например, для гауссовой корреляционной функции имеет вид:

$$R\left(2\frac{\omega}{c_l}\vec{n}_0\right) = \frac{1}{8\pi^{3/2}} r_c^3 \exp\left(-\frac{\omega^2 r_c^2}{2c_l}\right), \quad (16)$$

где r_c – радиус корреляции.

Если длина излучаемой продольной волны $\lambda = \frac{c_l}{\omega} \gg r_c$, то функция (16) равна константе

$$R\left(2\frac{\omega}{c_l}\vec{n}_0\right) = \frac{1}{8\pi^{3/2}} r_c^3. \quad (17)$$

Тогда из (13), например, для пустых включений имеем

$$B^a(\omega, \vec{x}_0, \vec{x}_0) = \left(\frac{\omega}{c_l} r_c\right)^4 (4\pi x_i^2)^{-4} \frac{\exp(-4\alpha(\omega) \cdot R_0)}{8\pi^{3/2} r_c R_0^4} 4V\sigma_x^2 (\lambda^M + 2\mu^M)^2 |f_l(\omega, \vec{x}_0)|^2 \quad (18)$$

Таким образом, на низких частотах $\frac{\omega}{c_l} r_c \ll 1$ выполняется, как и следовало ожидать, закон Релея, согласно которому интенсивность рассеяния пропорциональна четвертой степени частоты. Этому предельному условию должна подчиняться любая правильная зависимость интенсивности рассеяния от частоты.

В случае произвольных частот полная зависимость интенсивности рассеяния определяется корреляционной функцией $R\left(2\frac{\omega}{c_l}\vec{n}_0\right)$. Подставляя (16) в (13), видим, что интенсивность рассеяния при малых ω возрастает пропорционально ω^4 , достигает максимума в области $\omega \sim \frac{c_l}{r_c}$ и далее с ростом ω быстро убывает. Зависимость интенсивности рассеяния от частоты представлена на рис. 1.

Анизотропия рассеяния контролируется функцией $R(\vec{k})$.

Особый интерес представляет случай параллельной системы, то есть одинаково ориентированных плоских дефектов (тонких дисков). В этом случае, совмещая плоскость дефектов с плоскостью (x, y) , а нормаль к ней с осью z , находим

$$R(\vec{k}) = (2\pi^2) R(k_x) \delta(k_x) \delta(k_y). \quad (19)$$

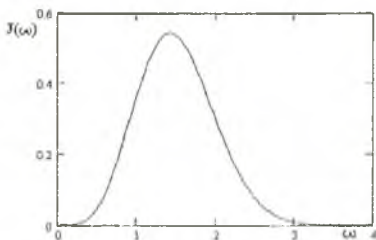


Рис. 1. Зависимость интенсивности рассеяния $J(\omega) = B^{II}(\omega, \vec{x}_0, \vec{x}_0) / |f_I(\omega, \vec{x}_0)|^2$ от частоты излучаемой волны.

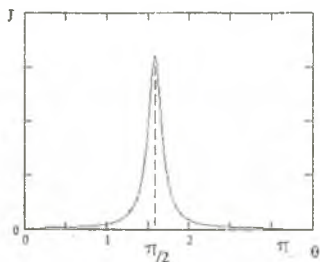


Рис. 2. Зависимость интенсивности рассеяния $J(\theta)$ от угла падения θ волны на систему одинаково ориентированных дисков. Угол θ отсчитывается от плоскости, в которой расположены диски. Функция $J(\theta)$ имеет резкий максимум, когда угол падения θ совпадает с нормалью к поверхности одинаково ориентированных дисков. Ширина максимума определяется разориентировкой дисков, то есть дисперсией их распределения по ориентациям.

имеет медленно убывающий осциллирующий «хвост», обусловленный наличием резкого скачка модулей упругости, ширина которого много меньше λ . Наличие этого хвоста приводит к рассеянию волн с высокими частотами. Если интенсивность этих волн усреднить по размерам включений с непрерывной функцией распределения, то получим быстро убывающий с ростом ω диффузный фон в согласии с непрерывной моделью.

Эти данные могут быть полезными при определении исследовании дефектной структуры и механических свойств пористых материалов. Предлагаемый метод представляет особый интерес ввиду того, что позволяет рассчитывать рассеяние упругих волн от пористой среды с произвольно расположенной системой дефектов.

Отсюда видно, что из-за наличия δ -функций интенсивность рассеяния отлична от нуля, только если x и y компоненты вектора \vec{n}_0 равны нулю, т.е. интенсивность рассеяния имеет резкий максимум как функция угла падения, когда вектор \vec{n}_0 перпендикулярен плоскости дисков. Такая резкая анизотропия рассеяния представлена на рис. 2.

Совершенно аналогичен анализ энергии рассеяния поперечных волн с конверсией их в продольные. Сделаем одно замечание о быстром убывании обратного рассеяния в области высоких частот, показанном на рис. 2. Мы рассматриваем полностью некогерентный ансамбль неоднородностей, в котором все параметры описываются непрерывной функцией распределения («непрерывная» модель). В этом случае единственным параметром неоднородности среды является радиус корреляции r_c . При высоких частотах, когда длина волны λ значительно меньше, чем r_c , мы попадаем в область применимости геометрической акустики, в которой боковое рассеяние пренебрежимо мало и отлично от нуля только рассеяние вперед, что и объясняет полученную нами зависимость $J(\omega)$. Часто рассматривается ансамбль неоднородностей, когерентный по их размерам (например, сферические включения одинакового радиуса), — «дискретная» модель. В этом случае Фурье-образ корреляционной функции $R(\vec{k})$

имеет медленно убывающий осцилли-

Список литературы

1. Бонч-Бруевич В.Л., Тябликов С.В. Метод функций Грина в статистической механике. М.: Физматгиз, 1961, 312с.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1987, 248с.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Т.1. М.: Наука, 1976, 584с.
4. Маслов В.П. Асимптотические методы и теория возмущений. М.: Наука, 1988, 312с.
5. Мороз Т.А. Влияние сильных флуктуаций показателя преломления среды на статистические свойства морской реверберации. – Тезисы докладов VII Всесоюзного симпозиума «Методы представления и аппаратный анализ случайных процессов и полей». Ленинград, 1974, с.159-164.
6. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Т. II. Случайные поля. – М.: Наука, 1978, 464с.
7. Финкельберг В.М. Распространение волн в случайной среде. Метод корреляционных функций. – Журн. эксп. и теор. физики, 1967, т.53, в. 1 (7), с. 401-416.
8. Фейнман Р., Хибс А. Квантовая механика и интегралы по траекториям. М.: Мир, 1968, 382с.
9. Ford, C. The Dependence of Shear Failure Properties of Trabecular Bone on Apparent Density and Trabecular Orientation // Journal of Biomechanics. 1996, vol. 29(10), p.1309- 1317.
10. Frish, U. Wave propagation in random media. Probability methods in applied mathematics, vol. 1 (A.T. Bharucha-Reid, ed.). – Academic, New York, 1968, p.75-198.
11. Hamiel, Y., Lyakhovsky, V., Agnon, A.. Coupled evolution of damage and porosity in poroelastic media: theory and applications to deformation of porous rocks // Geophys. J. Int. 2004, vol.156, p.701-713
12. Valanis, K.C. A theory of damage in brittle materials // Eng. Fract.Mech. 1990, vol.36, p.403-416.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ОБЛАСТИ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ СТАБИЛЬНОСТИ СМК СТРУКТУРЫ И ПОВЫШЕНИЕ ПРОЧНОСТНЫХ СВОЙСТВ СПЛАВА ВТ6

Мухаметрахимов М. Х., Лутфуллин Р. Я.

*Институт проблем сверхпластичности металлов РАН, Уфа,
MSIA@mail.ru*

В последнее десятилетие большой интерес вызывают материалы с размером зерен в десятые и сотые доли микрометра, что связано с их уникальными физико-механическими свойствами. В частности, эти материалы имеют весьма высокие значения прочностных характеристик при комнатной температуре и пластичности при повышенных температурах [1–5]. К нанокристаллическим (НК) и субмикроструктурным (СМК) материалам, согласно терминологии, принятой международным журналом “Наноструктурные материалы”, относят, соответственно, кристаллические материалы со средним размером зерен менее 0,1 и 1 мкм.

Согласно исследованиям [6, 7, 8, 9–11], стабильность мелкозернистой микроструктуры в двухфазной области является одним из важнейших факторов, обуславливающих структурную сверхпластичность титановых сплавов.

Основная проблема, возникающая при обработке этих перспективных материалов, связана с нестабильностью исходного структурного состояния. Это обстоятельство накладывает существенные ограничения на температурно-временные параметры процес-