

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учреждение образования
«Витебский государственный технологический университет»

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**к выполнению курсового проекта
для студентов специальности 1-53 01 01-05 «Автоматизация технологических
процессов и производств (легкая промышленность)»**

Витебск
2016

УДК 681.5

Теория автоматического управления: методические указания к выполнению курсового проекта для студентов 1-53 01 01-05 «Автоматизация технологических процессов и производств (легкая промышленность)».

Витебск: Министерство образования Республики Беларусь, УО «ВГТУ», 2015.

Составитель: к.т.н., доц. Надёжная Н.Л.,
д.ф.-м.н., проф. Корниенко А.А.,
асс. Соколова А.С.

Методические указания содержат материал, необходимый для выполнения курсового проекта по дисциплине «Теория автоматического управления».

Предназначены для студентов дневной, заочной и заочной на базе ССУЗ форм обучения специальности 1-53 01 01-05 «Автоматизация технологических процессов и производств (легкая промышленность)»

Одобрено кафедрой «Автоматизация технологических процессов и производств» УО «ВГТУ» «11» ноября 2015 г., протокол № 4.

Рецензент: к.т.н., доц. Казаков В.Е.
Редактор: ст. преп. Клименкова С.А.

Рекомендовано к опубликованию редакционно-издательским советом УО «ВГТУ» «30» ноября 2015 г., протокол № 9.

Ответственный за выпуск: Букин Ю.А.

Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет»

Подписано к печати 26.05.16. Формат 60x90 1/16. Уч.-изд. л. 2.9.
Печать ризографическая. Тираж 90 экз. Заказ № 174.

Отпечатано на ризографе учреждения образования «Витебский государственный технологический университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий №1/172 от 12.02.2014.

210035, г. Витебск, Московский пр-т, 72.

СОДЕРЖАНИЕ

1 ПРОЕКТИРОВАНИЕ САУ ПО ЗАДАНЫМ ПОКАЗАТЕЛЯМ КАЧЕСТВА: ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ	4
1.1 Качество САУ	4
1.2 Точность линейных непрерывных САУ при детерминированных и случайных воздействиях	7
1.3 Синтез линейных непрерывных САУ	10
Пример задания по курсовому проекту	11
2 АНАЛИЗ ИСХОДНОЙ СИСТЕМЫ	12
Пример анализа исходной САУ	14
3 ПОСТРОЕНИЕ ЛАЧХ ИСХОДНОЙ САУ, ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ И КРИТИЧЕСКОГО КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ $K_{кр}$	14
Пример построения ЛАЧХ исходной САУ, оценки устойчивости и критического коэффициента усиления $K_{кр}$	17
4 РАСЧЕТ И ПОСТРОЕНИЕ ЛАЧХ САУ С ЗАДАНЫМИ СВОЙСТВАМИ	20
Пример расчета и построения желаемой ЛАЧХ	24
5 ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТРУКТУРЫ И ПАРАМЕТРОВ КУ ОС	28
Пример определения структуры и параметров КУ	30
6 РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ ВНУТРЕННЕГО КОНТУРА	33
Пример расчета устойчивости внутреннего контура	33
7 РЕАЛИЗАЦИЯ КУ	34
Пример реализации КУ	34
8 МОДЕЛИРОВАНИЕ САУ, ОЦЕНКА КАЧЕСТВА	38
Пример моделирования САУ и расчета показателей качества	38
ПРИЛОЖЕНИЕ А	41
ЛИТЕРАТУРА	43

1 ПРОЕКТИРОВАНИЕ САУ ПО ЗАДАНЫМ ПОКАЗАТЕЛЯМ КАЧЕСТВА: ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Целью курсового проекта является проектирование (синтез) САУ по заданным показателям качества. В данном разделе приведены краткие сведения об основных показателях качества САУ и методах синтеза.

1.1 Качество САУ

Устойчивость системы является необходимым, но недостаточным условием выбора конкретной системы управления, ее структуры и параметров. САУ должна обеспечивать требуемую точность воспроизведения задающего воздействия, переходные процессы в системе должны затухать как можно быстрее с ограниченным числом колебаний.

Требования, предъявляемые к системе в переходном и установившемся режиме, называются показателями качества. Для оценки систем, различных по физической природе, используются типовые воздействия.

Для систем стабилизации используется единичное ступенчатое воздействие, после чего оценивается реакция системы:

$$x(s) = 1/s \quad (1.1)$$

Для оценки качества необходимо точно определить показатели переходного процесса. Если система реализована физически, то переходной процесс можно снять экспериментально, а если система представлена в виде модели (структурной схемы с параметрами), то её переходную характеристику можно рассчитать или смоделировать.

Показатели качества, которые рассматриваются по переходной характеристике, называются прямыми.

Переходные процессы в системах при единичном ступенчатом входном сигнале можно разделить на следующие типы (рисунок 1.1):

1) колебательный процесс, который характеризуется несколькими значениями перерегулирования;

2) малоколебательный процесс, который характеризуется одним перерегулированием;

3) монотонный процесс, который характеризуется тем, что скорость изменения регулируемой величины не меняет знака в течение всего переходного процесса $\left(\frac{dh(t)}{dt} \geq 0\right)$;

4) аperiodический процесс (процесс без перерегулирования), который характеризуется тем, что скорость изменения регулируемой величины положительна в течении всего переходного процесса $\left(\frac{dh(t)}{dt} > 0\right)$.

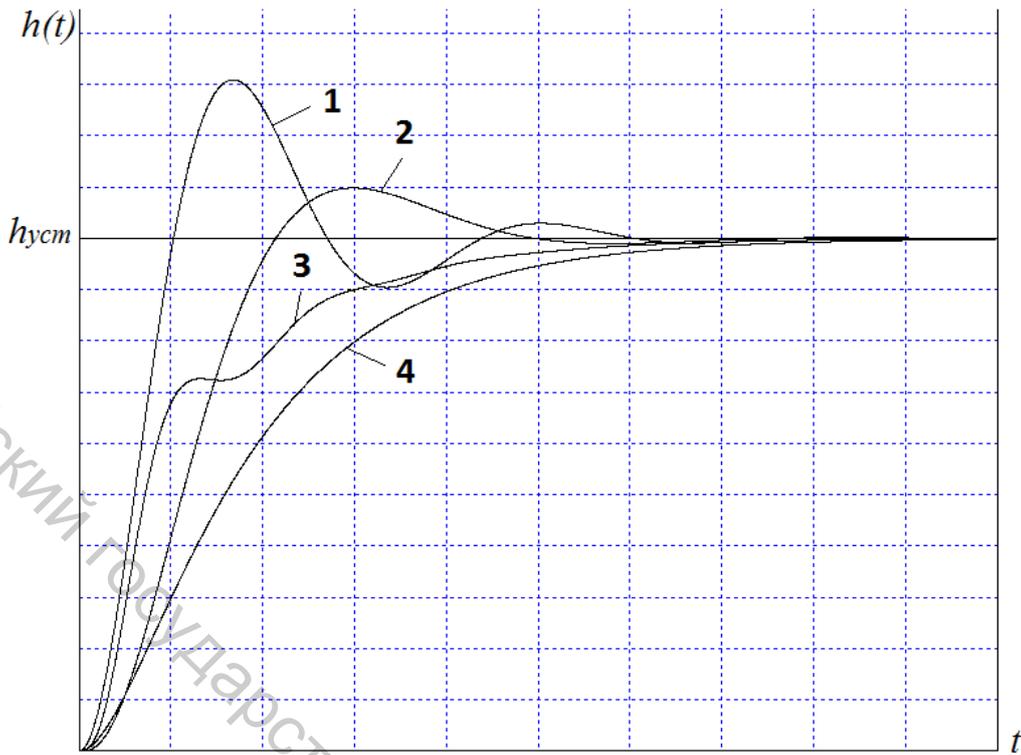


Рисунок 1.1 – Типы переходных процессов

Рассмотрим основные прямые показатели качества системы автоматического регулирования, которые определяются по переходной характеристике (рисунок 1.2).

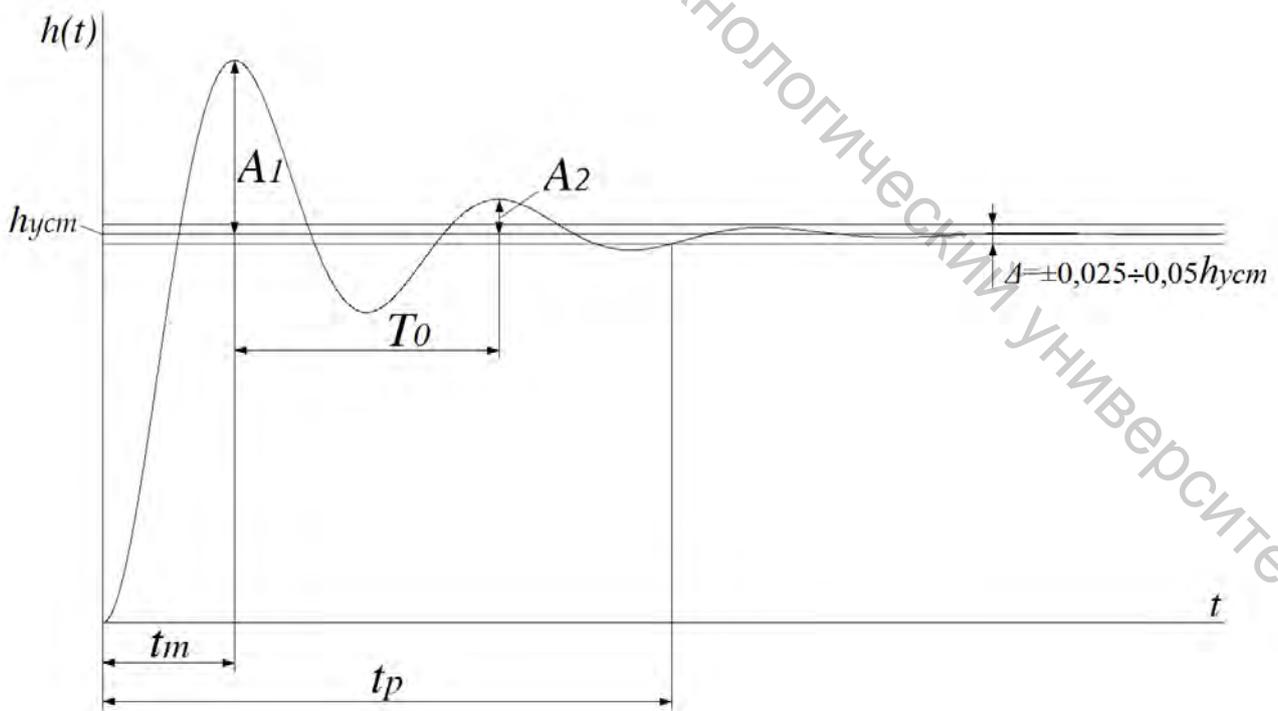


Рисунок 1.2 – Определение показателей качества по переходной характеристике

В точке A_1 переходного процесса, соответствующей времени t_m , имеет место максимальное отклонение регулируемой величины h_m от установившегося значения $h_{уст}$.

Под перерегулированием η понимается величина максимального отклонения регулируемой величины от установившегося значения, выраженное в процентах:

$$\eta = \frac{h_m - h_{уст}}{h_{уст}} \cdot 100\%, \quad (1.2)$$

где $h_{уст}$ – установившееся значение регулируемой величины, т. е. $h_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} h$

Второй показатель качества позволяет оценить быстродействие системы автоматического регулирования и называется временем регулирования (протекания переходного процесса) t_p . t_p – время от начала переходного процесса до момента времени, начиная с которого отклонение регулируемой величины не превышает $\Delta = \pm 0,025 \div 0,05 h_{уст}$.

Третий показатель качества характеризует число колебаний N_p регулируемой величины h в течение времени переходного процесса t_p .

Наряду с этими основными показателями качества существуют и другие характеристики:

Собственная частота колебаний системы:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}, \quad (1.3)$$

где T_0 – период собственных колебаний системы.

Логарифмический декремент затухания системы dc , характеризующий быстроту затухания колебательного процесса:

$$dc = \ln \frac{A_1}{A_2}, \quad (1.4)$$

где A_1 и A_2 – две амплитуды для рядом расположенных экстремумов кривой переходного процесса. Чем больше dc , тем быстрее происходит затухание переходного процесса.

Максимальная скорость отработки регулируемой величины $\left[\frac{dh}{dt} \right]_{\max}$.

Точность системы оценивается после завершения переходного процесса, т. е. в установившемся состоянии. Различают два вида установившегося состояния: статический установившийся режим (для систем стабилизации) и динамический установившийся режим (для систем программного управления и следящих систем). В динамическом установившемся режиме система находится

в установившемся вынужденном движении. Оценкой точности в установившемся режиме является величина ошибки. Ошибка представляет собой разность между требуемым (заданным) и действительным значениями регулируемой величины:

$$\varepsilon = g - y \quad (1.5)$$

Ошибка в системе складывается из ошибки воспроизведения задающего воздействия ε_g ошибки из-за действия возмущений ε_f и ошибки из-за неточности измерения управляемой переменной $\varepsilon_{ч.э.}$ (ошибка чувствительного элемента).

$$\varepsilon = \varepsilon_g + \varepsilon_f + \varepsilon_{ч.э.} \quad (1.6)$$

Ошибка чувствительного элемента зависит от физической природы и конструктивных особенностей датчика. Эта ошибка может быть уменьшена за счет высокоточного первичного преобразователя.

1.2 Точность линейных непрерывных САУ при детерминированных и случайных воздействиях

Статическая ошибка

Точность САУ при обработке ступенчатого сигнала $g_0 \cdot 1(t)$ оценивается статической ошибкой.

Статическая ошибка характерна для статического установившегося режима. Величину ошибки после завершения переходного процесса можно вычислить по изображению ошибки, используя теорему о предельных переходах.

$$\varepsilon_{gcm} = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} pE = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{pG}{1 + W_{раз}} \quad (1.7)$$

где $W_{раз}$ – передаточная функция разомкнутой системы,

$G = \frac{g_0}{p}$ – изображение задающего воздействия.

Для статической системы:

$$\varepsilon_{gcm} = \frac{g_0}{1 + K} \quad (1.8)$$

где K – общий коэффициент усиления системы.

Если на элементы системы или объект управления действует и возмущение, то появляется составляющая ошибки от возмущения (рисунок 1.3).

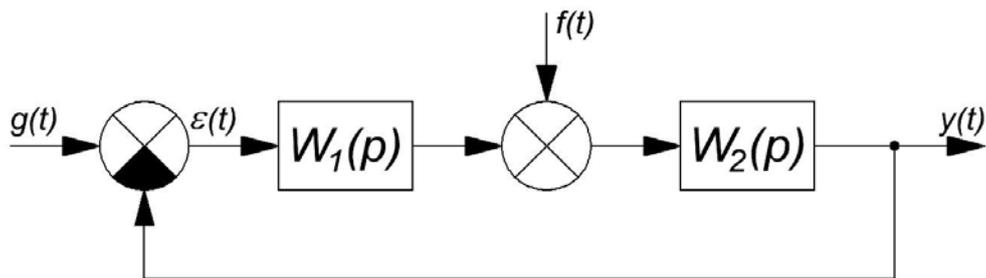


Рисунок 1.3 – Структурная схема системы с двумя входами

$$W_{fy}(p) = \frac{W_f(p)}{1 + W_{pas}(p)} = \frac{W_2(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)} = \frac{Y(p)}{F(p)} \quad (1.9)$$

$W_{fy}(p)$ – передаточная функция, связывающая возмущающее воздействие и выход.

Используя передаточную функцию (1.8) системы можно написать выражение для вычисления статической ошибки от возмущающего воздействия:

$$\varepsilon_{fcm} = \lim_{p \rightarrow 0} p \left[F(p) \frac{W_2(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)} \right] \quad (1.10)$$

Подставляя $p=0$, для статических относительно возмущающего воздействия систем получим:

$$\varepsilon_{fcm} = \frac{K_f}{1 + K} \cdot f_0 \quad (1.11)$$

где K_f – коэффициент передачи звеньев от выхода до точки приложения возмущения.

Если $f(t) = f_0 \cdot 1(t)$, то суммарная ошибка для статической системы.

$$\varepsilon_{cm} = \varepsilon_{gcm} + \varepsilon_{fcm} = \frac{1}{1 + K} \cdot \varepsilon_0 + K_f f_0$$

Динамическая ошибка

Точность установившегося движения систем оценивается динамической ошибкой.

Динамическая ошибка возникает в системе при произвольно меняющемся задающем воздействии. Чтобы определить динамическую ошибку в системе, обычно изображение ошибки раскладывают в ряд с коэффициентами, которые могут вычисляться по передаточной функции САУ по ошибке.

Изображение ошибки по задающему воздействию:

$$E_g \llbracket \cdot \rrbracket = G \llbracket \cdot \rrbracket \frac{1}{1+W_{\text{пас}} \llbracket \cdot \rrbracket} = \left[c_0 + c_1 \cdot p + \frac{c_2}{2!} p^2 + \frac{c_3}{3!} p^3 + \dots + \frac{c_n}{n!} p^n \right] \cdot G \llbracket \cdot \rrbracket \quad (1.12)$$

где $c_0, c_1, c_2 \dots c_n$ – коэффициенты ошибок по задающему воздействию.

Эти коэффициенты можно вычислить по передаточной функции системы по ошибке:

$$c_0 = W_{eg} \llbracket \cdot \rrbracket \Big|_{p=0}, \quad c_1 = \frac{dW_{eg} \llbracket \cdot \rrbracket}{dp} \Big|_{p=0}, \quad c_2 = \frac{d^2 W_{eg} \llbracket \cdot \rrbracket}{dp^2} \cdot \frac{1}{2} \Big|_{p=0}, \quad \dots, \quad c_n = \frac{d^n W_{eg} \llbracket \cdot \rrbracket}{dp^n} \cdot \frac{1}{n!} \Big|_{p=0}. \quad (1.13)$$

Изображение ошибки по возмущающему воздействию:

$$E_f \llbracket \cdot \rrbracket = F \llbracket \cdot \rrbracket \frac{W_f \llbracket \cdot \rrbracket}{1+W_{\text{пас}} \llbracket \cdot \rrbracket} = F \llbracket \cdot \rrbracket \left[c'_0 + c'_1 p + \frac{c'_2}{2!} p^2 + \frac{c'_3}{3!} p^3 + \dots + \frac{c'_n}{n!} p^n \right], \quad (1.14)$$

где $c'_0, c'_1, c'_2 \dots c'_n$ – коэффициенты ошибок по возмущению.

От изображений можно перейти к временным функциям.

Ошибка по задающему воздействию:

$$\begin{aligned} \varepsilon_g \llbracket \cdot \rrbracket &= g \llbracket \cdot \rrbracket \left[c_0 + c_1 \cdot \frac{d}{dt} + \frac{c_2}{2!} \cdot \frac{d^2}{dt^2} + \frac{c_3}{3!} \cdot \frac{d^3}{dt^3} + \dots + \frac{c_n}{n!} \cdot \frac{d^n}{dt^n} \right] = \\ &= c_0 g \llbracket \cdot \rrbracket + c_1 \cdot \frac{dg \llbracket \cdot \rrbracket}{dt} + \frac{c_2}{2!} \cdot \frac{d^2 g \llbracket \cdot \rrbracket}{dt^2} + \frac{c_3}{3!} \cdot \frac{d^3 g \llbracket \cdot \rrbracket}{dt^3} + \dots + \frac{c_n}{n!} \cdot \frac{d^n g \llbracket \cdot \rrbracket}{dt^n}. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Ошибка по возмущающему воздействию:

$$\begin{aligned} \varepsilon_f \llbracket \cdot \rrbracket &= f \llbracket \cdot \rrbracket \left[c'_0 + c'_1 \cdot \frac{d}{dt} + \frac{c'_2}{2!} \cdot \frac{d^2}{dt^2} + \frac{c'_3}{3!} \cdot \frac{d^3}{dt^3} + \dots + \frac{c'_n}{n!} \cdot \frac{d^n}{dt^n} \right] = \\ &= c'_0 \cdot f \llbracket \cdot \rrbracket + c'_1 \cdot \frac{df \llbracket \cdot \rrbracket}{dt} + \frac{c'_2}{2!} \cdot \frac{d^2 f \llbracket \cdot \rrbracket}{dt^2} + \frac{c'_3}{3!} \cdot \frac{d^3 f \llbracket \cdot \rrbracket}{dt^3} + \dots + \frac{c'_n}{n!} \cdot \frac{d^n f \llbracket \cdot \rrbracket}{dt^n}. \end{aligned} \quad (1.16)$$

В основу классификации систем по точности установившегося движения положены коэффициенты ошибок, признаком классификации служит порядок астатизма ν .

Система с нулевым порядком астатизма ($\nu = 0$) называется статической, и все коэффициенты ошибок не равны нулю.

В системе с астатизмом первого порядка ($\nu = 1$) вынужденная погрешность при обработке постоянного воздействия равна нулю, т. е. $c_0 = 0$, а при обработке сигнала, линейно изменяющегося во времени $g(t) = g_0 + \dot{g}_0 \cdot t$, постоянна и пропорциональна скорости изменения воздействия, т. е. $c_1 \neq 0$.

Системой с астатизмом ν -го порядка называется система управления, вынужденная погрешность которой при обработке воздействия, выражаемого в виде полинома степени ν по t , постоянна и пропорциональна значению $g_0^{(\nu)}$.

$$g(t) = g_0 + \dot{g}_0 \cdot t + \dots + \frac{g_0^{(v)}}{v!} \cdot t^v.$$

Следовательно, $c_0 = c_1 = c_2 = \dots = c_{v-1} = 0$, а $c_v \neq 0$.

Таким образом, порядок астатизма системы равен номеру первого, не равного нулю коэффициента ошибки по рассматриваемому воздействию. Он определяется числом интегрирующих звеньев в контуре управления для задающего воздействия, для возмущающего воздействия – числом интегрирующих звеньев, включенных до точки приложения возмущения.

1.3 Синтез линейных непрерывных САУ

Сущность задачи синтеза САУ заключается в таком выборе структурной схемы системы и ее параметров и таком конструктивном решении, при которых обеспечиваются требуемые показатели качества процессов регулирования, а сама система состоит из наиболее простых устройств управления. Задачи синтеза можно разделить на две группы. В задачах первой группы задается только объект управления и требуется определить алгоритм функционирования регулятора в целом, при этом обычно предполагается, что полученные при расчетах свойства регулятора могут быть технически реализованы с необходимой точностью. Задачи рассматриваемого типа возникают, например, при синтезе САУ промышленных непрерывно функционирующих объектов.

В задачах второй группы осуществляется выбор и расчет параметров специальных корректирующих устройств, обеспечивающих заданные статические и динамические характеристики системы, при этом предполагается, что основные функциональные элементы системы уже выбраны в соответствии с технологическим заданием и вместе с объектом управления представляют собой неизменяемую часть системы. Такая задача чаще всего возникает при проектировании различного рода следящих систем.

При инженерном синтезе ставятся задачи: достижение требуемой точности; обеспечение определенной динамики переходных процессов (перерегулирования и времени регулирования). В этом случае синтез сводится к определению вида и параметров корректирующих средств, которые необходимо добавить к неизменяемой части системы, чтобы обеспечить показатели качества не хуже заданных.

Корректирующие устройства (КУ) могут вводиться в прямую цепь – последовательные КУ, параллельно какому-либо элементу – параллельное КУ, в местную обратную связь – КУ обратной связи (ОС). Использование КУ ОС делает систему многоконтурной, они предпочтительнее других КУ. При коррекции ОС возможна линеаризация нелинейностей, устранение влияния неустойчивости параметров звеньев, повышение устойчивости и качества систем. Местной ОС обычно охватывают усилители с большим коэффициентом усиления, элементы с неустойчивыми характеристиками, неустойчивые звенья.

К настоящему времени разработан ряд методов синтеза линейных непрерывных систем. Их можно разделить на следующие группы:

1) графоаналитическая группа включает корневые методы, методы стандартных переходных характеристик и частотные методы;

2) аналитическая – синтез САУ по интегральным критериям качества, с использованием вариационного исчисления, динамического программирования, принципа максимума, аналитического конструирования регуляторов, модального управления;

3) группа методов прямого синтеза с использованием компьютерного моделирования.

Наибольшее распространение в инженерной практике получил частотный метод синтеза с помощью логарифмических частотных характеристик (ЛАЧХ). В общем случае процесс проектирования САУ по заданным показателям качества включает в себя следующие основные этапы.

1. Анализ исходной структуры САУ без корректирующих устройств и регуляторов.

2. Построение ЛАЧХ и ФЧХ исходной САУ, оценка устойчивости и определение критического коэффициента усиления.

3. Построение ЛАЧХ скорректированной (желаемой) системы по заданным показателям качества (требованиям к точности САУ, динамики переходного процесса).

4. Определение структуры и параметров корректирующего устройства.

5. Если выбрано КУ обратной связи, то нужно определить устойчивость внутреннего (корректирующего) контура.

6. Техническая реализация корректирующего устройства.

7. Моделирование системы, оценка соответствия показателей качества ее работы предъявляемым требованиям.

Пример задания по курсовому проекту

Требуется спроектировать САУ по заданным качественным показателям.

Исходные данные

Структура исходной системы (рисунок 1.4).

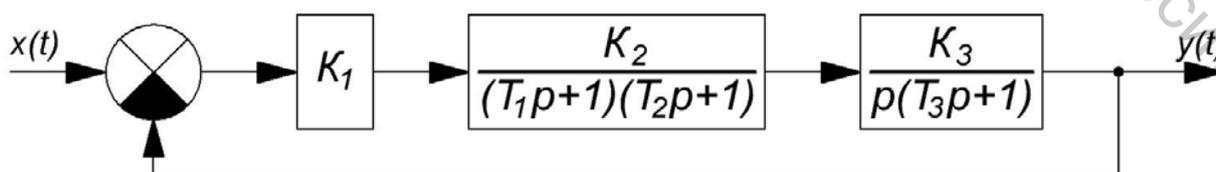


Рисунок 1.4 – Структура исходной САУ

Параметры системы: $K_1 = 6,25$, $K_2 = 4$, $K_3 = 2$, $T_1 = 10c$, $T_2 = 3,16c$, $T_3 = 0,05c$.

Требования к системе:

1. При входном сигнале $x \in A \sin \omega t = 16 \sin 0,125t$ ошибка в системе $\varepsilon \leq 0,5$.

2. При входном сигнале $x \in 1 \in - \eta \leq 25\%$; $t_p \leq 8,8c$.

Качество САУ обеспечить за счет введения корректирующего устройства обратной связи.

2 АНАЛИЗ ИСХОДНОЙ СИСТЕМЫ

Анализ исходной системы обычно производится по следующим основным признакам:

1. По видам уравнений динамики процессов управления (линейная или нелинейная).

2. По характеру действующих в системе сигналов (непрерывная или дискретная).

3. По количеству контуров управления (одноконтурная или многоконтурная).

4. По наличию статической ошибки в установившемся состоянии при определенном рода воздействиях (статическая или астатическая).

5. Определение структурной устойчивости САУ (структурно устойчива или нет).

6. Определение порядка системы.

САУ с одной регулируемой величиной, имеющие только одну главную обратную связь и не имеющие местных обратных связей, называют *одноконтурными*.

САУ подразделяют на *статические* и *астатические* в зависимости от того, имеют они или нет ошибку в установившемся состоянии при определенном рода воздействиях.

Статическое регулирование – при котором отклонение регулируемой величины от требуемого значения (ошибка в системе $\varepsilon \in$) при разных, но постоянных внешних воздействиях на объект по окончании переходного процесса принимает различные значения, зависящие от величины внешнего воздействия.

Астатическое регулирование – когда при различных постоянных значениях внешнего воздействия на объект ошибка в системе по окончании переходного процесса становится равным нулю.

Если в системе действует не только задающее воздействие $g(t)$ (альтернативное обозначение – $x \in$), но и возмущающее воздействие $f \in$ астатизм системы оценивается относительно каждого из этих воздействий. В системах, статических по отношению к задающему воздействию, постоянным значениям этого воздействия соответствует постоянная ошибка системы,

величина которой зависит от величины g . В астатических системах после окончания переходного процесса ошибка равна нулю.

Для того, чтобы система была астатической относительно задающего воздействия, в прямой цепи должно присутствовать интегрирующее (астатическое) звено $W \approx \frac{1}{p}$.

Для того, чтобы система была астатической относительно возмущающего воздействия f интегрирующее звено $W \approx \frac{1}{p}$ должно находиться в прямой цепи до точки приложения возмущения.

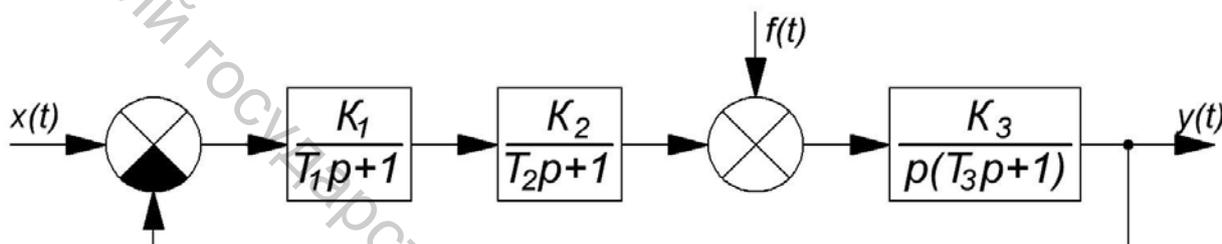


Рисунок 2.1 – Пример САУ, астатической относительно задающего воздействия x но статической относительно возмущающего воздействия f

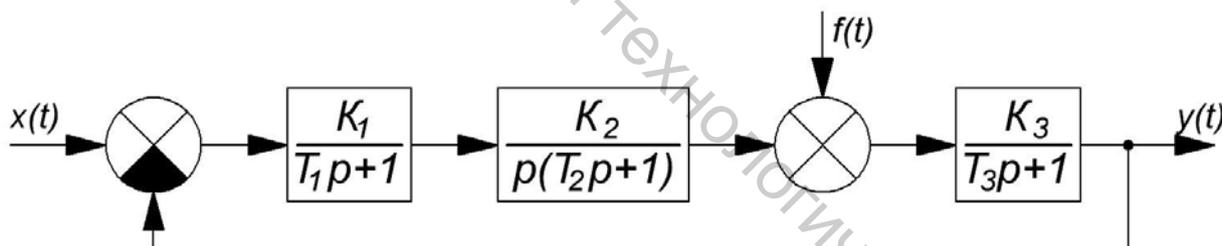


Рисунок 2.2 – Пример САУ, астатической относительно и задающего воздействия x и возмущающего воздействия f

Устойчивость линейной системы определяется ее параметрами и структурой. Поэтому выделяют понятие структурной устойчивости САУ. В структурно устойчивой системе изменением ее параметров (коэффициентов передачи K и постоянных времени T_i) можно добиться устойчивости. Если система структурно неустойчива, то она будет неустойчивой при любых параметрах звеньев. Чтобы добиться устойчивости такой системы необходимо вводить специальные корректирующие устройства (т. е. изменять структуру системы).

Линейная **одноконтурная** система будет структурно устойчивой, если она не содержит:

1. Неустойчивых неминимально-фазовых звеньев (например, $W(s) \approx \frac{K}{T_1 p - 1}$, $W(s) \approx \frac{K(s+1)}{T_1 p - 1}$);
2. Консервативного звена $W(s) \approx \frac{K}{T^2 p^2 + 1}$;
3. Более одного интегрирующего звена $W(s) \approx \frac{1}{p}$.

Пример анализа исходной САУ

Проанализируем исходную САУ из примера, представленного в разделе 1 (структура системы – на рисунке 1.4).

САУ является линейной, поскольку не содержит нелинейных элементов; непрерывной, поскольку в ней действуют непрерывные сигналы; одноконтурной, поскольку имеется только главная обратная связь, а местные обратные связи отсутствуют; 4-го порядка (порядок полинома знаменателя разомкнутой передаточной функции системы, а, следовательно, и порядок характеристического уравнения, равен 4), астатической относительно задающего воздействия (содержится интегрирующее звено), структурно устойчивой (состоит только из апериодических звеньев и одного интегрирующего звена).

3 ПОСТРОЕНИЕ ЛАЧХ ИСХОДНОЙ САУ, ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ И КРИТИЧЕСКОГО КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ $K_{кр}$

Для синтеза САУ с использованием метода ЛАЧХ необходимо построить частотные характеристики (ЛАЧХ и ФЧХ) исходной системы. По их взаимному расположению можно оценить устойчивость исходной САУ и определить критический коэффициент усиления системы $K_{кр}$. Для определения критического коэффициента усиления системы также можно воспользоваться критерием Гурвица – так значение $K_{кр}$ будет получено точнее.

ЛАЧХ представляет собой зависимость $L(\omega) \approx 20 \lg |W(j\omega)| \approx 20 \lg |G(\omega)|$ от $\lg \omega$. Для одноконтурной системы такие характеристики можно легко построить при помощи асимптотических ЛАЧХ и ФЧХ типовых звеньев, входящих в систему. В этом случае ЛАЧХ системы определяется как сумма типовых ЛАЧХ:

$$L_{сис}(\omega) \approx 20 \lg |W_{раз}(j\omega)| \approx \sum 20 \lg |W_i(j\omega)| \quad (3.1)$$

где $W_i(j\omega)$ – комплексные коэффициенты передачи типовых звеньев.

Величину фазового сдвига определяют по формуле:

$$\varphi(\omega) \approx \sum \varphi_i(\omega) \quad (3.2)$$

где $\varphi_i(\omega)$ – фазовые сдвиги типовых звеньев.

В общем случае, если система не содержит в своем составе неминимально-фазовых звеньев, при построении ЛАЧХ и ФЧХ можно руководствоваться следующими правилами:

1) определяется общий (эквивалентный) коэффициент усиления системы $K_{сис}$;

2) определяются частоты сопряжения звеньев $\omega_i = \frac{1}{T_i}$;

3) определяется начальный наклон ЛАЧХ системы: если в передаточной функции нет множителя p , то начальный наклон составляет 0 дБ/дек , а начальный фазовый сдвиг $\varphi_0 = 0$; если множитель p присутствует в числителе, то начальный наклон составит $+20 \text{ дБ/дек}$, а фаза $\varphi_0 = +90^\circ$; если множитель p присутствует в знаменателе, то начальный наклон составит -20 дБ/дек , а фаза $\varphi_0 = -90^\circ$;

4) через точку $20 \lg K_{сис}$ на частоте $\omega = 1$ или $\lg \omega = 0$ проводится линия с начальным наклоном от $\omega = 0$ ($\lg \omega = -\infty$) до пересечения с первой сопрягающей частотой;

5) далее, при достижении каждой сопрягающей частоты наклон будет изменяться на $+20 \text{ дБ/дек}$ – если множитель $(p+1)$ в числителе, и на -20 дБ/дек – если множитель $(p+1)$ в знаменателе; фазовые сдвиги для этих звеньев определяются аналогичным образом, т. е. $\varphi_i(\omega) \approx +\arctg(\omega)$ – для числителя и $\varphi_i(\omega) \approx -\arctg(\omega)$ – для знаменателя. При этом необходимо также учитывать степень, с которой множитель $(p+1)$ входит в передаточную функцию, показатель степени n будет являться множителем при определении наклона и фазы.

Критерий устойчивости Гурвица

Гурвиц разработал алгебраический критерий устойчивости в форме определителей, составленный из коэффициентов характеристического уравнения системы. Необходимым условием устойчивости согласно этому критерию является *положительность всех коэффициентов характеристического уравнения.*

Сам критерий формулируется следующим образом.

Для того, чтобы система автоматического управления n -го порядка была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы все определители Гурвица до $(n-1)$ -го порядка включительно были положительны:

$$\Delta_1 > 0; \Delta_2 > 0; \Delta_3 > 0; \dots; \Delta_{n-1} > 0.$$

Главный определитель Гурвица строят из коэффициентов характеристического уравнения по следующему правилу: по главной диагонали определителя слева направо выписывают все коэффициенты характеристического уравнения от a_{n-1} до a_0 в порядке возрастания индексов. Столбцы вверх от главной диагонали дополняют коэффициентами характеристического уравнения с последовательно убывающими индексами, а столбцы вниз – коэффициентами с последовательно возрастающими индексами. На место коэффициентов с индексами больше n и меньше нуля проставляют нули.

$$\begin{array}{cccccccc}
 a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \cdots & a_{n-2k+1} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
 a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \cdots & a_{n-2k} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \cdots & a_{n-2k-1} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \cdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & & & & a_{n-k} & & & & 0, \text{ где } k=1,2,3,\dots,n. \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{2k-2} & \cdots & a_2 & a_0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{2k-1} & \cdots & a_3 & a_1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{2k} & \cdots & a_4 & a_2 & a_0
 \end{array}$$

Отчеркивая в главном определителе Гурвица диагональные миноры, получим определители Гурвица низшего порядка.

Номер определителя соответствует количеству коэффициентов на диагонали.

По этому критерию можно определить критическое значение параметра, при котором система находится на границе устойчивости. Для этого необходимо определитель, содержащий данный параметр, приравнять к 0 и решить полученное уравнение.

Анализ устойчивости по логарифмическим амплитудно-частотным характеристикам (ЛАЧХ)

Наиболее удобным и наглядным способом оценки устойчивости является критерий Найквиста, в котором используются логарифмические амплитудно-частотные характеристики (ЛАЧХ) и фазочастотные характеристики (ФЧХ).

Согласно этому критерию, система будет устойчивой в замкнутом состоянии, если ЛАЧХ системы пересекает ось частот раньше (на меньшей частоте), чем ФЧХ пересекает линию $\varphi = -180^\circ$ или, по-другому, фазовый сдвиг системы на частоте среза (частоте, на которой ЛАЧХ пересекает ось частот) будет больше $\varphi = -180^\circ$.

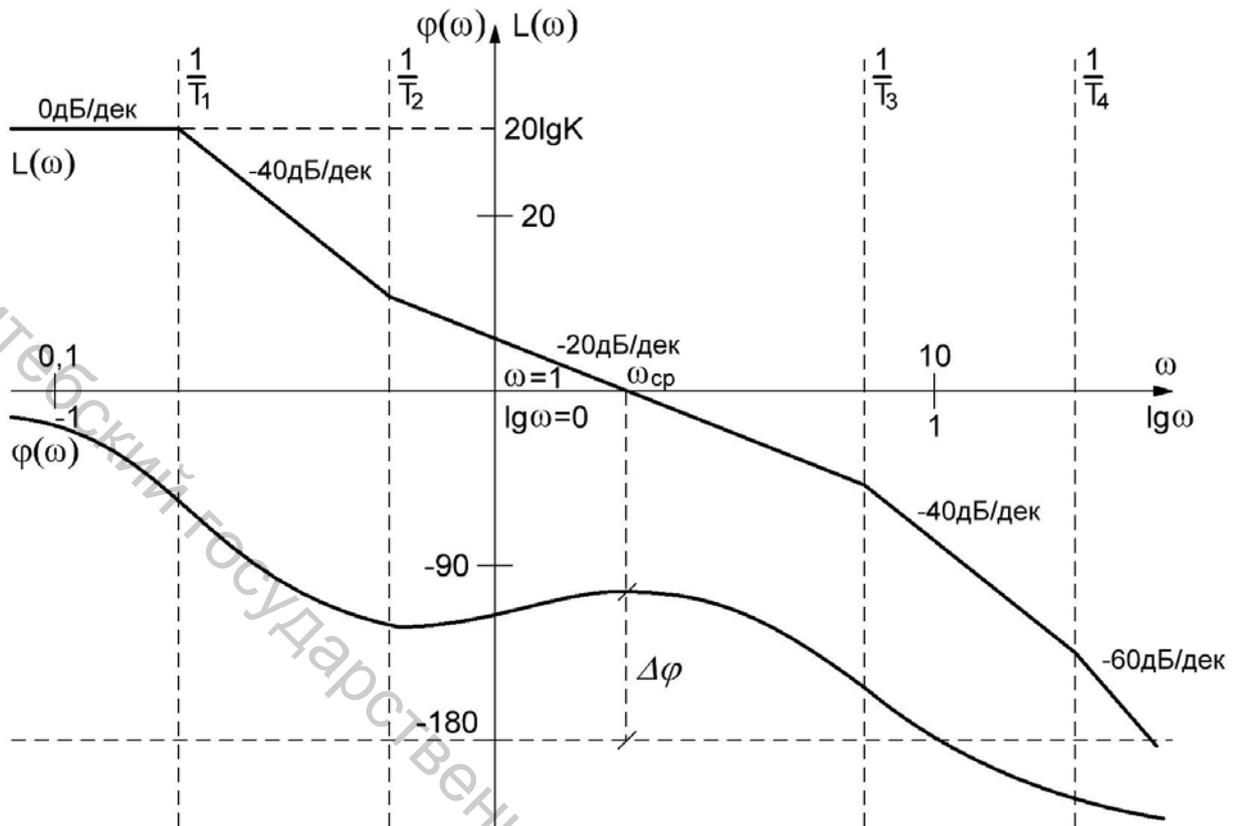


Рисунок 3.1 – Пример ЛАЧХ и ФЧХ устойчивой статической системы

Пример построения ЛАЧХ исходной САУ, оценки устойчивости и критического коэффициента усиления $K_{кр}$

Рассмотрим на примере САУ, представленной в пункте 1.4. Параметры исходной САУ: $K_1 = 6,25$, $K_2 = 4$, $K_3 = 2$, $T_1 = 10c$, $T_2 = 3,16c$, $T_3 = 0,05c$.

Передаточная функция исходной системы (рисунок 1.4) в разомкнутом состоянии имеет вид:

$$W_{\text{ЭНО}}(p) = \frac{K_1 K_2 K_3}{p(p+1)(p+1)(p+1)} = \frac{50}{p(p+1)(3,16p+1)(0,05p+1)}$$

Для построения ЛАЧХ рассчитаем:

$$20 \lg K_{\text{ИСХ}} = 20 \lg K_1 K_2 K_3 = 20 \lg 50 = 34;$$

$$\omega_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{10} = 0,1c^{-1} \rightarrow \lg \omega_1 = -1;$$

$$\omega_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{3,16} = 0,316c^{-1} \rightarrow \lg \omega_2 = -0,5;$$

$$\omega_3 = \frac{1}{T_3} = \frac{1}{0,05} = 20c^{-1} \rightarrow \lg \omega_3 = 1,3.$$

Уравнение для построения ФЧХ:

$$\begin{aligned} \varphi_{исх}(\omega) &= -90^\circ - \arctg \omega T_1 - \arctg \omega T_2 - \arctg \omega T_3 \\ &= -90^\circ - \arctg (0\omega) - \arctg (1,6\omega) - \arctg (0,05\omega) \end{aligned}$$

Таблица 3.1 – Значения для построения ФЧХ исходной системы

ω	$\lg \omega$	$\varphi(\omega)$	ω	$\lg \omega$	$\varphi(\omega)$	ω	$\lg \omega$	$\varphi(\omega)$
0	$-\infty$	-90	0,5	-0,3	-227,8	50	1,7	-337,7
0,01	-2	-97,5	0,7	-0,15	-239,5	70	1,85	-343,7
0,02	-1,7	-105,0	1	0	-249,6	100	2	-348,5
0,05	-1,3	-125,7	2	0,3	-263,9	200	2,3	-354,2
0,07	-1,15	-137,7	5	0,7	-279,3	500	2,7	-357,7
0,1	-1	-152,8	7	0,85	-285,9	700	2,85	-358,3
0,2	-0,7	-186,3	10	1	-294,2	1000	3	-358,8
0,316	-0,5	-208,3	20	1,3	-313,8	∞	∞	-360

Система с астатизмом первого порядка, поэтому ЛАЧХ в области низких частот до первой сопрягающей частоты $\omega_1 = \frac{1}{T_1}$ имеет наклон -20дБ/дек .

Через точку $20\lg K_{исх} = 34$, отложенную на оси ординат (на частоте $\omega = 1$ $[\lg \omega = 0]$), проводим линию с начальным наклоном ЛАЧХ -20дБ/дек .

Проведем вертикальные линии, соответствующие частотам излома. После первой сопрягающей частоты $\omega_1 = \frac{1}{T_1}$ наклон ЛАЧХ изменяется на -20дБ/дек , т. е. становится равным -40дБ/дек . Аналогично изменяются наклоны после каждой последующей частоты излома.

Частота среза исходной системы (определяем графически по ЛАЧХ):

$$\lg \omega_{срисх} = 0,05 \rightarrow \omega_{срисх} = 10^{0,05} = 1,12c^{-1}.$$

Из построения видно, что система неустойчива, так как ФЧХ пересекает линию -180° на меньшей частоте, чем ЛАЧХ пересекает ось частот $\lg \omega$, следовательно, система нуждается в коррекции.

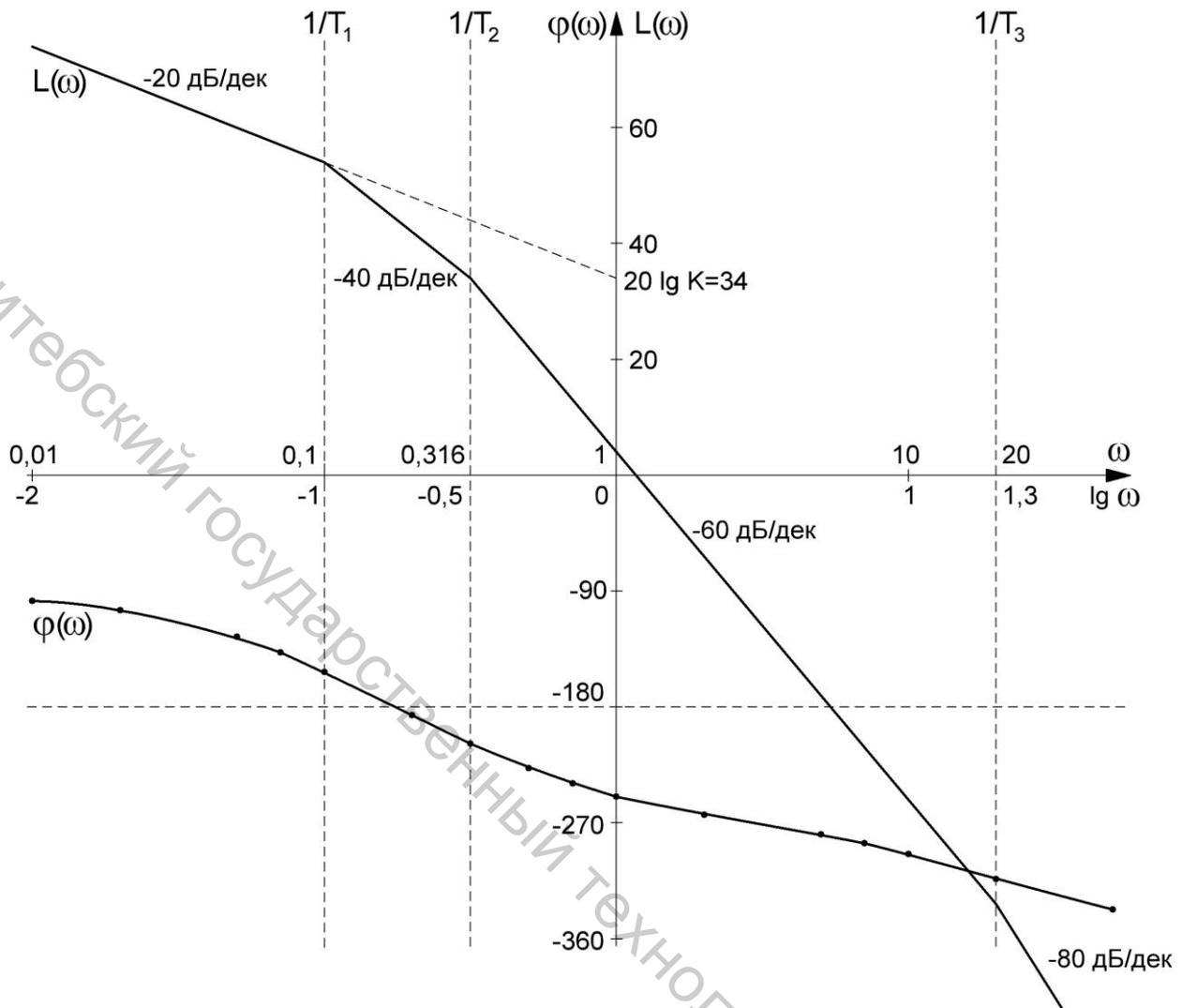


Рисунок 3.2 – ЛАЧХ и ФЧХ исходной системы

Определим значение критического коэффициента усиления системы по критерию Гурвица.

Характеристическое уравнение системы:

$$1 + W_{исх} \Phi \approx 0;$$

$$1 + \frac{K_1 K_2 K_3}{p(p+1)(p+1)(p+1)} = 0;$$

$$K_1 K_2 K_3 = K_{исх};$$

$$p(p+1)(p+1)(p+1) + K_{исх} = 0;$$

$$T_1 T_2 T_3 p^4 + (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) p^3 + (T_1 + T_2 + T_3) p^2 + p + K_{исх} = 0.$$

Обозначим:

$$a_4 = T_1 T_2 T_3 = 1,58; \quad a_3 = T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3 = 32,258; \quad a_2 = T_1 + T_2 + T_3 = 13,21; \quad a_1 = 1;$$

$$a_0 = K_{исх} = 50.$$

Тогда характеристическое уравнение примет вид:

$$a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0.$$

Так как все коэффициенты характеристического уравнения положительны, то необходимое условие устойчивости по критерию Гурвица выполняется.

Составим матрицу Гурвица:

$$\begin{vmatrix} a_3 & a_1 & 0 & 0 \\ a_4 & a_2 & a_0 & 0 \\ 0 & a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_4 & a_2 & a_0 \end{vmatrix}.$$

Критический коэффициент усиления $K_{кр}$ найдем из условия $\Delta_i > 0$. При этом в выражения для коэффициентов a_i не будем подставлять $K_{исх}$. В нашем случае от коэффициента усиления системы $K_{исх}$ зависит коэффициент характеристического уравнения a_0 .

$$\begin{aligned} \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 & 0 \\ a_4 & a_2 & a_0 \\ 0 & a_3 & a_1 \end{vmatrix} &= a_3 a_2 a_1 - a_3^2 a_0 - a_1^2 a_4 = 32,258 \cdot 13,21 \cdot 1 - 13,21^2 K_{сис} - 1^2 \cdot 1,58 = \\ &= 424,55 - 174,5 K_{сис} = 0. \end{aligned}$$

Решив полученное неравенство, определяем критическое значение коэффициента усиления системы $K_{кр} = 2,43$.

4 РАСЧЕТ И ПОСТРОЕНИЕ ЛАЧХ САУ С ЗАДАННЫМИ СВОЙСТВАМИ

Известно, что по ЛАЧХ и ФЧХ разомкнутой системы можно определить качественные показатели (время регулирования, показатель колебательности, запасы устойчивости, коэффициенты ошибок). Эта взаимосвязь качественных показателей системы с частотными характеристиками позволяет решить и обратную задачу: если заданы качественные показатели системы (перерегулирование, время регулирования, требования к точности), можно построить ЛАЧХ такой системы, которая будет удовлетворять заданным свойствам, а в дальнейшем по ЛАЧХ определить ее модель в виде передаточной функции и найти структуру и параметры корректирующего устройства.

Для обеспечения типовых требований к качеству переходного процесса в системе и точности воспроизведения задающего воздействия ЛАЧХ

скорректированной системы должна иметь общий вид, представленный на рисунке 4.1.

На ЛАЧХ разомкнутой системы можно выделить три участка:

- область низких частот (НЧ) – отвечает за точность системы, строится по требованиям к точности САУ;

- область средних частот (СЧ) – определяет динамику и быстродействие, строится исходя из значений времени регулирования и перерегулирования в системе;

- область высоких частот (ВЧ) – мало влияет на переходной процесс в системе, характеризует заключительный этап переходной характеристики, строится таким образом, чтобы обеспечить наиболее простое КУ.

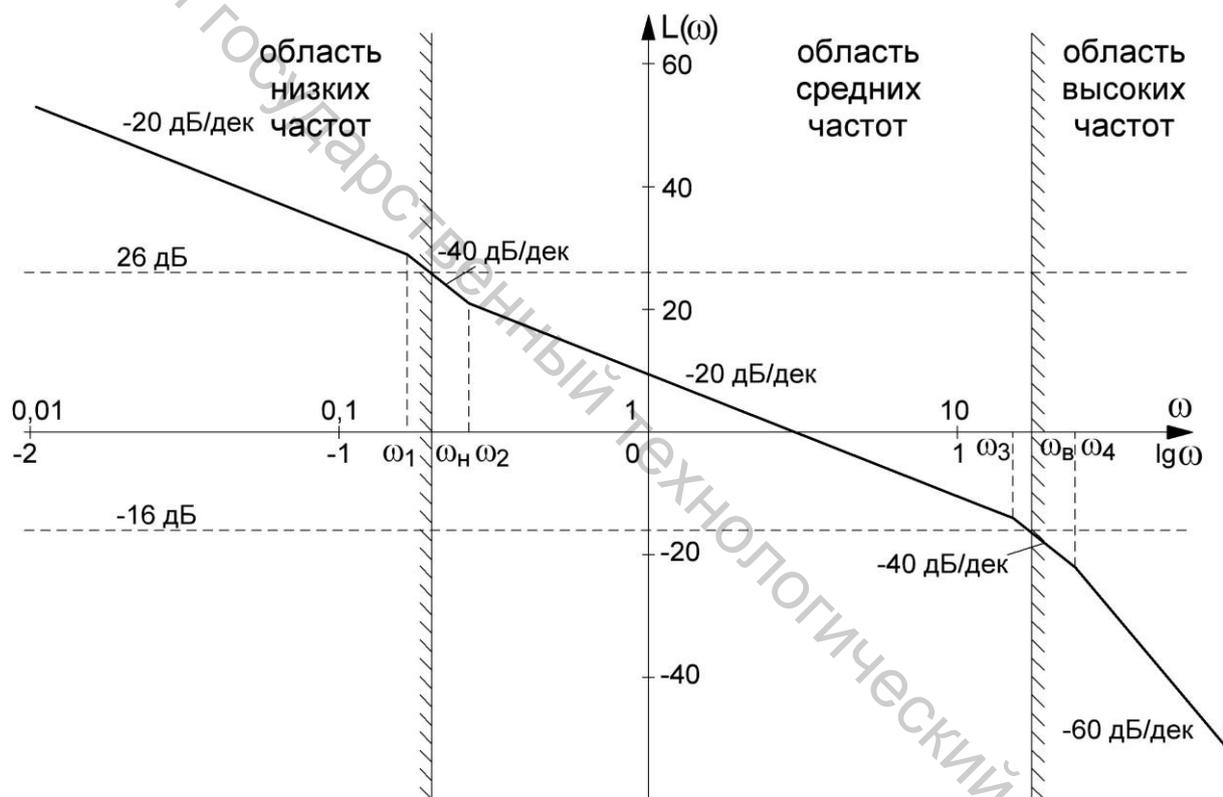


Рисунок 4.1 – ЛАЧХ скорректированной системы

Частота среза ω_{CP} всегда находится в области СЧ, наклон ЛАЧХ на частоте среза должен быть -20дБ/дек . Левая ω_H и правая ω_B границы области СЧ определяются исходя из следующих условий:

$$L(\omega_H) \approx 26\text{дБ}; L(\omega_B) \approx -16\text{дБ}.$$

Построение ЛАЧХ скорректированной системы (САУ с заданными свойствами) начинают с области НЧ и заканчивают в области ВЧ (слева направо).

Построение области НЧ

Известно, что область НЧ отвечает за требования к точности САУ. Если на структурной схеме отсутствует возмущающее воздействие f требования к точности могут быть заданы одним из следующих способов:

1. Заданы добротности системы по скорости D_V и ускорению D_A .

Тогда граница области низких частот ЛАЧХ строится следующим образом. На оси $\lg \omega$ откладываются две точки: $\lg D_A$ и $\lg \omega_0 = \lg \sqrt{D_A}$, где ω_0 – базовая частота системы. Через точку $\lg D_V$ проводится линия с начальным наклоном ЛАЧХ -20дБ/дек , через точку $\lg \omega_0 = \lg \sqrt{D_A}$ – линия с наклоном -40дБ/дек . Проведенные линии (рисунок 4.2) определяют границу области НЧ, ниже которой не должна проходить ЛАЧХ скорректированной системы (иначе не будут обеспечены требования к точности).

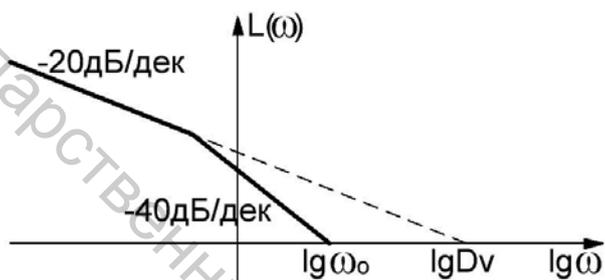


Рисунок 4.2 – Построение области НЧ в случае, если заданы добротности системы по скорости D_V и ускорению D_A

2. Задано эквивалентное гармоническое воздействие на входе системы: $x \approx A_3 \sin \omega_3 t$ и ограничение величины ошибки $\varepsilon \leq \varepsilon_{\max}$.

Тогда граница области НЧ определяется по координатам контрольной точки В. Абсцисса точки В – $\lg \omega_B = \lg \omega_3$, а ордината $-L(\omega_B) \approx 20 \lg \frac{\sqrt{2} A_3}{\varepsilon_{\max}}$. Левее этой точки проводится линия с наклоном -20дБ/дек , правее – линия с наклоном -40дБ/дек .

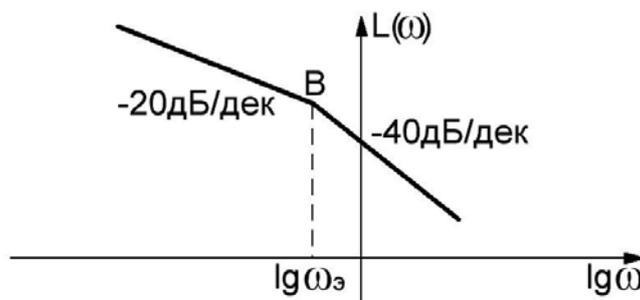


Рисунок 4.3 – Построение области НЧ в случае, если задано эквивалентное гармоническое воздействие

3. Заданы максимальная скорость \dot{x}_{\max} и ускорение входного сигнала \ddot{x}_{\max} и ограничение величины ошибки $\varepsilon \leq \varepsilon_{\max}$.

В данном случае необходимо рассчитать параметры эквивалентного гармонического воздействия на входе системы по следующим формулам:

$$A_{\text{э}} = \frac{\dot{x}_{\max}^2}{\ddot{x}_{\max}} \quad \text{и} \quad \omega_{\text{э}} = \frac{\ddot{x}_{\max}}{\dot{x}_{\max}}.$$

Далее расчет и построение области НЧ производится также, как в случае 2.

ЛАЧХ скорректированной системы в области НЧ должна проходить не ниже построенной границы. По возможности следует строить ЛАЧХ скорректированной системы таким образом, чтобы частоты излома ЛАЧХ исходной и скорректированной систем совпадали.

Построение области СЧ

Построение области СЧ производится по заданным показателям динамики переходного процесса – перерегулированию η и времени регулирования t_p , показателю колебательности M .

Для расчета СЧ области ЛАЧХ системы необходимо в первую очередь рассчитать частоту среза $\omega_{\text{ср}}$ исходя из следующего соотношения:

$$\omega_{\text{срСК}} \geq \frac{c\pi}{t_p}, \quad \text{где } c \text{ – коэффициент, зависящий от перерегулирования,}$$

определяемый по номограмме Солодовникова. На рисунке показан пример определения коэффициента c для величины перерегулирования $\eta \leq 18\%$ ($c = 2,3$).

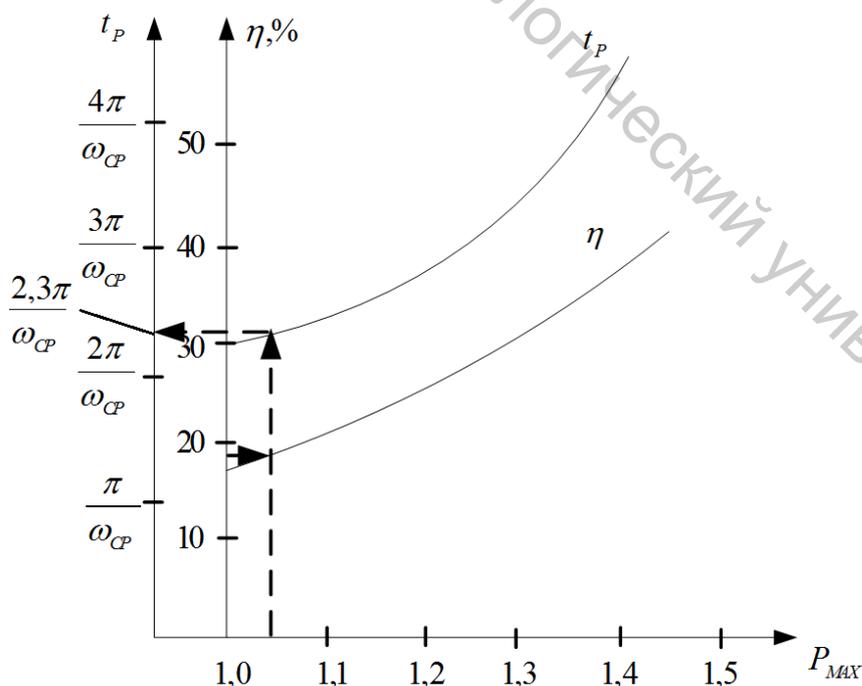


Рисунок 4.4 – Номограмма Солодовникова

Через точку на оси $\lg \omega$, соответствующую частоте среза ω_{CP} , проводится линия с наклоном -20дБ/дек . Протяженность участка ЛАЧХ в области средних частот с наклоном -20дБ/дек должна быть не менее 1 декады.

При построении ЛАЧХ в области СЧ можно воспользоваться приближенной методикой Федосова Б.Т., основанной на композиции традиционных методов.

Частота среза ω_{CP} может быть определена по приближенной формуле:

$$\omega_{CP} = \begin{cases} \frac{3\pi}{t_p}, & 20\% < \sigma < 40\% \\ \frac{2,5\pi}{t_p}, & \sigma < 20\%. \end{cases}$$

Протяженность участка ЛАЧХ в области средних частот с наклоном -20дБ/дек l можно рассчитать, если задан показатель колебательности системы M :

$$l = \lg \frac{M+1}{M-1}.$$

Построение области высоких частот

Область ВЧ мало влияет на характер переходного процесса в системе, поэтому ее наклон выбирают таким образом, чтобы корректирующее устройство имело наиболее простую структуру. При последовательной коррекции величины наклонов ЛАЧХ исходной и скорректированной систем в области высоких частот должны совпадать. При коррекции с помощью обратных связей последний наклон ЛАЧХ звеньев, неохваченных обратной связью, и последний наклон ЛАЧХ скорректированной системы должны быть одинаковы.

Построив ЛАЧХ САУ с заданными свойствами, по ней определяют передаточную функцию скорректированной системы $W_{СК}$ с параметрами, строят ее ФЧХ и определяют запасы устойчивости по модулю и фазе.

Пример расчета и построения желаемой ЛАЧХ

Передаточная функция разомкнутой исходной системы:

$$W_{исх} = \frac{K_1 K_2 K_3}{p(p+1)(p+1)(p+1)} = \frac{50}{p(p+1)(1,6p+1)(0,05p+1)}$$

Требования к системе:

1. При входном сигнале $x = A \sin \omega t = 16 \sin 0,125t$ ошибка в системе $\varepsilon \leq 0,5$.
2. При входном сигнале $x = 1$ — $\eta \leq 25\%$; $t_p \leq 8,8c$.

Чтобы ЛАЧХ скорректированной системы отвечала заданным требованиям по точности, строим границу области НЧ, ниже которой нельзя располагать ЛАЧХ скорректированной системы.

Для этого определяем координаты контрольной точки В:

$$\omega_B = \omega_{BX} = 0,125c^{-1};$$

$$L(\omega_B) = 20 \lg \frac{\sqrt{2} A_{BX}}{\varepsilon} = 20 \lg \frac{\sqrt{2} \cdot 16}{0,5} = 33,1 \text{ дБ}.$$

Для полученной контрольной точки строим границу области НЧ. Поскольку частота ω_{i0} и ω_1 исходной системы имеют близкие значения, совместим первую частоту излома скорректированной ЛАЧХ $\omega_{1CK} = \frac{1}{T_{1CK}}$ и ω_1 .

Найдем коэффициент усиления скорректированной системы. По построению получаем:

$$20 \lg K_{CK} = 17,1.$$

Тогда

$$K_{CK} = 10^{\frac{17,1}{20}} = 7,2.$$

В соответствии с заданным временем регулирования и перерегулированием по номограмме Солодовникова В.В. определяем расчетное значение частоты среза скорректированной ЛАЧХ (рисунок 4.6).

$$\omega_{CPCK \text{ расч}} = \frac{c\pi}{t_p},$$

где $\tilde{\eta}$ – коэффициент, зависящий от перерегулирования, определяемый по номограмме Солодовникова.

Для перерегулирования $\eta \leq 25\%$ определение коэффициента $c = 2,8$ представлено на рисунке 4.5. Получаем расчетное значение частоты среза:

$$\omega_{CPCK \text{ расч}} = \frac{c\pi}{t_p} = \frac{2,8\pi}{8,8} = 1c^{-1}.$$

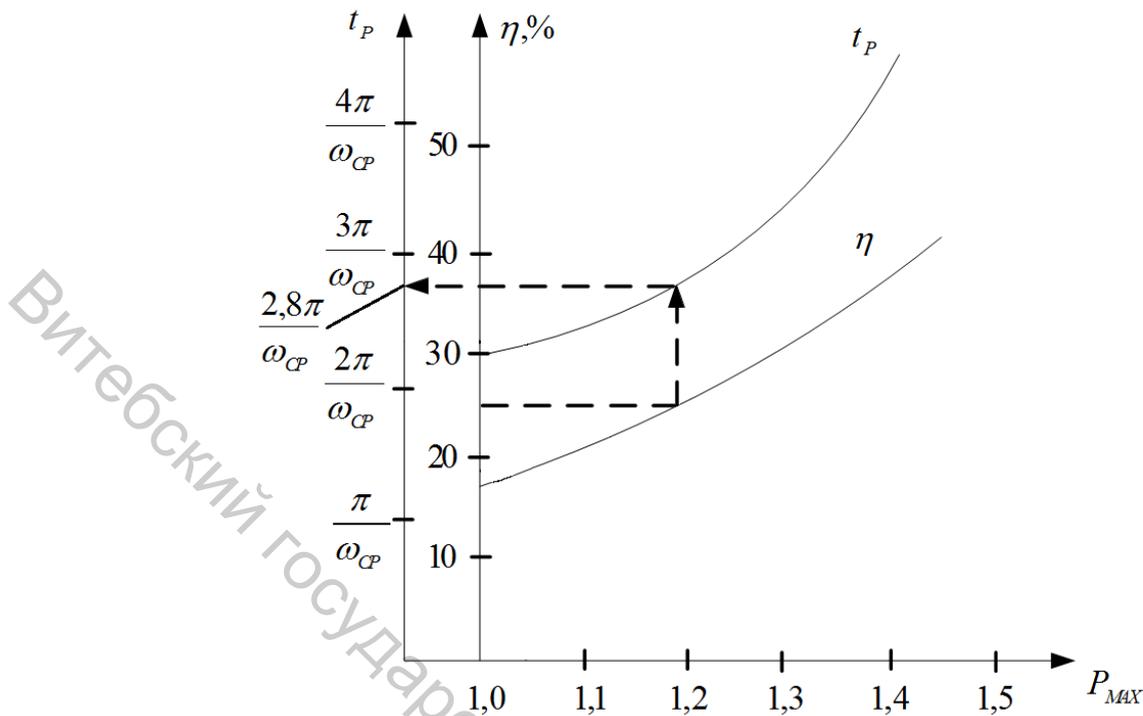


Рисунок 4.5 – Определение зависимости между частотой среза и временем регулирования по номограмме Солодовникова

Через частоту среза должна пройти среднечастотная асимптота ЛАЧХ в виде линии с наклоном -20 дБ/дек . Для того, чтобы обеспечить наиболее простой вид корректирующего устройства и отклонение ЛАЧХ, совмещаем частоты $\omega_{2CK} = \frac{1}{T_{2CK}}$ и ω_2 . Тогда частота среза скорректированной системы по построению:

$$\lg \omega_{CPCK} = 0,35 \rightarrow \omega_{CPCK} = 10^{0,35} \approx 2,24 \text{ с}^{-1}.$$

Полученное значение частоты среза больше расчетного (точка, соответствующая пересечению ЛАЧХ скорректированной системы оси частот сдвигается вправо), но это не приведет к ухудшению быстродействия системы, поскольку большему значению частоты среза ω_{CP} соответствует меньшее значение времени регулирования t_p .

Переход среднечастотного участка с наклоном -20 дБ/дек в высокочастотный наклон -40 дБ/дек выполним на частоте $\omega_{3CK} = 10 \text{ с}^{-1}$ ($\lg \omega_{3CK} = 1$).

В результате проектирования получена ЛАЧХ скорректированной системы, которой соответствует передаточная функция:

$$W_{CK}(s) \approx \frac{K_{CK} (s+1)}{p (s+1) (s_{3CK}+1)}$$

По передаточной функции запишем уравнение ФЧХ скорректированной системы:

$$\begin{aligned} \varphi_{ск}(\omega) &= -90^\circ - \arctg(\omega T_1) + \arctg(\omega T_2) - \arctg(\omega T_{3ск}) \\ &= -90^\circ - \arctg(0,1\omega) + \arctg(1,6\omega) - \arctg(1\omega) \end{aligned}$$

Таблица 4.1 – Значения для построения ФЧХ скорректированной системы:

ω	$\lg \omega$	$\varphi(\omega)$	ω	$\lg \omega$	$\varphi(\omega)$	ω	$\lg \omega$	$\varphi(\omega)$
0	$-\infty$	-90	0,5	-0,3	-113,9	50	1,7	-168,9
0,01	-2	-94,0	0,7	-0,15	-110,2	70	1,85	-172,0
0,02	-1,7	-97,8	1	0	-107,6	100	2	-174,4
0,05	-1,3	-107,9	2	0,3	-107,4	200	2,3	-177,2
0,07	-1,15	-112,9	5	0,7	-119,0	500	2,7	-178,9
0,1	-1	-118,0	7	0,85	-126,8	700	2,85	-179,2
0,2	-0,7	-122,3	10	1	-136,2	1000	3	-179,4
0,316	-0,5	-119,3	20	1,3	-154,1	∞	∞	-180

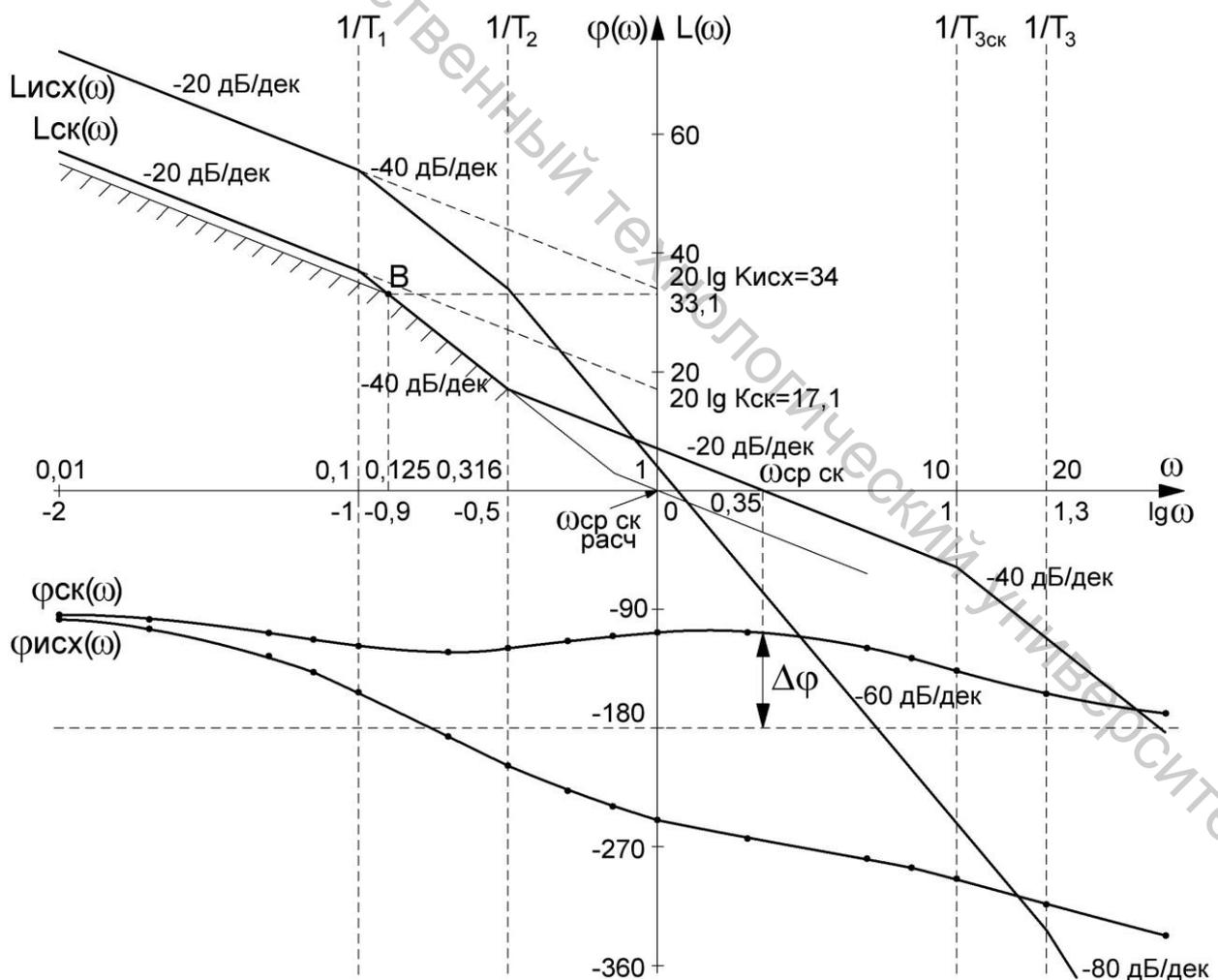


Рисунок 4.7 – ЛАЧХ и ФЧХ исходной и скорректированной систем

По построенным ЛАЧХ и ФЧХ определяем запасы устойчивости.

Запас устойчивости по модулю определяется как расстояние от ЛАЧХ до оси $lg\omega$ на частоте, при которой фазовый сдвиг составляет -180° . В нашем случае $\Delta L = \infty$ дБ.

Фазовый сдвиг на частоте среза:

$$\varphi_{СК} \varphi_{СРСК} \approx -90^\circ - \arctg(0 \cdot 2,24) - \arctg(1,16 \cdot 2,24) - \arctg(1 \cdot 2,24) \approx -108,1^\circ.$$

Запас устойчивости по фазе:

$$\Delta\varphi = \varphi_{СК} \varphi_{СРСК} \approx -180^\circ - (-108,1^\circ) - (-180^\circ) \approx 71,9^\circ.$$

5 ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТРУКТУРЫ И ПАРАМЕТРОВ КУ ОС

Корректирующие устройства позволяют формировать законы регулирования и улучшать динамику системы, могут быть пассивного и активного типа.

Пассивные корректирующие устройства не содержат источников энергии, и мощность сигнала на их выходе всегда меньше мощности сигнала на входе.

Активные корректирующие устройства содержат усилители и потребляют энергию дополнительных источников.

Используют устройства на постоянном и переменном токе.

При коррекции необходимо учитывать способы включения корректирующих устройств. В ряде случаев необходимо использовать успокоители и демпферы (устройства для предотвращения колебаний).

Корректирующие устройства обратной связи уменьшают нестабильность характеристик элементов системы и их нелинейность. Питание корректирующих устройств обратной связи обычно осуществляется с выхода элементов, развивающих значительную мощность. В качестве корректирующих устройств обратной связи часто применяется жёсткая глубокая отрицательная обратная связь, т. е. усилитель с большим коэффициентом усиления, при этом коэффициент усиления системы уменьшается, и если жёсткой отрицательной обратной связью охватить инерционное звено, то уменьшится его инерционность, может сильно уменьшиться время переходного процесса системы.

Существует несколько рекомендаций по включению корректирующих устройств обратной связи:

- местной обратной связью желательно охватить те звенья, которые в процессе работы могут изменять свои параметры и имеют высокие значения коэффициентов передачи и постоянных времени;
- отрицательная местная обратная связь уменьшает также влияние нелинейностей элементов (гистерезис, насыщение, люфт), поэтому всегда желательно включать нелинейные элементы в число охватываемых обратной связью;

– не следует охватывать корректирующей обратной связью звенья, содержащие интегрирующую составляющую ($W(s) \approx \frac{1}{p}$).

Способ коррекции местной обратной связью позволяет наилучшим образом скорректировать динамические свойства системы по сравнению со способами последовательной и параллельной коррекции.

Выбор структуры корректирующего устройства обратной связи.

При введении КУ обратной связи система становится неодноконтурной. В этом случае скорректированная система имеет вид, как на рисунке 5.1. Здесь $W_{HO}(s)$ – передаточная функция звеньев, не охваченных корректирующим устройством обратной связи, $W_{OXB}(s)$ – передаточная функция звеньев, охваченных корректирующим устройством обратной связи, $W_{КУОС}(s)$ – передаточная функция корректирующего устройства обратной связи (КУ ОС).

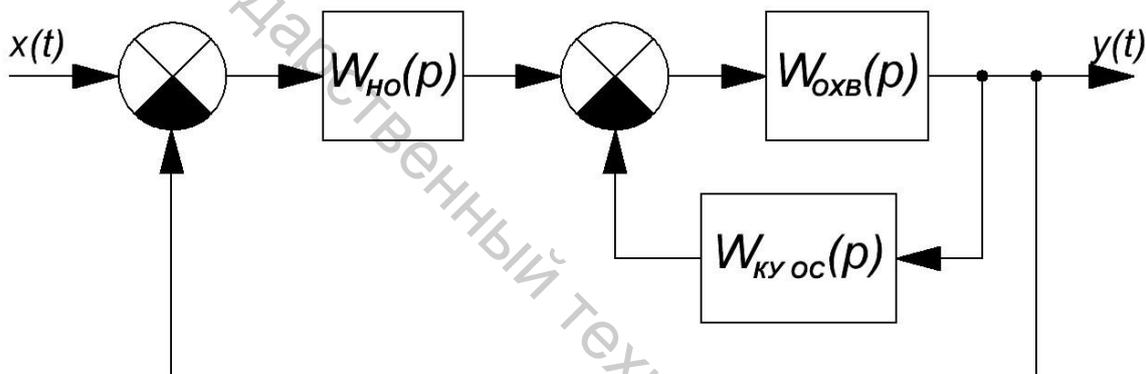


Рисунок 5.1 – Структурная схема системы при использовании КУ обратной связи

Тогда передаточная функция скорректированной системы в разомкнутом состоянии имеет следующий вид:

$$W_{СК}(s) = \frac{W_{OXB}(s)W_{HO}(s)}{1 + W_{OXB}(s)W_{КУОС}(s)} = \frac{W_{ИСХ}(s)}{1 + W_{OXB}(s)W_{КУОС}(s)} \quad (5.1)$$

Если перейти к ЛАЧХ, учитывая, что $L(s) \approx 20 \lg |W(s)|$, ЛАЧХ скорректированной системы:

$$L_{СК}(s) \approx L_{OXB}(s) + L_{HO}(s) - L(1 + |W_{OXB}(s)W_{КУОС}(s)|) \quad (5.2)$$

Если $|W_{OXB}(s)W_{КУОС}(s)| \gg 1$, тогда в формуле (5.2) в выражении в круглых скобках слагаемым 1 можно пренебречь. В таком случае формулу (5.2) можно упростить:

$$L_{СК}(s) \approx L_{OXB}(s) + L_{HO}(s) - L_{OXB}(s) - L_{КУОС}(s) \quad (5.3)$$

$$L_{КУОС}(\omega) \approx L_{НО}(\omega) \approx L_{СК}(\omega) \quad (5.4)$$

$|W_{ОХВ}(\omega)U_{КУОС}(\omega)| \gg 1$ означает, что $L_{ОХВ}(\omega) \approx L_{КУОС}(\omega) \approx 10\text{дБ}$ в области низких и средних частот. Выразим из формулы (5.3):

$$L_{ОХВ}(\omega) \approx L_{КУОС}(\omega) \approx L_{ОХВ}(\omega) \approx L_{НО}(\omega) \approx L_{СК}(\omega) \quad (5.5)$$

Учитывая, что $L_{ОХВ}(\omega) \approx L_{НО}(\omega) \approx L_{ИСХ}(\omega)$ – ЛАЧХ исходной системы, получаем:

$$L_{ОХВ}(\omega) \approx L_{КУОС}(\omega) \approx L_{ИСХ}(\omega) \approx L_{СК}(\omega) \quad (5.6)$$

При последовательной коррекции $W_{СК}(\omega) \approx W_{ИСХ}(\omega)U_{ПОСЛКУ}(\omega)$ и $L_{СК}(\omega) \approx L_{ИСХ}(\omega) \approx L_{ПОСЛКУ}(\omega)$ где $L_{ПОСЛКУ}(\omega)$ – ЛАЧХ корректирующего устройства последовательного типа. Тогда формула (5.6) примет вид:

$$L_{ОХВ}(\omega) \approx L_{КУОС}(\omega) \approx -L_{ПОСЛКУ}(\omega) \approx L_{ПОСЛКУ}^{-1}(\omega) \quad (5.7)$$

где $L_{ПОСЛКУ}^{-1}(\omega)$ – инверсная ЛАЧХ корректирующего устройства последовательного типа.

Таким образом, для того, чтобы в формуле (5.2) слагаемым 1 можно было пренебречь и найти ЛАЧХ КУ ОС по формуле (5.4), необходимо проверить выполнение условия $L_{ОХВ}(\omega) \approx L_{КУОС}(\omega) \approx 10\text{дБ}$ в области низких и средних частот, которое с учетом формул (5.6) и (5.7) имеет вид:

$$L_{ИСХ}(\omega) \approx L_{СК}(\omega) \approx L_{ПОСЛКУ}^{-1}(\omega) \approx 10\text{дБ}. \quad (5.8)$$

Если это условие не выполняется, в прямую цепь в системе необходимо ввести дополнительный усилитель $K_{ДОП}$, что приведет к «подъему» $L_{ИСХ}(\omega)$ а, следовательно и к «подъему» $L_{ИСХ}(\omega) \approx L_{СК}(\omega) \approx L_{ПОСЛКУ}^{-1}(\omega)$. Значение коэффициента усиления $K_{ДОП}$ выбирается так, чтобы в области низких и средних частот $L_{ИСХ}(\omega) \approx L_{СК}(\omega) \approx L_{ПОСЛКУ}^{-1}(\omega)$ лежала выше оси частот минимум на 10дБ. Правая граница области СЧ определяется по ЛАЧХ скорректированной системы $L_{СК}(\omega)$ она проходит там, где $L_{СК}(\omega) \approx -16\text{дБ}$.

$K_{ДОП}$ проще располагать в охваченной КУ ОС части системы, поскольку при этом не будет меняться $L_{НО}(\omega)$ которая входит в формулу (5.4).

По ЛАЧХ $L_{КУОС}(\omega)$ записывают передаточную функцию КУ ОС $W_{КУОС}(\omega)$.

Пример определения структуры и параметров КУ

Передаточную функцию скорректированной системы можно записать в следующем виде:

$$W_{СК} \approx \frac{W_{ОХВ} W_{НО}}{1 + W_{ОХВ} W_{КВОС}} = \frac{W_{ИСХ}}{1 + W_{ОХВ} W_{КВОС}}$$

Чтобы воспользоваться для определения $L_{КВОС}$ формулой (5.4), нужно проверить выполнение условия (5.8). Для этого построим $L_{ИСХ} \approx L_{СК} \approx L_{ПОСЛКУ}^{-1}$ (на рисунке 5.2 обозначено $L_{ПОСЛКУ}^{-1}$ БЕЗ $K_{ДОП}$).

Проведя линию -16дБ и найдя точку пересечения ее с $L_{СК}$ определяем правую границу области средних частот. Как видно из рисунка 5.2 в области низких и средних частот $L_{ПОСЛКУ}^{-1}$ не везде лежит выше оси частот на 10дБ . Следовательно, условие (5.8) не выполняется и требуется введение дополнительного усилителя $K_{ДОП}$. Для определения его числового значения нужно поднять $L_{ПОСЛКУ}^{-1}$ вверх, чтобы в области низких и средних частот она лежала выше оси частот минимум на 10дБ . Получаем $L_{ПОСЛКУ}^{-1}$ с учетом дополнительного усилителя (на рисунке 5.2 обозначено $L_{ПОСЛКУ}^{-1}$ СК $K_{ДОП}$).

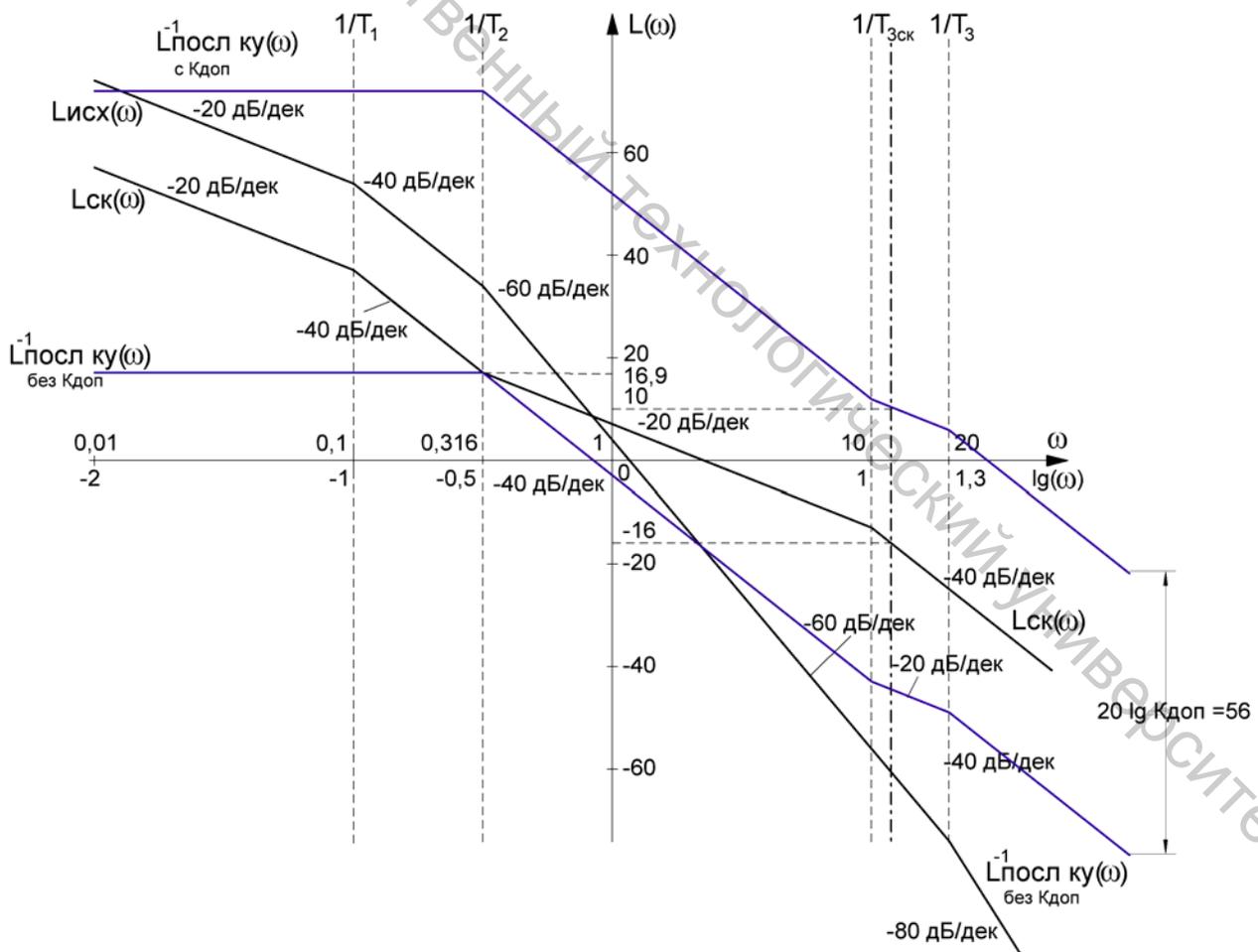


Рисунок 5.2 – Определение $K_{ДОП}$

Графически определяем величину $K_{доп}$ (рисунок 5.2):

$$20 \lg K_{доп} \approx 56 \text{ дБ} \rightarrow K_{доп} = 10^{\frac{56}{20}} = 631. \quad (5.9)$$

Охватим обратной связью звенья с наибольшими постоянными времени и коэффициентами передачи:

$$W_{охв} \approx \frac{K_{доп} K_1 K_2}{(p+1)(2p+1)}$$

$$W_{но} \approx \frac{K_3}{p(3p+1)} = \frac{2}{p(0,05p+1)}$$

Построим $L_{но}$. Для этого рассчитаем $20 \lg K_3 = 20 \lg 2 = 6$.

Найдем ЛАЧХ КУ ОС вычитанием из ЛАЧХ неохваченных звеньев ЛАЧХ скорректированной системы: $L_{куос} \approx L_{но} - L_{ск}$

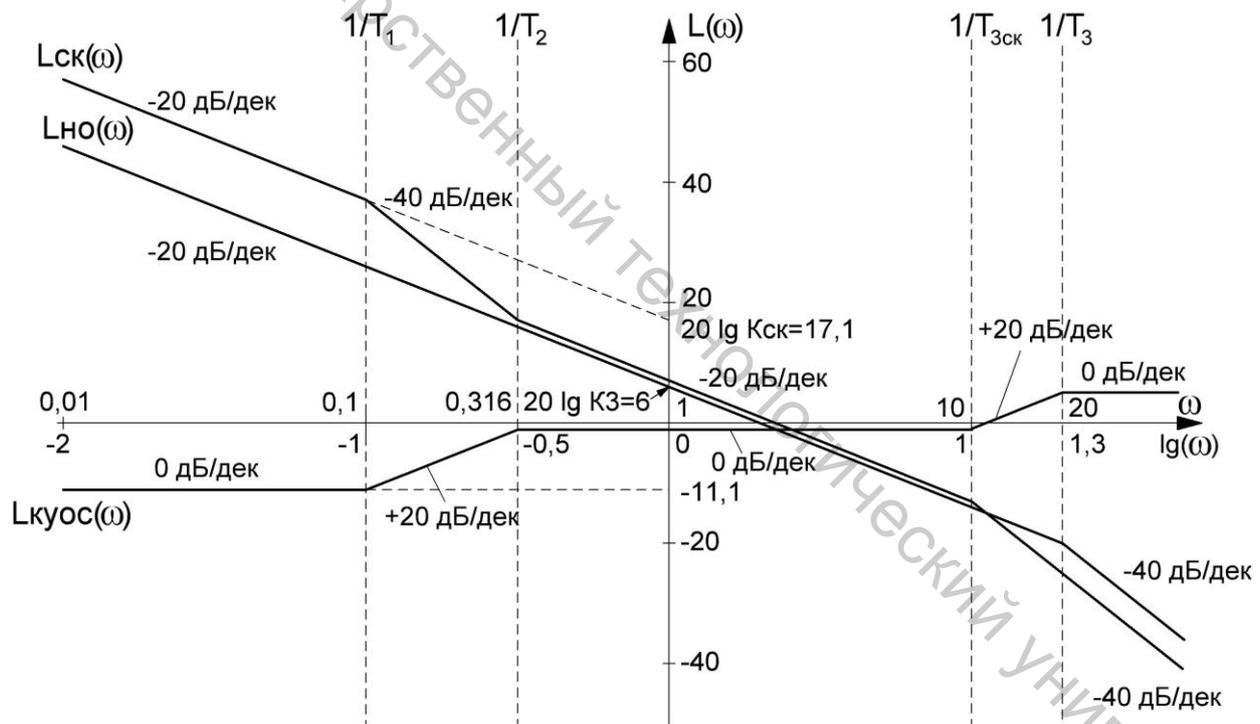


Рисунок 5.3 – Определение ЛАЧХ КУ ОС

По полученной ЛАЧХ скорректированной системы запишем ее передаточную функцию:

$$W_{куос} \approx \frac{K_{куос} (p+1)(3скp+1)}{(2p+1)(3p+1)}$$

$$K_{куос} = \frac{K_3}{K_{ск}} = \frac{2}{7,2} = 0,28;$$

$$W_{кв\text{ос}}(p) = \frac{0,28 (0p+1) (1p+1)}{(16p+1) (0,05p+1)}$$

Приведем окончательную структуру системы в общем виде (рисунок 5.4).

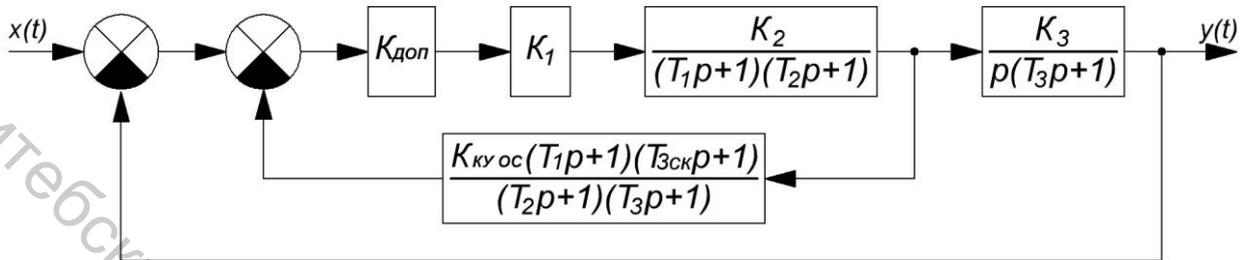


Рисунок 5.4 – Окончательная структура системы

6 РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ ВНУТРЕННЕГО КОНТУРА

Расчет устойчивости внутреннего контура САУ выполняется по одному из критериев. Наиболее удобным является использование критерия Гурвица или критерия Найквиста с использованием ЛАЧХ и ФЧХ.

Пример расчета устойчивости внутреннего контура

Расчет устойчивости внутреннего контура выполним используя критерий Гурвица.

Передаточная функция внутреннего контура (по рисунку 5.4):

$$\begin{aligned} W_{\text{вн конт}}(p) &= \frac{W_{\text{о\text{хв}}}(p)}{1 + W_{\text{о\text{хв}}}(p) W_{\text{кв\text{ос}}}(p)} = \frac{K_{\text{доп}} K_1 K_2}{(1p+1)(2p+1)} \\ &= \frac{K_{\text{доп}} K_1 K_2 \frac{K_{\text{кв\text{ос}}}(1p+1)(3\text{ск}p+1)}{(2p+1)(3p+1)}}{1 + \frac{K_{\text{доп}} K_1 K_2 \frac{K_{\text{кв\text{ос}}}(1p+1)(3\text{ск}p+1)}{(2p+1)(3p+1)}}{(1p+1)(2p+1)}} \\ &= \frac{K_{\text{доп}} K_1 K_2}{(1p+1)(2p+1) + K_{\text{доп}} K_1 K_2 \frac{K_{\text{кв\text{ос}}}(1p+1)(3\text{ск}p+1)}{(2p+1)(3p+1)}} \\ &= \frac{K_{\text{доп}} K_1 K_2 (2p+1)(3p+1)}{(1p+1)(2p+1)(2p+1)(3p+1) + K_{\text{доп}} K_1 K_2 K_{\text{кв\text{ос}}}(1p+1)(3\text{ск}p+1)} \end{aligned}$$

Характеристическое уравнение внутреннего контура:

$$\begin{aligned} (1p+1)(2p+1)(2p+1)(3p+1) + K_{\text{доп}} K_1 K_2 K_{\text{кв\text{ос}}}(1p+1)(3\text{ск}p+1) &= 0, \\ T_1 T_2^2 T_3 p^4 + (T_1 T_2^2 + T_2^2 T_3 + T_1 T_2 T_3) p^3 + (T_1 T_2 + T_1 T_3 + 2T_2 T_3 + K_{\text{доп}} K_1 K_2 K_{\text{кв\text{ос}}}(T_1 T_3\text{ск})) p^2 + \\ + (1 + 2T_2 + T_3 + K_{\text{доп}} K_1 K_2 K_{\text{кв\text{ос}}}(1 + T_3\text{ск})) p + 1 + K_{\text{доп}} K_1 K_2 K_{\text{кв\text{ос}}} &= 0. \end{aligned}$$

После подстановки числовых значений:

$$4,9928p^4 + 101,93528p^3 + 4481,016p^2 + 44628,07p + 4418 = 0.$$

Составим матрицу Гурвица:

$$\begin{array}{cccc} 101,93528 & 44628,07 & 0 & 0 \\ 4,9928 & 4481,016 & 4418 & 0 \\ 0 & 101,93528 & 44628,07 & 0 \\ 0 & 4,9928 & 4481,016 & 4418 \end{array}$$

Определители матрицы:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 101,93528; \\ \Delta_2 &= \begin{vmatrix} 101,93528 & 44628,07 \\ 4,9928 & 4481,016 \end{vmatrix} = 233954,59274 > 0; \\ \Delta_3 &= \begin{vmatrix} 101,93528 & 44628,07 & 0 \\ 4,9928 & 4481,016 & 4418 \\ 0 & 101,93528 & 44628,07 \end{vmatrix} = 1039503538 > 0. \end{aligned}$$

Так как все определители матрицы положительны, следовательно, внутренний контур устойчив.

7 РЕАЛИЗАЦИЯ КУ

Реализация корректирующего устройства выполняется путем последовательного соединения активных или пассивных четырехполюсников (корректирующих цепочек). Электрические схемы, передаточные функции и ЛАЧХ наиболее часто употребляемых корректирующих цепей представлены в приложении А.

Пример реализации КУ

Выполним реализацию корректирующего устройства, передаточная функция которого:

$$W_{KVOC}(p) \cong \frac{K_{KVOC} (C_1 p + 1) (C_3 p + 1)}{(C_2 p + 1) (C_3 p + 1)} = \frac{0,28 (0,1 p + 1) (0,1 p + 1)}{(1,6 p + 1) (0,05 p + 1)} \quad (7.1)$$

ЛАЧХ КУ ОС представлена на рисунке 5.3.

$W_{KVOC}(p)$ можно представить как произведение передаточных функций двух корректирующих цепочек $W_{KV1}(p) \cong \frac{K_{KV1} (C_1 p + 1)}{(C_2 p + 1)}$ и $W_{KV2}(p) \cong \frac{K_{KV2} (C_3 p + 1)}{(C_3 p + 1)}$ и согласующего усилителя $K_{СОГЛ}$:

$$W_{KVOС} \approx W_{KV1} \cdot W_{KV2} \cdot K_{COГЛ} = \frac{K_{KV1} \cdot C_1 p + 1}{C_2 p + 1} \cdot \frac{K_{KV2} \cdot C_{3CK} p + 1}{C_3 p + 1} \cdot K_{COГЛ}.$$

Для W_{KV1} и W_{KV2} выбираем корректирующие цепочки по таблице в приложении А.

Для $W_{KV1} \approx \frac{K_{KV1} \cdot C_1 p + 1}{C_2 p + 1}$ схема корректирующей RC-цепочки будет иметь

вид:

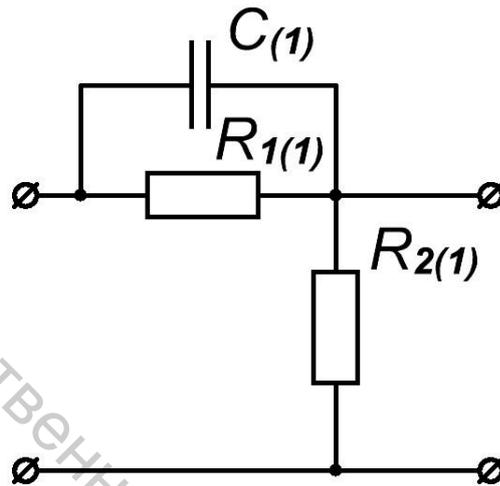


Рисунок 7.1 – Электрическая схема корректирующей RC-цепочки W_{KV1}

ЛАЧХ W_{KV1} имеет вид:

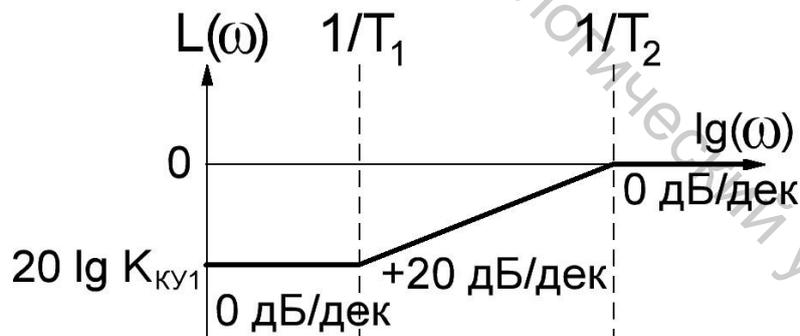


Рисунок 7.2 – ЛАЧХ W_{KV1}

Для расчета параметров электрической схемы корректирующего устройства по формулам из таблицы в приложении 2 записываем систему уравнений:

$$\begin{cases} K_{KV1} = \frac{1}{1 + \frac{R_1 C_c}{R_2 C_c}} \\ T_1 = R_1 C_c \\ T_2 = \frac{1}{1 + \frac{R_1 C_c}{R_2 C_c}} T_1 \end{cases}$$

Примем $C_c = 1 \text{ мкФ}$ и найдем из системы уравнений:

$$R_1 C_c = \frac{T_1}{C_c} = \frac{10}{1 \cdot 10^{-6}} = 10 \cdot 10^6 \text{ Ом} = 10 \text{ МОм};$$

$$R_2 C_c = \frac{R_1 C_c}{\frac{T_1}{T_2} - 1} = \frac{10 \cdot 10^6}{\frac{10}{3,16} - 1} = 4,62 \cdot 10^6 \text{ Ом} = 4,62 \text{ МОм};$$

$$K_{KV1} = \frac{1}{1 + \frac{R_1 C_c}{R_2 C_c}} = \frac{1}{1 + \frac{10}{4,62}} = 0,316.$$

Для $W_{KV2}(\omega) \approx \frac{K_{KV2} (C_{3CK} p + 1)}{C_{3p+1}}$ электрическая схема будет тот же вид, что и

для $W_{KV1}(\omega) \approx \frac{K_{KV1} (C_{2p+1})}{C_{2p+1}}$ (рисунок 7.1).

ЛАЧХ $W_{KV2}(\omega)$ имеет вид:

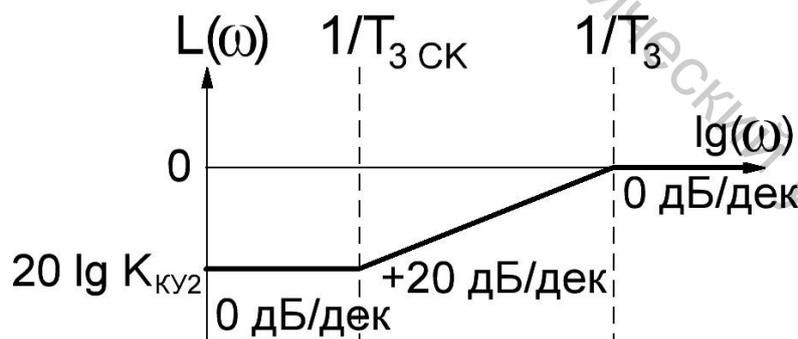


Рисунок 7.3 – ЛАЧХ $W_{KV2}(\omega)$

Для расчета параметров электрической схемы корректирующего устройства по формулам из таблицы в приложении 2 записываем систему уравнений:

$$\begin{cases} K_{KV2} = \frac{1}{1 + \frac{R_1 e_{\Sigma}}{R_2 e_{\Sigma}}} \\ T_1 = R_1 e_{\Sigma} C e_{\Sigma} \\ T_3 = \frac{1}{1 + \frac{R_1 e_{\Sigma}}{R_2 e_{\Sigma}}} T_{3CK} \end{cases}$$

Примем $C e_{\Sigma} = 1 \mu\text{кФ}$ и найдем из системы уравнений:

$$R_1 e_{\Sigma} = \frac{T_{3CK}}{C e_{\Sigma}} = \frac{0,1}{1 \cdot 10^{-6}} = 0,1 \cdot 10^6 \text{ Ом} = 0,1 \text{ МОм};$$

$$R_2 e_{\Sigma} = \frac{R_1 e_{\Sigma}}{\frac{T_{3CK}}{T_3} - 1} = \frac{10 \cdot 10^6}{\frac{0,1}{0,05} - 1} = 0,1 \cdot 10^6 \text{ Ом} = 0,1 \text{ МОм};$$

$$K_{KV2} = \frac{1}{1 + \frac{R_1 e_{\Sigma}}{R_2 e_{\Sigma}}} = \frac{1}{1 + \frac{0,1}{0,1}} = 0,5.$$

Определим коэффициент усиления согласующего усилителя для обеспечения требуемого коэффициента усиления корректирующего устройства:

$$K_{согл} = \frac{K_{кв\text{ос}}}{K_{кв1} K_{кв2}} = \frac{0,28}{0,316 \cdot 0,5} = 1,77.$$

Окончательная принципиальная электрическая схема корректирующего устройства представлена на рисунке 7.4.

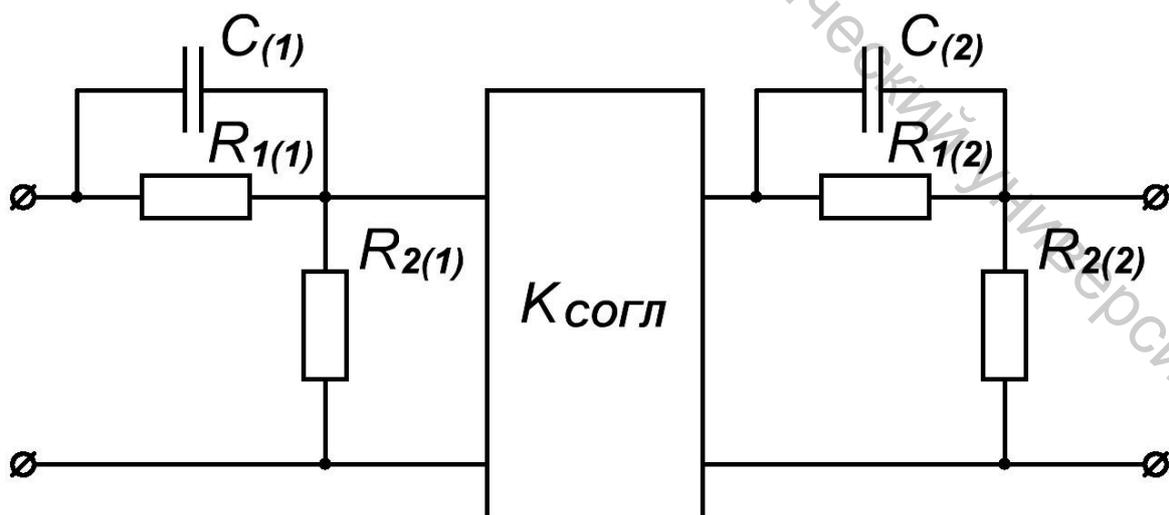


Рисунок 7.4 – Окончательная принципиальная электрическая схема корректирующего устройства

8 МОДЕЛИРОВАНИЕ САУ, ОЦЕНКА КАЧЕСТВА

В данном разделе выполняется моделирование скорректированной САУ и оценка качественных показателей заданным требованиям.

Обязательно необходимо промоделировать переходную характеристику системы $h(t)$ и оценить перерегулирование и время регулирования.

В случае, если задано эквивалентное гармоническое воздействие на входе системы: $x(t) = A_0 \sin \omega_0 t$ и ограничение величины ошибки $\varepsilon \leq \varepsilon_{\max}$ или заданы максимальная скорость \dot{x}_{\max} и ускорение входного сигнала \ddot{x}_{\max} и ограничение величины ошибки $\varepsilon \leq \varepsilon_{\max}$, необходимо также промоделировать работу системы при данных воздействиях на входе и оценить точность.

Пример моделирования САУ и расчета показателей качества

Промоделируем в программе VisSim работу системы с корректирующим устройством обратной связи.

Требования к системе:

1. При входном сигнале $x(t) = 1(t)$ – $\eta \leq 25\%$; $t_p \leq 8,8c$.

2. При входном сигнале $x(t) = A \sin \omega t = 16 \sin 0,125t$ ошибка в системе $\varepsilon \leq 0,5$.

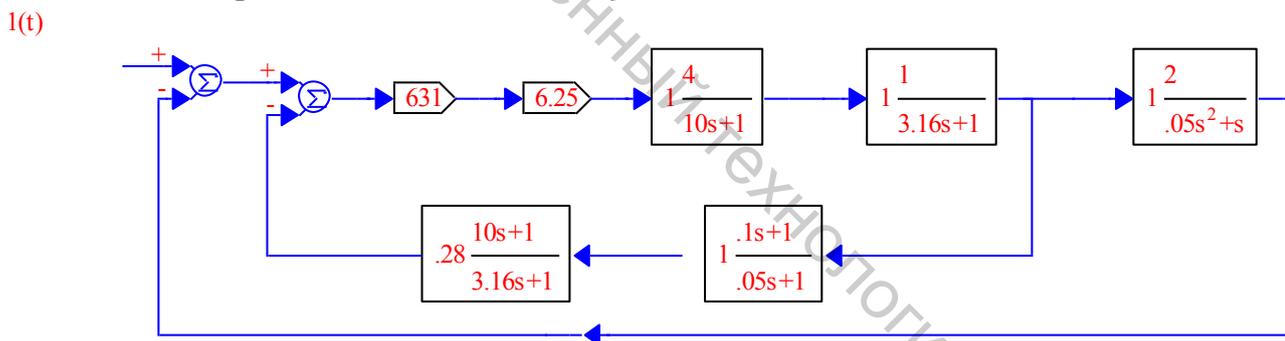


Рисунок 8.1 – Структура скорректированной САУ

Для оценки перерегулирования и быстродействия системы подадим на вход единичное ступенчатое воздействие $x(t) = 1(t)$ и выведем на осциллограф выходной сигнал.

Перерегулирование η определим по формуле:

$$\eta = \frac{h_m - h_{уст}}{h_{уст}} \cdot 100\%, \quad (1.2)$$

где h_m – максимальное значение регулируемой величины;

$h_{уст}$ – установившееся значение регулируемой величины.

Время регулирования t_p определим как время от начала переходного процесса до момента времени, начиная с которого отклонение регулируемой величины не превышает $\pm 0,025h_{уст}$.

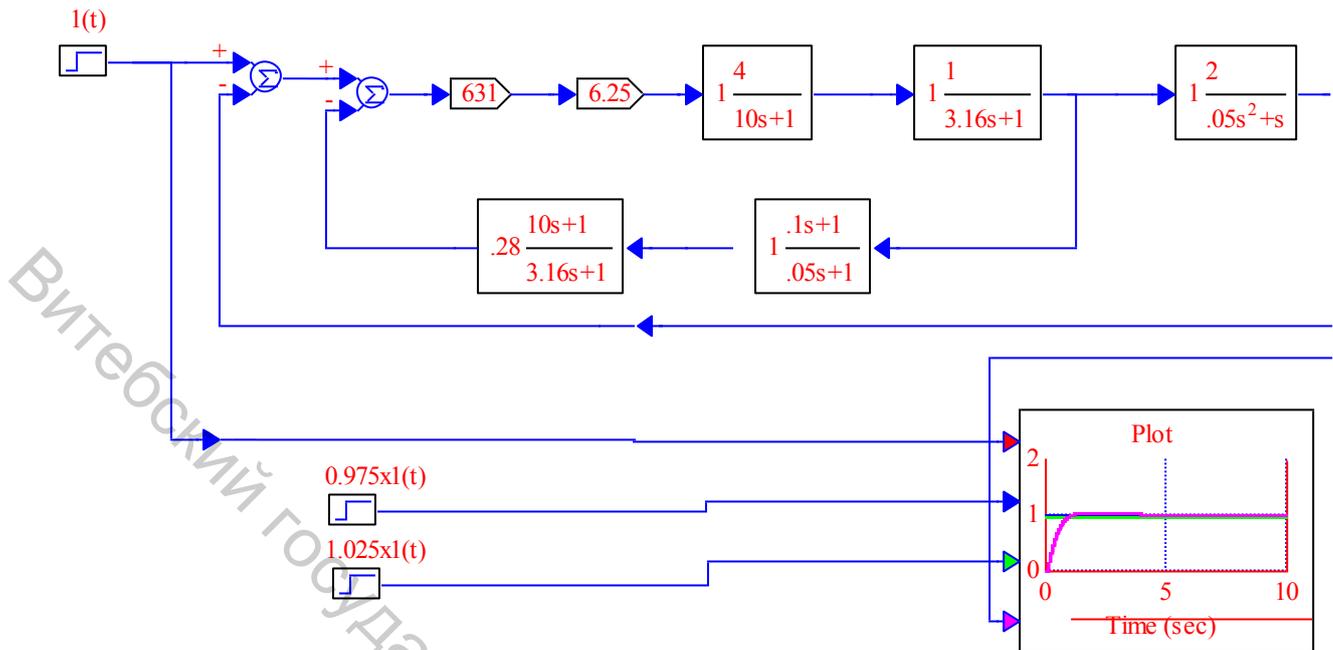


Рисунок 8.2 – Моделирование переходного процесса САУ

По графику переходного процесса (рисунок 8.3) в системе определяем качественные показатели: время регулирования $t_p = 5,1c$ и перерегулирование $\eta = 8\%$. Следовательно, скорректированная система удовлетворяет заданным требованиям к динамике переходного процесса.

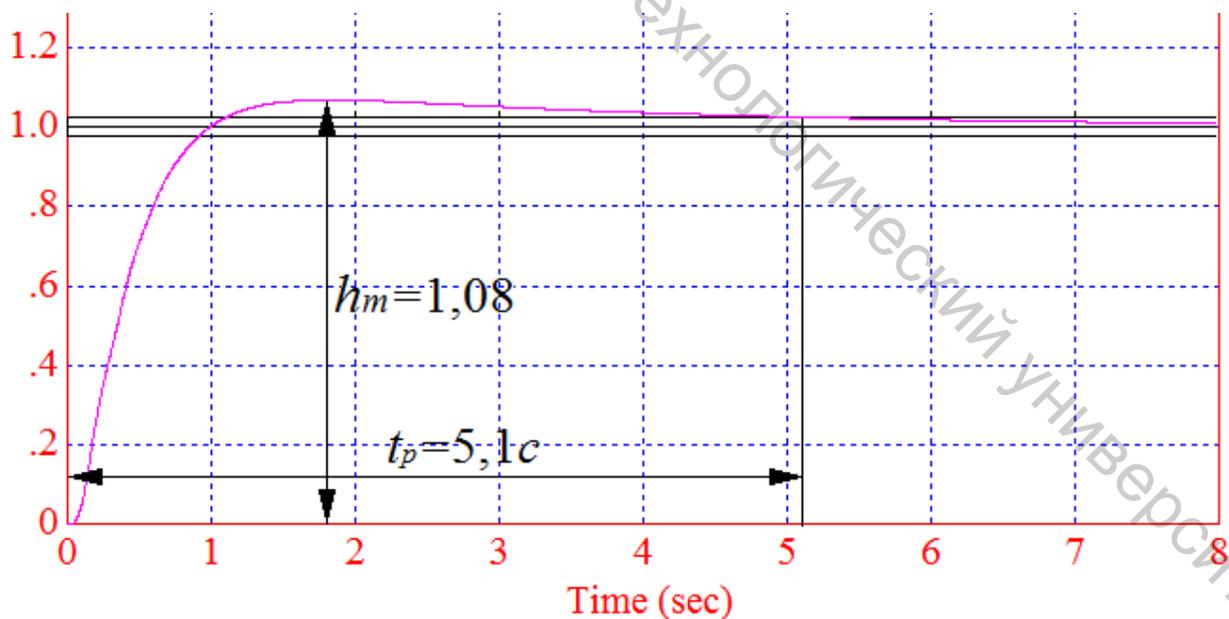


Рисунок 8.3 – График переходного процесса в системе

Для оценки точности работы системы подадим на вход гармоническое воздействие $x(t) = A \sin \omega t = 16 \sin 0,125t$ и выведем на осциллограф сигнал ошибки (рисунок 8.4).

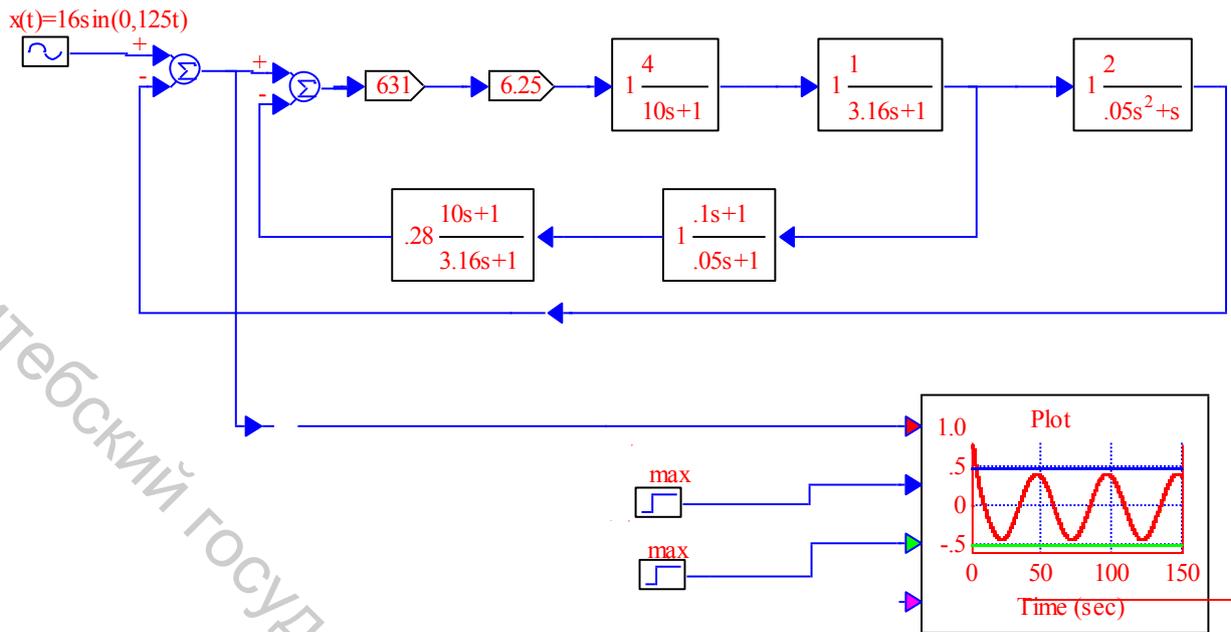


Рисунок 8.4 – Моделирование САУ при подаче на вход эквивалентного гармонического воздействия

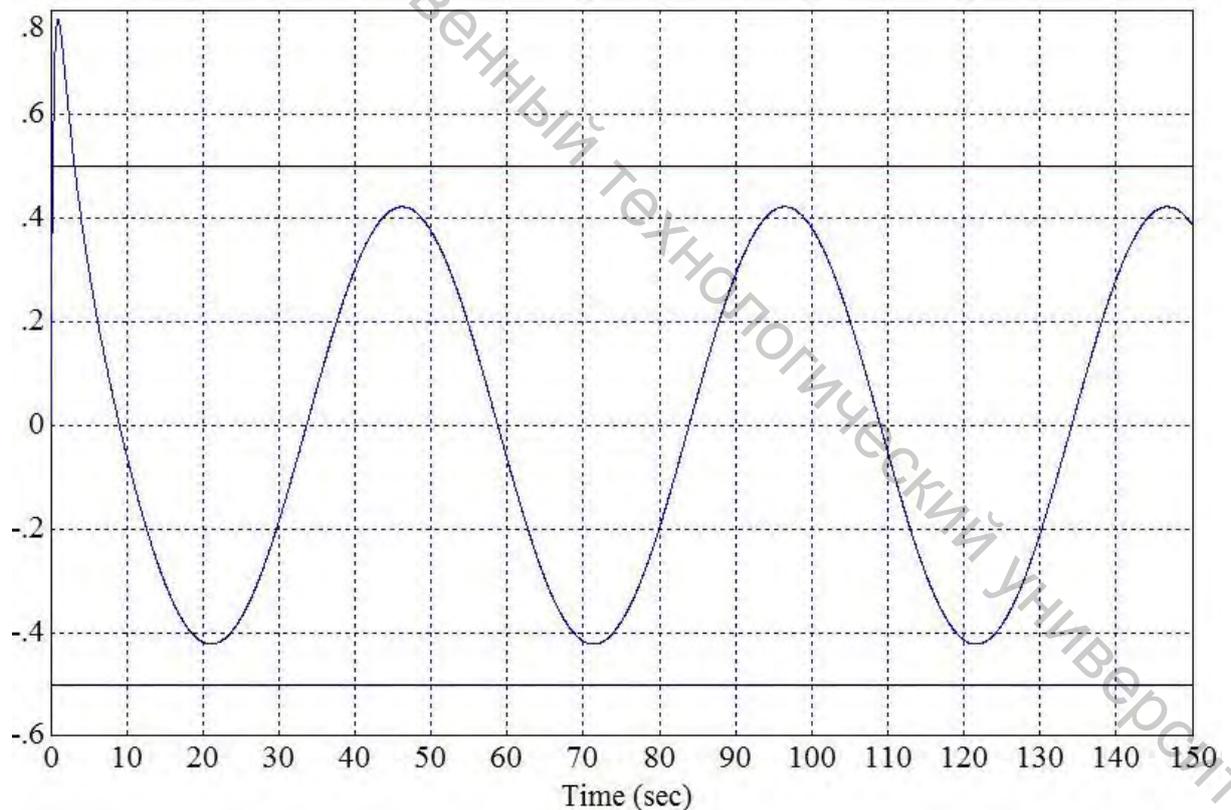
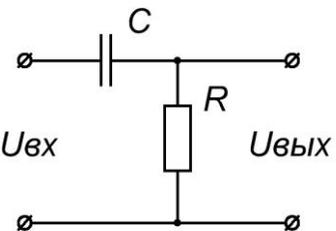
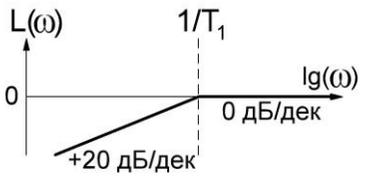
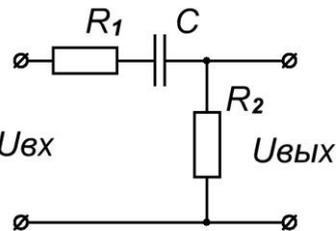
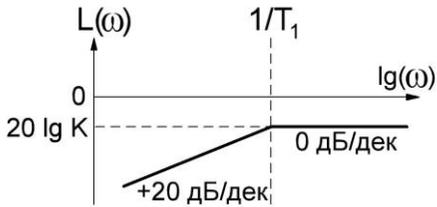
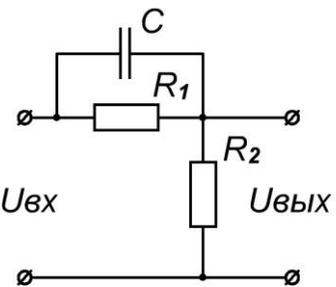
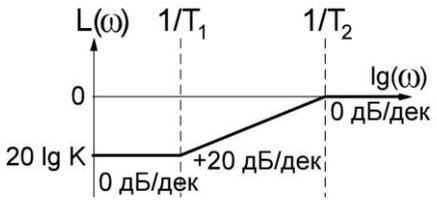


Рисунок 8.5 – График изменения ошибки при подаче на вход системы эквивалентного гармонического воздействия

Поскольку в установившемся режиме $\epsilon(t) < \pm \epsilon_{max} = \pm 0,5$, скорректированная система удовлетворяет требованиям к точности воспроизведения задающего воздействия.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Типовые корректирующие устройства САУ

1	2	3	4	5	6
Схема КУ	Передаточная функция	K	T_1	T_2	ЛАЧХ КУ
 <p>$U_{вх}$ $U_{вых}$</p>	$W(p) = \frac{U_{вых}}{U_{вх}} = \frac{T_1 p}{T_1 p + 1}$	-	RC	-	
 <p>$U_{вх}$ $U_{вых}$</p>	$W(p) = \frac{U_{вых}}{U_{вх}} = \frac{T_1 p}{T_2 p + 1}$	-	$R_2 C$	$\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) T_1$	
 <p>$U_{вх}$ $U_{вых}$</p>	$W(p) = \frac{U_{вых}}{U_{вх}} = K \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1}$	$\frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2}}$	$R_1 C$	$\frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2}} T_1$	

1	2	3	4	5	6
<p>$U_{вх}$ $U_{вых}$</p>	$W \Rightarrow \frac{U_{вых}}{U_{вх}} = \frac{1}{T_1 p + 1}$	-	RC	-	
<p>$U_{вх}$ $U_{вых}$</p>	$W \Rightarrow \frac{U_{вых}}{U_{вх}} = \frac{K}{T_1 p + 1}$	$\frac{1}{1 + \frac{C_2}{C_1}}$	$R \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$	-	
<p>$U_{вх}$ $U_{вых}$</p>	$W \Rightarrow \frac{U_{вых}}{U_{вх}} = \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1}$	-	$R_2 C$	$\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) T_1$	
<p>$U_{вх}$ $U_{вых}$</p>	$W \Rightarrow \frac{U_{вых}}{U_{вх}} = K \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1}$	$\frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_3}}$	$R_2 C_1$	$\left(1 + \frac{R_1 R_3}{R_2 (R_1 + R_3)}\right) T_1$	

ЛИТЕРАТУРА

1. Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем : учебник для вузов / под ред. Н.Н. Иващенко – 3-е изд. – Москва : Машиностроение, 1973. – 606 с.

2. Анхимюк, В.Л. Теория автоматического управления : учебное пособие для вузов / В.Л. Анхимюк, О.Ф. Опейко, Н.Н. Михеев. – Минск : Дизайн ПРО, 2000. – 352 с.

3. Анхимюк, В.Л. Теория автоматического управления : учеб. пособие для электротехн. спец. вузов / В.Л. Анхимюк, О.Ф. Опейко, Н.Н. Михеев. – 3-е изд., перераб. и доп. – Минск : Высшая школа, 1979. – 352 с.

4. Бесекерский, В.А. Теория систем автоматического управления / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. – Москва : Наука, 1966. – 992 с.

5. Куропаткин, П.В. Теория автоматического управления : учебное пособие для электротехн. спец. вузов / П.В. Куропаткин. – Москва : Высшая школа, 1973. – 528 с.

6. Справочное пособие по теории систем автоматического регулирования и управления / под общ. ред. Е.А. Санковского. – Минск : Выш. шк., 1973. – 583 с.

7. Теория автоматического управления : учебник для вузов / Л.С. Гольдфарб [и др.] ; под ред. А.В. Нетушила. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Выш. шк., 1983. – 432 с.

8. Теория автоматического управления : учебник для вузов : в 2 ч. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Выш. шк., 1986. – 2 ч.

9. Топчеев, Ю.И. Атлас для проектирования систем автоматического регулирования : учеб. пособие для вузов / Ю.И. Топчеев. – Москва : Машиностроение, 1989. – 752 с.

10. Кулаков, Г.Т. Инженерные экспресс-методы расчета промышленных систем регулирования : справочное пособие / Г.Т. Кулаков. – Минск : Высшэйшая школа, 1984. – 192 с.

11. Микропроцессорные автоматические системы регулирования. Основы теории и элементы : учеб. пособие / В.В. Солодовников [и др.] ; под ред. В.В. Солодовникова. – Москва : Выш. шк., 1991. – 256 с.

12. Наладка автоматических систем и устройств управления технологическими процессами : справочное пособие / под ред. А.С. Ключева. – Москва : Энергия, 1977. – 400 с.

13. Ротач, В.Я. Теория автоматического управления теплоэнергетическими процессами : учебник для вузов / В.Я. Ротач. – Москва : Энергоиздат, 1985. – 292 с.

14. Руководство по проектированию систем автоматического управления : учеб. пособие для студентов специальности «Автоматика и телемеханика» / под ред. В.А. Бесекерского. – Москва : Выш. шк., 1983. – 296 с.

15. Сборник задач по теории автоматического управления: учебное пособие для вузов / под ред. В.А. Бесекерского. – Москва : Наука, 1972. – 587 с.

16. Солодовников, В.В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования : учеб. пособие для вузов / В.В. Солодовников, В.Н. Плотников, А.В. Яковлев. – Москва : Машиностроение, 1985. – 538 с.

17. Кулаков, Г.Т. Анализ и синтез систем автоматического регулирования : учеб. пособие / Г.Т. Кулаков. – Минск : УП «Технопринт», 2003. – 135 с.

18. Лазарева, Г.Я. Основы теории автоматического управления : учеб. пособие / Г.Я. Лазарева, Ю.Ф. Мартемьянов. – Тамбов : изд-во Тамбовского гос. технол. ун-та, 2003. – 308 с.