

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Витебский государственный технологический университет»

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Методические указания
к лабораторным работам по курсу «Прикладная механика»
для студентов специальности 1-53 01 01
«Автоматизация технологических процессов и производств
(легкая промышленность)» дневной формы обучения

Витебск

2016

УДК 531.3 (075.8)

Прикладная механика: методические указания к лабораторным работам по курсу «Прикладная механика» для студентов специальности 1-53 01 01 «Автоматизация технологических процессов и производств (легкая промышленность)» дневной формы обучения.

Витебск : Министерство образования Республики Беларусь, УО «ВГТУ», 2015.

Составители: доц. Федосеев Г.Н.
асс. Корнеев Д.В.

Методические указания предназначены помочь студентам в ознакомлении с лабораторным оборудованием и методиками проведения лабораторных экспериментов в курсе прикладной механики, а также в оформлении отчетов по лабораторным работам. Издание адресовано, в первую очередь, студентам специальности 1-53 01 01 «Автоматизация технологических процессов и производств (легкая промышленность)» дневной формы обучения.

Одобрено кафедрой физики и технической механики УО «ВГТУ»
24 апреля 2015 г., протокол № 13.

Рецензент: проф. Сакевич В.Н.
Редактор: ст. пр. Бабаев В.С.

Рекомендовано к опубликованию редакционно-издательским советом
УО «ВГТУ» « 28 » мая 2015 г., протокол № 5 .

Ответственный за выпуск: Королев С.О.

Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет»

Подписано к печати 04.01.16. Формат 60x90 1/16. Уч.-изд. лист. 2.4.
Печать ризографическая. Тираж 55 экз. Заказ № 3.

Отпечатано на ризографе учреждения образования «Витебский государственный технологический университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий №1/172 от 12 февраля 20 14 г.
210035 , г. Витебск, Московский пр-т, 72.

Содержание

Введение	4
Лабораторная работа № 1. Структурный анализ испытательной машины УММ-5	5
1.1 Червячная передача	6
1.2 Передача гайка–винт (рис. 1.4)	7
1.3 Плоский рычажный механизм (рис. 1.5)	8
Лабораторная работа № 2. Силоизмерительное устройство и диаграммный аппарат машины УММ-5	9
2.1 Силоизмерительный механизм	9
2.2 Диаграммный механизм	11
Лабораторная работа № 3. Диаграмма растяжения стального образца	12
Лабораторная работа № 4. Основные размеры эвольвентного зубчатого колеса	16
Лабораторная работа № 5. Редукторы	21
5.1 Цилиндрический прямозубый одноступенчатый редуктор	21
5.2 Цилиндрический косозубый двухступенчатый редуктор	23
5.3 Цилиндрический косозубый двухступенчатый соосный редуктор (рис. 5.3)	23
5.4 Конический и червячный редукторы	24
Лабораторная работа № 6. Опытное определение модуля Юнга и коэффициента Пуассона	26
Лабораторная работа № 7. Нормальные напряжения при прямом изгибе	30
Лабораторная работа № 8. Исследование концентрации напряжений	33
Литература	37

Введение

Лабораторные работы, приведенные в методических указаниях, выполняются студентами УО «ВГТУ» специальности 1-53 01 01 «Автоматизация технологических процессов и производств».

Лабораторные работы оформляются в отдельной тетради, где приводятся

- 1) название работы,
- 2) схема испытательной установки,
- 3) схемы механических передач,
- 4) эскиз образца с необходимыми размерами, выполняемый в масштабе,
- 5) материал образца с необходимыми физико-механическими характеристиками,
- 6) характеристики используемых средств измерения (если необходимо, их схемы),
- 7) результаты теоретического определения искомых величин,
- 8) результаты эксперимента,
- 9) выводы.

Вычисления производятся с точностью до трех значащих цифр.

Лабораторная работа № 1. Структурный анализ испытательной машины УММ-5

Машина УММ-5 – универсальная машина модернизированная, создающая наибольшую нагрузку на испытуемый образец, равную 50 кН. Предназначена для испытаний на растяжение, сжатие, изгиб и их сочетание. Схема машины представлена на рисунке 1.1. Машина состоит из червяка 1, приводимого в движение электроприводом (электродвигателем с коробкой скоростей из трех передач), образующим с червячным колесом 2 червячную передачу. Червячное колесо 2 вместе с этим – гайка в передаче гайка–винт. Ходовой винт 3 жестко связан с поперечиной (траверсой) 3.1, в захвате 3.2 которой располагается образец 3.3, – элементы 3, 3.1, 3.2, 3.3 образуют одно звено. Верхний захват 3.4 соединен шарнирно с тягой 4, она соединена с двуплечим рычагом 5, который, в свою очередь, соединен тягой 6 с одноплечим рычагом 7. Тяга 8 соединяет его с маятником 9, несущим груз 9.1.

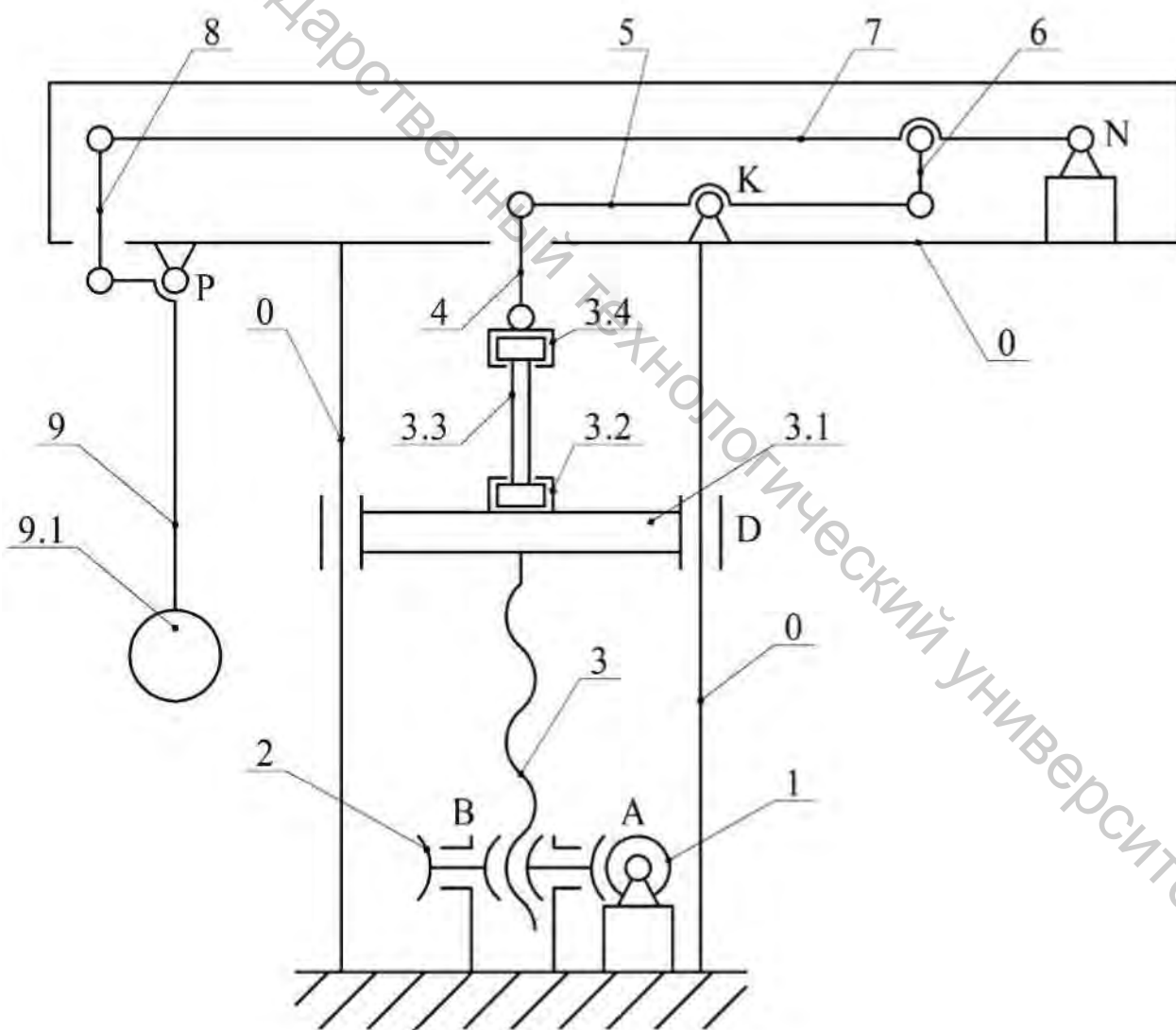


Рисунок 1.1 – Схема испытательной машины УММ-5

При вращении червяка 1 и червячного колеса 2 ходовой винт 3,

ввинчиваясь в гайку – червячное колесо, перемещает траверсу 3.1 вдоль направляющих колонн стойки 0 и вместе с ней нижний захват 3.2 вниз. Верхний захват 3.4 следует за ним, поворачивая рычаг 5 против хода часовой стрелки, а рычаг 7 – по ходу часовой стрелки. Маятник 9 с грузом 9.1 отклоняется влево, создавая нагрузку, растягивающую образец 3.3.

1.1 Червячная передача

Червячная передача в машине на рисунке 1.1 образована (рис. 1.2) червяком 1 и червячным колесом 2. Червяк входит со стойкой 0 во вращательную [1, с. 31] кинематическую пару A V класса, червячное колесо – во вращательную пару B V класса, друг с другом они образуют кинематическую пару – червячную пару C . Эту пару можно образовать из винтовой пары V класса, вырезая (как это показано на рисунке 1.3) из длинной гайки узкий сектор и сворачивая его в кольцо – червячное колесо. Винт становится при этом червяком. В червячной паре невозможно одно относительное движение – внедрение зуба колеса в винтовой гребень-зуб на червяке (вдоль общей нормали к поверхностям зацепляющихся зубьев, соприкасающихся в точке [1, с. 482]). Следовательно, червячная пара C на рисунке 1.2 – пара I класса.

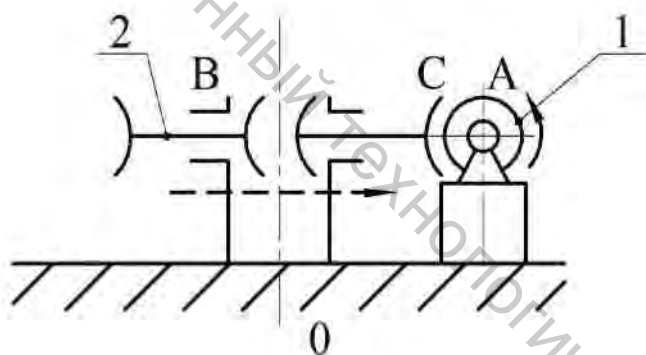


Рисунок 1.2 – Червячная передача в машине УММ-5

Точки червяка и червячного колеса перемещаются во взаимно перпендикулярных плоскостях – перпендикулярных (рис. 1.3) осям вращения червяка и колеса, скрещивающимся под углом 90° . Ничего общего в этих движениях нет – нет общих связей, наложенных на подвижные звенья передачи, пространственный механизм – червячная передача относится к нулевому семейству. Ее степень подвижности определяется по формуле Сомова-Малышева [2, с. 12]

$$\omega = 6n - 5p_5 - p_1,$$

где число подвижных звеньев $n = 2$, число пар V класса $p_5 = 2$, число пар I класса $p_1 = 1$,

$$\omega = 6 \cdot 2 - 5 \cdot 2 - 1 = 1$$

– в механизме одно ведущее звено – в нашем случае червяк. Он отмечается на схеме механизма (рис. 1.2) стрелкой, указывающей направление его движения. При «вывинчивании» червяка из колеса точки колеса перемещаются в поле нашего зрения слева направо.

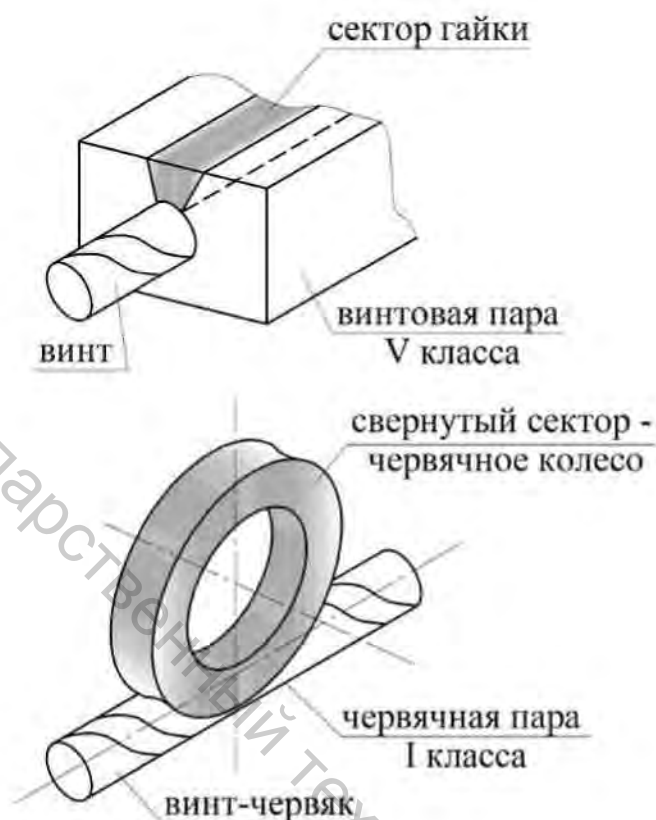


Рисунок 1.3 – Схема образования червячной пары I класса из винтовой пары V класса

Наконец определим характер кинематической цепи червячной передачи: звеньев, входящих только в одну кинематическую пару, в ней нет – кинематическая цепь передачи замкнутая; каждое из звеньев входит в две пары – цепь простая.

1.2 Передача гайка–винт (рис. 1.4)

Передача гайка–винт в машине УММ-5 (рис. 1.1) образована гайкой – червячным колесом 2 и ходовым винтом 3. При вращении гайки в горизонтальной плоскости точки винта перемещаются перпендикулярно ей – механизм передачи пространственный, но его звенья способны совершать только одинаковые движения: вращаться вокруг вертикальной оси и перемещаться вдоль нее. На подвижные звенья механизма наложены 4 общие связи, передача гайка–винт относится [2, с. 12] к 4-му семейству. Степень подвижности передачи находится по формуле Добровольского

$$\omega = 2n - p_5,$$

где число подвижных звеньев $n = 2$, число пар V класса $p_5 = 3$: действительно, гайка 2 образует со стойкой 0 вращательную пару B V класса, ходовой винт 3 с поперечиной 3.1 – поступательную пару D V класса, винт с гайкой – винтовую пару E V класса;

$$\omega = 2 \cdot 2 - 3 = 1$$

– в передаче одно ведущее звено – гайка 2. При ее «навинчивании» на винт 3 он вместе с поперечиной перемещается вниз, что и требуется при растяжении образца 3.3 (рис 1.1).

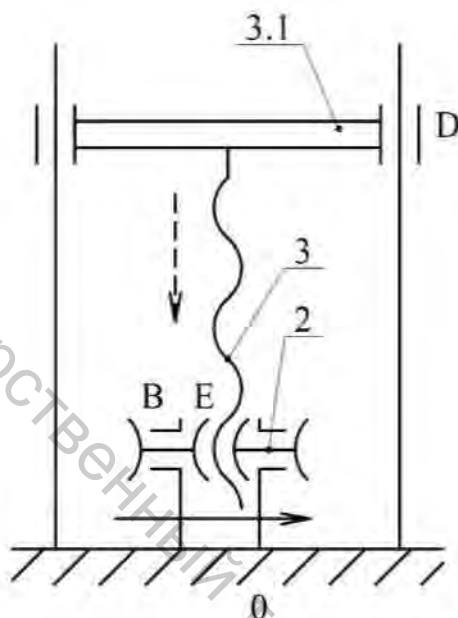


Рисунок 1.4 – Передача гайка-винт в машине УММ-5

Каждое из звеньев передачи входит в две пары – ее кинематическая цепь простая замкнутая.

1.3 Плоский рычажный механизм (рис. 1.5)

Все звенья механизма на рисунке 1.5 движутся в одной общей плоскости, налагающей на них три общие связи, следовательно, механизм относится к третьему семейству. Его степень подвижности определяется формулой Чебышева

$$\omega = 3n - 2p_5 - p_4,$$

где число подвижных звеньев 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 $n = 7$, число пар V класса (вращательных F, G, K, L, M, N, H, O, P и поступательной D) $p_5 = 10$, число пар IV класса $p_4 = 0$;

$$\omega = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 10 - 0 = 1$$

– в механизме на рисунке 1.5 одно ведущее звено – ходовой винт 3 с траверсой, двумя захватами и образцом. При его перемещении вниз рычаг 5 поворачивается вокруг оси шарнира K против хода часовой стрелки, рычаг 7 поворачивается вокруг оси шарнира N по ходу часовой стрелки, поворачивая маятник 9 (посредством тяги 8) влево.

пара, составленная из колеса и рельса. Она «разрешает» два движения: колесо способно вращаться, «буксуя» на рельсе, и способно скользить, не вращаясь, вдоль рельса.

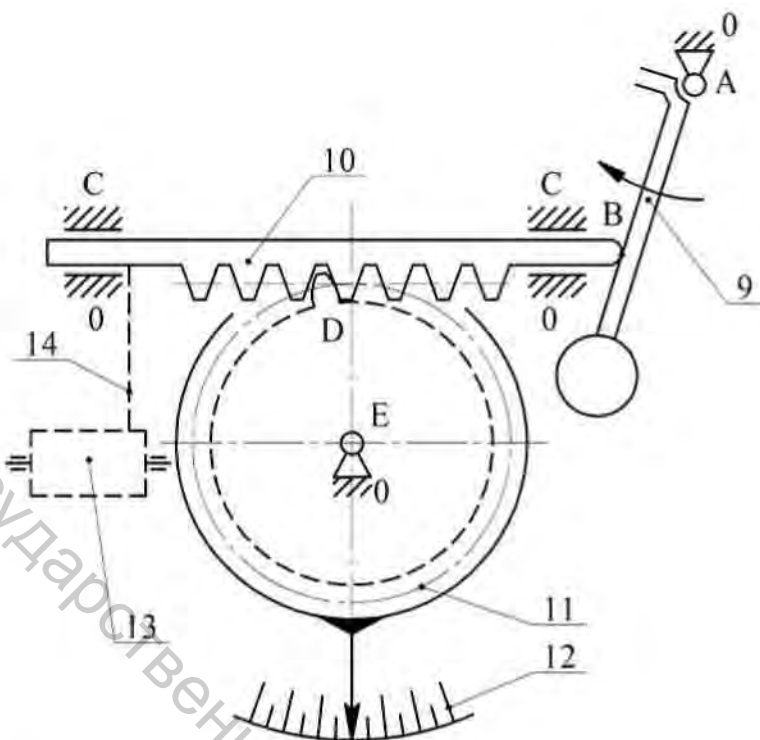


Рисунок 2.1 – Силоизмерительный механизм

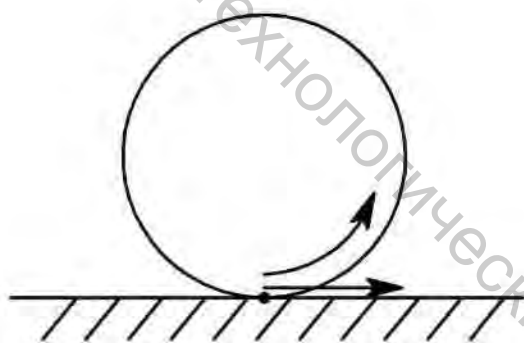


Рисунок 2.2 – Колесо на рельсе: кинематическая пара IV класса

Рейка 10 входит в пару B IV класса (с маятником 9), поступательную пару C V класса (со стойкой 0) и высшую пару D – контакт плоской поверхности зуба рейки с выпуклой поверхностью зуба колеса 11 – это пара IV класса, аналогичная паре, изображенной на рисунке 2.2.

Наконец, зубчатое колесо 11 входит с рейкой в пару D и со стойкой 0 во вращательную пару E V класса.

Итак, плоский механизм (рис. 2.1) 3-го семейства образован тремя подвижными звеньями, входящими в две (A и E) вращательные пары V класса, одну (C) поступательную пару V класса и две (B и D) кинематические пары IV класса. Степень подвижности механизма (по формуле Чебышева)

$$\omega = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1.$$

У механизма одно ведущее звено – маятник 9.

Кинематическая цепь механизма замкнутая (нет звеньев, входящих только в одну пару) сложная: рейка 10 входит в три пары (B, C, D), стойка входит в три пары (A, C, E).

2.2 Диаграммный механизм

На рисунке 2.3 изображена схема механизма, состоящего из ползуна 3 (ходового винта с поперечиной-траверсой на рисунке 1.1, оснащенной зубчатой рейкой 4), двух зубчатых колес 5 и 6 на общем валу 7, еще одного аналогичного звена 8, 9, 10 и барабана 13 (рис. 2.1) с зубчатым колесом 11. Барабан обернут бумагой, находящейся в контакте с карандашом 14 (рис. 2.1), закрепленном на рейке 10 (рис. 2.1).

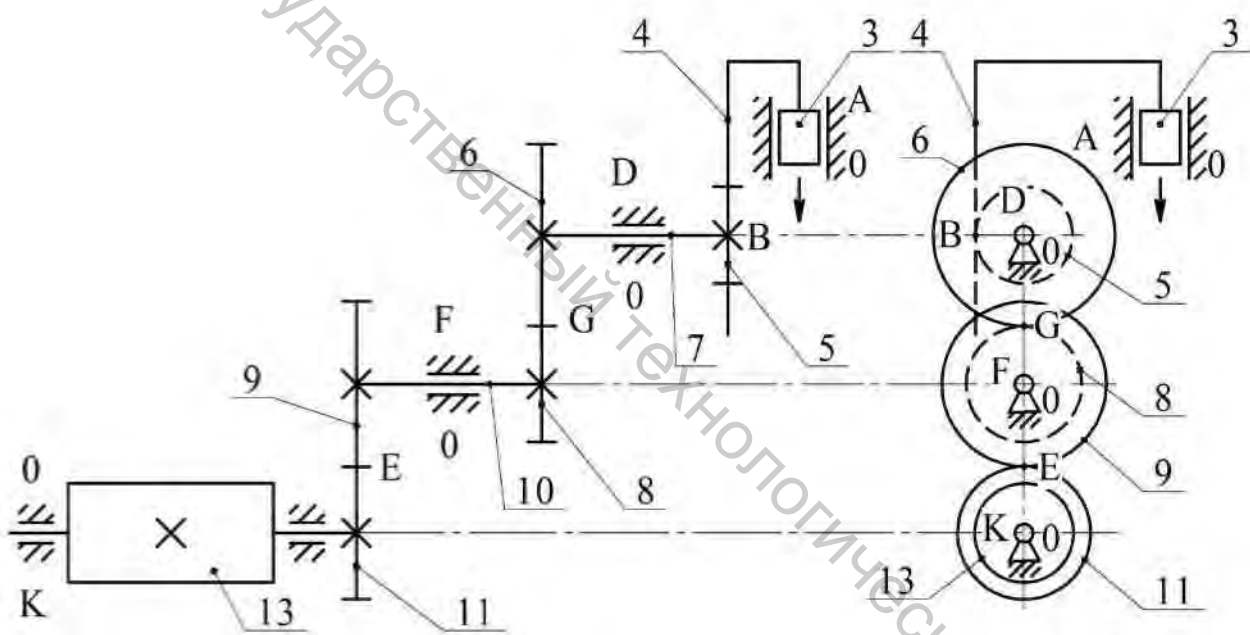


Рисунок 2.3 – Плоский диаграммный механизм

Ползун 3 с рейкой 4 входит со стойкой 0 в поступательную пару A V класса и с зубчатым колесом 5 в пару (рис. 2.2) B IV класса. Звено 7 (зубчатые колеса 5 и 6 на общем валу 7) входит в пары B и G IV класса с рейкой 4 и колесом 8 и во вращательную пару D V класса со стойкой 0. Звено 10 (зубчатые колеса 8 и 9 на общем валу 10) входит в пары G и E IV класса с зубчатыми колесами 6 и 11 и во вращательную пару F со стойкой 0. Звено 13 (барабан 13 с колесом 11) входит в две пары: вращательную K V класса (со стойкой 0) и в пару IV класса E (с колесом 9). Механизм плоский, так как точки всех звеньев перемещаются в параллельных плоскостях.

Степень подвижности (по формуле Чебышева)

$$\omega = 3n - 2p_5 - p_4,$$

где число подвижных звеньев $n = 4$, число пар V класса A, D, F, K $p_5 = 4$, число пар IV класса B, G, E $p_4 = 3$;

$$\omega = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 3 = 1.$$

В механизме одно ведущее звено – ползун 3.

Кинематическая цепь механизма замкнутая (нет звеньев, входящих только в одну пару) сложная: есть звенья, входящие более чем в две пары, – стойка 0, входящая в пары A, D, F, K ; звено 7, входящее в пары B, D, G ; звено 10, входящее в пары G, F, E .

Диаграммный механизм (аппарат) строит диаграмму – график зависимости нагрузки на образец от перемещения траверсы (поперечины). Нагрузка пропорциональна перемещению рейки 10 с карандашом 14, происходящему вдоль образующей барабана 13. Перемещение траверсы пропорционально углу поворота барабана 13, или дуге, которую начертит карандаш на бумаге, накрученной на барабан. На рисунке 2.4 показана абсолютная скорость V_a кончика карандаша L (относительно неподвижной стойки) и переносная скорость V_e (вращательная скорость точки L барабана относительно неподвижной стойки). Относительная скорость, касательная к относительной траектории – диаграмме – искомому графику, находится (рис. 2.4) по теореме о сложении скоростей [3, с. 159]:

$$\vec{V}_a = \vec{V}_e + \vec{V}_r,$$

$$\vec{V}_r = \vec{V}_a + -\vec{V}_e.$$

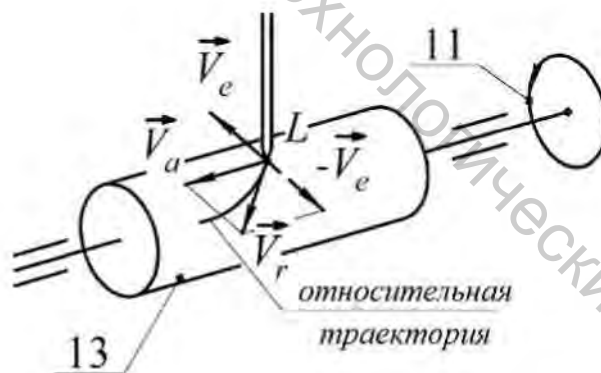


Рисунок 2.4 – Теорема о сложении скоростей в применении к построению диаграммы

Лабораторная работа № 3. Диаграмма растяжения стального образца

На рисунке 3.1 изображен стандартный образец – длинный с отношением расчетной длины к начальному диаметру $l_0 / d_0 = 10$. Размеры l_0 и d_0 измеряются и заносятся в лабораторный журнал. Начальная площадь круглого поперечного сечения

$$A_0 = \frac{\pi d_0^2}{4} \text{ см}^2. \quad (3.1)$$

Диаграмму растяжения получают на испытательной машине УММ-5 – см. лабораторные работы 1, 2. Она – результат автоматического построения траектории (рис. 2.4) кончика карандаша 14 на рейке силоизмерительного устройства 10 (рис. 2.1) в его движении относительно вращающегося барабана 13 (рис. 2.1).

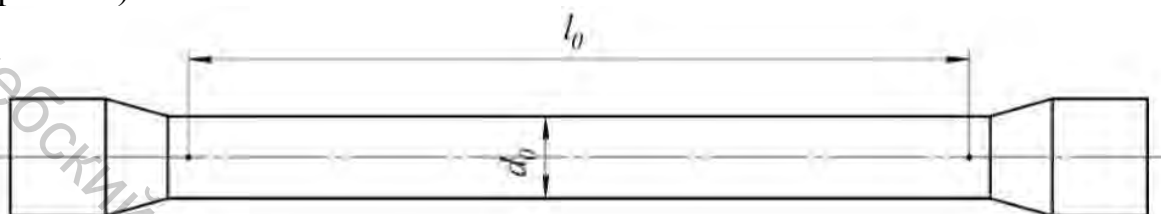


Рисунок 3.1 – Стандартный длинный образец

Образец помещается в захваты испытательной машины и по мере удлинения нагружается грузом маятника 9 (рис. 1.1) – вплоть до разрушения (рис. 3.2). Силоизмерительное устройство позволяет зарегистрировать наибольшую в испытании нагрузку $F_{\max}$ кН – за счет использования следящей стрелки, движущейся вместе со стрелкой устройства до начала ее попятного движения на этапе DE спадающей нагрузки. Масштаб диаграммы по оси нагрузки: $f = F_{\max} / dD$ кН/см нагрузки. Зная масштаб, можно найти характерные ординаты диаграммы точек A , E и участка BC .

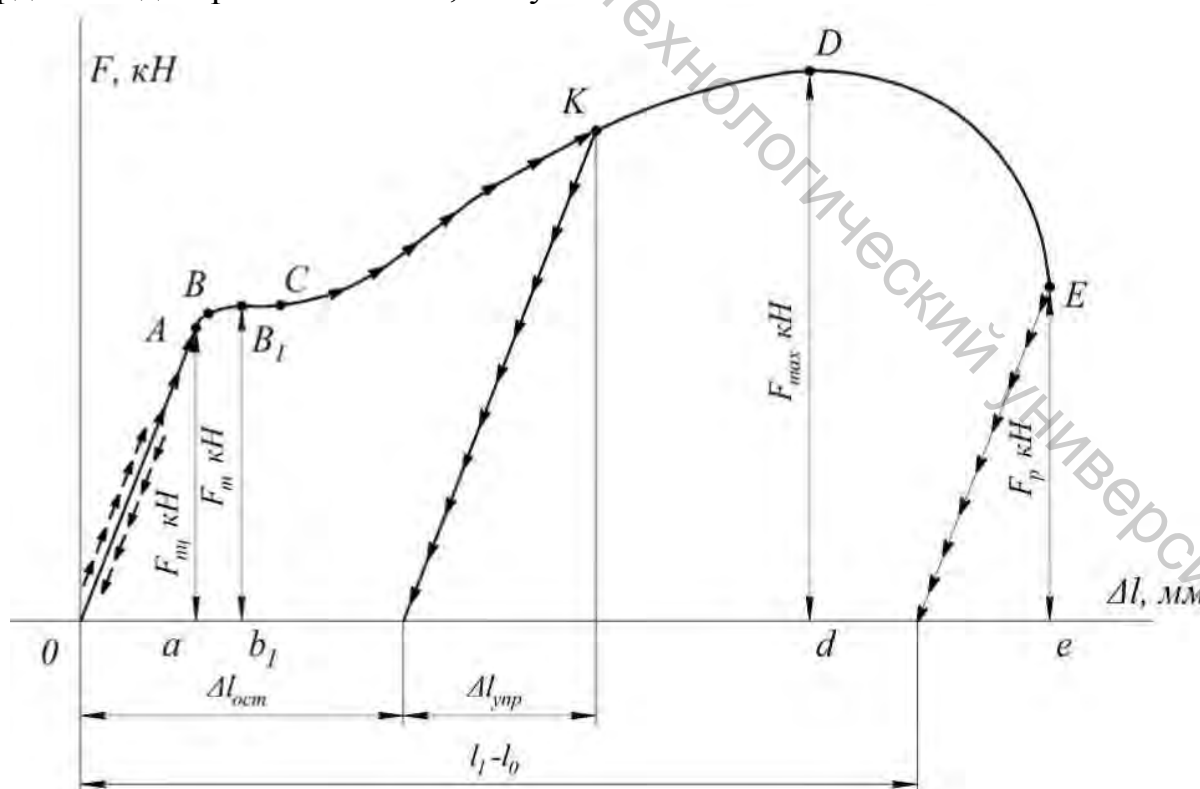


Рисунок 3.2 – Диаграмма растяжения

В пределах участка OA прямой пропорциональности нагрузка прямо пропорциональна удлинению. Характерная ордината точки A – нагрузка, отвечающая пределу пропорциональности,

$$F_{m\pi} = f \cdot aA \text{ кН}, \quad (3.2)$$

где f – найденный масштаб диаграммы, aA – ордината точки A в см.

В пределах участка BC – площадки текучести – удлинение растет при практически постоянной нагрузке. Нагрузка, отвечающая пределу текучести,

$$F_m = f \cdot b_1 B_1 \text{ кН}, \quad (3.3)$$

где $b_1 B_1$ – средняя ордината участка BC .

В зоне упрочнения CD образец вновь сопротивляется удлинению, $F_{\max}$ (кН) – наибольшая нагрузка, удержанная им.

В момент D на образце зарождается местное сужение – шейка. В зоне местной (в окрестности шейки) текучести DE нагрузка падает. В момент E образец рвется. Соответствующая нагрузка

$$F_p = f \cdot eE \text{ кН}. \quad (3.4)$$

Отношение нагрузок (3.2 – 3.4) к площади поперечного сечения образца, разумеется, взятой в моменты, когда эта нагрузка измерена, дают механические характеристики прочности материала образца.

Однако до момента D сужение образца незначительно. Если им пренебречь, характеристики прочности можно найти, деля нагрузки (3.2 – 3.4) на начальную площадь (3.1). Так получаются предел пропорциональности

$$\sigma_{m\pi} = \frac{F_{m\pi}}{A_0} \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}, \quad (3.5)$$

предел текучести

$$\sigma_m = \frac{F_m}{A_0} \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}, \quad (3.6)$$

предел прочности (временное сопротивление) при растяжении

$$\sigma_{ep} = \frac{F_{\max}}{A_0} \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}. \quad (3.7)$$

Конечно, характеристики (3.5 – 3.7) могут быть выражены, например, в МПа $\equiv \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$.

В пределах участка OA прямой пропорциональности (рис. 3.2)

$$F = K \Delta l, \quad (3.8)$$

где $K \frac{\text{кН}}{\text{мм}}$ – коэффициент пропорциональности. Зависимость (3.8) представляет закон Гука для образца. Производя тождественное преобразование уравнения (3.8)

$$\frac{F}{A_0} A_0 = K l_0 \frac{\Delta l}{l_0},$$

получим закон Гука для материала образца (в канонической записи)

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (3.9)$$

В законе (3.9) $\sigma = F / A_0$ – напряжение в поперечном сечении образца, $\varepsilon = \Delta l / l_0$ – относительное удлинение образца, коэффициент пропорциональности

$$E = K \frac{l_0}{A_0} \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}. \quad (3.10)$$

Константа материала образца (3.10) называется модулем Юнга, модулем продольной упругости, модулем упругости 1-го рода.

Желая найти истинное наибольшее напряжение в момент разрыва E , следует воспользоваться площадью поперечного сечения шейки (рис. 3.3)

$$A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} \text{ см}^2,$$

где d_1 – диаметр шейки:

$$\sigma_{\text{н}} = \frac{F_p}{A_1} \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}. \quad (3.11)$$

Истинное – в отличие от условных напряжений (3.5 – 3.7) – напряжение (3.11) превышает «в разы» предел прочности (3.7).

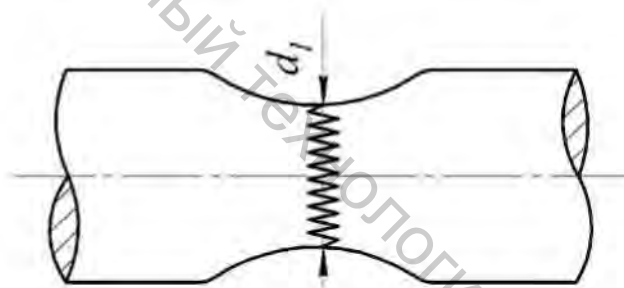


Рисунок 3.3 – Шейка разорванного образца

Если нагруженный в пределах участка OA (рис. 3.2) образец разгрузить, размеры образца восстановятся – материал образца ведет себя упруго. Если разгрузка производится в пределах остальной части диаграммы, возникает остаточное удлинение $\Delta l_{\text{ост}}$. Упругая часть удлинение $\Delta l_{\text{упр}}$ исчезает.

Остаточное относительное удлинение при разрыве

$$\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100 \% \quad (3.12)$$

(l_1 – длина расчетной части разорванного образца) – характеристика пластичности материала.

Характеристики прочности (3.6, 3.7) и пластичности (3.12) (табл. 3.1) позволяют определить содержание углерода в стали (в сотых долях %) – марку стали.

Остаточные деформации конструкции и ее элементов не допустимы в эксплуатации. Поскольку заметные остаточные деформации возникают по достижении предела текучести (3.6), этот предел выбран в качестве предельного напряжения. Допускаемое напряжение

$$\sigma = \frac{\sigma_m}{s},$$

где s – требуемый коэффициент безопасности. При обычных нагрузках, постоянных или слабо изменяющихся (статических), $s \approx 1,5$.

Таблица 3.1 – Механические характеристики некоторых углеродистых сталей [4, с. 7]

Марка стали	Предел прочности $\sigma_{вр}$ кН /см ²	Предел текучести σ_m кН /см ²	Относительное удлинение δ , %
08(Ст1)	34...42	21	34
10(Ст2)	36...45	22	32
15(Ст3)	40...49	24	29
20(Ст4)	44...54	26	26
30(Ст5)	52...62	30	22
35	56...66	32	21
40	60...72	34	19
45	64...76	36	17
50	68...80	38	15

Лабораторная работа № 4. Основные размеры эвольвентного зубчатого колеса

Эвольвентный профиль зуба Э прямозубого колеса (рис. 4.1) образуется в качении без скольжения образующей прямой (ОП) по основной окружности (ОО). При этом длина дуги ОО B_0A_0 равна длине прямолинейного отрезка B_0A :

$$B_0A = \check{B}_0A_0. \quad (4.1)$$

Равноотстоящие точки на ОП $A, A_1, A_2, \dots$ «начертят» ряд равноотстоящих эвольвент Э, Э₁, Э₂, ... Действительно, имея равенства

$$\begin{aligned} B_0A_1 &= \check{B}_0A_{10}, \\ B_0A_2 &= \check{B}_0A_{20}, \dots \end{aligned} \quad (4.2)$$

и вычитая из первого равенства (4.2) предыдущее (4.1), из второго – предыдущее первое, получим, что шаги зацепления на ОО

$$\begin{aligned} \check{A}_0A_{10} &= AA_1, \\ \check{A}_{10}A_{20} &= A_1A_2, \dots \end{aligned}$$

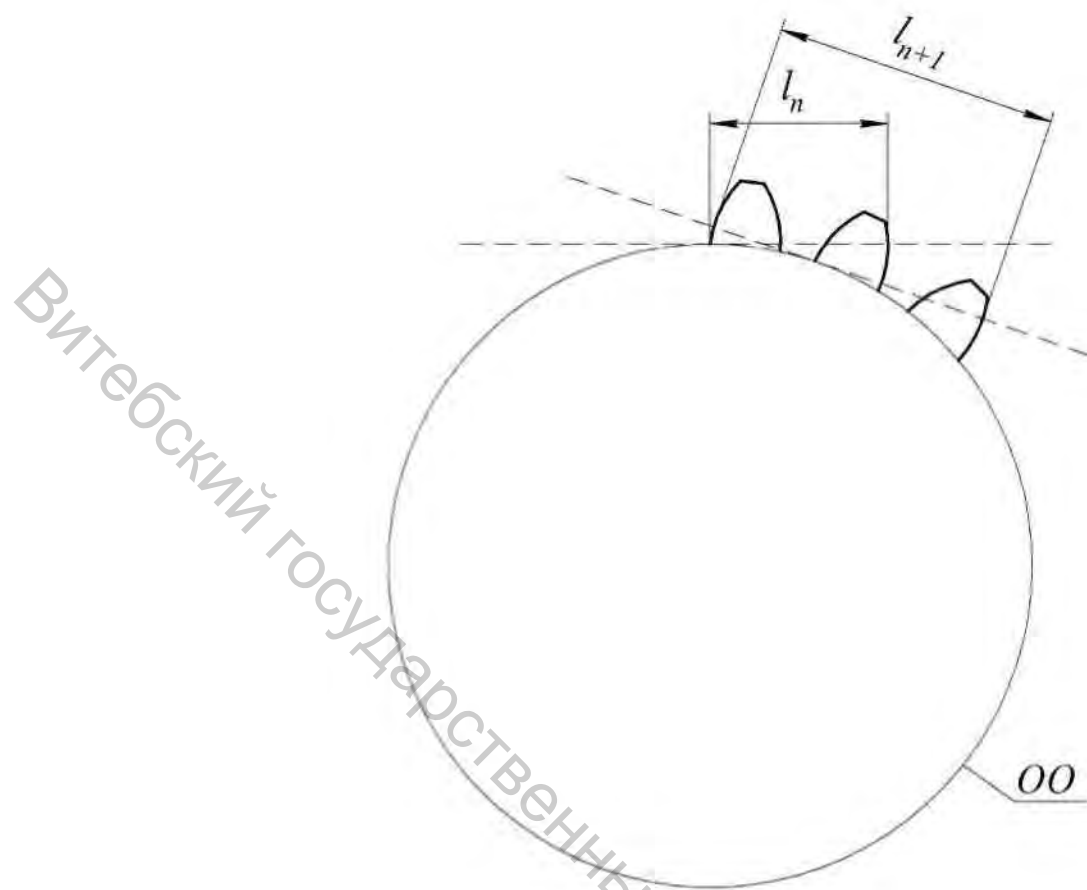


Рисунок 4.3 – Измерения штангенциркулем

Таблица 4.1 – Число n как функция числа зубьев колеса [5, с. 4]

z	12-18	19-27	28-36	37-45	46-54	55-63	64-72	73-80
n	2	3	4	5	6	7	8	9

Таблица 4.2 – Результаты измерений основного шага

№	l_{n+1} , мм	l_n , мм	P_b , мм
1			
2			
3			
P_{bcp} , мм			

Рассмотрим зацепление нулевых прямозубых колес (рис. 4.4). Начальные окружности здесь – делительные окружности. Действительно, ширины впадин на делительной окружности (между зубьями нулевого колеса) равны толщинам зубьев – в зацеплении нулевых колес делительные окружности, соприкасаясь, перекатываются друг по другу без скольжения. Шаг зацепления на делительной окружности, например, шестерни (разумеется, равный шагу зацепления на делительной окружности колеса)

$$P = \frac{\pi d_l}{z_l} = \frac{2\pi \cdot O_1P}{z_l}, \quad (4.3)$$

шаг зацепления на основной окружности

$$P_b = \frac{\pi d_{bl}}{z_l} = \frac{2\pi \cdot O_1A}{z_l}, \quad (4.4)$$

но гипотенуза в треугольнике O_1AP

$$O_1P = O_1A / \cos \alpha,$$

то есть шаги (4.3), (4.4) связаны соотношением

$$P = \frac{2\pi \cdot O_1P}{z_l} = \frac{2\pi \cdot O_1A}{z_l} \cdot \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{P_b}{\cos \alpha}.$$

Итак, шаг на ДО лабораторного колеса

$$P = \frac{P_{bcp}}{\cos \alpha},$$

где стандартный угол зацепления $\alpha = 20^\circ$, а шаг P_{bcp} берется из таблицы 4.2.

Модуль зацепления

$$m = \frac{P}{\pi}. \quad (4.5)$$

Модуль (4.5) сравнивается со стандартным из ряда в таблице 4.3 – с учетом ошибок измерения принимается стандартный модуль (табл. 4.3).

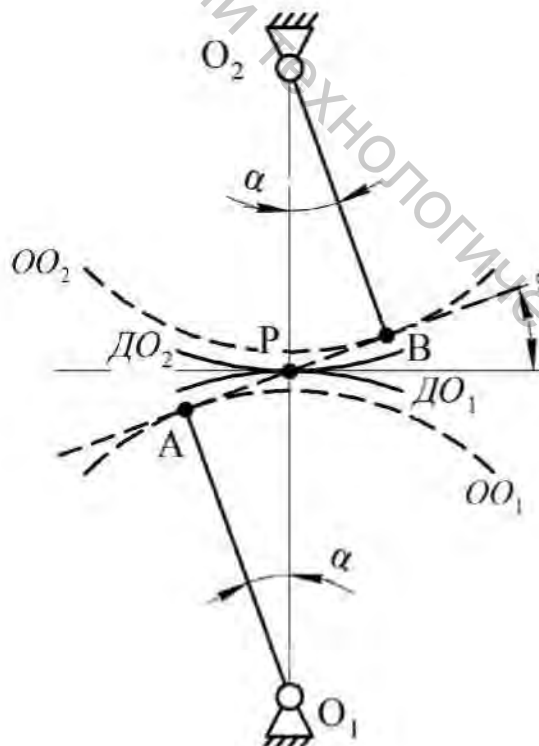


Рисунок 4.4 – Зацепление нулевых колес: делительные окружности DO_1 и DO_2 вместе с этим начальные окружности

Таблица 4.3 – 1-й ряд (предпочтительный) стандартных модулей [6, с. 160]

m, мм	1	1,25	1,5	2	2,5	3	4	5	6
	8	10	12	16	20	25	...		

Делительный диаметр лабораторного колеса

$$d = mz,$$

диаметр окружности вершин зубьев

$$d_a = d + 2m, \quad (4.6)$$

диаметр окружности впадин

$$d_f = d - 2,5m \quad (4.7)$$

– см. рисунок 4.5.

Диаметры (4.6) и (4.7) как результаты измерений колеса (рис. 4.6)

$$\begin{aligned} d_a &= d_o + 2l_a, \\ d_f &= d_o + 2l_f, \end{aligned} \quad (4.8)$$

где d_o – диаметр насадочного отверстия в колесе. Результаты измерений заносятся в таблицу 4.4. Диаметры (4.8) сравниваются с диаметрами (4.6), (4.7), находятся расхождения в %:

$$\frac{|d_a \text{ 4.8} - d_a \text{ 4.6}|}{d_a \text{ 4.6}} \cdot 100 \%,$$

$$\frac{|d_f \text{ 4.8} - d_f \text{ 4.7}|}{d_f \text{ 4.7}} \cdot 100 \%.$$

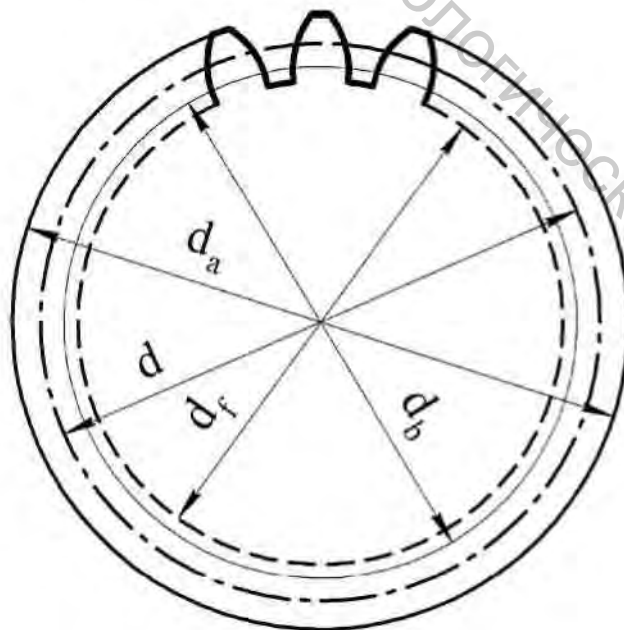


Рисунок 4.5 – Диаметры лабораторного колеса

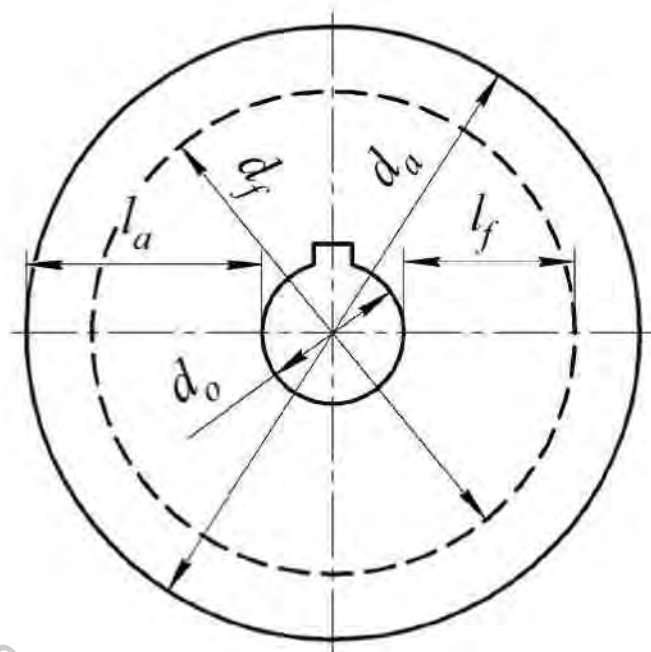


Рисунок 4.6 — Расстояния вершин зубьев и впадин от края отверстия в колесе

Таблица 4.4 – Результаты измерений колеса

№	d_o , мм	l_a , мм	l_f , мм	d_a , мм	d_f , мм
1					
2					
3					
$d_{аср}, d_{фср}$					

Лабораторная работа № 5. Редукторы

5.1 Цилиндрический прямозубый одноступенчатый редуктор

На рисунке 5.1 изображена схема такого редуктора. Он состоит из шестерни 1 и колеса 2, «сидящих» на быстроходном валу *Б* и тихоходном валу *Т*. Соединения зубчатых колес с валами неподвижные, они помечаются на схемах косым крестом. Шестерня 1 часто выполняется заодно с валом *Б*, соединение колеса 2 с валом *Т* – шпоночное. Валы *Б* и *Т* опираются на подшипники качения 3, которые, в свою очередь, передают давление вала на корпус редуктора 4 (состоит из основания 4.1 и крышки 4.2). В корпус наливается масло. Оно цепляется колесом 2 и переносится им в зону зацепления *Р*, зубья колес смазываются, после чего масло, разбрызгиваясь и стекая по стенкам в ванну 5, смазывает подшипники 3. Уровень масла контролируется маслоуказателем или жезловым 6, или фонарным 7. Со

временем масло «стареет», накапливает продукты износа зубьев и подлежит замене – см. пробку сливного отверстия 8. Новое масло заливается через смотровое отверстие в крышке 4.2, прикрытое крышкой 9. В нее ввинчивают отдушину 10 с каналами, сообщаями внутренность редуктора с атмосферой. Если этого не сделать, избыточное давление, возникшее с повышением температуры масла и воздуха внутри редуктора, выдавит масло (рис. 5.1) в местах выхода валов *Б* и *Т* наружу.

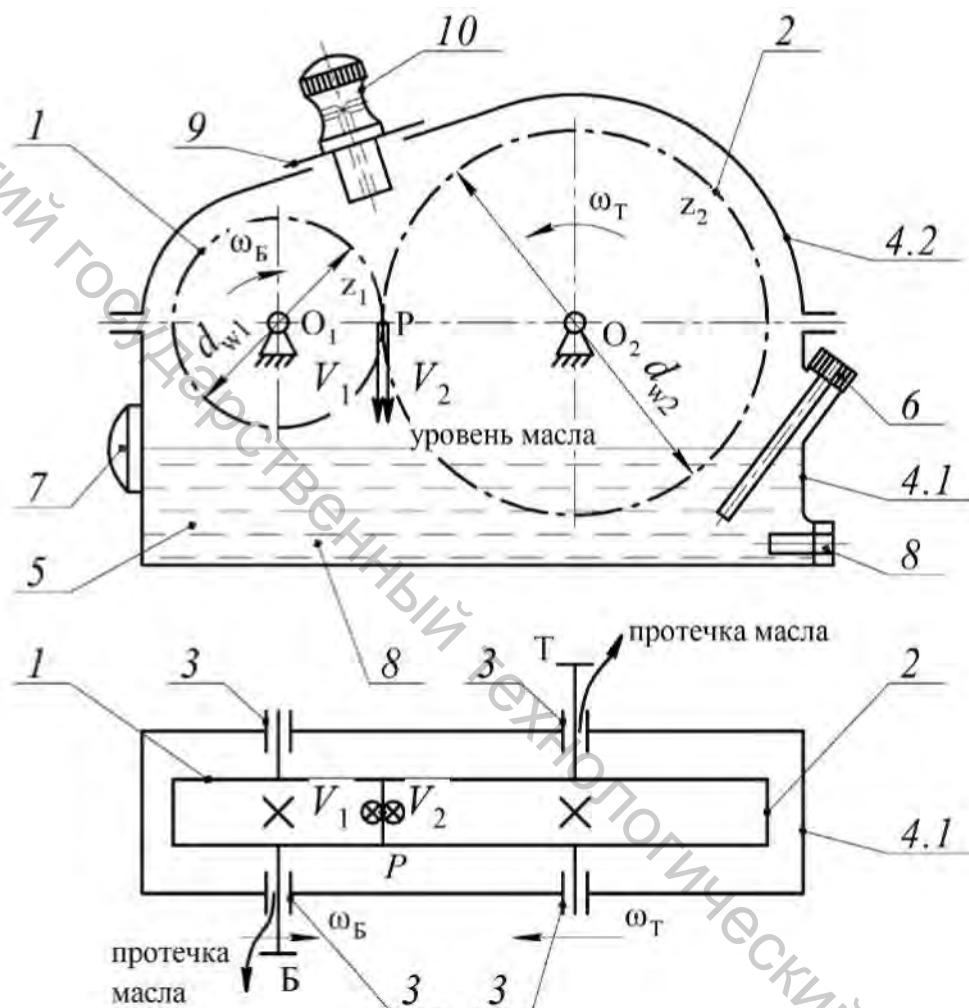


Рисунок 5.1 – Схема одноступенчатого редуктора

В зацеплении колес начальные окружности диаметров d_{w1} и d_{w2} катятся друг по другу без скольжения, то есть окружные скорости колес (скорости точек этих окружностей) равны:

$$V_1 = \omega_B O_1 P = \omega_T O_2 P = V_2,$$

откуда передаточное отношение

$$i = \frac{\omega_B}{\omega_T} = \frac{O_2 P}{O_1 P} = \frac{d_{w2}}{d_{w1}} = \frac{\pi d_{w2}}{\pi d_{w1}} = \frac{P_{w2} z_2}{P_{w1} z_1},$$

но шаги зацепления на начальных окружностях

$$P_{w2} = P_{w1};$$

передаточное отношение равно передаточному числу:

$$i = \frac{\omega_B}{\omega_T} = \frac{z_2}{z_1} = u. \quad (5.1)$$

5.2 Цилиндрический косозубый двухступенчатый редуктор

На рисунке 5.2 (строится студентами) изображена развернутая схема двухступенчатого редуктора.

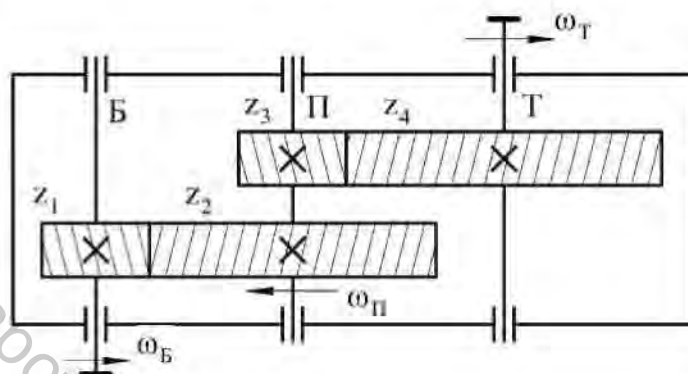


Рисунок 5.2 – Развернутая схема двухступенчатого редуктора

Передаточное отношение

$$i = \frac{\omega_B}{\omega_T} = \frac{\omega_B}{\omega_P} \cdot \frac{\omega_P}{\omega_T} = i_I \cdot i_{II}, \quad (5.2)$$

где передаточные отношения (5.1) первой (быстроходной) и второй (тихоходной) ступеней

$$i_I = \frac{\omega_B}{\omega_T} = \frac{z_2}{z_1}, \quad i_{II} = \frac{\omega_P}{\omega_T} = \frac{z_4}{z_3};$$

передаточное отношение (5.2) последовательного соединения зубчатых пар равно произведению их передаточных чисел:

$$i = \frac{\omega_B}{\omega_T} = i_I \cdot i_{II} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3}. \quad (5.3)$$

Оно может быть найдено пересчетом чисел зубьев колес редуктора. Возможен, однако, другой способ. Передаточное отношение

$$i = \frac{\omega_B}{\omega_T} = \frac{\omega_B t}{\omega_T t} = \frac{\varphi_B}{\varphi_T} = \frac{2\pi N}{2\pi} = N, \quad (5.4)$$

где φ_B и φ_T – углы поворота валов B и T за время t , N – число оборотов вала B за время одного оборота вала t .

5.3 Цилиндрический косозубый двухступенчатый соосный редуктор (рис. 5.3)

Передаточное отношение может быть определено по формуле (5.3). Если

же редуктор закрыт и открывать его не хочется, следует использовать способ (5.4).

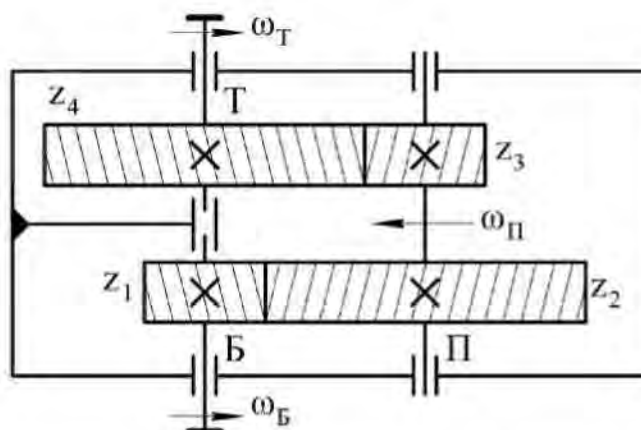


Рисунок 5.3 (строится студентами) – Двухступенчатый соосный редуктор

5.4 Конический и червячный редукторы

Равенство (5.1) следует из равенства окружных скоростей (точек начальных окружностей, перекатывающихся друг по другу без скольжения). Аналогичные окружности легко находятся (рис. 5.4) на начальных конусах конической зубчатой передачи. Начальные конусы перекатываются друг по другу без скольжения, скорости их точек, совпадающих с точками на полюсной прямой $P-P$, равны. Итак, скорости точек соприкасающихся окружностей, будь то окружности диаметров d_{we1} , d_{we2} или средние окружности внешних диаметров d_{wm1} , d_{wm2} , равны, то есть и в случае конической передачи справедливо равенство (5.1).

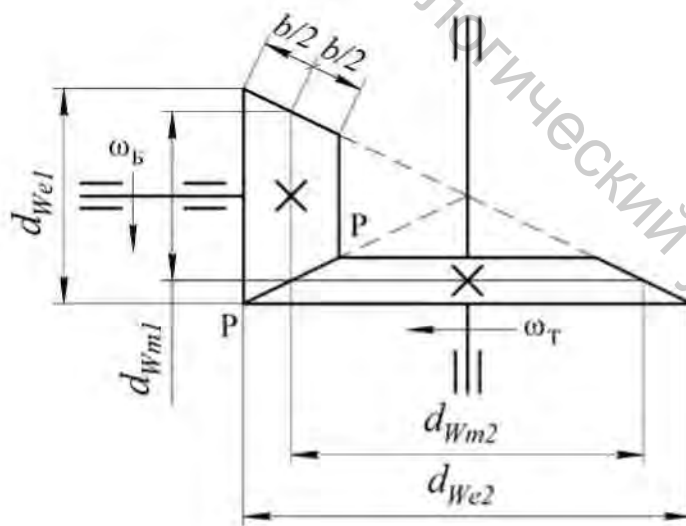


Рисунок 5.4 – Конический редуктор

Другое дело, червячная передача (рис. 5.5). Скорости точек делительных окружностей червяка и колеса различаются и по величине, и по направлению. Если примем за переносную скорость V_1 , за абсолютную – скорость V_2 , найдем скорость скольжения V_s зуба колеса по витку червяка:

$$\vec{V}_s = \vec{V}_2 - \vec{V}_1.$$

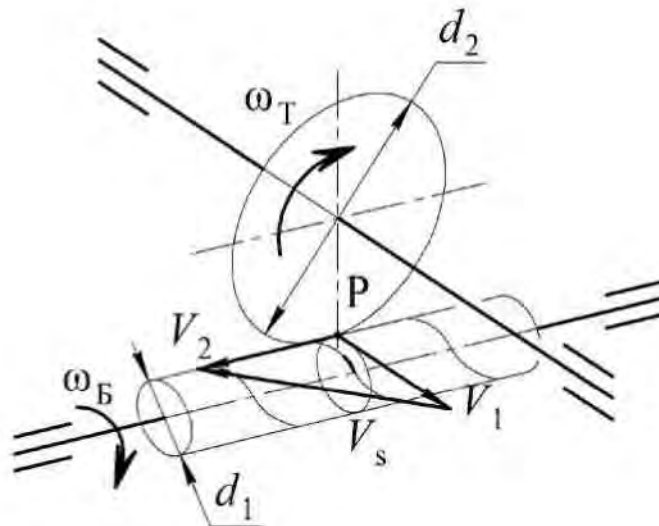


Рисунок 5.5 – Соприкасающиеся начальные окружности червяка и червячного колеса

Наличие скольжения делает невозможным вывод, заканчивающийся формулой (5.1). Воспользуемся подходом (5.4). При повороте червяка на один оборот (на угол $\varphi_B = 2\pi$) зуб колеса, находящийся в контакте с винтовым зубом – заходом червяка, повернется на угол

$$\omega_T = \frac{2S}{d_2}, \quad (5.5)$$

где S – ход винтового зуба, отличный в общем случае от шага P – расстояния между соседними витками червяка; $d_2 = m_t z_2$ – делительный диаметр колеса, m_t – его окружной модуль, z_2 – число зубьев.

На рисунке 5.6 представлена развертка червяка на плоскости. Сплошными линиями представлен один (1-й заход) из двух винтовых зубьев на червяке, штриховыми – второй заход. Шаг винтовой нарезки червяка представлен расстоянием P между соседними линиями – соседними витками, ход – расстоянием S между началом витка и его концом. При повороте червяка на 2π зуб колеса, бывший в контакте с началом витка, окажется в его конце, сместившись вдоль оси червяка на расстояние $S = 2P$ (в общем случае $S = z_1 P$, z_1 – число заходов). Формула (5.5) приобретает вид

$$\varphi_T = \frac{2z_1 P}{m_t \cdot z_2} = \frac{2z_1 P}{\frac{P}{\pi} \cdot z_2} = 2\pi \frac{z_1}{z_2},$$

$$\varphi_T = \varphi_B \frac{z_1}{z_2};$$

передаточное отношение

$$i = \frac{\varphi_B}{\varphi_T} = \frac{z_2}{z_1} = u. \quad (5.6)$$

Формула (5.1) справедлива и здесь – если под числом зубьев ведущего звена – червяка понимать число заходов в его винтовой нарезке. Число заходов z_1 невелико – не превосходит 4, передаточное отношение червячной пары (5.6) может быть сделано весьма большим – в силовых передачах $i = 10 \dots 80$, в приборах встречаются передаточные отношения $i \geq 300$.

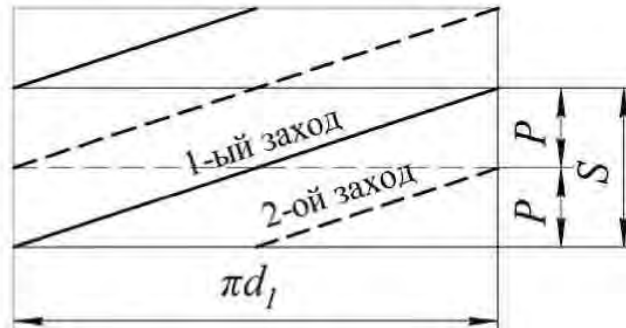


Рисунок 5.6 – Развертка винтовых линий на червяке

Лабораторная работа № 6. Опытное определение модуля Юнга и коэффициента Пуассона

Модуль Юнга и коэффициент Пуассона определяются на разрывной машине УММ-5 (универсальной модернизированной машине, развивающей наибольшее разрывное усилие в 50 кН). Ее схема приведена в тексте лабораторных работ № 1, 2.

Образец – полоса с тензодатчиками (рис. 6.1) – размещается в захватах машины. Размеры поперечного сечения полосы (ширина b и толщина h) и площадь поперечного сечения A записываются рядом с эскизом полосы (рис. 6.1). Датчики 1 и 3 предназначены для измерения продольных деформаций полосы (относительных удлинений ε), датчики 2 и 4 – для измерения поперечных деформаций (относительных сужений ε').

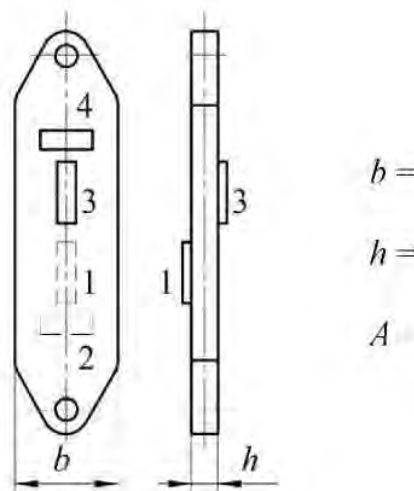


Рисунок 6.1 – Образец – полоса с тензодатчиками

Схема тензодатчика (от латинского *tensio* – растягиваю) представлена на рисунке 6.2. Константановая (сплав меди и никели) проволока толщиной 0,015...0,030 мм укладывается на электроизоляционный материал – бумагу – зигзагами. При удлинении материала образца под датчиком его электрическое (омическое) сопротивление изменяется. Укладка проволоки датчика зигзагами позволяет увеличить приращение его сопротивления ΔR (по сравнению с приращением сопротивления ΔR_1 проводника с длиной, равной базе датчика) и тем самым увеличить чувствительность измерительной мостовой схемы (рис. 6.3).

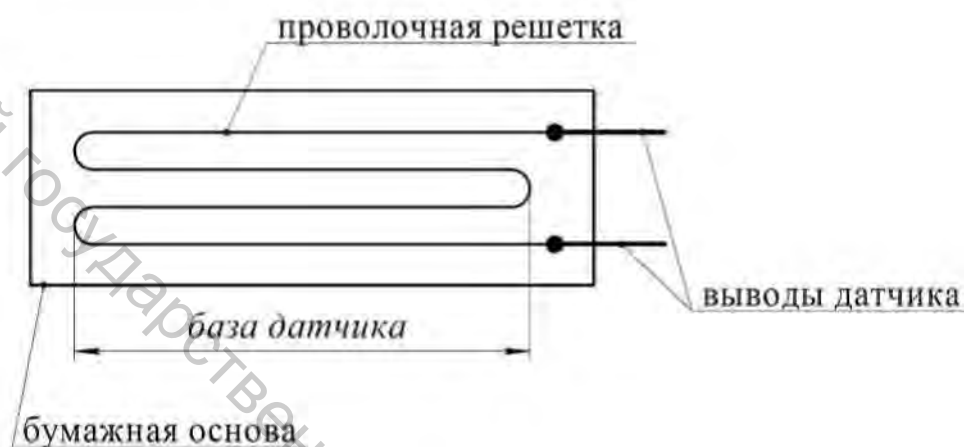


Рисунок 6.2 – Тензодатчик

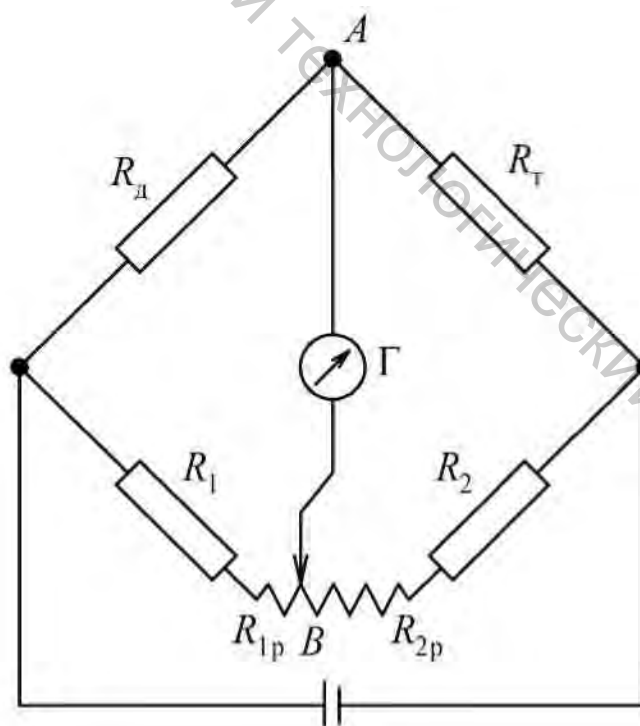


Рисунок 6.3 – Измерительная мостовая схема: R_d – сопротивление рабочего датчика; R_T – сопротивление датчика температурной компенсации; $R_1 + R_{1p}$, $R_2 + R_{2p}$ – сопротивления второго полумоста с реохордом

Перемещением токосъемника B достигается баланс моста

$$R_d(R_2 + R_{2p}) = R_t(R_1 + R_{1p}), \quad (6.1)$$

в этом состоянии схемы тока в измерительной диагонали AB нет. При растяжении образца (рис. 6.4) рабочие датчики удлиняются. При включении в схему, например, датчика 1 его сопротивление R_d увеличивается, баланс моста (6.1) нарушается, в измерительной диагонали появляется ток, стрелка гальванометра Γ отклоняется. Перемещением токосъемника B можно добиться нового баланса моста – гальванометр зафиксирует исчезновение тока в диагонали AB . Умножая величину перемещения токосъемника на цену деления прибора (автоматического измерителя деформаций АИД-4), получим относительное удлинение материала образца под датчиком.

Однако в дело может вмешаться температурное расширение материала образца и соответствующее удлинение датчика (с приращением его сопротивления), не связанное с нагружением образца. Исключим влияние температуры, включив в соседнее плечо датчик температурной компенсации. Этот датчик (такой же, как рабочий) наклеен на пластину из материала образца – с таким же коэффициентом температурного расширения. Изменения одинаковых сопротивлений R_d и R_t в балансе (6.1) будут одинаковыми – баланс (6.1) не нарушится, схема (рис. 6.3) станет нечувствительной к температуре образца.

Другой источник погрешности опыта – характер нагружения образца, представленного на рисунке 6.4. В практике эксперимента невозможно добиться строго центрального нагружения образца – всегда имеется некоторый неизвестный эксцентриситет e . На растяжение силами F налагается изгиб неизвестными моментами Fe – образец выпучивается. Относительное удлинение датчика 1 больше относительного удлинения датчика 3 , величина относительного сужения датчика 2 больше величины относительного сужения датчика 4 :

$$\varepsilon_1 > \varepsilon_3, \quad \varepsilon'_2 > \varepsilon'_4.$$

Однако при центральном растяжении все «продольные волокна» образца удлиняются одинаково, тогда как при изгибе существует нейтральный слой, включающий в себя продольную ось, длина которой не изменяется. В условиях эксперимента это средний по толщине продольный слой. Этот слой, не удлиняясь и не укорачиваясь при изгибе, удлиняется так же, как при центральном нагружении. Его удлинение

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2}, \quad (6.2)$$

его относительное сужение

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon'_2 + \varepsilon'_4}{2}. \quad (6.3)$$

Понятно, что формулы (6.2), (6.3) требуют использования двух пар датчиков (см. рис. 6.1) на двух параллельных плоскостях образца. Результаты измерений

заносятся в таблицу 6.1.

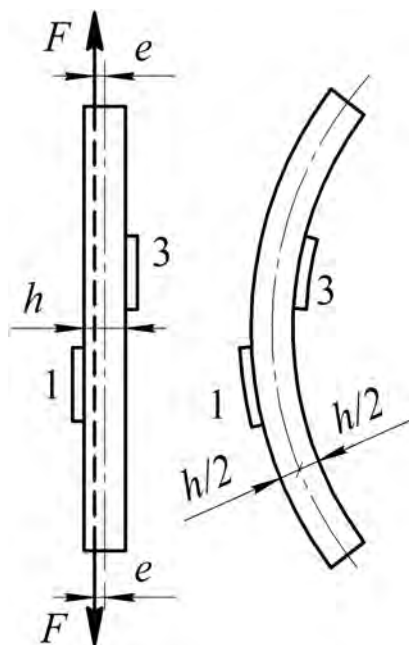


Рисунок 6.4 – Внецентренное растяжение образца

Таблица 6.1 – Результаты измерений и их обработка

Цена деления шкалы измерительной установки АИД-4 $\varepsilon_0 =$									
F, кН	Отсчеты				ΔF , кН	Приращения отсчетов			
	1	2	3	4		1	2	3	4
Средние приращения отсчетов									
$\Delta \varepsilon, \Delta \varepsilon'$									

При заполнении таблицы 6.1 нагрузка дается равными ступенями, приращения отсчетов – относительных деформаций получаются практически одинаковыми. Следовательно, относительные деформации пропорциональны нагрузкам – материал образца подчиняется закону Гука. Приращение нормального напряжения в поперечном сечении образца

$$\Delta \sigma = \frac{\Delta F}{A} = ,$$

модуль Юнга

$$E = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \varepsilon} = , \quad (6.4)$$

коэффициент Пуассона

$$\mu = \left| \frac{\Delta \varepsilon'}{\Delta \varepsilon} \right| = \quad . \quad (6.5)$$

Следует сравнить модуль (6.4) и коэффициент (6.5) с табличными данными [7, с. 46, 63] $E = (2,0 \dots 2,1) \cdot 10^5$ МПа, $\mu = 0,25 \dots 0,35$.

Лабораторная работа № 7. Нормальные напряжения при прямом изгибе

Работа выполняется на разрывной машине УММ-10 (универсальной машине, развивающей наибольшее усилие, равное 100 кН). На рисунке 7.1 изображена двухопорная (шарнирно опертая) балка 1, расположенная на траверсе (поперечине) 2 испытательной машины. Траверса висит на раме 3, опирающейся на поршень 4 силового гидроцилиндра 5. Под давлением масла, поступающего под поршень, поршень с рамой (и балкой на траверсе) перемещается вверх – до контакта с упором 6, изгибающим балку.

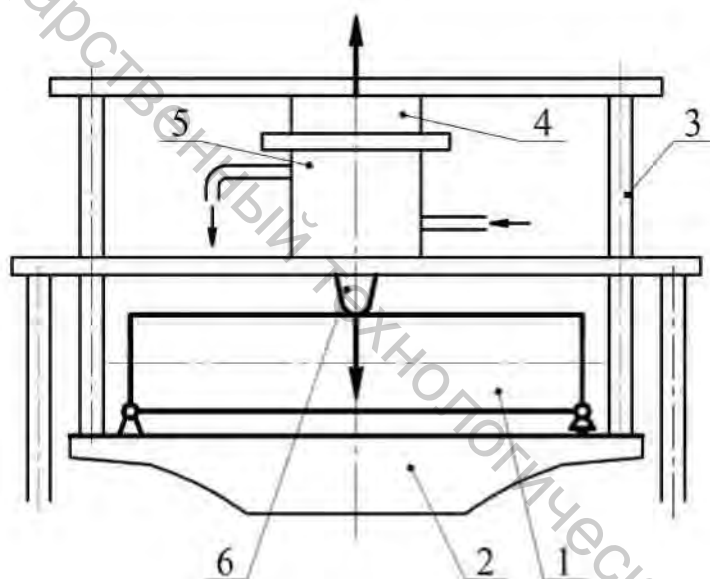


Рисунок 7.1 – Изгиб балки 1 на траверсе 2

Балка изображается (рис. 7.2) в масштабе, указываются все ее размеры и расстояние s до сечения с наклеенными на балку тензодатчиками 1, 2, 3, 4, 5; сила F (равная одной ступени нагрузки на балку), а также модуль Юнга E .

Внутренние силовые факторы в произвольном поперечном сечении балки (в пределах участка AD): поперечная сила

$$Q_y = R_A = F / 2 = const, \quad (7.1)$$

изгибающий момент

$$M_x = R_A z = \frac{Fz}{2}. \quad (7.2)$$

Поперечная сила (7.1) положительна – слева от взятого поперечного сечения действует внешняя (левая) сила R_A , направленная вверх; изгибающий момент

(7.2) положителен – левая внешняя сила R_A направлена вверх (создавая момент относительно оси x взятого сечения, отвечающий сжатию верхних продольных волокон балки).

В пределах участка BD поперечная сила

$$Q_y = -R_B = -F/2 = \text{const} \quad (7.3)$$

(правая сила R_B направлена вверх), изгибающий момент

$$M_x = R_B z_1 = \frac{F z_1}{2} \quad (7.4)$$

(правая сила R_B создает относительно оси x взятого на участке BD сечения момент, отвечающий сжатию верхних волокон балки).

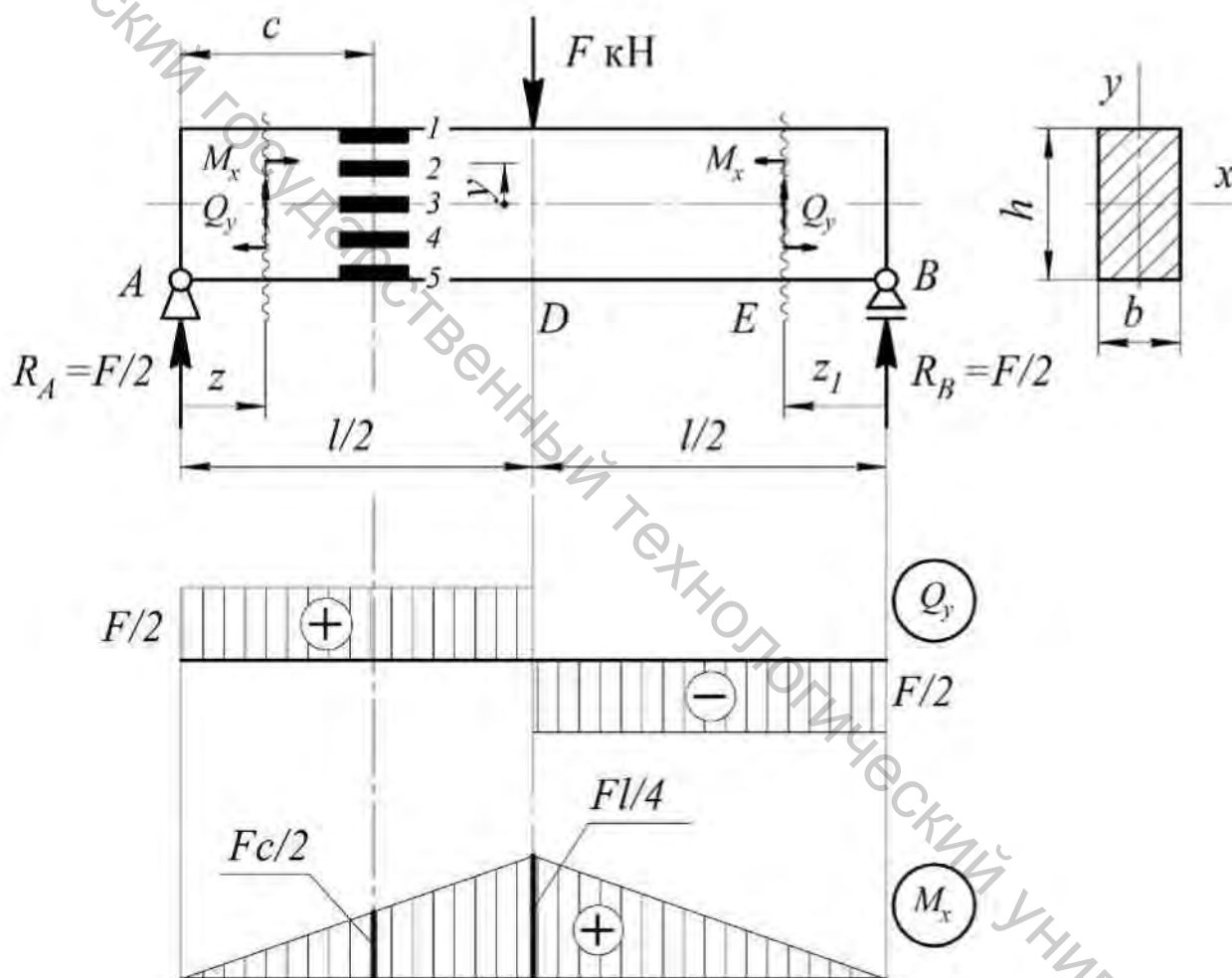


Рисунок 7.2 – Эпюры внутренних силовых факторов в балке на рисунке 7.1

Наибольший изгибающий момент (7.2) – в сечении с координатой

$$\max M_x = \frac{F}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{Fl}{4}, \quad (7.5)$$

тот же результат получается по формуле (7.4):

$$\max M_x \quad z_1 = l/2 = \frac{F}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{Fl}{4}.$$

На основе значений (7.1), (7.3), (7.5) строятся эпюры Q_y и M_x (рис. 7.2).

Изгибающий момент (7.2) в сечении с датчиками

$$M_x = \frac{Fc}{2} \text{ кН}\cdot\text{см.}$$

Нормальные напряжения в нем

$$\sigma = -\frac{M_x}{I_x} y, \quad (7.6)$$

где $I_x = bh^3/12 \text{ см}^4$ – главный центральный момент инерции прямоугольного сечения балки, $y \text{ см}$ – расстояние до точки, в которой ищется напряжение (7.6).

Находятся напряжения в точках, где наклеены тензодатчики (рис. 7.3). Все размеры на рисунке изображаются в масштабе. Ординаты точек с датчиками $y_1 = h/2 - 0,2 \text{ см}$, $y_2 = h/4$, $y_3 = 0$, $y_4 = -y_2$, $y_5 = -y_1$. По напряжениям (7.6) в этих точках строится их эпюра.

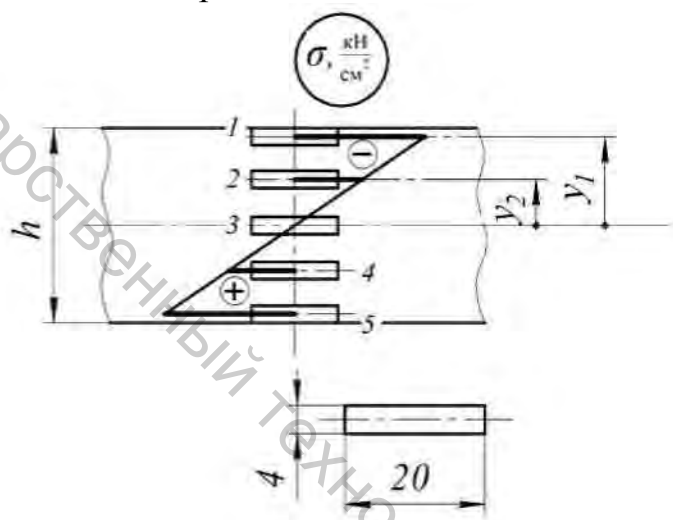


Рисунок 7.3 – Датчики на балке, их координаты и эпюра нормальных напряжений

Измерения относительных удлинений датчиков производятся на установке АИД-4 (см. материалы лабораторной работы № 6). Результаты измерений заносятся в таблицу 7.1.

Таблица 7.1 – Относительные удлинения и нормальные напряжения

Цена деления шкалы АИД-4 $\varepsilon_0 =$											
F , кН	Отсчеты					ΔF , кН	Приращения отсчетов				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
Среднее приращение $\varepsilon / \varepsilon_0$											
Напряжение $\sigma = E\varepsilon$, кН/см ²											
Теоретическое значение, кН/см ²											
Расхождение, %											

При равных приращениях нагрузки ΔF (равных ступенях нагрузки) приращения отсчетов практически одинаковы. Соответственно, практически одинаковы приращения удлинений материала балки. Вывод – материал балки подчиняется закону Гука. Умножая средние приращения удлинений на модуль Юнга, находим нормальные напряжения в точках наклейки датчиков, где уже найдены их теоретические значения. Расхождения экспериментальных σ_{ε} и теоретических σ_m результатов определяются формулой

$$\frac{\sigma_{\varepsilon} - \sigma_m}{\sigma_m} \cdot 100\%.$$

Лабораторная работа № 8. Исследование концентрации напряжений

Равномерное распределение нормальных напряжений во всех поперечных сечениях растянутого – сжатого бруса наблюдается только в случае бруса с неизменным по длине сечением. Когда же размеры и форма сечений резко изменяются, распределение напряжений в них становится неравномерным. По мере удаления от таких мест отличия от равномерного распределения, будучи местными, быстро сглаживаются. Разумеется, все сказанное относится ко всем другим видам деформации бруса – изгибу, кручению, сложному сопротивлению.

Нетрудно убедиться в местной концентрации напряжений, если прибегнуть к гидродинамической аналогии [8, с. 50-51].

Назовем траекториями напряжений линии, касательные к которым – направления наибольших главных напряжений. Дифференциальные уравнения этих линий совпадают с дифференциальными уравнениями линий тока жидкости в русле, форма которого повторяет форму полосы на рисунке 8.2. Отверстие в полосе соответствует круглому столбу в потоке, искривляющему его струи (рис. 8.1). У столба они сгущаются, что отвечает аналогичному сгущению траекторий напряжений – местному всплеску – концентрации напряжений.

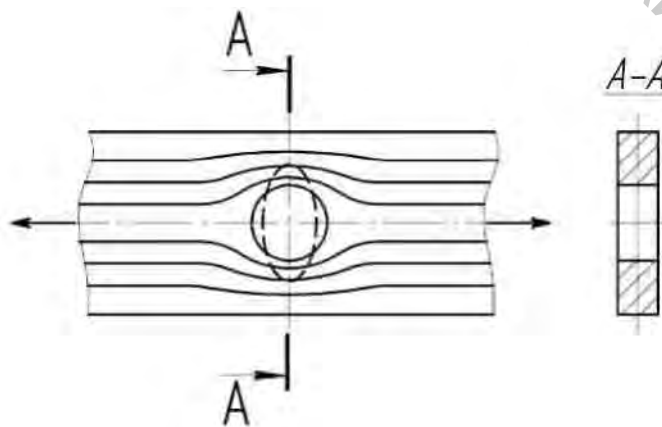


Рисунок 8.1 – Местное сгущение линий тока – траекторий напряжений у краев отверстия в полосе

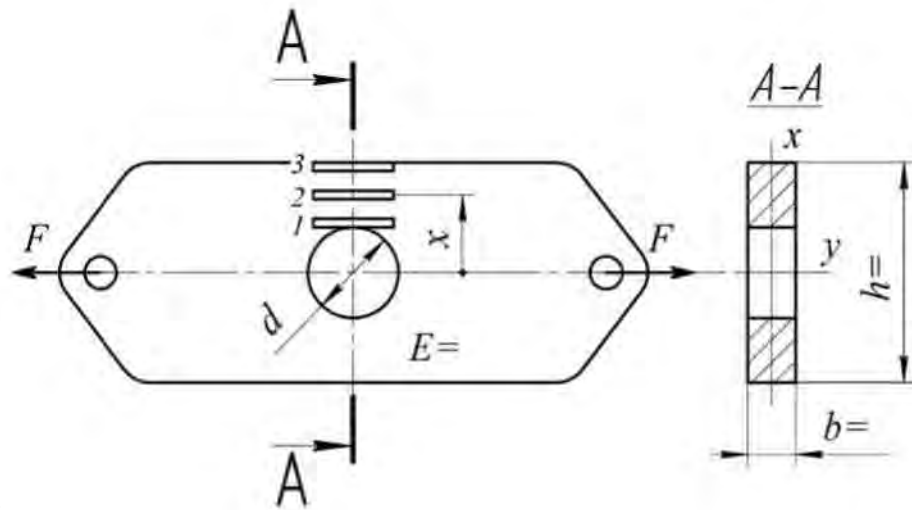


Рисунок 8.2 – Полоса с тензодатчиками

Условия обтекания столба станут хуже, если столб будет эллиптическим (расположенным поперек течения). Напротив, обтекание столба улучшится, если расположить его вдоль течения. Соответственно, возрастет (уменьшится) концентрация напряжений у краев эллиптического отверстия в полосе.

Напряжения в ослабленном сечении A-A на рисунке 8.2 определяются формулой (предложенной [9, с. 176] теорией упругости)

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{2} \left(2 + \frac{d^2}{4x^2} + \frac{3d^4}{16x^4} \right)$$

или

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{2} \left(1 + \frac{1}{4\kappa^2} + \frac{3}{16\kappa^4} \right), \quad (8.1)$$

где $\kappa = x/d$ – безразмерная координата, σ_0 – напряжение вдали от отверстия

$$\sigma_0 = \frac{F}{bh}. \quad (8.2)$$

Напряжения (8.1) определяются в точках, где наклеены тензодатчики 1, 2 и 3; их безразмерные координаты:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{d}{2} + \frac{s}{2}, & \kappa_1 &= \frac{x_1}{d}; \\ x_2 &= \frac{h+d}{4}, & \kappa_2 &= \frac{x_2}{d}; \\ x_3 &= \frac{h}{2} - \frac{s}{2}, & \kappa_3 &= \frac{x_3}{d}, \end{aligned} \quad (8.3)$$

где $s = 4$ мм – ширина датчика.

Строим в масштабе фрагмент полосы (рис. 8.3), на нем указываем размеры наложенного ослабленного сечения и величину растягивающих сил. Вносим величину F и размеры d , h , b в формулы (8.1) – (8.3) и откладываем (в

масштабе) ординаты σ_1 , σ_2 и σ_3 криволинейной эпюры напряжений на рисунке 8.3. Экспериментальные точки (отмечены «крестиками») находятся по результатам измерений, приведенных в таблице 8.1.

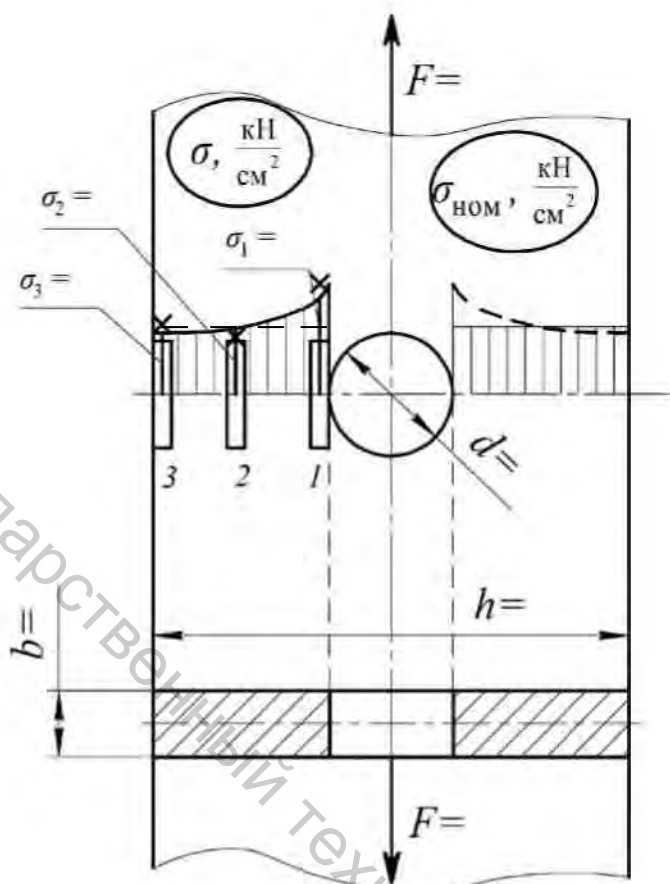


Рисунок 8.3 – Эпюры напряжений в ослабленном сечении полосы

Таблица 8.1 – Напряжения в ослабленном сечении полосы

Цена деления шкалы АИД-4 $\varepsilon_0 =$							
F , кН	Отсчеты			ΔF , кН	Приращения отсчетов		
	1	2	3		1	2	3
Приращения удлинений $\Delta \varepsilon$							
Приращения напряжений $\Delta \sigma = E \Delta \varepsilon$, кН/см ²							
Теоретические значения (8.1), кН/см ²							
Расхождения, %							

Приращения относительных удлинений датчиков получаются умножением приращений отсчетов на цену деления шкалы измерительной установки АИД-4, приращения напряжений – по закону Гука.

Если экспериментальные точки располагаются недалеко от кривой, построенной по теоретическим значениям (8.1), делаем вывод о возможности использовать формулу (8.1) для определения наибольших местных напряжений у края отверстия – в точках с координатами $x = d / 2$, $\kappa = x / d = 0,5$.

Минимальные местные напряжения действуют у края полосы – в точках с координатами $x = h / 2$, $\kappa = h / 2d$.

В правой части полосы построена эпюра номинальных напряжений, вычисляемых по элементарной формуле, не учитывающей эффект концентрации напряжений,

$$\sigma_{\text{ном}} = \frac{F}{A_{\text{нетто}}},$$

где площадь ослабленного сечения

$$A_{\text{нетто}} = b \cdot h - d \cdot b.$$

Теоретический коэффициент концентрации

$$k_m = \frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma_{\text{ном}}}. \quad (8.4)$$

Коэффициенты (8.4), найденные для множества концентраторов напряжений, приводятся в справочной литературе. Используя их, нетрудно найти наибольшие напряжения в том или ином (справочном!) очаге концентрации напряжений.

Литература

1. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин : учебник для студентов высших технических учебных заведений / И. И. Артоболевский. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : Наука, 1975. – 640 с.
2. Артоболевский, И. И. Сборник задач по теории механизмов и машин : учебник для студентов вузов / И. И. Артоболевский, Б. В. Эдельштейн. – Москва : Наука, 1973. – 256 с.
3. Бухгольц, Н. Н. Основной курс теоретической механики : учебник для государственных университетов. Ч. 1 / Н. Н. Бухгольц. – 9-е изд., стереотип. – Москва : Наука, 1972. – 468 с.
4. Ничипорчик, С. Н. Детали машин в примерах и задачах : учебное пособие для студентов вузов машиностроительного профиля / С. Н. Ничипорчик [и др.]. – 2-е изд., перераб. и доп. – Минск : Высшэйшая школа, 1981. – 432 с.
5. Фомченко, Б. Р. Методические указания к лабораторной работе №1 «Обмер зубчатых колес» / Б. Р. Фомченко, Е. Н. Шкляр. – Витебск : ВТИЛП, 1980. – 11 с.
6. Иванов, М. Н. Детали машин : учебник для вузов / М. Н. Иванов. – 3-е изд., доп. и перераб. – Москва : Высшая школа, 1976. – 399 с.
7. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов : учебник для высших технических учебных заведений / В. И. Феодосьев. – 4-е изд., испр. и доп. – Москва : Наука, 1967. – 552 с.
8. Бернштейн, С. А. Сопротивление материалов : учебник для слушателей военных академий / С. А. Бернштейн. – Москва : ВАБМВСА, 1946. – 368 с.
9. Кац, А. М. Теория упругости : учебник для высших технических учебных заведений / А. М. Кац. – Москва : Гостехтеориздат, 1956. – 207 с.