

давая загнутость вперед (в сторону вращения джинных пил). Подобное пластическое формоизменение зуба практически лишает его захватывающий способности хлопка из сырцового валика, так как вершина деформированного зуба почти касается задней поверхности переднего зуба и закрывает технологическое пространство между зубьями, затрудняется сьем волокла после прохождения пыльного диска рабочей зоны джинирования, что снижает производительность и эффективность процесса.

Поломка зубьев джинных пил вызвана действием пиковых технологических нагрузок и возникающим изгибающим моментом этой силы относительно опасного сечения зуба. Эксплуатация джинных пил с поломанными зубьями способствует джинированию в более напряженных условиях, способствующих возрастанию различных пороков волокна и снижению качества хлопковой продукции.

Для повышения износостойкости зубьев джинных пил применяют различную упрочняющую технологию в виде обработки лучом лазера и электроконтактного нагрева. В результате мощного теплового воздействия на вершину зуба происходит закалка и проявляется эффект термоупрочнения. Так, при лазерном упрочнении зубьев микротвердость  $H_{\mu}^{100}$  составила не менее  $9000 \text{ Н/мм}^2$  на всю толщину зуба и на длине 1,5 мм от вершины. Закалка зубьев при электроконтактном нагреве обеспечивает микротвердость  $8600 \text{ Н/мм}^2$  по всей толщине зуба и в пределах 0,8-1,0 мм от вершины. Таким образом, термоупрочнение зубьев джинных пил охватывает весь объем вершины зуба, формируя объемную закалку, что нежелательно для деталей, подвергающихся действию переменных напряжений при изгибе. В подобных условиях нагружения при одновременном изнашивании контактных поверхностей зубьев необходимо, чтобы достаточная поверхностная твердость сочеталась с вязкой сердцевиной детали. Такое распределение твердости приводит к повышению усталостной прочности и, следовательно, долговечности изделий.

Объемная закалка, как известно, не сохраняет сердцевину детали вязкой, что снижает ее работоспособность в эксплуатационных условиях из-за меньшей сопротивляемости зубьев изгибу. Широко распространенные в современном машиностроении методы ППД (поверхностного пластического деформирования) деталей машин (обкатка шариком и роликом, обработка дробью и др.) обеспечивают механическое упрочнение поверхностного слоя при сохранении вязкой сердцевины изделий. Перспективным направлением повышения работоспособности пыльных дисков хлопковых машин является обработка зубьев пил потоком дробы под действием центробежной силы, развиваемой в дробеметном колесе, а также под действием давления воздуха.

Дробеметную обработку зубьев пыльного диска осуществляли на промышленной установке УДП-2-3,5. На основе экспериментальных исследований получены основные закономерности влияния параметров дробеметной обработки зубьев пыльных дисков на глубину и степень деформационного упрочнения. Определены оптимальные режимы обработки: скорость дробы  $V = 30 \text{ м/с}$ ; диаметр дробы  $D = 0,6 \text{ мм}$ ; время обработки  $t = 4 \text{ мин}$ . Данный режим обработки обеспечивает глубину наклепа  $h_n = 0,23 \text{ мм}$  с максимальной поверхностной микротвердостью  $H_{\mu} = 4560 \text{ МПа}$  и степенью наклепа  $U = 33,4 \%$  при обработке стали У8Г.

Результаты сравнительных производственных испытаний свидетельствуют о том, что джинные пилы с упрочненными зубьями по сравнению с заводскими показали повышенную (от 2 до 4 раз) износостойкость, что дало значительный экономический эффект вследствие увеличения долговечности пил, являющихся самой массовой и ответственной деталью рабочих органов хлопковых машин.

УДК 621.01

## РАСЧЁТ СКОРОСТЕЙ ПОСТУПАТЕЛЬНО-НАПРАВЛЯЮЩЕГО МАНИПУЛЯТОРА МЕТОДОМ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ СВЯЗИ С ПРИМЕНЕНИЕМ МАТРИЦЫ ЯКОБИ

*Носова Н.Ю., асп., Палочкин С.В., д.т.н., проф.*

*Московский государственный университет дизайна и технологии,  
г. Москва, Российская Федерация*

Создание новых манипуляторов параллельной структуры является одним из направлений развития современных робототехнических систем для автоматизации современных предприятий текстильной, легкой и других отраслей промышленности.

Решение кинематической задачи о скоростях и определении особых положений механизма являются одними из наиболее важных задач анализа любого манипулятора. Под особыми (сингулярными) положениями механизма подразумевают такие варианты расположения его звеньев, в которых меняется число степеней свободы механизма, что затрудняет или делает невозможным его управление [1]. Уменьшение размера зон сингулярности и решение вопросов, связанных с процессом перехода манипулятора через такие зоны, является одной из главных задач при исследовании манипуляторов параллельной структуры и требует внимательного рассмотрения в каждом отдельном случае.

Для решения задачи о скоростях и особых положениях манипулятора параллельной структуры использован метод Анжелеса-Госслена [2].

Решая задачу о положениях для поступательно-направляющего манипулятора (рис. 1), находим взаимосвязь между координатами выходного звена (абсолютными координатами)  $(X_A, Y_A, Z_A)$  и обобщенными (входными) координатами  $(X_{B1}, Y_{B2}, Z_{B3})$ , описываемую функцией положения. Функция положения механизма в неявном виде выражается уравнением:

$$F(x_A, y_A, z_A, x_{B1}, y_{B2}, z_{B3}) = 0 \quad (1)$$

Рассмотрим поступательно-направляющий манипулятор параллельной структуры с тремя кинематическими цепями в системе координат хуz. (рис. 1) Уравнения взаимосвязи между абсолютными и обобщенными координатами для трёх кинематических цепей данного манипулятора можно представить системой уравнений:

$$\begin{aligned} (x_A - x_{B1})^2 + (y_A - y_{B1})^2 + (z_A - z_{B1})^2 &= L^2 \\ (x_A - x_{B2})^2 + (y_A - y_{B2})^2 + (z_A - z_{B2})^2 &= L^2, \\ (x_A - x_{B3})^2 + (y_A - y_{B3})^2 + (z_A - z_{B3})^2 &= L^2 \end{aligned}$$

где  $L$  – длина промежуточного звена каждой цепи.

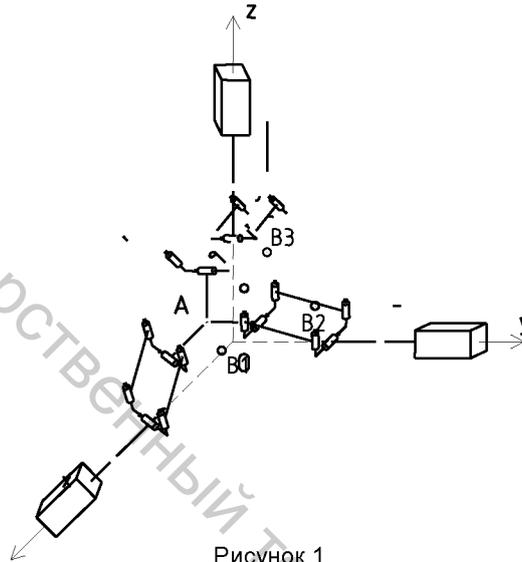


Рисунок 1

Координаты  $y_{B1}^2, z_{B1}^2, x_{B2}^2, z_{B2}^2, x_{B3}^2$  и  $y_{B3}^2$  обратятся в ноль, поскольку соответствующие входные звенья расположены вдоль координатных осей. Получаем выражения:

$$\begin{aligned} (x_A - x_{B1})^2 + y_A^2 + z_A^2 &= L^2 \\ x_A^2 + (y_A - y_{B2})^2 + z_A^2 &= L^2 \\ x_A^2 + y_A^2 + (z_A - z_{B3})^2 &= L^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Таким образом, уравнения связи будут иметь вид:

$$\begin{cases} F_1(x_A, y_A, z_A, x_{B1}) = 0 \\ F_2(x_A, y_A, z_A, y_{B2}) = 0 \\ F_3(x_A, y_A, z_A, z_{B3}) = 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} F_1 = (x_A - x_{B1})^2 + y_A^2 + z_A^2 - L^2 = 0 \\ F_2 = x_A^2 + (y_A - y_{B2})^2 + z_A^2 - L^2 = 0 \\ F_3 = x_A^2 + y_A^2 + (z_A - z_{B3})^2 - L^2 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Для решения задачи о скоростях воспользуемся аналитическим методом. Он основан на изучении свойств матрицы Якоби, представленной в общем виде:

$$A \cdot V = (-B) \cdot V_{il},$$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_A} & \frac{\partial F_1}{\partial y_A} & \frac{\partial F_1}{\partial z_A} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_A} & \frac{\partial F_2}{\partial y_A} & \frac{\partial F_2}{\partial z_A} \\ \frac{\partial F_3}{\partial x_A} & \frac{\partial F_3}{\partial y_A} & \frac{\partial F_3}{\partial z_A} \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_{B1}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial F_2}{\partial y_{B2}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial F_3}{\partial z_{B3}} \end{pmatrix}; V = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix}; V_{il} = \begin{pmatrix} V_{11} \\ V_{21} \\ V_{31} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{A}$  – матрица частных производных от неявной функции по  $x_A, y_A, z_A$ ;  $\mathbf{B}$  – матрица частных производных от неявной функции по обобщенным координатам  $x_{B1}, y_{B2}, z_{B3}$ ;  $\mathbf{V}$  – вектор скорости выходного звена;  $\mathbf{V}_{11}$  – вектор скоростей во входных звеньях (входные скорости).

Необходимо найти частные производные от неявной функции между обобщенными и абсолютными координатами. Составим две матрицы:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_A} & \frac{\partial F_1}{\partial y_A} & \frac{\partial F_1}{\partial z_A} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_A} & \frac{\partial F_2}{\partial y_A} & \frac{\partial F_2}{\partial z_A} \\ \frac{\partial F_3}{\partial x_A} & \frac{\partial F_3}{\partial y_A} & \frac{\partial F_3}{\partial z_A} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_{B1}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial F_2}{\partial y_{B2}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial F_3}{\partial z_{B3}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_{11} \\ V_{21} \\ V_{31} \end{pmatrix}.$$

Продифференцируем уравнение связи для поступательно-направляющего манипулятора с тремя кинематическими цепями и получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_1}{\partial x_A} &= 2 \cdot x_A - 2 \cdot x_{B1}; & \frac{\partial F_1}{\partial y_A} &= 2 \cdot y_A; & \frac{\partial F_1}{\partial z_A} &= 2 \cdot z_A; & \frac{\partial F_1}{\partial x_{B1}} &= 2 \cdot x_{B1} - 2 \cdot x_A; \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_A} &= 2 \cdot x_A; & \frac{\partial F_2}{\partial y_A} &= 2 \cdot y_A - 2 \cdot y_{B2}; & \frac{\partial F_2}{\partial z_A} &= 2 \cdot z_A; & \frac{\partial F_2}{\partial y_{B2}} &= 2 \cdot y_{B2} - 2 \cdot y_A; \\ \frac{\partial F_3}{\partial x_A} &= 2 \cdot z_A; & \frac{\partial F_3}{\partial y_A} &= 2 \cdot y_A; & \frac{\partial F_3}{\partial z_A} &= 2 \cdot z_A - 2 \cdot z_{B3}; & \frac{\partial F_3}{\partial z_{B3}} &= 2 \cdot z_{B3} - 2 \cdot z_A. \end{aligned}$$

В общем виде уравнение (4) будет иметь вид:

$$\begin{pmatrix} 2 \cdot x_A - 2 \cdot x_{B1} & 2 \cdot y_A & 2 \cdot z_A \\ 2 \cdot y_A & 2 \cdot y_A - 2 \cdot y_{B2} & 2 \cdot z_A \\ 2 \cdot z_A & 2 \cdot y_A & 2 \cdot z_A - 2 \cdot z_{B3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 2 \cdot x_{B1} - 2 \cdot x_A & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cdot x_{B1} - 2 \cdot x_A & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cdot x_{B1} - 2 \cdot x_A \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_{11} \\ V_{21} \\ V_{31} \end{pmatrix}$$

Решим численно обратную задачу о скоростях. Зададим скорости выходного звена:  $V_{11} = 0,5$  м/с,  $V_{21} = 1$  м/с,  $V_{31} = 2$  м/с и положение выходного звена в точке  $A(2;2;2)$ . Тогда имеем

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 4 \\ 4 & 0 & 4 \\ 4 & 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} -10 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & -10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Найдем из данных матриц  $V_x, V_y, V_z$ , приведя уравнения к линейному виду и выразим неизвестные

$$0 \cdot V_x + 4 \cdot V_y + 4 \cdot V_z = -((-10) \cdot 0,5 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 2) \quad 4 \cdot V_y + 4 \cdot V_z = 5$$

$$4 \cdot V_x + 0 \cdot V_y + 4 \cdot V_z = -(0 \cdot 0,5 + (-10) \cdot 1 + 0 \cdot 2) \quad \text{или} \quad 4 \cdot V_x + 4 \cdot V_z = 10.$$

$$4 \cdot V_x + 4 \cdot V_y + 0 \cdot V_z = -(0 \cdot 0,5 + 0 \cdot 1 + (-10) \cdot 2) \quad 4 \cdot V_x + 4 \cdot V_y = 20$$

Значения выходных скоростей равны  $V_x = 3,125$  м/с,  $V_y = 1,875$  м/с,  $V_z = -0,625$  м/с.

В данной работе рассмотрено решение кинематической задачи о скоростях методом дифференцирования уравнений связи, которые показывают зависимость скоростей входных и выходных звеньев друг от друга. В дальнейшем уравнения связи будут использованы для определения особых положений механизма и собственных частот колебаний манипулятора.

#### Список использованных источников

1. Глазунов В.А. Пространственные механизмы параллельной структуры / В.А. Глазунов, А.Ш. Колицор, А.Ф. Крайнев – М.: Наука, 1991. – 95 с.
2. Gosselin С.М. Singularity Analysis of Closed Loop Kinematic Chains / С.М. Gosselin, J. Angeles // IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 6, №3. 1990. – p. 281-290.