$$\frac{dL_2}{dt} = M_\kappa + M_\varepsilon = \frac{\dot{I}L}{I} - \frac{\dot{I}}{I^2} mr^2 L = \frac{\dot{I}L}{I} - \frac{\dot{I}}{I^2} L\left(mr^2 + I_0 - I_0\right) = \frac{\dot{I}L}{I} - \frac{\dot{I}L}{I} + \frac{\dot{I}}{I^2} LI_0 = \frac{\dot{I}LI_0}{I^2}.$$

Тогда $\frac{dL_2}{dt} = \frac{\dot{I}LI_0}{I^2}$. Решая данное уравнение $L_2 = I_0 L \int \frac{\dot{I}}{I^2} dt$ и введя замену $\frac{1}{I} = Z$; $\frac{\dot{I}}{I^2} dt = -dZ$, получим $L_2 = -I_0 L \int dZ = -I_0 LZ + c = -\frac{I_0 L}{I} + c$. При *t=0* $L_2 = \frac{mr^2 L}{I_0}$. Откуда $c = L$, а $L_2 = L - \frac{LI_0}{I} = L - L_1$. Следовательно, и в рассматриваемом случае соблюдаются условия $L_1 + L_2 = L$.

УДК 667.051/.052

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ НИТЕЙ С РАЗРЕЗНЫМ ВОРСОМ

С.В. Жерносек, А.В. Локтионов, Е.А. Корчевская

В настоящее время многокомпонентные нити находят все большее применение, поскольку позволяют расширить ассортимент текстильных изделий, снизить их себестоимость и повысить производительность оборудования. Одними из этих нитей являются нити с разрезным ворсом.

Для разработки нового технологического процесса получения многокомпонентных нитей с разрезным ворсом необходимо аналитически исследовать основные этапы ее формирования.

Одной из основных задач при исследовании технологического процесса формирования нитей с разрезным ворсом является задача определения характера движения ворсового полуфабриката по сборной поверхности с одновременным его разрезанием. Исследование натяжного компонента при его навивании и осевом перемещении по криволинейной сборной поверхности позволяет стабилизировать технологический процесс в целом и получить ворсовую пряжу требуемого качества. Описание ее движения позволит определить силы натяжения нити, что обеспечит снижение ее обрывности. Необходимо аналитически описать случай установившегося движения гибкой нити по шероховатой поверхности плоской кривой.

При однородной растяжимой нити через каждую точку по направляющей в единицу времени проходит одинаковая масса нити

$$\mu \cdot v = \mu_0 \cdot v_0 = m = const, \quad (1)$$

где μ_0 – постоянная линейная плотность нити до растяжения, μ – линейная плотность движущейся нити, *v* – линейная скорость контурного движения растянутой нити, v_0 – постоянная скорость нерастянутой нити.

Пользуясь законом сохранения массы элемента однородной, растяжимой нити, получена формула контурного движения нити

$$v = v_0 \cdot f(T), \quad (2)$$

где $f(T) = \mu_0 / \mu$, *T* – натяжение нити.

Составим уравнения движения элемента однородной растяжимой гибкой нити по направляющей с кулоновым трением:

$$\frac{dT}{ds} - (k \cdot N + A) = \mu \cdot \omega_\tau,$$

$$\frac{T}{\rho} - N = \mu \cdot \omega_\nu,$$

$$\frac{dl}{ds} = f(T),\ \rho = \rho(\varphi), \tag{3}$$

где *N* – нормальная реакция поверхности, отнесенная к единице длины направляющей, ω_τ, ω_ν – проекции ускорения элемента нити на направления касательной и нормали нити соответственно, ρ – радиус кривизны траектории, *l* – длина нити, s, φ – координаты.

Пользуясь законом сохранения массы элемента и оператором

$$\frac{d}{ds} = \frac{1}{\rho(\varphi)} \cdot \frac{d}{d\varphi} \tag{4}$$

преобразуем уравнения (3) к виду:

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dT}{d\varphi} - \frac{\mu_0}{f(T)} \cdot \omega_\tau = k \cdot N + A, \tag{5}$$

$$N = \frac{T}{\rho} - \frac{\mu_0}{f(T)} \cdot \omega_\nu. \tag{6}$$

С учетом формулы контурного движения нити и оператором (4) имеем:

$$\omega_\tau = \frac{f \cdot v_0^2}{\rho} \cdot \frac{\partial f}{\partial T} \cdot \frac{dT}{d\varphi}, \tag{7}$$

$$\omega_\nu = \frac{v_0^2 \cdot f^2}{\rho}. \tag{8}$$

Используя (7), (8), представим формулы (5) и (6) в виде:

$$\frac{dT}{d\varphi} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \left(1 - \mu_0 \cdot v_0^2 \cdot \frac{\partial f}{\partial T}\right) = k \cdot N + A, \tag{9}$$

$$N = \frac{1}{\rho} \cdot \left(T - \mu_0 \cdot v_0^2 \cdot f(T)\right). \tag{10}$$

Уравнение (9) можно записать в следующей форме:

$$\frac{\partial N}{\partial T} \cdot \frac{dT}{d\varphi} = k \cdot N + A. \tag{11}$$

С другой стороны, из уравнения (10) следует, что

$$\frac{\partial N}{\partial \rho} = \frac{-N}{\rho}. \tag{12}$$

Отсюда получаем линейное уравнение:

$$\frac{dN}{d\varphi}+\left(\frac{1}{\rho}\cdot\frac{d\rho}{d\varphi}-k\right)\cdot N-A=0. \quad (13)$$

Примем начальные условия на набегающем конце нити:

$$\varphi=0,\quad T=T_0\ ,\ \rho=\rho_0\ ,\quad N=N_0\,. \quad (14)$$

Проинтегрировав уравнение (13) с начальными условиями (14) на границе, получим:

$$N=\frac{\rho_0\cdot e^{k\varphi}}{\rho(\varphi)}\cdot\left(N_0+\frac{A}{\rho_0}\cdot\int_0^{\varphi}\rho(\varphi)\cdot e^{-k\varphi}\cdot d\varphi\right). \quad (15)$$

Подставив (15) в выражение в (10), получим

$$T-\mu_0\cdot v_0^2\cdot f(T)=e^{k\varphi}\cdot\left(T_0-\mu_0\cdot v_0^2\cdot f(T_0)+A\cdot\int_0^{\varphi}\rho(\varphi)\cdot e^{-k\varphi}\cdot d\varphi\right). \quad (16)$$

Таким образом, натяжение однородной растяжимой гибкой нити при установившемся движении нити по шероховатой направляющей с кулоновым трением находится в общем случае в квадратурах.

Список использованных источников

1. Шербаков, В. П. Прикладная механика нити / В. П. Щербаков. – Москва : РИО МГТУ им. А.Н. Косыгина, 2001.
2. Меркин, Д. Р. Введение в механику гибкой нити / Д. Р. Меркин – Москва : Наука, 1980.

УДК 531.8

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ ПРИ ВРАЩАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

А.С. Соколова, А.В. Локтионов

Рассмотрим диск, который вращается в горизонтальной плоскости вокруг оси *Oz* (рис. 1). Требуется найти, по какому закону будет двигаться вдоль радиуса диска тело массы m (точка M), помещенного в начальный момент на расстоянии x_0 от точки O, и какой момент $M_{вр}$ должен быть приложен к диску, чтобы он при этом вращался равномерно со скоростью ω.