

Список использованных источников

1. Фомичева Л.А., Корниенко А.А., Дунина Е.Б. //ЖТФ. 2007. Т. 77, N10. С.6
2. Rabinovitch Y., Tétard D., Faucher M.D., Pham-Thi M.// Optical Materials. 2003. V. 24. P 345
3. Malinowski M., Wolski R. and Wolinski W.//Solid State Communications. 1990. V.74. N1. P. 17

УДК 531.3:517.3

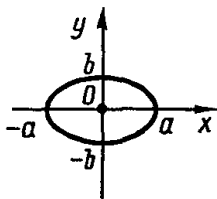
**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ОДНОРОДНОЙ
ПЛАСТИНКИ, ИМЕЮЩЕЙ ФОРМУ ЭЛЛИПСА**

А.В. Мясоедов, А.Ю. Устинович

Моментом инерции тела относительно оси называется величина, являющаяся мерой инертности тела во вращательном движении вокруг этой оси и равная сумме произведений масс всех частиц тела на квадраты их расстояний от той же оси. В расчетах моментов инерции тел правильной геометрической формы относительно осей прямоугольной декартовой системы координат используются формулы интегрального исчисления:

$$J_z = \int_{(m)} (x^2 + y^2) dm = \int_{(V)} (x^2 + y^2) \rho dV = \iiint_{(V)} (x^2 + y^2) \rho dx dy dz$$

где m , ρ и V — масса, плотность и объем тела, а x , y , и z - координаты элементарной частицы тела, имеющей объем dV и массу dm [1]. Момент инерции зависит только от формы тела и расположения масс относительно оси.



Определим момент инерции плоской однородной пластинки имеющей форму эллипса с полуосями a и b . Пластика имеет различные моменты инерции относительно оси x , y , а также оси z , проходящей через точку пересечения осей перпендикулярно к ним. Если плоская однородная фигура имеет постоянную поверхностную плотность материала δ и занимает область D , то моменты инерции ее относительно осей Ox и Oy и перпендикулярной к ним оси Oz определяются выражениями:

$$J_x = \iint_D y^2 \delta dx dy; \quad J_y = \iint_D x^2 \delta dx dy; \quad J_z = \iint_D (x^2 + y^2) \delta dx dy;$$

1) Найдем момент инерции пластинки относительно оси Ox

$$J_x = \iint_D y^2 \delta dx dy = 4\delta \iint_{D_1} y^2 dx dy,$$

где D_1 —область фигуры, расположенной в первой четверти.

Интегрирование проводим сначала по y , а затем по x :

$$J_x = \iint_D y^2 \delta dx dy = 4\delta \iint_{D_1} y^2 dx dy = 4\delta \int_0^a dx \int_0^y y^2 dy.$$

Используем уравнение эллипса

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Из уравнения эллипса получаем

$$y = b(a^2 - x^2)^{1/2} / a$$

Получаем

$$J_x = \frac{4\delta b^3}{3 a^3} \int_0^a (a^2 - x^2)^{3/2} dx.$$

Для нахождения интеграла заменяем переменную по формуле $x = a \sin t$. Тогда

$$J_x = \frac{4\delta b^3}{3 a^3} \int_0^{\pi/2} (a^2 - a^2 \sin^2 t)^{3/2} a \cos t dt = \frac{4\delta}{3} b^3 a \int_0^{\pi/2} \cos^4 t dt.$$

Интеграл $J_1 = \int_0^{\pi/2} \cos^4 t dt$. найдем отдельно.

$$J_1 = \int_0^{\pi/2} (\cos^2 t)^2 dt = \frac{1}{4} \int_0^{\pi/2} (1 + \cos 2t)^2 dt = \frac{1}{4} \int_0^{\pi/2} (1 + 2 \cos 2t + \cos^2 2t) dt = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4} \int_0^{\pi/2} \cos^2 2t dt.$$

Отдельно найдем интеграл

$$J_2 = \int_0^{\pi/2} \cos^2 2t dt = \frac{1}{4} \int_0^{\pi/2} (1 + \cos 4t) dt = \frac{\pi}{4},$$

Тогда $J_1 = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{16} = \frac{3\pi}{16}$ и окончательно получаем

$$J_x = \frac{4\delta ab^3}{3} \frac{3\pi}{16} = \frac{\pi \delta ab^3}{4}.$$

2) Найдем $J_y = 4\delta \iint_{D_1} x^2 dx dy$

Интегрирование проводим сначала по x , а затем по y :

$$J_y = 4\delta \int_0^b dy \int_0^x x^2 dx = \frac{4\delta a^3}{3 b^3} \int_0^b (b^2 - y^2)^{3/2} dy.$$

Применяя подстановку $y = b \sin t$, получаем

$$J_y = \frac{4\delta}{3} a^3 b \int_0^{\pi/2} \cos^4 t dt = \frac{\pi \delta a^3 b}{4}.$$

3) Найдем

$$J_z = 4\delta \iint_{D_1} (x^2 + y^2) dx dy = 4\delta \int_0^a dx \int_0^y (x^2 + y^2) dy = \frac{4\delta b}{a} \int_0^a x^2 (a^2 - x^2)^{1/2} dx + \frac{4\delta b^3}{3a^3} \int_0^a (a^2 - x^2)^{3/2} dx.$$

Интеграл $J_3 = J_x = \frac{4\delta b}{a} \int_0^a x^2 (a^2 - x^2)^{1/2} dx + \frac{4\delta b^3}{3a^3} \int_0^a (a^2 - x^2)^{3/2} dx = \frac{\pi \delta ab^3}{4}$ найден ранее.

Найдем $J_4 = \frac{4\delta b}{a} \int_0^a x^2 (a^2 - x^2)^{1/2} dx$.

Применяя подстановку $x = a \sin t$, получаем

$$J_4 = 4\delta b a^3 \int_0^{\pi/2} \sin^2 t (1 - \sin^2 t)^{1/2} \cos t dt = 4\delta b a^3 \int_0^{\pi/2} \sin^2 t \cos^2 t dt = \delta b a^3 \int_0^{\pi/2} \cos^2 2t dt =$$

Подставив значения, получаем $J_z = \frac{\pi \delta ab}{4} (a^2 + b^2)$

$J_x = J_y = J_z$ должны удовлетворять условию $J_x + J_y = J_z$

Подставляя значения, получаем

$$\frac{\pi \delta a b^3}{4} + \frac{\pi \delta a^3 b}{4} = \frac{\pi \delta a b}{4} (a^2 + b^2).$$

Список использованных источников

1. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов.- М.: Наука, 1981.

УДК 536.21+621.319.1

РАЗРУШЕНИЕ ПТКС-ТЕРМИСТОРОВ ПО МЕХАНИЗМУ «РАССЛОЕНИЯ»

В.Н. Шут, А.В. Гаврилов

Полупроводниковая керамика на основе титаната бария обладает свойством аномального увеличения удельного сопротивления выше температуры Кюри (T_c) (рис.1). Это явление известно как положительный температурный коэффициент сопротивления (ПТКС). Согласно модели Хейванга, данный эффект связан с формированием барьерных слоев на границах зерен выше температуры Кюри [1]. Термисторы ПТКС-типа (позисторы), на основе полупроводниковой керамики титаната бария широко применяются в качестве устройств защиты, нагревательных элементов, температурных датчиков [2]. В случае воздействия больших токовых нагрузок возможно механическое разрушение терморезисторов, причиной которого являются значительные температурные градиенты в образцах (рис. 2).

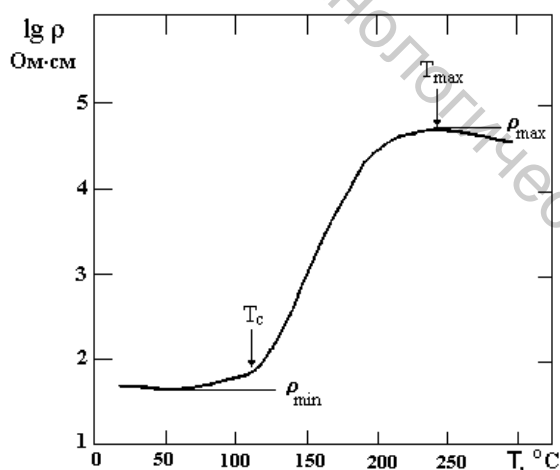


Рисунок 1 - Типичная температурная зависимость удельного сопротивления полупроводниковой керамики на основе BaTiO₃.

Известны три основных типа механического разрушения [3-4]: формирование нерегулярной сети трещин, перпендикулярных к основным поверхностям; формирование трещин на боковой поверхности диска или на периферии электродов; разрушение путем распространения трещины по плоскости параллельной электродам, когда позистор раскалывается на две почти равные половинки. Первые два связаны с неоднородностями и дефектами керамики и, как правило, зависят от качества производства образцов. Последний тип разрушения (его называют эффектом «расслоения») вызван более