Список использованных источников
1. Гайдук М.И., Золин В.Ф., Гайгерова Л.С. Спектры люминесценции европия. – М.: Наука, 1974
2. Judd B.R. Phys.Rev. 127(3), 750 – 761 (1962)
3. Babu S.S., Babu P., Jayasankar C.K., Sievers W., Tröster Th., Wortmann G. J. Lumin. 126, 109-120 (2007)
4. Kornienko A.A., Dunina E.B., Yankevich V.L. Opt. Spectrosc. 81, 871-874. (1996)

УДК 521.1

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ПО «НЕВЯЗКЕ»

Ю.В. Трубников, Н.Е. Трубникова, И.В. Мисурагина

Как известно [1], дифференциальное уравнение для радиальной составляющей $r(t)$ невозмущенного кеплеровского движения имеет вид

$$\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 - r\dot{\lambda}^2\cos^2\varphi = -\frac{\mu}{r^2}, \tag{1}$$

где (r,λ,φ) – сферические координаты движущейся точки, μ – некоторая постоянная. Если воспользоваться законом сохранения площадей

$$\frac{d}{dt}\left(r^2\dot{\lambda}\cos^2\varphi\right) = 0, \tag{2}$$

и за плоскость вращения принять плоскость Oxy, то $\varphi = 0$, т.е. $\cos\varphi = 1$ и система уравнений (1)-(2) примет следующий вид

$$\begin{cases} \ddot{r} - r\dot{\lambda}^2 = -\dfrac{\mu}{r^2}, \\ r^2\dot{\lambda} = q, \end{cases} \tag{3}$$

где $q = const$. Выражая $\dot{\lambda}$ из второго уравнения системы (3) и подставляя в первое уравнение, получаем

$$\ddot{r} - r\left(\frac{q}{r^2}\right)^2 = -\frac{\mu}{r^2} \tag{4}$$

и, таким образом, уравнение (4) приводится к виду

$$\ddot{r} = \frac{q^2}{r^3} - \frac{\mu}{r^2}. \tag{5}$$

Классический метод исследования [2] уравнения (5) состоит в получении зависимости $t = t(r)$ и последующего изучения свойств этой зависимости. Функцию $r = r(t)$ получают приближенно, используя приближенное решение уравнения Кеплера, выражающего соотношение между временем t и эксцентрической аномалией $E = E(t)$ [3]:

$$E(t) = \frac{180^0}{\pi} e\sin E(t) + 360^0 \cdot \frac{t - t_0}{T}, \tag{6}$$

где e – эксцентриситет эллиптической орбиты, T – период обращения по орбите.

В данной работе предлагается метод получения зависимости $r = r(t)$, основанный на аппроксимации функций r^{-2}, r^{-3} в равномерной метрике на отрезке $r \in [r_1, r_2]$. Для этого прежде всего находятся соответствующие выражения для многочленов наилучшего приближения.

В результате такого подхода получается следующая

Теорема. Пусть тело массы m (выраженной в долях солнечной массы) обращается вокруг Солнца по эллиптической орбите с большой полуосью a, тогда приближенная зависимость $r(t)$ расстояния тела до Солнца, полученная по результатам двух наблюдений $r(t_0)$ и $r(t_1)$ имеет вид:

$$r(t)=\left[r(t_0)-\frac{b}{\omega^2}\right]\frac{\sin\omega(t_1-t)}{\sin\omega(t_1-t_0)}+\left[r(t_1)-\frac{b}{\omega^2}\right]\frac{\sin\omega(t-t_0)}{\sin\omega(t_1-t_0)}+\frac{b}{\omega^2}, \qquad (7)$$

где

$$\frac{b}{\omega^2}=a\left[\frac{1+3e^2}{2\left(1+e^2\right)}+\frac{2}{3}\cdot\frac{3^{1/4}\left(3+e^2\right)^{3/4}\left(1-e^2\right)^{3/4}}{1+e^2}-\frac{3\left(1-e^2\right)^{2/3}}{2\left(1+e^2\right)}\right],$$

$e-$ эксцентриситет эллиптической орбиты,

$$\omega^2=\frac{k^2(1+m)\left(1+e^2\right)}{a^3\left(1-e^2\right)^2},$$

$k^2=2{,}959122083\cdot10^{-4}\,(1\,a.e.)^3\,сут.^{-2}$; $t-$время, выраженное в сутках.

Однако остается открытым вопрос о точности полученного приближения. Для этого проделаем следующие шаги.

Запишем уравнение (5), подставив значения

$q^2=a\left(1-e^2\right)k^2(1+m),\quad \mu=k^2(1+m),$

тогда получим

$r^3\ddot{r}+k^2(1+m)r-a\left(1-e^2\right)k^2(1+m)=0.$

Так как уравнение, приближающее уравнение (5), имеет вид (выражение (7) является решением двухточечной краевой задачи для уравнения (8)):

$$\ddot{r}(t)=-\frac{k^2(1+m)\left(1+e^2\right)}{a^3\left(1-e^2\right)^2}r(t)+\frac{k^2(1+m)}{a^2}\delta, \qquad (8)$$

где

$$\delta=\frac{1+3e^2}{2\left(1-e^2\right)^2}+\frac{2}{3}\cdot\frac{3^{\frac{1}{4}}\left(3+e^2\right)^{\frac{1}{4}}}{\left(1-e^2\right)^{\frac{5}{4}}}-\frac{3}{2\left(1-e^2\right)^{\frac{4}{3}}},$$

то подставляя (8) в (5), будем иметь

$$\Delta = r^3\left[-\frac{k^2(1+m)(1+e^2)}{a^3(1-e^2)^2}r+\frac{k^2(1+m)}{a^2}\delta\right]+k^2(1+m)r-a(1-e^2)k^2(1+m)=$$

$$=k^2(1+m)\left[-\frac{(1+e^2)}{(1-e^2)}\cdot\frac{r^4}{a^3}+\delta\frac{r^3}{a^2}+r-a(1-e^2)\right]=$$

$$=ak^2(1+m)\left[-\frac{(1+e^2)}{(1-e^2)}\cdot\left(\frac{r}{a}\right)^4+\delta\left(\frac{r}{a}\right)^3+\frac{r}{a}-(1-e^2)\right].$$

Сделав замену $s=\dfrac{r}{a}$ $\quad(1-e\le s\le 1+e)$, получаем «многочлен погрешности»

$$-\frac{(1+e^2)}{(1-e^2)^2}\cdot s^4+\delta s^3+s-(1-e^2),$$

изменив знак которого на противоположный, будем иметь

$$P_4(s)=\frac{1+e^2}{(1-e^2)^2}\cdot s-\delta s^3-s+1-e^2 \qquad (1-e\le s\le 1+e).$$

Таким образом, модуль невязки Δ оценивается следующим образом

$$|\Delta|\le ak^2(1+m)\max_{1-e\le s\le 1+e}|P_4(s)|.$$

Взяв в качестве примера $e=0,016709$ получаем, что

$$P_4(s)=1,00084s^4-1,00097s^3-s+0,999721$$

и $|\Delta|\le a(1+m)\cdot 1,33388\cdot 10^{-7}.$

Список использованных источников

1. Дубошин Г. Н. Небесная механика.— М., 1975.
2. Ландау Л.Д**.** Краткий курс теоретической физики. — Книга 1 / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. — М. , 1969.
3. Монтенбрук О. Астрономия на персональном компьютере / О. Монтенбрук, Т. Пфлегер. — С.-П., 2002.

УДК 536.46:534.29

ЗАКОНОМЕРНОСТИ СТРУКТУРООБРАЗОВАНИЯ БОРИДНЫХ СИСТЕМ, ПОЛУЧАЕМЫХ МЕТОДОМ СВС В УЛЬТРАЗВУКОВОМ ПОЛЕ

В.В. Клубович, М.М. Кулак, Л.Л. Платонов

Одной из актуальных проблем СВС-процесса является изучение влияния внешних воздействий на кинетику процесса и механизмы структурообразования. В работе рассматривается процесс структурообразо-вания системы титан-бор при наложении ультразвуковых колебаний (УЗК).

Образцы получали на лабораторной установке [1] при изменении интенсивности подводимых УЗК и варьировании соотношения компонентов в исходной смеси. Скорость горения определяли двумя методами: фотографическим и по газовыделению.