

2. Рейтинг ВНЗ "Топ-200 Україна" – 2015. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://osvita.ua/vnz/rating/47049/>
3. Рейтинг вищих навчальних закладів України – за показниками наукометричної бази даних Scopus станом на 16.07.2015. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.euroosvita.net/index.php/?category=1&id=4262>
4. Консолідований рейтинг вузів України за 2015 рік. [Электронный ресурс] – <http://osvita.ua/vnz/rating/25712/>
5. Кластерный анализ. [Электронный ресурс] – <http://www.statsoft.ru/home/textbook/modules/stcluan.html>

УДК 519.876

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ «МЕЛИОРАТИВНЫЙ КОМПЛЕКС – ХОЗЯЙСТВУЮЩИЙ СУБЪЕКТ»

ГРИЦЮК П.М., заведующий кафедрой, МАНДЗЮК О.М., старший преподаватель

Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно, Украина

Ключевые слова: мелиоративная система, хозяйствующий субъект, устойчивость, стационарная точка, характеристическое уравнение

Вследствие разгосударствления системы мелиоративных сооружений Украины, различные элементы этой системы пребывают в различных формах собственности. В связи с этим возникают проблемы взаимодействия между аграрными производителями (хозяйствующими субъектами), в роли которых выступают фермеры, сельскохозяйственные кооперативы, сельскохозяйственные предприятия различной формы собственности и элементами мелиоративной системы, расположенными на территории сельхозугодий, обрабатываемых хозяйствующим субъектом. Из-за недостаточного финансирования в последние годы большинство мелиоративных сооружений не выполняют своих непосредственных функций. Если найти средства для капитального ремонта мелиоративных сооружений и поддержания их в рабочем состоянии, это позволит добиться значительных прибавок к урожайности сельскохозяйственных культур, выращиваемых на соответствующих угодьях. Одним из подходов является разделение инвестиционных функций между государством и хозяйствующим субъектом, при котором средства на капитальный ремонт будет выделять государство, а средства для поддержки мелиоративной системы в рабочем состоянии – хозяйствующий субъект.

Рассмотрим систему, состоящую из трех объектов: мелиоративный объект, расположенный на территории сельскохозяйственных угодий, хозяйствующий субъект (сельскохозяйственный производитель), осуществляющий экономическую деятельность на этих угодьях и государство. С целью более детального изучения взаимодействия между хозяйствующим субъектом и объектом сети мелиоративных систем построим математическую модель этого взаимодействия. При построении модели будем опираться на данные по эксплуатации мелиоративной системы Ровенской области. Обозначим x_1 -- остаточная стоимость мелиоративных систем (млн. грн.); x_2 - объем оборотных средств хозяйствующих субъектов (млн. грн.). Согласно оценкам специалистов на начало 2015 года эти величины можно оценить следующим числами $x_1 = 100$ млн. грн. ; $x_2 = 200$ млн. грн. Ежегодно остаточная стоимость мелиоративных систем уменьшается на величину $a_2 x_1$. Здесь a_2 - коэффициент амортизации стоимости мелиоративных сооружений, который, согласно оценкам экспертов, равняется $a_2 = 0,06$. Благодаря государственному финансированию ежегодно стоимость мелиоративных сооружений увеличивается на величину $a_1 x_1$. Коэффициент государственного финансирования a_1 можно оценить значением $a_1 = 0,01$. Кроме государственного финансирования, некоторую часть средств мелиоративные системы получают от хозяйствующих субъектов. Логично считать, что эти средства увеличиваются пропорционально стоимости мелиоративных сооружений и

объему оборотных средств хозяйствующих субъектов. Представим эту долю средств в виде слагаемого bx_1x_2 . В результате хозяйственной деятельности объем оборотных средств ежегодно увеличивается на величину cx_2 . Здесь c - коэффициент прироста оборотных средств, который можно оценить значением $c = 0,025$. Объем оборотных средств ежегодно уменьшается на величину bx_1x_2 , которые идут на финансирование деятельности мелиоративных сооружений. Таким образом взаимодействие двух основных компонентов рассматриваемой нами системы можно представить в виде системы двух дифференциальных уравнений.

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= -ax_1 + bx_1x_2; \\ \frac{dx_2}{dt} &= cx_2 - bx_1x_2. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $a = a_2 - a_1$. Все коэффициенты системы (1) a_1, a_2, b, c являются положительными, причем $a_2 > a_1$. Полученная система (1) описывает математическую модель типа «хищник – жертва» [1]. Модели такого типа предусматривают циклические колебания обоих основных параметров модели x_1 и x_2 . В нашем случае роль хищника играет остаточная стоимость мелиоративных сооружений, роль жертвы - оборотные средства хозяйствующих субъектов. Для исследования модели используем следующую систему коэффициентов $a = 0,05; b = 0,00025; c = 0,025$. Численное решение системы (1) подтверждает предположение о циклических изменениях основных параметров системы, вблизи стационарных значений $x_1 = 100, x_2 = 200$.

Одной из главных проблем при исследовании динамических систем типа (1) является решение вопроса об устойчивости системы. Мы будем рассматривать понятие устойчивости в понимании Ляпунова [2]. Динамическая система может находиться в устойчивом состоянии только в стационарных точках - точках равновесия системы. Для системы (1) стационарные точки определяются как решение системы двух уравнений.

$$\begin{cases} ax_1 - bx_1x_2 = 0, \\ -cx_2 + bx_1x_2 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Система (2) имеет два решения. Первое из них тривиальное ($x_1 = 0; x_2 = 0$) и соответствует ситуации, когда экономическая деятельность отсутствует. Практический интерес представляет второе решение ($x_1 = c/d; x_2 = a/b$). Исследование на устойчивость этой стационарной точки системы (1), показало, что система является неустойчивой [3]. Это означает, что с течением времени амплитуды колебаний будут расти. Одной из причин неустойчивого поведения построенной нами модели может быть то, что нами не был учтен положительный эффект действия мелиоративных систем на производительность хозяйствующих субъектов. Добавим к правой части второго уравнения системы (1) слагаемое dx_1 , который описывает приращение продукции растениеводства, как положительный результат воздействия мелиоративных мероприятий. Получим математическую модель в виде

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= -ax_1 + bx_1x_2; \\ \frac{dx_2}{dt} &= cx_2 + dx_1 - bx_1x_2. \end{aligned} \quad (3)$$

Система (3) имеет две стационарные точки. Первая имеет координаты ($x_1 = 0; x_2 = 0$), вторая имеет координаты ($x_1 = ac/b(a-d); x_2 = a/b$). Для того, чтобы вторая стационарная точка соответствовала реальному экономическому состоянию, необходимо выполнение условия $a > d > 0$.

Подход Ляпунова к оценке устойчивости поведения динамической системы в окрестности стационарной точки (x_{10}, x_{20}) состоит в построении линеаризованной системы. Для этого необходимо вычислить матрицу частных производных исходной системы в стационарной точке (x_{10}, x_{20}) и решить характеристическое уравнение.

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (4)$$

Здесь $a_{11} = \frac{\partial f_1}{\partial x_1}$; $a_{12} = \frac{\partial f_1}{\partial x_2}$; $a_{21} = \frac{\partial f_2}{\partial x_1}$; $a_{22} = \frac{\partial f_2}{\partial x_2}$. В нашем случае характеристическое уравнение имеет вид.

$$\begin{vmatrix} -a + bx_2 - \lambda & bx_1 \\ d - bx_2 & c - bx_1 - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (5)$$

или

$$\lambda^2 + \lambda \frac{cd}{a-d} + ac = 0. \quad (6)$$

Решения уравнения (6) имеют вид.

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left[\frac{-cd}{a-d} \pm \sqrt{\frac{c^2 d^2}{(a-d)^2} - 4ac} \right]. \quad (7)$$

В случае $\frac{c^2 d^2}{(a-d)^2} < 4ac$ уравнение (6) имеет пару сопряженных комплексных корней с отрицательной действительной частью (поскольку $\frac{-cd}{a-d} < 0$). В случае $\frac{c^2 d^2}{(a-d)^2} \geq 4ac$ уравнение (6) имеет пару действительных отрицательных корней, поскольку выполняется ли условие.

$$\frac{cd}{a-d} > \sqrt{\frac{c^2 d^2}{(a-d)^2} - 4ac}. \quad (8)$$

Оба случая соответствуют требованиям устойчивости системы. Таким образом, учитывая положительное агрономическое влияние мелиоративных сооружений на урожайность, мы смогли построить математическую модель взаимодействия мелиоративных систем и хозяйствующих субъектов, которая является устойчивой. Согласно существующей классификации, полученное нами решение относится к типу решений «устойчивый фокус».

Литература:

1. Динамическая теория биологических популяций / Под ред. Р.А. Полуэктова. М.: Наука, 1974. - 456 с.
2. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения. – Москва; Ленинград: Гостехиздат, 1950. – 472 с.
3. Ляшенко И.Н., Коробова М.В., Столяр А.М. Основы математического моделирования экономических, экологических и социальных процессов: учеб. пос. – Тернополь: Учебная книга - Богдан, 2006. – 304 с.