

УДК 338

## ОПТИМИЗАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В УСЛОВИЯХ ОПРЕДЕЛЕННОСТИ

ДОБРИНИН Г.В., магистрант, МОРОЗОВА Н.Н., доцент

Академия управления при Президенте Республики Беларусь,

г. Минск, Республика Беларусь

Ключевые слова: оптимизация, моделирование, анализ.

Реферат: в настоящее время руководитель при принятии решения может использовать различные компьютерные и математические средства. Оптимизационное моделирование применяется при разработке эколого-экономических моделей, поскольку они позволяют выбрать оптимальную политику хозяйствования. Например, при планировании создать предприятие с учетом их сырьевых возможностей, а также в случаях укрупнении предприятий, управлении запасами. Основной целью оптимизационного моделирования является определение оптимального количества выпускаемой продукции при существующих ограничениях. В оптимизационных моделях активно используется линейная оптимизация, которая позволяет просчитывать последствия тех или иных решений, прогнозировать развитие событий. Таким образом, исходная задача линейной оптимизации состоит в нахождении такого решения, при котором обеспечивается максимальное или минимальное значение целевой функции, при заданных ограничениях по ресурсам.

В рыночной экономике существование и эффективная деятельность предприятий невозможна без надежных методов управления финансовыми, трудовыми и материальными ресурсами. Применение экономико-математических методов позволяет провести качественный и количественный анализ экономических явлений, дать количественную оценку значения риска и рыночной неопределенности и выбрать наиболее эффективное (оптимальное) решение. Математические методы и модели позволяют имитировать различные хозяйственные ситуации и оценивать последствия при выборе решений, обходясь без дорогостоящих экспериментов. Наиболее часто применяемым экономико-математическим инструментом является оптимизационное моделирование, так как большинство задач, с которыми приходится сталкиваться многим компаниям (максимизация прибыли, минимизация издержек и т.д.) при анализе хозяйственной деятельности предприятия, многовариантны. [1] Оптимизационные модели позволяют определить наилучший вариант производства, распределения или потребления с учетом имеющихся ограничений. В частности, в оптимизационных моделях применяется линейная оптимизация для выявления оптимального решения при заданных условиях. Структура оптимизационной модели состоит из целевой функции, области допустимых решений и системы ограничений, определяющих эту область. Целевая функция включает управляемые переменные, неуправляемые переменные и характеризуется некоторой формой зависимости между ними. [2] Математическая модель линейной оптимизации имеет вид:

$$F(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max (\min), \quad (1)$$

при имеющихся ограничениях:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, i = 1, \dots, m, \quad (2)$$

где,  $c_1, c_2, \dots, c_n$  – коэффициенты целевой функции,

$b_i$  – ограничения по ресурсам,

$a_{ij}$  – нормы расхода ресурсов, показывающие, сколько требуется ресурса типа  $i$  для выпуска единицы продукции типа  $j$ ,

$x_j$  – количество выпускаемых товаров.

Вектор неизвестных  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , который удовлетворяет ограничениям, называется допустимым решением.

В условиях неопределенности предприятие решило наладить выпуск четырех видов ноутбуков на рынке Республики Беларусь. Необходимо определить оптимальное количество ноутбуков, чтобы максимизировать прибыль предприятия. Данные представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Информация по каждому виду продукции

Ресурс	Продукт-1	Продукт-2	Продукт-3	Продукт-4	Ограничения
Прибыль, млн. р.	45	60	80	100	
Трудовые ресурсы, чел.	1	2	3	3	20
Материалы, млн. р.	3	5	8	11	110
Финансы, млн. р.	6	8	9	13	100

Источник: собственная разработка.

Требуется максимизировать значение целевой функции (1), при ограничениях по ресурсам (2). В данном случае:

1. Целевая функция:  $F(x) = 45x_1 + 60x_2 + 80x_3 + 100x_4 \rightarrow \max$
2. Ограничения:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 &\leq 20 \\ 3x_1 + 5x_2 + 8x_3 + 11x_4 &\leq 110 \\ 6x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 13x_4 &\leq 100 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

Решение данной задачи с помощью Поиска решения Microsoft Excel позволяет определить оптимальные количества ноутбуков, которые обеспечивают максимальную прибыль предприятия:

$$x_1 = 19, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 1$$

Последовательно изменяя запасы трудовых, материальных и финансовых ресурсов, можно отметить, что наиболее существенное влияние на величину прибыли оказывают финансовые ресурсы предприятия.

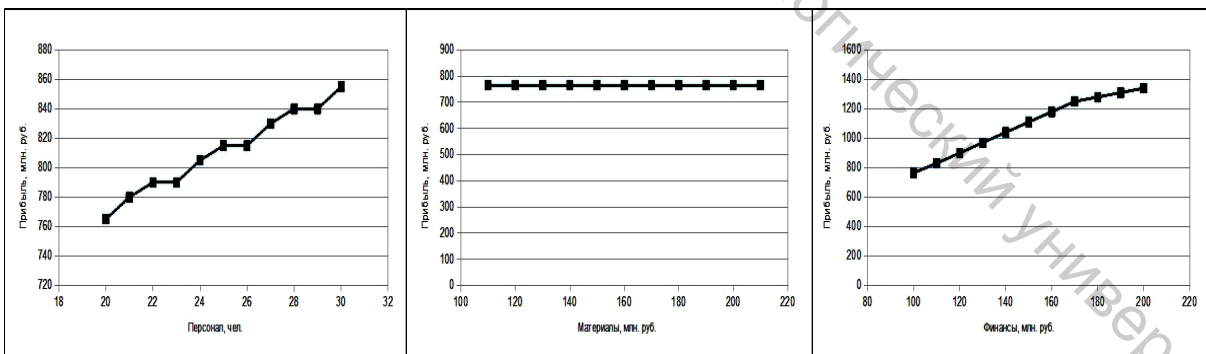


Рисунок 1 – Влияние ресурсов предприятия на величину прибыли

Источник: собственная разработка.

Оптимизационное моделирование, обеспечивая выбор оптимальных решений, позволяет также математически анализировать, измерять и минимизировать значение, а также прогнозировать возможный риск с целью наилучшего управления риском для повышения эффективности и качества хозяйственной деятельности, сокращения неопределенности.

Литература:

1. Шапкин, А.С. Экономические и финансовые риски. Оценка, управление, портфель инвестиций [Электронный ресурс] / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. – Режим доступа:

<http://ir.nmu.org.ua/bitstream/handle/123456789/27753/adbc0495e1a50760a5230cbdb971f4a4.pdf?sequence=1>. – Дата доступа : 03.02.2016.

2. Экономика БГЭУ [Электронный ресурс] / Понятие оптимизационных задач и оптимизационных моделей. – Режим доступа: <http://www.economy-web.org/?p=479>. – Дата доступа : 04.02.2016.

УДК 338

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТРАНСПОРТА ДЛЯ ДОСТАВКИ ПРОДУКЦИИ С ВРЕМЕННЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

ДЫМКОВ М.П., БЕНЕДИКТОВИЧ В.И., ДЕМИДЕНКО В.М., КОВАЛЕНКО Н.С.,

БРИЛЕВСКИЙ А.О.

Белорусский государственный экономический университет,

г. Минск, Республика Беларусь

Ключевые слова: целочисленное и смешанное программирование, временные окна.

Реферат: предложены математические сетевые модели для задачи эффективной организации работы транспортных средств по доставке готовой продукции при наличии ограничений типа «временные окна». Дается краткий обзор методов решения некоторых классов задач маршрутизации.

Планирование работы транспортных средств и перевозок в цепи поставок готовой продукции охватывает широкий класс оптимизационных задач, в которых нужно сформировать наборы маршрутов и рейсов транспортных средств (ТС), выполняющих заданное множество заявок на перевозки, и минимизировать выбранную целевую функцию при различных ограничениях. Заявка определяется парой поставщик-заказчик и объемом поставки. Возможны и дополнительные характеристики заявок, определяющие специфику задачи, например, выполнение заказа при заданном графике поставок, количестве однородных либо различной вместимости транспортных средств и других условиях. Критерии выбора маршрутов могут определяться различными целевыми функциями: суммарным временем пробега ТС или длиной пройденного пути; штрафами, накладываемыми при нарушении графика доставки; общим количеством используемых транспортных средств, обеспечивающих выполнение всех поставок [1].

В настоящее время в различных странах проводятся многочисленные исследования в группах логистики, связанных с задачами маршрутизации (Vehicle Routing Problem, в дальнейшем VRP). К настоящему времени широко разработана классификация задач VRP, созданы библиотеки тестовых данных, разработаны многочисленные методы решения для различных модификаций VRP, создаются программные средства для автоматизации для решения названных задач. Постоянно проводится совершенствование подходов к построению точных и приближенных методов ее решения [2,3].

В последние 10–15 лет задача маршрутизации транспортных средств с временными окнами (VRPTW) стала особо пристальной областью многочисленных исследований. В этой задаче у каждого клиента есть окно времени, и между всеми парами клиентов или парой клиент-склад задано время передвижения. Транспортные средства теперь обладают дополнительным ограничением, состоящим в том, что обслуживание клиентов может быть начато только в определенных окнах времени для каждого клиента. Также возможно прибытие транспортного средства заранее до открытия окна времени конкретного клиента, но тогда транспортное средство должно ожидать, пока не начнется обслуживание клиента в рамках его окна времени.

В задаче VRPTW задан парк однородных транспортных средств (обозначим его через  $V$ ), множество клиентов  $C$  и ориентированный граф  $G$ . Граф  $G$  состоит из  $|C|+2$  вершин, где клиенты обозначены вершинами  $1; 2; \dots; n$ , а склады представлены вершиной  $0$  («исходящий склад») и  $n+1$  («склад возвращения»).

Множество вершин  $0; 1; \dots; n+1$  обозначим через  $N$ . Множество дуг (обозначим его через  $A$ )