2. Краснер С.Ю., Давыдько А.П. Разработка автоматизированного измерительного стенда для определения усилий резания швейных ниток. Наука и образование в условиях социально-экономической трансформации общества. Материалы VIII международной научно-методической конференции. Ч.1 – Мн.: ЗАО «Современные знания», 2005. -332-334 с.

УДК 685.34.025.474

МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В РАСЧЁТЕ ГВОЗДЕВОГО СОЕДИНЕНИЯ

Г.Н. Федосеев, Т.М. Борисова

Если каблук находится в равновесии и положение равновесия определяется набором обобщённых координат $q_1, q_2, \dots q_s$, то работа всех внешних сил, действующих на каблук, и усилий в гвоздях соединения на любом возможном перемещении из положения равновесия равна нулю (принцип возможных перемещений).

Преобразуя внешние силы к обобщённым внешним силам $Q_1, Q_2, \dots Q_s$, найдём $\sum_{i=1}^{s} Q_i \delta q_i - \sum_{k=1}^{n} N_k \delta(\Delta l_k) = 0$, где N_k – растягивающая сила, действующая в k-ом каблучном гвозде, а $\Delta l_к$ – его удлинение.

Используя матрицы-столбцы (векторы)

$$\overrightarrow{\delta q} = \begin{pmatrix} \delta q_1 \\ \delta q_2 \\ \dots \\ \delta q_s \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{\delta(\Delta l_1)} = \begin{pmatrix} \delta(\Delta l_1) \\ \delta(\Delta l_2) \\ \dots \\ \delta(\Delta l_n) \end{pmatrix}$$

и матрицы-строки (транспонированные матрицы-столбцы), напишем уравнение работ:

$$\vec{Q}^T \, \overrightarrow{\delta q} - \vec{N}^T \delta\left(\overrightarrow{\Delta l}\right) = 0 . \qquad (1)$$

Удлинения гвоздей выражаются через обобщённые перемещения (приращения обобщённых координат), которые получаются при переходе в положение равновесия под действием нагрузки:

$$\overrightarrow{\Delta l} = A\vec{q} \;, \qquad (2)$$

где А-матрица коэффициентов геометрических соотношений.

Вариации удлинений (2):

$$\delta(\overrightarrow{\Delta l}) = A\overrightarrow{\delta q} . \qquad (3)$$

Подставим соотношения (3) в уравнение (1):

$(\vec{Q}^T - \vec{N}^T A)\, \overrightarrow{\delta q} = 0, \quad \vec{Q}^T - \vec{N}^T A = 0.$

Левая часть этого равенства - матрица, которую можно транспонировать, после транспонирования получим уравнения равновесия

$$\vec{Q} - A^T \vec{N} = 0, \;\; A^T \vec{N} = \vec{Q} . \qquad (4)$$

Матрица A^T в уравнениях (4) – транспонированная матрица геометрических соотношений (2).

Удлинения гвоздей связаны с усилиями $\vec{N}$ законом Гука, т.е.

$$\vec{N} = C\, \overrightarrow{\Delta l} , \qquad (5)$$

где $C=\begin{pmatrix} C_1 0...0 \\ 0 C_2 ...0 \\ ... \\ 00...C_n \end{pmatrix}$

- диагональная матрица жёсткости, C_i – жёсткость i-го гвоздя.

Если использовать физические соотношения (5), где $\overrightarrow{\Delta l}$ выражается согласно (2), в уравнениях равновесия (4), получим уравнения равновесия в перемещениях $\vec{q}$:

$$(A^T CA)\ \vec{q} = \vec{Q}\ , \qquad (6)$$

усилия (5)

$$\vec{N} = (CA)\,\vec{q}\ . \qquad (7)$$

Пусть на каблук со стороны подошвы или стелечного узла действуют силы $\vec{N}$, эти силы приложены к гвоздям и уравновешиваются внешними силами, действующими на каблук со стороны опорной поверхности. Внешние силы приводятся к силе N и паре M. Момент пары может быть разложен на два момента M_x и M_y, поворачивающих каблук вокруг осей X и Y.

Эти силу и моменты берём в качестве обобщённых сил, соответствующие обобщённые перемещения – углы поворота φ_x и φ_y каблука вокруг осей X и Y и его продольное перемещение W_o , удлинение k-го гвоздя:

$$\Delta l_k = \varphi_x y_k + \varphi_y x_k + W_o\ ,$$

что даёт матрицу геометрических соотношений

$$A=\begin{pmatrix} y_1 x_1 1 \\ y_2 x_2 1 \\ ... \\ y_n x_n 1 \end{pmatrix}.$$

Матрица уравнений равновесия (6)

$$A^T CA=\begin{pmatrix} I_x I_{xy} S_x \\ I_{xy} I_y S_y \\ S_x S_y C \end{pmatrix}, \qquad (8)$$

где $C=\sum_{k=1}^{n} C_k$; статические моменты $S_y=\sum_{k=1}^{n} C_k x_k$, $S_x=\sum_{k=1}^{n} C_k y_k$; моменты инерции $I_x=\sum_{k=1}^{n} C_k y_k^2$, $I_y=\sum_{k=1}^{n} C_k x_k^2$, $I_{xy}=\sum_{k=1}^{n} C_k x_k y_k$.

В частном случае главных центральных осей статические моменты и центробежный момент инерции исчезают. Матрица (8) приобретает простейший диагональный вид

$$A^T CA=\begin{pmatrix} I_x 00 \\ 0 I_y 0 \\ 00C \end{pmatrix},$$

силы (7)

$$N_к = C_k\left(\frac{M_x}{I_x} y_к + \frac{M_y}{I_y} x_к + \frac{N}{C}\right).$$

Когда жёсткости всех гвоздей одинаковы, силы (7)

$$N_к = \frac{M_x}{\bar{I}_x} y_к + \frac{M_y}{\bar{I}_y} x_к + \frac{N}{n},$$

$$\text{где } \bar{I}_x = \sum_{k=1}^{n} y_k^2 \text{ ; } \bar{I}_y = \sum_{k=1}^{n} x_k^2 .$$

УДК 539.3 /.6

РАСЧЁТ САЙЛЕНТБЛОКА

А.А. Калинин, Е.Н. Ильюшенко

Сайлентблок – это узел, который используется в машиностроительных конструкциях в роли вращательной кинематической пары 5-ого класса, при условии ограниченного взаимного поворота деталей. Например, для соединения рычага подвески легкового автомобиля или рессоры с корпусом. Сайлентблок представляет собой два соосных стальных цилиндра, соединённых друг с другом упругим материалом. Таким материалом может служить резина или иной упругий материал, допускающий большие деформации (рис.1).

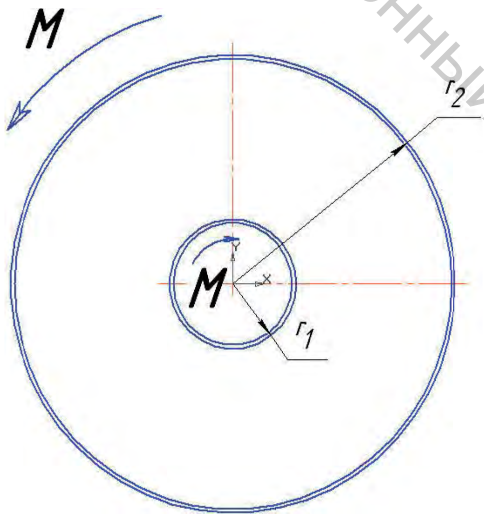

Рисунок 1 - Сайлентблок

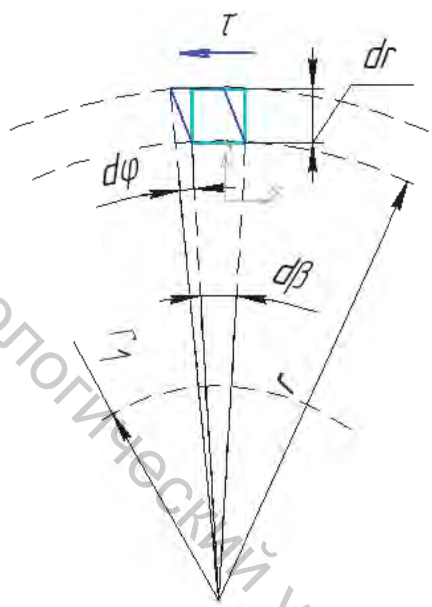

Рисунок 2 - Деформированный элемент

Принимая во внимание большую по сравнению с резиной жёсткость стали, будем полагать стальные цилиндры абсолютно жёсткими и исследуем напряжённо-деформированное состояние резинового цилиндра, нагруженного уравновешенными моментами М (рис.2).

По поверхности мысленно выделенного цилиндра радиуса r распределены касательные напряжения

$$\tau = \frac{M}{Ar} = \frac{M}{2\pi b r^2}, \tag{1}$$

где A - площадь боковой поверхности, b- длина образующей выделенного цилиндра.