

где интенсивности p' , p'' нагрузок задаются формулами (1), силы трения – формулами(2), их равнодействующая – формулами(3). Разрушающая нагрузка и тангенс угла наклона её при отношении $e = 5$

$$Q = \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2} = pl\sqrt{0,105k^2 - 0,1k + 0,394}, \quad \operatorname{tg}\alpha = Q_1/Q_2 -$$

функции коэффициента k ($0 \leq k \leq 1$).

Диаграмма зависимости отношения разрушающей силы Q к разрушающей силе Q_0 , направленной вдоль стержня, от угла наклона силы α , показана на рисунке 4.

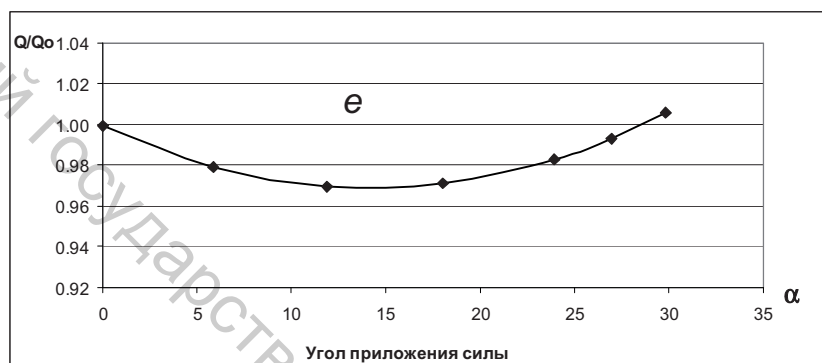


Рисунок 4 – Диаграмма разрушающей силы

Видно, что разрушающая нагрузка сначала убывает, затем возрастает (минимум функции наблюдается при угле внедрения 15 град). Заметно отношение $Q/Q_0 > 1$.

УДК 531.3

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ СТАЦИОНАРНОГО ДВИЖЕНИЯ ЗАМКНУТОЙ НИТИ НА ВРАЩАЮЩЕМСЯ ШКИВЕ

В.Н. Сакевич, А.В. Щелкунов

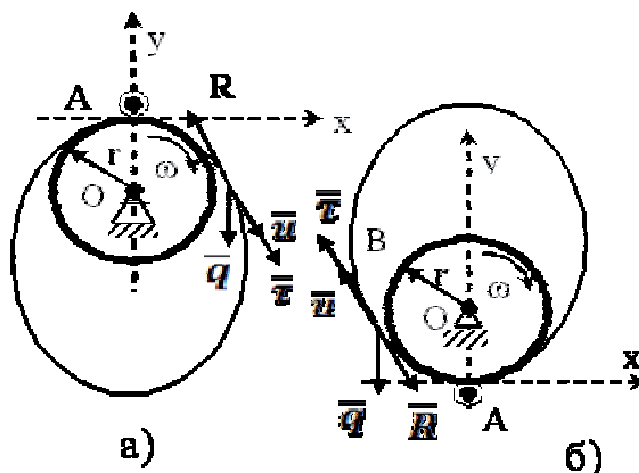


Рисунок 1 – схема движения гибкой
нерастяжимой замкнутой нити

Рассмотрим задачу о стационарном контурном движении гибкой нерастяжимой замкнутой нити, переброшенной через вращающийся шкив, как показано на рис. 1. Рассматривается движение как в вертикальной, так и в горизонтальной плоскости. На нить в вертикальной плоскости вне контакта со шкивом будут приложены следующие силы, отнесенные к единице длины: сила веса $\mathbf{q} = m_0 \mathbf{g}$, где m_0 – линейная плотность нити и сила сопротивления движению \mathbf{R} . Будем считать, что вектор \mathbf{R} в каждой точке направлен по касательной к нити и постоянен по величине, а его значение пропорционально квадрату скорости [1] элемента нити ($R = au^2$). Дуговую координату s будем отсчитывать от точки А по направлению движения нити. Дифференциальные уравнения в случае контурного стационарного движения нити имеют вид [1-3]:

$$\frac{d}{ds} \left(T^* \frac{dx}{ds} \right) + P_X = 0, \quad (1)$$

$$\frac{d}{ds} \left(T^* \frac{dy}{ds} \right) + P_Y = 0, \quad (2)$$

$$\left(\frac{dx}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dy}{ds} \right)^2 = 1, \quad (3)$$

где $T^* = T - m_0 u^2$, $\frac{dx}{ds} = \cos \alpha$, $\frac{dy}{ds} = \cos \beta$, где α и β – углы между касательной и осями координат x и y соответственно.

Для обоих случаев, показанных на рис. 1а и на рис. 1б

$$P_X = -R \frac{dx}{ds}, \quad P_Y = -R \frac{dy}{ds} - q. \quad (4)$$

Уравнения (1) и (2) с учетом (4) примут вид:

$$\frac{d}{ds} \left(T^* \frac{dx}{ds} \right) - R \frac{dx}{ds} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{d}{ds} \left(T^* \frac{dy}{ds} \right) - R \frac{dy}{ds} - q = 0, \quad (6)$$

Интегрируя уравнения (5) и (6) с учетом краевых условий (при $s = 0$, $x = 0$, $y = 0$; при $s = \ell$, $x = 0$, $y = 0$) получим:

$$T^* \frac{dx}{ds} - R \cdot x = \mp (q\ell/2) \sqrt{\mu^2 - 1} \quad (7)$$

$$T^* \frac{dy}{ds} - R \cdot y - q \cdot s = -q\ell/2 \quad (8)$$

$$T = m_0 u^2 + R \cdot s + q \cdot y - R\ell/2 \quad (9)$$

Для нити необходимым условием существования равновесных форм является положительность натяжения \mathbf{T} . Из (9) следует, что натяжение в нити \mathbf{T} достигает минимального значения при $s = 0$, $y = 0$ т. е. $T = m_0 u^2 - R\ell/2 > 0$ или после преобразований:

$$u^2/g\ell((42)1 - 0,5a\ell/m_0) = u^2/g\ell(1 - 0,5b) > 0. \quad (10)$$

Отметим, что из выражения (7) следует, что решение возможно при выполнении условия $|\mu| > 1$ или

$$u^2/g\ell > 1/a\ell/m_0 = 1/b. \quad (11)$$

Рассмотрим движение нити по горизонтальной поверхности. В этом случае силы веса нити на ось y не дают проекций. После решения уравнений получим условие аналогично (11), при котором возможно стационарное движение нити в горизонтальной плоскости. Из соотношения (11) следует, что стационарное

движение нити возможно только при наличии вязкой среды ($R \neq 0$), что получено в [2] при других условиях стационарного контурного движения нити.

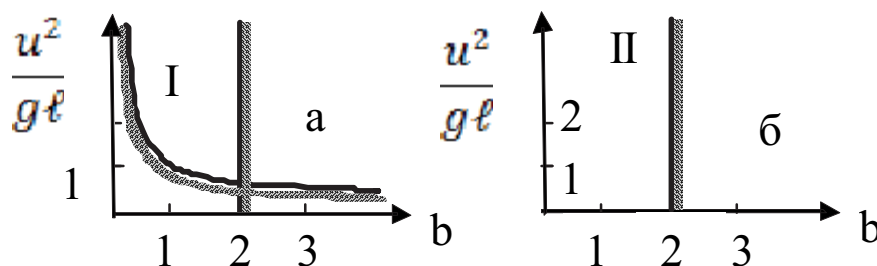


Рисунок 2 – Область существования равновесных форм контурного движения нерастяжимой замкнутой нити: а — при движении нити в горизонтальной плоскости, б — при движении нити в вертикальной плоскости

На рисунке 2 показаны области существования (отмечены I и II) равновесных форм контурного движения нерастяжимой замкнутой нити.

Для подтверждения обнаруженных теоретически динамических эффектов была спроектирована, изготовлена экспериментальная установка и поставлен эксперимент. На рис. 3 показана экспериментальная установка. Эксперимент подтвердил теоретические выводы.

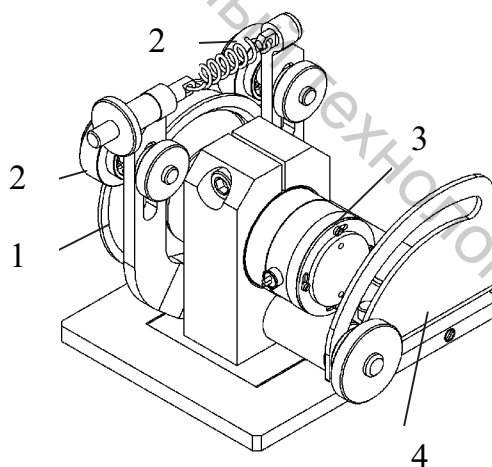


Рисунок 3 — Экспериментальная установка: 1 — шкив; 2 — поджимные ролики; 3 — электродвигатель постоянного тока; 4 — механизм для изменения начального угла наклона движения нити

Список использованных источников

1. Меркин, Д. Р. Введение в механику гибкой нити / Д. Р. Меркин — Москва : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980. — 240 с.
2. Светлицкий, В. А. Механика гибких стержней и нитей / В. А. Светлицкий — Москва: Машиностроение, 1978. — 222 с.
3. Основы механики нити / Ю. В. Якубовский [и др.] Москва: Легкая индустрия, 1973. — 271 с.