

УДК 330.313, 336.77

ДИСКРЕТНАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗМЕНЕНИЯ МИРОВОГО ВВП

¹КИЛЯЧКОВ А.А., менеджер, ²ЧАЛДАЕВА Л.А., профессор

³КИЛЯЧКОВ Н.А., соискатель

¹ Ассоциация сертифицированных специалистов по борьбе с мошенничеством, российское отделение (ACFE-RUS), ² Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, ³ Московский государственный институт международных отношений (университет) МИД РФ, г. Москва, Российская Федерация

Ключевые слова: дискретная динамическая модель, темпы роста ВВП, экономические циклы, аппроксимирующие полиномы третьей степени, неподвижные устойчивые точки, устойчивые циклы, области динамической устойчивости, области сходимости, фрактальные структуры, множество Жюлиа.

Реферат: в работе изложена дискретная динамическая модель, объясняющая возникновение экономических циклов. Модель удовлетворительно описывает поведение мировой экономики на длительных и коротких временных интервалах. Построены области сходимости модели и показана их фрактальная структура.

Мировая экономика периодически испытывает изменения темпов роста ВВП, которые регулярно перерастают в экономические кризисы. Модель, позволяющая описать этот процесс, представляет значительный научный и практический интерес. Естественно предположить, что экономика обладает определённой инерционностью, т.е. темпы роста ВВП в последующем году зависят не только от времени, но и от темпов роста ВВП в предыдущем году. В общем случае эта зависимость имеет вид:

$$X_{n+1} = F(t_{n+1}, X_n), \tag{1}$$

где X_{n+1} – темпы роста ВВП в $(n+1)$ году; X_n – темпы роста ВВП в предыдущем году (n) .

Вид функции $F(X_n)$ неизвестен. Однако, предполагая, что условия развития экономики от года к году изменяются не драматично (это предположение не применимо к кризисным годам) данную функцию можно разложить в ряд Тейлора:

$$X_{n+1} = F(t_{n+1}, X_n) = a_0(t_{n+1}) + a_1(t_{n+1}) \cdot X_n + a_2(t_{n+1}) \cdot X_n^2 + a_3(t_{n+1}) \cdot X_n^3 + \dots, \tag{2}$$

где

$$\begin{aligned} a_0(t_{n+1}) &= F(t_{n+1}, 0); & a_1(t_{n+1}) &= \left. \frac{\partial F(t_{n+1}, X_n)}{\partial X_n} \right|_{X_n=0}; \\ a_2(t_{n+1}) &= \left. \frac{\partial^2 F(t_{n+1}, X_n)}{\partial X_n^2} \right|_{X_n=0}; & a_3(t_{n+1}) &= \left. \frac{\partial^3 F(t_{n+1}, X_n)}{\partial X_n^3} \right|_{X_n=0}. \end{aligned}$$

Коэффициенты $\{a_i(t_{n+1})\}$ зависят от времени, однако в периоды устойчивого развития на небольших временных интервалах они могут считаться постоянными. Наоборот, в периоды быстро изменяющихся условий развития ключевые факторы производства и конкурентные преимущества претерпевают быстрые и значительные изменения. При этом восприимчивость экономики к факторам, обеспечивающим её рост, также быстро меняется. В предложенной модели не требуется точного знания факторов, влияющих на коэффициенты $\{a_i(t_{n+1})\}$, которые могут иметь различную природу: ресурсную, технологическую, финансовую и т.п.

Рассмотрим различные приближения, отличающиеся количеством членов разложения функции $F(t_{n+1}, X_n)$ в ряд Тейлора, и сопоставим их с наблюдаемыми экономическими процессами.

Следует отметить, что использование одного или двух членов разложения приводят к тривиальным результатам. Модель с использованием трёх членов разложения была рассмотрена в работах [1, 2] (частный случай квадратичной зависимости, имеющей вид $X_{n+1} = \lambda X_n (1 - X_n)$). Данная модель позволила описать возникновение известных к настоящему времени экономических циклов Китчина [3] и Жюгляра [4], ритмов Кузнеца [5] и волн Кондратьева [6] как результат удвоения периода некоторого базового цикла ($T = 3$ года). Кроме того, предложенная модель позволила объяснить существование цикла с периодом $T = 35 \pm 5$ лет. Этот цикл был

описан в работе А. Кортаева и С. Циреля [7], в которой были приведены результаты спектрального анализа темпов роста мирового ВВП за период с 1871 по 2007 гг.

Первоначально предложенная нами модель была названа бифуркационной. Однако впоследствии было показано, что она позволяет описать и другие эффекты. Поэтому позднее она получила название дискретной динамической модели (ДДМ).

Проверка достоверности предложенной дискретной динамической модели для описания темпов роста мирового ВВП на длительных временных интервалах была проведена в работе [8]. Проведённые исследования показали, что темпы роста мирового ВВП с удовлетворительной точностью описывается полиномом 3-ей степени, который имеет вид:

$$X_{n+1} = a_0 + a_1 \cdot X_n + a_2 \cdot X_n^2 + a_3 \cdot X_n^3. \quad (3)$$

Причём коэффициенты $\{a_i\}$ не зависят от времени. При этом точность аппроксимации уменьшается с 0,50 до 0,33 при увеличении интервала аппроксимации с 1961÷1981 гг. до 1961÷2011 гг. Аппроксимация полиномами 2-ой и 4-ой степени даёт менее точный результат практически во всём рассматриваемом диапазоне изменения длительности интервала аппроксимации.

Поведение ДДМ на коротких временных интервалах было рассмотрено в работах [9, 10]. Как мы уже упоминали ранее, в предложенной дискретной динамической модели коэффициенты аппроксимирующего полинома являются функциями времени. В работе были исследованы качественные характеристики полученной совокупности многочленов третьей степени, к которым относятся области сходимости (множество Жюлиа). Результаты исследования показали, что:

для неподвижных устойчивых точек области сходимости имеют ярко выраженную замкнутую структуру (рисунок 1);

при наличии устойчивого цикла его область сходимости также имеет ярко выраженную замкнутую область сходимости, как и в случае неподвижной устойчивой точки, однако граница этой области более «размыта» (рисунок 2);

области сходимости аппроксимирующих полиномов, отвечающие динамической устойчивости, не имеют ярко выраженной замкнутой области сходимости (рисунок 3).

Отметим, что полученные области сходимости являются самоподобными (рисунок 4), образуя фракталы.

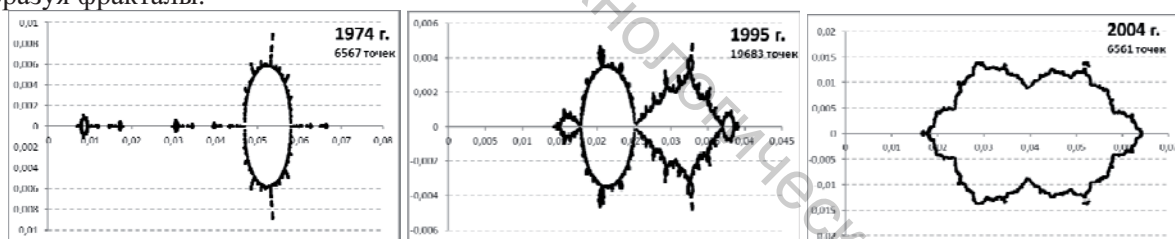


Рисунок 1 – Области сходимости, отвечающие неподвижным устойчивым точкам

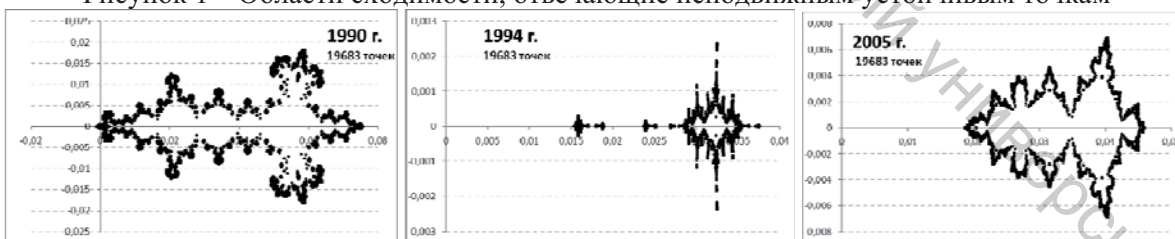


Рисунок 2 – Области сходимости, отвечающие устойчивым циклам

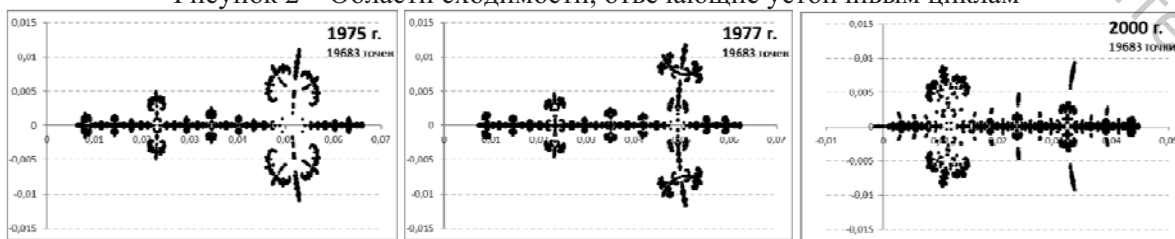


Рисунок 3 – Области сходимости, отвечающие областям динамической устойчивости

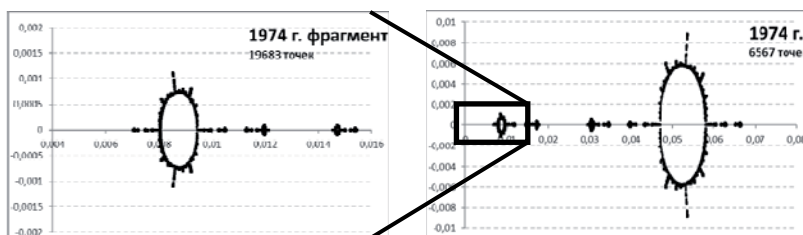


Рисунок 4 – Фрактальная структура области сходимости

Литература:

1. Чалдаева, А. Килячков, Унифицированный подход к описанию природы экономических циклов, *Финансы и кредит*, 2012, № 45, с. 2-8.
2. Kilyachkov, L., Chaldaeava, Bifurcational Model of Economic Cycles. *North American Academic Journals, Economic Papers and Notes*, 2013, Vol. 13, # 4, pp. 13 – 20.
3. Kitchin, *Cycles and Trends in Economic Factors*, *Review of Economics and Statistics*, 1923, Vol. 5, # 1, pp. 10 – 16.
4. Juglar, *Des Crises commerciales et leur retour periodique en France, en Angleterre, et aux Etats-Unis*, Guillaumin, Paris, 1862.
5. Kuznets, *Secular Movements in Production and Prices. Their Nature and their Bearing upon Cyclical Fluctuations*, Houghton Mifflin, Boston, 1930.
6. Кондратьев, *Мировое хозяйство и его конъюнктуры во время и после войны*, Областное отделение Государственного издательства, Вологда, 1922.
7. Korotayev, S. Tsirel, A Spectral Analysis of World GDP Dynamics: Kondratieff Waves, Kuznets Swings, Juglar and Kitchin Cycles in Global Economic Development, and the 2008—2009 Economic Crisis, *Structure and Dynamics*. 2010, Vol. 4, # 1, pp. 3-57 (<http://www.escholarship.org/uc/item/9jv108xp#page-8>).
8. Чалдаева, А. Килячков, Модель обратной связи и её использование для описания динамики экономического развития, *Финансы и кредит*, 31 (2014) с. 2-8.
9. Kilyachkov, L. Chaldaeava, N. Kilyachkov. "Using the bifurcation model to describe the dynamics of the global economy's GDP" *International Journal of Economics and Empirical Research (IJEER)* September, 2015, pp. 448 – 457. http://www.tesdo.org/journal_detail.php?p_journal_id=3&month=09&year=2015&expand_year=2015
10. Килячков, Л. Чалдаева, Н. Килячков, Описание изменения мирового ВВП на коротких временных интервалах с помощью дискретной динамической модели, *Финансовая аналитика*, 2015, № 44, с. 17-31.

УДК 330.15, 332.34

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДЕЛИ КОНКУРЕНТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ КОНТРАГЕНТОВ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОБЛЕМЫ ЗЕМЛЕПОЛЬЗОВАНИЯ НА ГАИТИ

КИЛЯЧКОВ Н.А., соискатель

Московский государственный институт международных отношений (университет) МИД
Российской Федерации, г. Москва, Российская Федерация

Ключевые слова: имитационная агентская модель, клеточный автомат, модель конкурентного взаимодействия двух контрагентов, землепользование, обезлесение, Гаити, Доминиканская Республика.

Реферат: в работе проводится валидация модели конкурентного взаимодействия двух контрагентов при использовании ограниченного ресурса. Результаты расчёта по модели сопоставляются с фактическими данными по Гаити и Доминиканской Республике за 1990-2011 гг.