УДК 685.341.83 : 539.3 /.6

ИЗГИБНЫЕ ЖЁСТКОСТИ УПРУГИХ СВЯЗЕЙ ГЕЛЕНКА ЖЕНСКОЙ ОБУВИ

Т.М. Борисова, аспирант, Г.Н. Федосеев, доцент
УО «Витебский государственный технологический университет»,
г. Витебск, Республика Беларусь

В связи с широким распространением обуви на высоком каблуке, одно из основных требований к которой – достаточная жёсткость геленочной части, обеспечивающая надёжную опору наружному продольному своду стопы, представляет интерес теоретический расчёт жёсткостей упругих связей геленка в обуви. И здесь определяющий фактор – выбор механической модели конструкции низа женской обуви.

Рассмотрим геленок, запрессованный в стелечный узел, опирающийся на упругий каблук и на упругую пластину подошвы (рисунок 1).

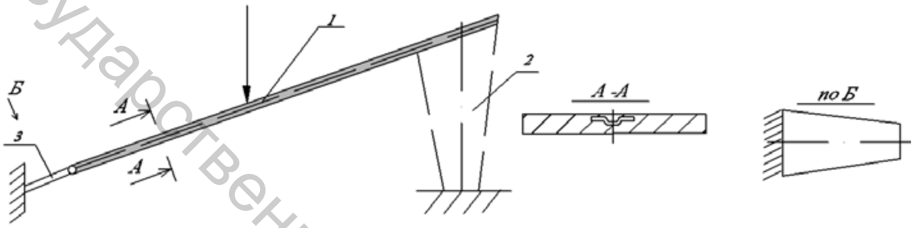

Рисунок 1– Геленок на упругих опорах: каблуке 2 и пластине 3

Каблук полагается коническим пустотелым с центральным каналом квадратного сечения. Диаметр произвольного сечения каблука (рисунок 2)

$$D = D_1 + (D_2 - D_1)z/H, \tag{1}$$

осевой момент инерции

$$I_x = \frac{\pi D^4}{64} - \frac{b^4}{12} = \frac{\pi D^4}{64} - \frac{\pi}{64} d^4, \tag{2}$$

где $d = b/(\sqrt[4]{12} \cdot \sqrt[4]{\pi/64}) = 1.14b$ (квадратное сечение канала заменено эквивалентным круглым).

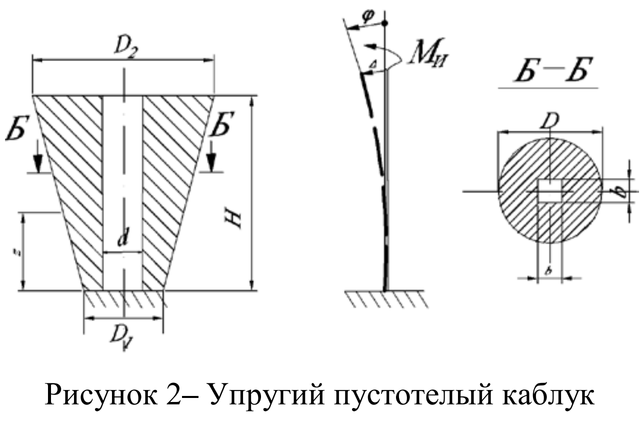

Рисунок 2– Упругий пустотелый каблук

Перемещение незащемлённого конца стойки-каблука (рисунок 2) выражается при её изгибе интегралом Мора

$$I = \int_0^H \frac{M_x \overline{M_1} dz}{EI_x}; \tag{3}$$

грузовой и единичный изгибающие моменты в интеграле (3) представляются в общем случае функциями

$$M_x = a + bz, \; \overline{M}_1 = c + fz, \tag{4}$$

жёсткость поперечного сечения

$$EI_x = [(m+nz)^4 - d^4]/g, \tag{5}$$

где $m=D_1$, $n=(D_2- D_1)/H$, $g=64/(\pi E)=20.4/E$, E –модуль Юнга материала каблука; размеры каблука D_1, D_2, H см. в формулах (1-2). Используя в интеграле (3) моменты (4) и жёсткость (5), получим его в виде

$$I = g\int_0^H \frac{(a+bz)(c+fz)dz}{(m+nz)^4 - d^4}. \tag{6}$$

Разлагая рациональную дробь в подинтегральном выражении (6) на простейшие, найдём после их интегрирования:

$$I = \frac{g}{n^4}\left[M\ln(\eta-\delta) + N\ln(\eta+\delta) + \frac{K}{2}\ln(\eta^2+\delta^2) + \frac{L}{\delta}arctg\frac{\eta}{\delta}\right]_{\eta_1}^{\eta_2}, \tag{7}$$

где переменная $\eta=m/n+z$, пределы интегрирования $\eta_1= m/n$, $\eta_2= m/n+H$.

Коэффициенты в выражении (7):

$$M=0.25(\alpha/\delta+\beta/\delta^2+\gamma/\delta^3),\; N=0.25(-\alpha/\delta+\beta/\delta^2-\gamma/\delta^3),\; K=-0.5\,\beta/\delta^2,\; L=0.5(\alpha - \gamma/\delta^2), \tag{8}$$

где постоянные

$\alpha=A$, $\beta=B-2Am/n$, $\gamma=Am^2/n^2-Bm/n+C$, $\delta=d/n$, $A=bf$, $B=bc+af$, $C=ac$, (9)

константы a, b, c и f см. в выражениях моментов (4).

Эти константы в вычислениях угла поворота незащемлённого конца стойки (рисунок 2) $a=M_И$, $b=0$, $c=1$, $f=0$, что даёт после определения всех констант (8-9) формулу

$$\varphi = \frac{M_И g}{4\delta^3 n^4}\left(\ln\frac{\eta/\delta-1}{\eta/\delta+1} - 2arctg\,\eta/\delta\right)\Bigg|_{m/n}^{m/n+H}, \tag{10}$$

изгибная жёсткость каблука – $C_\varphi=4\delta^3 n^4/(gF_1)$, F_1 – выражение в скобках формулы (10).

В вычислениях прогиба незащемлённого конца стойки (рисунок 2) константы $a=M_И$, $b=0$, $c=H$, $f=-1$; прогиб

$$\Delta = \frac{M_И g}{4\delta^2 n^4}\left(\frac{\eta_2}{\delta}\ln\frac{\eta/\delta-1}{\eta/\delta+1} - \ln\frac{(\eta/\delta)^2-1}{(\eta/\delta)^2+1} - 2\frac{\eta_2}{\delta}arctg\frac{\eta}{\delta}\right)\Bigg|_{\eta_1=m/n}^{\eta_2=m/n+H}. \tag{11}$$

Вторая изгибная жёсткость каблука $C_\Delta=4\delta^2 n^4/(gF_2)$, F_2 – выражение в скобках формулы (11).

Вид по А (рисунок1) даёт форму упругой пластины – второй упругой связи геленка (рисунок 3).

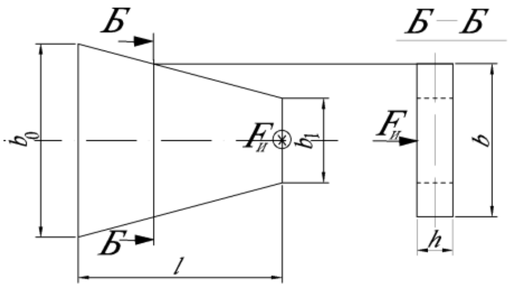

Рисунок 3– Упругая пластина, трапециевидная в плане

Ширина произвольного поперечного сечения пластинки $b = \frac{b_0 - b_1}{l} z + b_1$, осевой момент инерции

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = I_0\left[\beta + (1-\beta)\chi\right],\ I_0 = b_0 h^3/12, \qquad (12)$$

где константа $\beta = b_1/b_0$, переменная $\chi = z/l$.

Дифференциальное уравнение упругой кривой балки-пластинки

$$EI_x v'' = M_x, \qquad (13)$$

где v – прогиб пластинки, v''– вторая производная прогиба; $M_x = Fz = Fl\chi$ – изгибающий момент. Используя в уравнении (13) момент инерции (12), получим его в виде

$$\frac{d^2 v}{d\chi^2} = 3\frac{v_0}{1-\beta}\left[1 - \frac{\beta}{\beta + (1-\beta)\chi}\right], \qquad (14)$$

где $v_0 = Fl^3/(3EI_0)$ – прогиб незащемлённого края балки-пластинки с жесткостью сечения $EI_0(12)$, постоянной по её длине l (рисунок 3). Интегрирование уравнения (14) даёт (при краевых условиях $v(z=l) = v(\chi=l) = 0$, $dv/d\chi(\chi=1) = 0$) прогиб незащемлённого края пластины:

$$\Delta = \frac{F}{C_\Delta} = 3v_0(1+\gamma)\frac{0.5\gamma^2 - \gamma + \ln(1+\gamma)}{\gamma^3}, v_0 = \frac{Fl^3}{3EI_0}, \qquad (15)$$

откуда вторая изгибная жёсткость пластины

$$C_\Delta = \left(\frac{EI_0}{l_3}\right)\frac{\gamma^3}{(1+\gamma)\left[0.5\gamma^2 - \gamma + \ln(1+\gamma)\right]}$$

(16)

В формулах (15-16) – см. формулу (12) $\gamma = (1-\beta)/\beta$.

УДК 685.341.83 : 539.3 /.6

ПРОГИБЫ ГЕЛЕНКА В ЖЕНСКОЙ ОБУВИ

Т.М. Борисова, аспирант, Г.Н. Федосеев, доцент
УО «Витебский государственный технологический университет», г. Витебск, Республика Беларусь

Для поддержания латерального продольного свода стопы в обуви с различной высотой каблука геленочная часть должна быть достаточно жесткой при её изгибе. Актуально поэтому моделирование её изгиба и прогнозирование на его основе прогибов геленочной части обуви в зависимости от характеристик комплектующих.

На рисунке 1 представлена расчётная схема геленка на упругих опорах. Там же представлено поперечное сечение геленка, находящегося в стелечном узле.