Второе равенство означает равенство сопряжённых комплексных чисел и выполняется автоматически. Рассмотрим первое равенство и возведём его в квадрат:

$$\frac{1}{a^2}+c_1^{\,2}+c_2^{\,2}a^2+2c_1\frac{1}{a}+2c_2+2c_1c_2a=$$

$$=\frac{1}{a^2+b^2}+c_1^{\,2}+c_2^{\,2}(a^2+b^2)+2c_1\frac{a}{a^2+b^2}+2c_2\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}+2c_1c_2a$$

Учитывая (4), имеем

$$c_1\left(\frac{2}{a}-\frac{2a}{a^2+b^2}\right)=-\frac{1}{a^2}-\frac{a^2}{(a^2+b^2)^2}+2\frac{a^2-b^2}{(a^2+b^2)^2},$$

$$c_1\frac{2b^2}{a(a^2+b^2)}=\frac{-(a^2+b^2)^2-a^4+2a^2(a^2-b^2)}{a^2(a^2+b^2)^2},\; c_1\frac{2b^2}{a(a^2+b^2)}=\frac{-4a^2b^2-b^4}{a^2(a^2+b^2)^2},$$

$$c_1=-\frac{4a^2+b^2}{2a(a^2+b^2)}. \qquad (5)$$

Рассмотрим первое и пятое уравнение в системе (3). Т.к. $\lambda_2=\lambda_3$, то

$$\begin{cases}\lambda_1\left(\frac{1}{a}+c_1+c_2a\right)+2\lambda_2\left(\frac{a}{a^2+b^2}+c_1+c_2a\right)=0\\ \lambda_1+2\lambda_2=1,\ \lambda_1,\lambda_2\geq 0.\end{cases}$$

Тогда $2\lambda_2=1-\lambda_1$, $\lambda_1\frac{b^2}{a(a^2+b^2)}=\frac{b^2}{2a(a^2+b^2)}$. Значит, $\lambda_1=\frac{1}{2}$, $\lambda_2=\lambda_3=\frac{1}{4}$ и $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3>0$. Система (3) решена.

$$\min\|P(z)\|_M=\left|\frac{1}{z_1}+c_1+c_2z_1\right|=\left|\frac{1}{a}-\frac{4a^2+b^2}{2a(a^2+b^2)}+\frac{a}{a^2+b^2}\right|=\frac{b^2}{2a(a^2+b^2)}$$

Список использованных источников

1. Иоффе, А. Д. Теория экстремальных задач / А. Д. Иоффе, В. М. Тихомиров. – Москва : Наука, 1976. – 480 с.

УДК 539.194

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПАРАМЕТРОВ ИНТЕНСИВНОСТИ В ЛАЗЕРНЫХ СТЕКЛАХ

Студ. Ковалева В.А., доц. Дунина Е.Б., проф. Корниенко А.А.
УО «Витебский государственный технологический университет»

Для описания интенсивности спектров поглощения лазерных стекол применяют различные варианты теории интенсивности. Вопрос о наиболее адекватном варианте не решен до настоящего времени. Вместе с тем важная информация заключена в величине погрешностей параметров интенсивности. Однако алгоритмы и методы расчета погрешностей параметров интенсивности практически не разработаны. В связи с этим в данной работе предлагается новый алгоритм расчета погрешностей параметров и выполнено сравнение погрешностей, вычисленных по разным алгоритмам.

Абсорбционные переходы характеризуются силами линий, для вычисления которых применяют метод Джадда-Офельта:

$$S_{JJ'} = e^2 \sum_k \Omega_k \left\langle 4f^N SLJ \left\| U^k \right\| 4f^N S'L'J' \right\rangle^2 , \qquad (1)$$

где Ω_k – параметры интенсивности, $\left\langle 4f^N SLJ \left\| U^k \right\| 4f^N S'L'J' \right\rangle$ – приведенные матричные элементы тензорного оператора U^k.

Для сравнения выполнен расчет погрешностей по трем алгоритмам. В качестве основного алгоритма был выбран расчет погрешностей по методу наименьших квадратов (МНК). Расчетные формулы в МНК громоздкие, поэтому они здесь не приводятся.

Суть второго алгоритма сводится к следующему:

а) минимизируя компьютерными методами сумму квадратов отклонения теоретических значений физических величин от экспериментальных в первую очередь, определяются оптимальные значения параметров и среднее квадратическое отклонение $\sigma_{эксп}$;

б) используя оптимальные параметры, на основе матричных или аналитических уравнений вычисляются оптимальные значения физических величин;

в) в дальнейших вычислениях все параметры, кроме одного, для которого вычисляется погрешность, фиксируются. Выбранный параметр варьируется до тех пор, пока среднее квадратическое отклонение вычисленных физических величин от оптимальных не станет равным $2\sigma_{эксп}$.

Полученное отклонение выделенного параметра от его первоначального оптимального значения и есть погрешность.

Рассмотрим третий алгоритм. Согласно теории погрешностей в косвенных измерениях среднее квадратическое отклонение можно записать через погрешности параметров интенсивностей:

$$\sigma_{эксп} = \sqrt{\sum_{k=2,4,6} \sum_{J'} \left(\frac{\partial S_{JJ'}}{\partial \Omega_k} \right)^2 (\delta\Omega_k)^2 \Big/ N(N-1)} . \qquad (2)$$

Расчет $\sigma_{эксп}$ и производных $\frac{\partial S_{JJ'}}{\partial \Omega_k}$ компьютерными методами не представляет труда. Выражение (2) можно рассматривать как уравнение относительно неизвестных погрешностей $\delta\Omega_k$. Предположим, что $\delta\Omega_2, \delta\Omega_4, \delta\Omega_6$ дают равноправный вклад в $\sigma_{эксп}$. Тогда уравнение (2) приближенно можно записать в более простой форме:

$$\sigma_{эксп} = 3 \sqrt{\sum_{J} \left(\frac{\partial S_{JJ'}}{\partial \Omega_j} \right)^2 (\delta\Omega_j)^2 \Big/ N(N-1)} . \qquad (3)$$

Из этого уравнения легко найти искомые погрешности $\delta\Omega_i$.

Конкретные расчеты были выполнены для борованадатных стекол, активированных ионами празеодима [1]. Такие стекла нашли практическое применение в лазерах, усилителях в оптоэлектронных линиях и преобразователях излучения из одного диапазона в другой.

Результаты расчетов по приведенным алгоритмам приведены в таблице.

Таблица – Параметры интенсивности и их погрешности, вычисленные различными способами

	Первый алгоритм (МНК)	Второй алгоритм	Третий алгоритм
Ω_2	2,589	2,741	2,741
Ω_4	3,323	3,111	3,111
Ω_6	2,699	2,761	2,761
$\delta\Omega_2$	4,265	4,258	3,110
$\delta\Omega_4$	3,560	3,58	1,189
$\delta\Omega_6$	1,290	2,46	1,120

Как видно из таблицы, значения погрешностей параметров интенсивностей, определенные по разным алгоритмам, удовлетворительно согласуются между собой. Во всех случаях погрешность параметра Ω_2 превосходит оптимальное значение самого параметра, и это свидетельствует о неадекватности метода Джадда-Офельта для описания экспериментальных данных в этих стеклах. Второй и третий алгоритм вычисления погрешностей более удобен для компьютерной реализации, чем первый алгоритм. Их можно применять для более сложных теорий интенсивностей, когда МНК неприменим.

Список использованных источников

1. Spectroscopic studies of the Pr3+-doped borovanadate glass / M. El Okr, M. Farouk, M. El-Sherbiny e.a. // J. Alloys and Compounds. – 2010. – Vol. 490. – P. 184–189.

УДК 004:330.322

МЕТОДЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РЕСУРСА ОБОРУДОВАНИЯ

Ст. преп. Вардомацкая Е.Ю., студ. Липский Д.А.

УО «Витебский государственный технологический университет»

В настоящее время перед всеми предприятиями легкой промышленности Республики Беларусь поставлена задача повышения качества и выпуска конкурентоспособной продукции, решения проблемы импортозамещения, снижения энергозатрат и стоимости оборудования. А это требует модернизации соответствующего оборудования, позволяющего решать новые задачи. Современные компьютер-