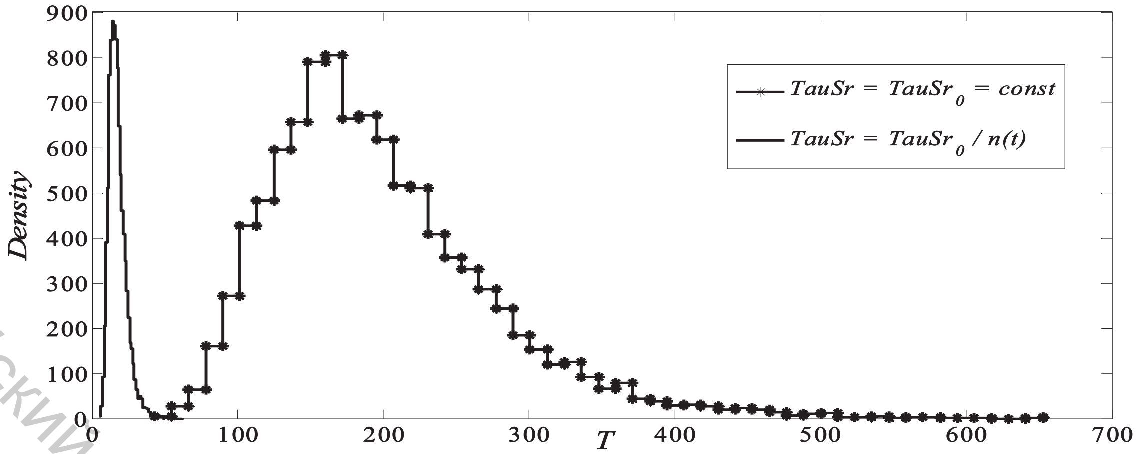

Рисунок 2 – Гистограмма распределения времени накопления первых *N* дефектов

Литература:

1. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. В 2-х томах. Пер. с англ. – М.: Мир, 1984.
2. Карлин С. Основы теории случайных процессов. Пер. с англ. – М.: Мир, 1971. – 536 с.
3. Севостьянов П.А., Забродин Д.А. Моделирование потери свойств текстильных материалов как задача теории надежности. Химические волокна, №2, 2009. С.102 – 104.
4. Севостьянов П.А., Забродин Д.А. Модель потери функциональности технических материалов при их износе. ЭНИ «Технологии 21 века в легкой промышленности», 5, 2011.

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГОГО ОСНОВАНИЯ В РАСЧЕТАХ УСТОЙЧИВОСТИ ОБОЛОЧЕК

НИКОНОВА Т.В., доцент

Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь

Ключевые слова: моделирование упругого основания, тонкие цилиндрические оболочки, локальная потеря устойчивости.

Реферат: приведена характеристика различных моделей упругого основания, рассмотрена задача об устойчивости цилиндрической оболочки в модели упругого полупространства, учитывающей связь между формой волнообразования и реакцией основания.

В современном гражданском, транспортном и промышленном строительстве, в качестве составных и несущих частей различных конструкций, находят широкое применение тонкостенные цилиндрические оболочки. Способность этих оболочек выдерживать значительные нагрузки при минимальной толщине позволяет создавать из них легкие конструкции с хорошими жесткостными и прочностными характеристиками. Описанная методика позволяет вычислить наиболее «уязвимые» места конструкции без проведения экспериментальных испытаний.

Существует два различных способа расчета тонких оболочек, лежащих на упругом основании. Согласно первому из них, при описании деформаций тонких оболочек на упругом основании необходимо использовать уравнения теории оболочек и трехмерной теории упругости. Второй подход является приближенным и использует модели упругого основания, реакции которых выражаются некоторыми дифференциальными операторами над прогибами оболочек.

В соответствии с первым способом для основания решается краевая задача, в которой на части границы ставятся обычные краевые условия, а на поверхности контакта с оболочкой задаются условия непрерывности перемещений и напряжений. Такая трехмерная модель является сложной и редко применяется на практике.

Приближенные трехмерные модели наиболее точно отражают работу основания, но они также не получили широкого распространения. Причиной этого явилось то, что во внимание эти модели принимают все три составляющие реакции основания на оболочку, выраженные через компоненты перемещения с помощью некоторых дифференциальных операторов, а это существенно усложняет расчеты и не дает достаточной механической наглядности.

Одномерная модель Винклера, интерпретируется как система отдельных не связанных между собой пружин с линейными характеристиками [1]. В этой модели реакция упругого основания P принимается пропорциональной прогибу w

$$P=\alpha w \tag{1}$$

с коэффициентом пропорциональности α, называемым коэффициентом постели. Так как коэффициент этот только один, винклеровское основание называют еще однопараметрической моделью.

Одномерная модель Пастернака [2] с двумя упругими характеристиками

$$P=\alpha w+\beta\nabla^2 w, \tag{2}$$

где ∇^2 – двумерный оператор Лапласа, является обобщением модели Винклера. В отличие от предыдущей модели, эта модель интерпретируются как система пружин, соединенных по поверхности контакта связями, что позволяет учитывать за счет второго слагаемого в (2) работу основания на сдвиг. Данная модель с двумя коэффициентами постели является двухпараметрической и более полно отражает работу основания.

Описанные одномерные модели являются предпочтительными, так как решение задач с использованием этих моделей сводится к интегрированию сравнительно простых дифференциальных уравнений. Однако следует помнить и об их недостатках. С помощью модели Винклера не удается учесть работу основания на сдвиг в пределах и за пределами конструкции. Применение модели Пастернака затруднено неопределенностью коэффициентов постели α и β, т.к. они напрямую не связаны с упругими и геометрическими параметрами основания. В ламинарной и мембранной моделях упругого основания распределительная способность носит промежуточный характер между гипотезой Винклера и упругого полупространства.

В модели упругого полупространства связь между перемещением среды и реактивным давлением принимается в виде

$$w=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} P(\xi,\eta)K(x-\xi,\,y-\eta)\,d\xi\,d\eta\,, \tag{3}$$

где K – некоторое ядро преобразования, получаемое из решений задач теории упругости о полупространстве, загруженном единичной сосредоточенной силой. Изменяя вид ядра, можно прийти к различным интегральным моделям основания. Для того чтобы определить деформированное состояние оболочки на упругом основании необходимо совместно решить указанное интегральное уравнение и уравнения равновесия оболочки вместе с условием непрерывности перемещений и напряжений на поверхности контакта. Применение модели (3) осложняется выбором ядра.

Особенность смешанных моделей состоит в том, что они содержат в себе, с одной стороны, элемент упругого трехмерного тела, с другой стороны, какую-либо приближенную модель. Например, может быть использована модель, объединяющая в себе свойства полупространства и винклеровского основания. В некоторых случаях удобно использовать соединение свойств точной и двухпараметрической моделей.

В работе [3] упругое основание моделируется изотропным упругим полупространством, причем считают, что коэффициент постели основания c зависит от характера волнообразования на поверхности оболочки при потере устойчивости. Предполагая, что между основанием и оболочкой имеется жесткий контакт, имеем

$$c=c_1\sqrt{k_1^2+k_2^2}\,,\ c_1=\frac{2E_0(1-\nu_0)}{(1+\nu_0)(3-4\nu_0)}\,,\ k_1=\frac{\pi n}{L},\quad k_2=\frac{m}{R}, \tag{4}$$

где E_0, ν_0 – модуль Юнга и коэффициент Пуассона для упругого основания, n – число полуволн в осевом направлении, m – число волн в окружном направлении, k_1, k_2 – волновые числа, связанные с формой волнообразования оболочки при потере устойчивости, R, L – радиус и длина оболочки, соответственно.

Эта модель достаточно просто отражает реакцию заполнителя и при этом учитывает зависимость формы волнообразования от реакции упругого основания. Однако следует учитывать, что область применимости модели упругого полупространства ограничена рядом условий [3]: эту модель следует использовать вдали от краев оболочки, глубина основания H должна быть больше, чем длина характерной полуволны $l_1 = \pi\big/\sqrt{k_1^2 + k_2^2}$, длина характерной полуволны l_1 должна быть существенно меньше радиуса R оболочки.

Рассмотрим случай длинной цилиндрической оболочки, находящейся под воздействием тангенциального усилия T_2^0, лежащей на упругом основании, моделируемом упругим полупространством. В соответствии с принимаемой моделью, реакция основания зависит от характера волнообразования на поверхности оболочки.

В этом случае формула для нахождения тангенциального усилия T_2^0 имеет вид:

$$T_2^0 = -\frac{Eh\left(\varepsilon^8[(\lambda^2+m^2)^2 - 2m^2 + 1] + \lambda^4/(\lambda^2+m^2)^2 + c_2\sqrt{\lambda^2+m^2}\right)}{m^2 - 1 - m^2\lambda^2/(\lambda^2+m^2)^2}, \quad (5)$$

где E, h – модуль Юнга и толщина оболочки, ε – малый параметр, $\lambda=\pi Rn/L$, $c_2 = c_1 R/(Eh)$.

Критическое тангенциальное усилие T_2^* может быть найдено путем минимизации усилия $\left|T_2^0\right|$ по переменным m и n при фиксированных значениях E_0, ν_0. Так как коэффициент c связан со значениями k_1 и k_2, то при минимизации (5) будет учтена зависимость реакции основания от формы волнообразования при потере устойчивости.

Для оболочек средней длины ($\varepsilon^2 << 1$ и $\lambda \sim 1$) $\lambda << m$. Тогда, пренебрегая λ^2 и 1 по сравнению с m^2, из (5) получим приближенную формулу

$$T_2^* = -\min_m\left[\frac{Eh\left(\varepsilon^8 m^4 + \lambda^4/m^4 + c_2 m\right)}{m^2}\right], \quad n = 1, \quad (6)$$

справедливую для случая, когда $\varepsilon^8 m^4 \sim \lambda^4/m^4 \sim c_2 m$ при $\varepsilon \to 0$. Формула отличается от аналогичной формулы, полученной Товстиком П.Е., наличием слагаемого $c_2 m$, учитывающего наличие упругого основания, реакция которого зависит от характера волнообразования на поверхности оболочки.

Если оболочки длинные ($\lambda \le \varepsilon^2$) и $\varepsilon^8 m^3 \sim c_2$ при $\varepsilon \to 0$, то, опустив второе слагаемое в (6), находим

$$T_2^* = -\min_m\left[\frac{Eh\left(\varepsilon^8 m^3 + c_2\right)}{m}\right], \quad n = 1. \quad (7)$$

Здесь потеря устойчивости происходит при одном из целых m, ближайших к

$$m_0 = \sqrt[3]{\varepsilon^{-8} c_2/2}. \quad (8)$$

Для длинных оболочек при $c_2 \sim \varepsilon^8$, из (6) получаем формулу

$$T_2^* = -\frac{Eh^3}{4R^2(1-\nu^2)} - \frac{4E_0(1-\nu_0)R}{3(1+\nu_0)(3-4\nu_0)}, \quad (9)$$

имеющую место при $m = 2$, $n = 1$ и обобщающую формулу Грасгофа – Бресса на случай оболочки, лежащей на упругом основании с реакцией, зависящей от характера волнообразования на поверхности оболочки. Соотношения (6),(7),(9) позволяют решить задачу об устойчивости цилиндрической оболочки на упругом основании с реакцией, зависящей от числа волн на поверхности оболочки, а также модуля Юнга и коэффициента Пуассона упругого основания.

Литература:
1.Устойчивость цилиндрической оболочки, односторонне взаимодействующей с винклеровским основанием / В.А. Баженов [и др.] // Прикладная механика. – 1981. – Т. 17, № 6. – С. 71-75.
2.Пастернак, П.Л. Основы нового метода расчета фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели / П.Л. Пастернак. – М. : Стройиздат, 1954. – 56 с.
3.Товстик, П.Е. Локальная устойчивость пластин и пологих оболочек на упругом основании / П.Е. Товстик // Изв. РАН. МТТ. – 2005. – №1. – С. 147-160.

УДК 621.77

ВОЛОЧЕНИЕ ПРОВОЛОКИ НИКЕЛИДА ТИТАНА С НАНЕСЕННЫМ СЛОЕМ НИТРИДА ТИТАНА

[1]НОВИКОВ В.Ю., лаборант, [2]БАГРЕЦ Д.А., заведующий лабораторией,
[1]НОВИКОВ Ю.В., доцент

[1]Витебский государственный технологический университет,
[2]Институт технической акустики НАН Беларуси,
г. Витебск, Республика Беларусь

Ключевые слова: волочение, никелид титана, барьерный слой, нитрид титана.

Реферат: методом ионно-плазменного осаждения выполнено нанесение тонкого барьерного слоя нитрида титана на проволоку никелида титана. Получены кривые растяжения образцов исследуемой проволоки нитрида титана: в условиях поставки, с TiN покрытием, после рекристаллизационного отжига, с TiN покрытием после рекристаллизационного отжига. Исследуемые проволоки были приведены к одному фазовому составу. Измерены усилия волочения TiNi проволоки для различных переходов.

Сплавы на основе никелида титана (TiNi) являются перспективными материалами медицинского назначения. Основным препятствием для массового внедрения никелида титана в медицину является выход из материала на поверхность ионов никеля (Ni), которые оказывают токсическое воздействие на биологические ткани [1-3]. Уменьшить диффузию ионов металла в окружающую среду можно за счет нанесения барьерного слоя на поверхность сплава никелида титана методом ионно-плазменного осаждения [4]. Наиболее изученными являются пленки нитрида титана (TiN), традиционно используемые в качестве защитно-декоративных, упрочняющих и износостойких покрытий.

Целью работы являлось измерение усилий волочения проволоки никелида титана с нанесенным методом ионно-плазменного осаждения тонким барьерным слоем нитрида титана.

В качестве образцов использовали проволоку TiNi эквиатомного состава диаметром 0,6 мм. Покрытия из нитрида титана наносили методом ионно-плазменного осаждения на установке «Булат-6», оснащенной сепаратором плазменного потока, при условии вращающегося подложкодержателя. Перед загрузкой в вакуумную камеру образцы подвергали ультразвуковой очистке в среде Нефрас С2–80/120. Нанесение TiN покрытий осуществлялось, когда ток дуги составлял около110 А, напряжение смещения на подложке 100 В, давление азота 0,3 Па. Время напыления около 15 минут обеспечивало толщину нанесенного слоя 0,8÷1 мкм. После окончания процесса, образцы охлаждали в вакуумной камере до температуры 100°С.

В результате ионно-плазменного осаждения покрытия из TiN на поверхность никелида титана происходит изменение свойств основы, выражающееся в уменьшении величины фазового предела текучести с 400 МПа до 350 МПа (рисунок 1). При этом предел прочности образца с покрытием (рисунок 1, кривая 2) выше по сравнению с TiNi проволокой в условиях поставки (рисунок 1, кривая 1).

Процесс осаждения TiN покрытия приводит к существенным изменениям кинетики мартенситных превращений в никелиде титана [5], т.е. после напыления TiNi сплав имеет отличные от состояния поставки характеристические температуры, фазовый состав, физико-механические свойства (рисунок 2, кривые 1,2). Проволоку из TiNi в условиях поставки и после