

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЙ ТОЧЕК СЛОЖНЫХ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИМ СПОСОБОМ

С.А. Кошель, А.В. Кошель

УДК 621.01

РЕФЕРАТ

СЛОЖНЫЙ МЕХАНИЗМ, КЛАСС МЕХАНИЗМА, ЗВЕНО, ГРУППА АССУРА, УСКОРЕНИЕ ТОЧЕК, ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ, КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

В работе рассматриваются вопросы кинематического анализа сложных плоских механизмов, которые в последнее время в силу своих преимуществ все чаще используются в оборудовании легкой промышленности. Целью работы является разработка последовательности действий для кинематического исследования ускорений точек базисного звена сложного плоского механизма графоаналитическим способом. Выполнена сравнительная характеристика основных известных способов графоаналитического кинематического исследования точек механизма, высказано предположение об актуальности исследований в области разработки новых оригинальных способов кинематического анализа, которое подтверждается отсутствием универсального способа, приемлемого для аналогичных исследований существующего многообразия механизмов четвертого и выше классов.

На примере сложного механизма третьего класса разработана оригинальная последовательность кинематического анализа графоаналитическим методом, базирующаяся на положениях про особую точку Ассура теории анализа механизмов курса теории механизмов и машин и теореме о мгновенном центре ускорений твердых тел, совершающих плоскопараллельное движение курса теоретической механики. Результатом применения последовательности действий анализа является определение по величине и направлению векторов линейных ускорений точек сложного звена механизма высшего класса.

Результаты работы могут быть полезными при выполнении аналогичных исследований сложных механизмов высших классов, используемых в оборудовании легкой промышленности.

ABSTRACT

COMPLEX MECHANISM, CLASS OF MECHANISMS, LINK GROUP ASSUR, ACCELERATION OF POINTS, GRAPHOANALITICAL METHOD, KINEMATIC ANALYSIS

Purpose of the article is to develop a sequence of actions to determine the accelerations of points of complex mechanisms by the graphic-analytical method. The aim is to develop a workflow for kinematic studies accelerations of points of a flat base member of complex mechanism by the graphoanalytical method which is based on the laws of the course of theoretical mechanics of the instantaneous center of acceleration of bodies engaged on plane-parallel motion. The calculation is performed on the example of the complex mechanism of the third class, which makes it possible to control the sequence of actions performed due to the fact that there is such a mechanism for development of the kinematic analysis methods.

The present research is relevant because it expands Implementation of similar problems for which there is no universal method. Using of the original sequence of kinematic analysis is based on the provisions of the kinematic analysis of complex mechanisms about a singular point of Assur and the concept of instant center acceleration of solids committing plane-parallel motion a course of theoretical mechanics.

The results of calculation possible to recommend the proposed sequence of acceleration detection mechanism points of the third class used for similar research the complex mechanisms of the fourth and higher classes of equipment for light industry.

Сложные механизмы, в состав которых входят группы Ассура высших классов, все чаще используются в современных технологических машинах легкой промышленности. Связано это со сложностью движений рабочих звеньев, которые осуществляются такими механизмами с целью получения необходимых траекторий рабочих органов машины для обеспечения выполнения технологического процесса. Для проведения необходимых динамических исследований сложных механизмов предварительно выполняются структурный и кинематический анализы.

Кинематический анализ механизмов третьего класса графоаналитическими методами можно выполнять разными способами.

Известен способ ложных планов ускорений [1], который требует предварительного построения двух ложных планов ускорений. Эти планы позволяют определить действительное положение одной точки сложного звена механизма, а впоследствии и всех других точек, совпадающих с центрами внутренних кинематических пар группы Ассура третьего класса.

Другой способ планов [2] основывается на построении плана ускорений в определенном масштабе и необходимости определения положения особой точки Ассура, которая условно принадлежит базисному звену механизма третьего класса. В первую очередь составляется система векторных уравнений, которые позволяют графически определить вектор линейного ускорения точки Ассура. Система векторных уравнений, составленных по отношению к другой точке сложного звена, позволяет определить вектор линейного ускорения этой точки на плане и, как следствие, осуществить построение плана ускорений всего механизма.

Заслуживает внимания способ кинематического анализа механизма третьего класса [3], который основывается на присоединении дополнительного условного звена к шатунной точке базисного звена. Другую точку этого звена присоединяют к стояку. Положение точки определяют как центр кривизны шатунной кривой, которую описывает точка присоединения условного и базисного звеньев. Кинематический анализ механизма третьего класса приводится к последовательному кинематическому исследованию двух шарнирных четырехзвенников – ме-

ханизмов второго класса: начинают с шарнирного четырехзвенника, в состав которого входят звенья условно новое и ведущее, затем рассматривают звенья другого четырехзвенника.

Анализ вышеизложенных способов определения ускорений точек механизма третьего класса позволяет увидеть условие, которое их объединяет: последовательность выполнения исследования совпадает с последовательностью присоединения групп Ассура к начальному механизму, то есть кинематический анализ механизма выполняется классически: начинают с ведущего звена, а заканчивают звеньями последней группы Ассура в соответствии с формулой строения механизма. В работе [4] предлагается графоаналитический способ определения ускорений точек механизма третьего класса, который учитывает способность механизмов высших классов изменять (уменьшать) класс за счет выбора условно другого возможного начального механизма. Для условно другого ведущего звена механизм третьего класса в соответствии с формулой строения условно преобразуется в механизм второго класса, в состав которого входят только группы Ассура второго класса. Определение ускорений точек механизма третьего класса в последовательности, которая обусловлена не действительным начальным механизмом механизма высшего класса, а условно другим начальным механизмом кинематически-эквивалентного механизма, который образован ведомым звеном, стояком и кинематической парой, соединяющей их, позволяет в некоторых случаях упростить, а для других сложных механизмов сделать возможным выполнение кинематического анализа.

Например, для механизмов, структурные схемы которых представлены на рисунке 1 *а, б, в*, выполнить кинематический анализ способом, изложенным в работах [1–3], не представляется возможным. Вызвано это тем, что к шатуну 2, который непосредственно присоединен к ведущему звену 1, с другой стороны также присоединяется шатун (шатун), кинематические параметры точек которого (которых), как и их траектории (рисунок 1, варианты *а, в*), являются неизвестными.

С помощью способа [4] кинематический анализ механизма приводится к исследова-

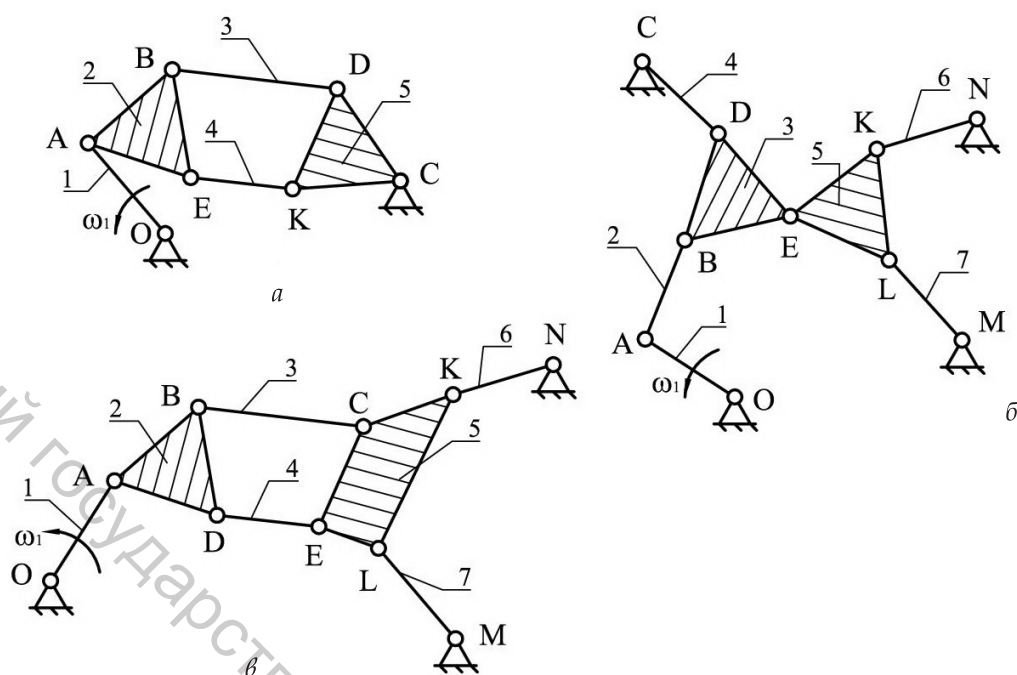


Рисунок 1 – Варианты структурных схем механизмов высших классов: а – механизм четвертого класса с группой Ассур 4 класса 2 порядка ($n = 4, p_5 = 6$); б – механизм третьего класса с группой Ассур 3 класса 4 порядка ($n = 6, p_5 = 9$); в – механизм четвертого класса с группой Ассур 4 класса 3 порядка ($n = 6, p_5 = 9$), где n – количество подвижных звеньев группы, p_5 – количество кинематических пар пятого класса в группе

нию кинематически-эквивалентного механизма третьего класса (варианты а, в), а в варианте б механизма второго класса с последовательным присоединением групп Ассур второго класса второго порядка. С учетом того, что способ основан на неоднократном повторении графических построений, которые вызваны необходимостью подбора величины углового ускорения одного из звеньев кинематически-эквивалентного механизма, которая бы удовлетворяла задаваемым исходным параметрам ведущего звена, становится понятным громоздкость графических построений такого кинематического анализа графоаналитическим способом для механизмов четвертого и выше классов.

Задачи разработки новых способов кинематического исследования сложных плоских механизмов являются, по нашему мнению, актуальными потому, что для исследования многообразия механизмов высшего класса определиться с универсальным способом кинематического ана-

лиза (особенно для определения ускорений) невозможно. В каждом конкретном случае исследования сложного механизма высшего класса необходимо подбирать и выполнять последовательность действий, вызванных использованием нескольких способов кинематического анализа одновременно.

Новый способ кинематического анализа сложного плоского механизма графоаналитическим способом рассмотрим на примере механизма третьего класса (рисунок 2), для которого выполнить аналогичное исследование другим известным способом не составляет сложности. Выполняется это с целью подтверждения правильности решения задачи путем выполнения перепроверки другим способом.

Исследования ускорений точек механизма третьего класса графоаналитическим способом предлагаем выполнять, взяв за основу способ, который базируется на определении величины и направления вектора ускорения особой точки

Ассура. Кинематический анализ выполняем с помощью положений курса теоретической механики о расчете ускорений точек твердого тела, которое совершает плоскопараллельное движение с использованием понятия о мгновенном центре ускорений (МЦУ).

Рассмотрим механизм третьего класса третьего порядка, состоящего из ведущего кривошипа 1 (рис. 2) и четырех подвижных звеньев группы Ассура третьего класса (звенья 2, 3, 4, 5). Входными параметрами для построения плана ускорений являются: угловая скорость ведущего звена 1 ($\omega_1 = \text{const}$, с⁻¹), угловые скорости других звеньев механизма ($\omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5$, с⁻¹), масштаб длин кинематической схемы механизма (Kl , м/мм).

Ускорение точки A можно определить по величине и направлению:

$$a_A = \omega_1^2 \cdot l_{OA}, \text{ м/с}^2, \vec{a}_A \perp OA. \quad (1)$$

Выполняем построение вектора \vec{a}_A на плане, задаёмся масштабом плана ускорений:

$$Ka = a_A / \pi_a, \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}. \quad (2)$$

Определяем положение особой точки Ассура S_3 на плане положения механизма (точка пересечения осевых линий поводков CK и DN).

Составляем систему векторных уравнений для точки S_3 :

$$\begin{cases} \vec{a}_{S_3} = \vec{a}_C + \vec{a}_{S_3;C}^n + \vec{a}_{S_3;C}^\tau = \vec{a}_K + \vec{a}_{C;K}^n + \vec{a}_{S_3;C}^n + \vec{a}_{C;K}^\tau + \vec{a}_{S_3;C}^\tau \\ \vec{a}_{S_3} = \vec{a}_D + \vec{a}_{S_3;D}^n + \vec{a}_{S_3;D}^\tau = \vec{a}_N + \vec{a}_{D;N}^n + \vec{a}_{S_3;D}^n + \vec{a}_{D;N}^\tau + \vec{a}_{S_3;D}^\tau \end{cases} \quad (3)$$

Решаем систему векторных уравнений графически с учётом того, что $\vec{a}_K = \vec{a}_N = \mathbf{0}$, а длины нормальных составляющих ускорений можно рассчитать:

$$\begin{aligned} n_{C;K} &= \omega_4^2 (CK \cdot Kl) / Ka, \text{ мм}; \\ n_{D;N} &= \omega_3^2 (DN \cdot Kl) / Ka, \text{ мм}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} n_{S_3;C} &= \omega_5^2 (S_3 C \cdot Kl) / Ka, \text{ мм}; \\ n_{S_3;D}^n &= \omega_5^2 (S_3 D \cdot Kl) / Ka, \text{ мм}. \end{aligned} \quad (4)$$

Определяем положение точки « s_3 » на плане ускорений. Составляем векторное уравнение для ускорения точки B :

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B;A}^n + \vec{a}_{B;A}^\tau. \quad (5)$$

Выполняем построение с учетом того, что длина нормальной составляющей ускорения:

$$n_{B;A} = \omega_2^2 (AB \cdot Kl) / Ka, \text{ мм}, \quad (6)$$

а направление тангенциальной составляющей относительного ускорения известно: $\vec{a}_{B;A}^\tau \perp BA$. Ввиду того, что угловое ускорение ε_2 , с⁻² не известно, определить действительное положение точки « b » на линии действительных положений точки не представляется возможным. Линией действительных положений согласно уравнению 5 является линия, перпендикулярная отрезку AB , проведенная на плане ускорений из конца вектора $\vec{n}_{B;A}$.

Задаёмся положением точки b_1^* на линии возможных положений точки « b ». Определяем возможное положение точки π_5^I – МЦУ шатуна

5. Мгновенный центр ускорений – это точка, которая условно принадлежит звену 5 и имеет в

данный мгновенный момент времени ускорение, равное нулю ($a_{\pi_5^I} = \mathbf{0}$), поэтому на плане ускорений точка π_5 совпадает с полюсом π плана ускорений. Из подобия треугольников $b_1^* s_3 \pi_5$ и $BS_3 \pi_5^I$, соответственно, на планах ускорений и положения механизма составляем соотношения, позволяющие определить положение МЦУ звена 5 на плане положения:

$$b^*_1 s_3 / BS_3 = \pi^2 s_3 / \pi^1_5 S_3 = \pi b^*_1 / \pi^1_5 B. \quad (7)$$

Составляем векторное уравнение для определения ускорения точки В:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{\pi^1_5} + \vec{a}^n_{B;\pi^1_5} + \vec{a}^\tau_{B;\pi^1_5}. \quad (8)$$

Выполняем построение с учетом того, что нормальная составляющая ускорения известна по величине и направлению:

$$n_{B;\pi^1_5} = \frac{\omega_5^2 (B\pi^1_5 \cdot Kl)}{Ka}, \text{ мм}, \quad (9)$$

$$\vec{a}_{B;\pi^1_5} \parallel B\pi^1_5,$$

а тангенциальная составляющая имеет направление: $\vec{a}^\tau_{B;\pi^1_5} \perp B\pi^1_5$.

Обращаем внимание на то, что линия расположения вектора ускорения $\vec{a}^\tau_{B;\pi^1_5}$ на плане

ускорений не проходит через точку b^*_1 . Это является подтверждением того, что выбранное положение точки b^*_1 является ложным. С другой стороны, выполнив графические построения согласно векторного уравнения 8 так, чтобы направление тангенциальной составляющей относительного ускорения проходило через точку b^*_1 , удастся определить величину вектора $\vec{a}^\tau_{B;\pi^1_5}$.

Величина этого вектора пропорциональна угловому ускорению звена 5, которое является величиной, соответствующей величине произвольно выбранного углового ускорения звена 2, задаваемого произвольным положением точки b^*_1 на линии возможных ее положений. Отрезок $\tau_{B;\pi^1_5}$ откладываем из конца отрезка

нормальной составляющей $n_{B;\pi^1_5}$, вычисленной

по формуле 9. Определяем положение первой точки «1» линии ложных положений точки

«b» на плане. Для определения других ложных положений точки «b» (точек «2», «3», «4», «5») выполняем аналогичную последовательность действий для произвольно выбранных точек $b^*_2 - b^*_5$. Соединяем последовательно точки «1» – «5», получаем линию ложных положений точки «b». Действительное положение точки «b» на плане ускорений соответствует точке пересечения линий ложных и действительных положений точки. С помощью теоремы подобия определяем положения точек «c» и «d» сложного звена 5 на плане ускорений.

Заметим, что для уточнения места расположения возможных положений точки «b» на соответствующей линии предварительно необходимо определиться с зоной невозможных положений точки «b». Для точки b^*_6 после уточнения расположения МЦУ (точки π^6_5) выясняется, что такое положение является невозможным: направление вектора нормальной составляющей ускорения $\vec{n}_{B;\pi^6_5}$ противоположно допустимому

(противоположно направлению от точки В к точке π^6_5 на плане положений).

Полученный план ускорений воспринимается как графическое построение, которое устанавливает взаимную связь между векторами линейных ускорений точек, совпадающих с геометрическими центрами соответствующих кинематических пар механизма третьего класса со степенью подвижности $W = 1$.

Величину линейных ускорений точек В, С, D, совпадающих с геометрическими центрами внутренних кинематических пар сложного звена 5, определяем в соответствии с масштабом Ka плана:

$$a_B = \pi b \cdot Ka, \text{ м/с}^2,$$

$$a_C = \pi c \cdot Ka, \text{ м/с}^2, \quad (10)$$

$$a_D = \pi d \cdot Ka, \text{ м/с}^2,$$

где $\pi b, \pi c, \pi d$ – соответствующие отрезки плана ускорений.

Для подтверждения правильности изложенного способа анализа выполним исследование с помощью особой точки Ассура S_1 и известного метода [2]. Определяем положение особой точки

Ассура S_I на плане положения механизма (точка пересечения осевых линий поводков AB и DN).

Составляем систему векторных уравнений для точки S_I :

$$\begin{cases} \vec{a}_{S_I} = \vec{a}_B + \vec{a}_{S_I;B}^n + \vec{a}_{S_I;B}^\tau = \vec{a}_A + \vec{a}_{B;A}^n + \vec{a}_{S_I;B}^n + \vec{a}_{B;A}^\tau + \vec{a}_{S_I;B}^\tau \\ \vec{a}_{S_I} = \vec{a}_D + \vec{a}_{S_I;D}^n + \vec{a}_{S_I;D}^\tau = \vec{a}_N + \vec{a}_{D;N}^n + \vec{a}_{S_I;D}^n + \vec{a}_{D;N}^\tau + \vec{a}_{S_I;D}^\tau \end{cases} \quad (11)$$

Решаем систему векторных уравнений графически с учётом того, что $\vec{a}_N = 0$, а длины нормальных составляющих ускорений можно рассчитать:

$$\begin{aligned} n_{B;A} &= \omega_2^2 (BA \cdot Kl) / Ka, \text{ мм}; \\ n_{D;N} &= \omega_3^2 (DN \cdot Kl) / Ka, \text{ мм}; \\ n_{S_I;B} &= \omega_5^2 (S_I B \cdot Kl) / Ka, \text{ мм}; \\ n_{S_I;D}^n &= \omega_5^2 (S_I D \cdot Kl) / Ka, \text{ мм}. \end{aligned} \quad (12)$$

Определяем положение точки « s_I » на плане ускорений.

Составляем систему векторных уравнений для точки C :

$$\begin{cases} \vec{a}_C = \vec{a}_{S_I} + \vec{a}_{C;S_I}^n + \vec{a}_{C;S_I}^\tau; \\ \vec{a}_C = \vec{a}_K + \vec{a}_{C;K}^n + \vec{a}_{C;K}^\tau. \end{cases} \quad (13)$$

Выполняем построение с учетом того, что длины нормальных составляющих ускорений рассчитываются:

$$\begin{aligned} n_{C;S_I} &= \omega_5^2 (CS_I \cdot Kl) / Ka, \text{ мм}; \\ n_{C;K}^n &= \omega_4^2 (CK \cdot Kl) / Ka, \text{ мм}, \end{aligned} \quad (14)$$

а направления тангенциальных составляющих относительных ускорений известны: $\vec{a}_{C;S_I}^\tau \perp S_I C$, $\vec{a}_{C;K}^\tau \perp CK$.

Положение точки « c » на плане ускорений совпадает с положением этой точки, найденной с использованием МЦУ, что подтверждает правиль-

ность ранее выполненного построения.

Преимущество способа кинематического исследования сложных механизмов с использованием МЦУ заключается в том, что, используя

точку МЦУ шатуна, нет необходимости для определения действительного ускорения одной

точки ведомого звена механизма рассматривать все подвижные звенья сложной группы Ассура (например, для вариантов механизмов, представленных на рисунке 1, выполнить кинематический анализ с помощью известных способов не представляется возможным). Предложенный способ позволяет при возможности определения абсолютного ускорения одной точки шатуна и использовании точки МЦУ определить (уточнить) действительное абсолютное ускорение другой точки этого же шатуна. Такое становится возможным в вариантах сложных механизмов, где наблюдается соединение звеньев в такой последовательности: кривошип (коромысло) – шатун – шатун – коромысло (звенья 1, 2, 5, 4 – рисунок 2; звенья 1, 2, 3, 5 – рисунок 1 а; звенья 1, 2, 3, 4 – рисунок 1 б).

К фактору, который позволяет учесть преимущество предложенного способа кинематического анализа по отношению к другим методам, по нашему мнению, можно отнести порядок структурных групп звеньев сложного механизма: при неизменном количестве звеньев, которые входят в состав группы Ассура, увеличение класса группы может привести к уменьшению её порядка. Это приводит к уменьшению количества точек механизма с наперед заданными кинематическими параметрами, что негативно отражается на количестве уравнений, которые можно составить для определения абсолютных ускорений точек шатуна, поэтому положение точек МЦУ таких звеньев с известными кинематическими параметрами позволит выполнить кинематическое исследование механизма.

Изложенный выше способ кинематического анализа сложных плоских механизмов графоаналитическим способом с учетом точек МЦУ шатунов предлагаем использовать для кинема-

тических исследований механизмов, используемых в оборудовании легкой промышленности, в частности: двухкривошипного сложного механизма третьего класса основовязальной машины ФНФ (Англия), трехкривошипного сложного механизма третьего класса основовязальной машины «Кокетт» (Германия) и других аналогичных сложных плоских механизмов третьего и выше классов.

ВЫВОДЫ

Выполнено определение линейных ускорений точек сложного плоского механизма третьего класса графоаналитическим способом с использованием особых точек Ассура и положений курса теоретическая механика о мгновенном центре ускорений твердых тел, совершающих плоскопараллельное движение. Предложенный способ кинематического анализа может быть использован для выполнения аналогичных исследований сложных механизмов третьего и выше классов, используемых в оборудовании легкой промышленности.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Баранов, Г.Г. (1975), *Курс теории механизмов и машин*, Москва, Машиностроение, 494 с.
2. Артоболевский, И.И. (1988), *Теория механизмов и машин*, Москва, Наука, 640 с.
3. Зубашенко, Г.П., Корченко, О.Г., Алейникова, Н.В. (2011), *Спосіб кінематичного аналізу механізму III класу*, Патент UA № 65203 U, МПК F 16 H 21/00/ Бюл. № 22, 2011.
4. Кошель, С.О., Кошель, Г.В. (2013), Визначення прискорення точок плоского механізму з структурними групами третього класу графоаналітичним способом, *Вісник Київського національного університету технологій та дизайну*, 2013, № 3, С. 280-284.

REFERENCES

1. Baranov, G.G. (1975), *Kurs teorii mehanizmov i mashin* [Course of the theory of mechanisms and machines], Moscow, Mechanical Engineering, 494 p.
2. Artobolevsky, I.I. (1988), *Teorija mehanizmov i mashin* [Theory of mechanisms and machines], Moscow, Nauka, 640 p.
3. Zubaschenko, G.P., Korchenko, O.G., Aleynikova, N.V. (2011), *Sposib kinematychnogo analizu mehanizmu III klasu* [Method kinematic analysis of the mechanism of class III], Patent UA № 65203 U, IPC F 16 H 21/00 / Bul. №22.
4. Koshel, S.A., Koshel, G.V. (2013), *Determination of the acceleration mechanism of dots flat structural groups of the third class graphic-analytical method* [Vyznachennja pryskorennja tochok ploskogo mehanizmu z strukturnymy grupamy tret'ogo klasu grafoanalitichnym sposobom], *Visnyk Kyi'vs'kogo nacional'nogo universytetu tehnologij ta dyzajnu - Bulletin of Kyiv National University of Technology and Design*, 2013, № 3, pp. 280-284.

Статья поступила в редакцию 03. 05. 2015 г.