

8. R Core Team (2016). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>
9. Silverman, B.W. (1986). Density Estimation for Statistics and Data Analysis. Chapman & Hall/CRC. pp. 7–11.
10. Дягилев, А.С. Методы и средства исследований технологических процессов : учебное пособие для студентов вузов по специальности "Технология пряжи, тканей, трикотажа и нетканых материалов" / Дягилев А.С., Коган А.Г. ; Витебский государственный технологический университет. - Витебск : ВГТУ, 2012. - 206 с.

УДК 631.15, 330.43

ПАРЕТО-ОПТИМАЛЬНОСТЬ В ОЦЕНКЕ СРАВНИТЕЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЭКСПЛУАТАЦИИ МАШИННО-ТРАКТОРНОГО ПАРКА

ЕФРЕМОВ А.А., ассистент

Белорусский государственный экономический университет,
г. Минск, Республика Беларусь

Ключевые слова: парето-оптимальность, сравнительная эффективность, линейное программирование, машинно-тракторный парк, АПК.

Реферат: представлена математическая постановка задачи определения парето-оптимальности с использованием линейного программирования; приведён пример использования анализа оболочки данных для оценки эффективности использования машинно-тракторного парка в АПК.

В настоящее время проблема эффективного использования ресурсов является одной из наиболее актуальных, в том числе на микроуровне. К числу самых современных методов оценки этого показателя можно отнести анализ оболочки данных.

Остановимся более подробно на анализе оболочки данных (DEA). Основная идея данного подхода в некотором смысле перекликается с симплекс-методом и заключается в построении выпуклой оболочки некоторого массива исходных данных в n -мерном пространстве [1].

Обозначим через $x = (x_1, \dots, x_n)$ вектор входа (ресурсы, используемые предприятием P для достижения своих целей), а через $y = (y_1, \dots, y_m)$ – вектор выхода (результатирующие показатели деятельности предприятия P). Пусть $z = (x, y) \in \Omega$ – множество допустимых планов. Создаваемая выпуклая оболочка наблюдаемых значений должна обладать следующими свойствами:

1. Если $z = (x, y) \in \Omega$, то $\tilde{z} = \alpha \cdot (x, y) \in \Omega$.
2. Если $\bar{z} = (\bar{x}, \bar{y}) \in \Omega$, $\tilde{x} \geq x$, $\tilde{y} \leq y$, то $\tilde{z} = (\tilde{x}, \tilde{y}) \in \Omega$.
3. Если $z' \in \Omega$ и $z'' \in \Omega$, то $\tilde{z} = \lambda z' + (1 - \lambda) z'' \in \Omega$, где $\lambda \in [0; 1]$.

На основании этих свойств можно получить следующие утверждения:

1. Если $z_1, \dots, z_s \in \Omega$, то $z = \alpha_1 z_1 + \dots + \alpha_s z_s \in \Omega$, причём $\sum_{j=1}^s \alpha_j = 1, \alpha_j \geq 0$,

$j = \overline{1, s}$.

2. Если $z \in \Omega$, то $t \cdot z \in \Omega$ для любого $t > 0$.

Будем говорить, что $x' > x''$, если $x_i' \geq x_i''$, $i = \overline{1, n}$ и при этом существует хотя бы один индекс k такой, что $x_k' > x_k''$ [2].

Запись $z' \succ z''$ означает выполнение одного из следующих условий:

- 1) $x' < x''$ и $y' = y''$ (тот же результат достигается при использовании меньшего объёма ресурсов);

2) $x' = x''$ и $y' > y''$ (при использовании того же самого объёма ресурсов достигается больший результат).

Пусть критерий оптимальности, выбранный исходя из экономического содержания задачи, представляет собой функцию $\varphi(z)$. Тогда если $z^* \in \Omega^*$ – оптимальный план, то это означает, что не существует $\hat{z} \in \Omega$ такого, что $\hat{z} \succ z^*$, т.е. $\varphi(z^*) \geq \varphi(z)$ [3].

Обозначим через θ_0 меру относительной эффективности рассматриваемого объекта P_0 . Оптимизационная задача для N объектов (наблюдений) в данном случае будет иметь следующий вид [4]:

$$\begin{cases} \theta_0 = \frac{u_1 y_{10} + \dots + u_m y_{m0}}{v_1 x_{10} + \dots + v_n x_{n0}} \rightarrow \max, \\ \frac{u_1 y_{1k} + \dots + u_m y_{mk}}{v_1 x_{1k} + \dots + v_n x_{nk}} \leq 1, \quad k = \overline{1, N-1}, \\ u_i \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \\ v_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $u = (u_1, \dots, u_m)$, $v = (v_1, \dots, v_n)$ – векторы весовых коэффициентов.

Смысл математической постановки задачи состоит в том, что эффективность рассматривается с традиционной в экономической науке точки зрения: как отношение полученного эффекта к затратам на его достижение. При формулировке задачи в виде (1) максимально возможное значение относительной эффективности равно 1. Это значение соответствует объекту, который наиболее рациональным образом использует имеющиеся в его распоряжении ресурсы. Все такие расположены в n -мерном пространстве на границе упомянутой выше выпуклой оболочки.

Как известно, оптимальность по Парето – это такое состояние некоторой системы, при котором значение каждого частного показателя, характеризующего систему, не может быть улучшено без ухудшения других [5].

Если $\theta_0 = 1$, то состояние объекта P_0 является оптимальным по Парето. Если $\theta_0 < 1$, то неоптимальным по Парето. Последнее интерпретируется как наличие резервов повышения эффективности.

Для удобства решения задачу (1) можно из дробно-линейной форме записи преобразовать в линейную, а также использовать сокращённую запись в векторной форме:

$$\begin{cases} uy_0 \rightarrow \max, \\ vx_0 = 1, \\ uY \leq vX, \\ u \geq 0, v \geq 0. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь $X = \|x_{jk}\|$, $Y = \|y_{ik}\|$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$, $k = \overline{1, N-1}$.

В таком виде задачу можно легко решить, например, с помощью инструмента «Поиск решения» Ms Excel.

Изложенная выше методология может быть успешно применена для решения прикладных задач в различных сферах экономики. Так, например, с помощью анализа оболочки данных можно оценить сравнительную эффективность машинно-тракторного парка (МТП) нескольких агропромышленных предприятий. Для этого мы предлагаем использовать показатели, представленные в таблице 1.

Таблица 1 – Показатели, характеризующие работу МТП

Входные параметры (ресурсы)	Выходные параметры (эффект)
x_1 – стоимость активной части основных средств, непосредственно задействованных на выполнении комплекса работ, руб.	y_1 – площадь обработанных угодий, га
x_2 – стоимость топлива, затраченного на выполнение комплекса работ, руб.	y_2 – объём внесённых удобрений, т
x_3 – фонд оплаты труда механизаторов за выполнение комплекса работ, руб.	y_3 – объём собранного урожая, т

Следует отметить, что чем больше наблюдений используется для построения выпуклой оболочки, тем большее число предприятий будут признаны неоптимальными по Парето. Соответственно при дальнейшем расчёте резервы роста их эффективности окажутся относительно велики, что не всегда соответствует действительности. В связи с этим рекомендуется предварительно классифицировать предприятия на родственные группы (например, по площади сельскохозяйственных угодий или по выручке растениеводства). Для построения научно обоснованной классификации можно использовать кластерный анализ.

Предприятия, признанные в соответствии с данной моделью парето-оптимальными, могут быть использованы для изучения передового опыта хозяйствования и его распространения по всей отрасли.

Литература:

- Cooper, W. W. Data Envelopment Analysis : – A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-solver Software / W.W. Cooper, L.M. Seiford, K. Tone. – Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 2000. – P. 23.
- Петров, В.С. Теоретико-методологические основы обеспечения эффективности развития промышленных предприятий : монография / В.С. Петров. – М.: ООО «Перспект», 2015. – С. 15.
- Coelli, T. A guide to DEAP version 2.1 : a Data Envelopment Analysis (Computer) Program / T. Coelli. – Australia, Armidale : University of New England, 1996. – P. 3.
- Ногин, В. Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход / В.Д. Ногин. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 176 с.
- Посицельская, Л.Н. Равновесие и парето-оптимальность в шумной дуэли дискретного типа с ненулевой суммой / Л.Н. Посицельская // Фундамент. и прикл. матем. [Электронный ресурс]. – 2002. № 4. – С. 1113. – Режим доступа : <http://www.mathnet.ru/links/62d6904c24993fd06cba0789c12817eb/fpm700.pdf>. – Дата доступа : 02.12.2015.