$$l_{NE}=\frac{k}{4\cdot R}\left(ln\left|tgt+\sqrt{1+tg^2t}\right|+tgt\cdot\sqrt{1+tg^2t}\right)\Bigg|_0^{arctg\frac{2b\sqrt{R}}{k}}$$

или

$$l_{NE}=\frac{k}{4\cdot R}\left(ln\left|tgarctg\frac{2b\sqrt{R}}{k}+\sqrt{1+tg^2arctg\frac{2b\sqrt{R}}{k}}\right|+tgarctg\frac{2b\sqrt{R}}{k}\cdot\sqrt{1+tg^2arctg\frac{2b\sqrt{R}}{k}}\right)=$$

$$=\frac{k}{4\cdot R}\cdot\left(ln\left|\frac{2b\sqrt{R}}{k}+\sqrt{1+\frac{4b^2R}{k^2}}\right|+\frac{2b\sqrt{R}}{k}\cdot\sqrt{1+\frac{4b^2R}{k^2}}\right).$$

С учётом координат точек $N\left(0;\frac{R^3}{k}\right)$ и $E\left(\frac{b}{\sqrt{R}};a\cdot\frac{\sqrt{R^3}+b}{\sqrt{k}}\right)$ окончательно формула имеет следующий вид:

$$l_{NE}=\frac{1}{4\cdot k\cdot R}\cdot\left(k^2\cdot ln\left|\frac{2b\sqrt{R}+\sqrt{k^2+4b^2R}}{k}\right|+2b\sqrt{R}\cdot\sqrt{k^2+4b^2R}\right). \qquad (18)$$

На основании формул (17) и (18) длина дуги, получаемой в сечении деформированного образца плоскостью Oxy, будет равна:

$$L=2\left(\frac{1}{4kR}\left(k^2\cdot ln\left|\frac{2\cdot b\cdot\sqrt{R}+\sqrt{k^2+4\cdot b^2\cdot R}}{k}\right|+2b\sqrt{R}\cdot\sqrt{k^2+4\cdot b^2\cdot R}\right)+\frac{a\cdot\sqrt{k^2+4\cdot b^2\cdot R}}{\sqrt{k\cdot R}}\right).$$

Введём обозначение

$$m=\sqrt{k^2+4\cdot b^2\cdot R}. \qquad (19)$$

В результате получаем формулу длины дуги L, которая зависит только от исходных параметров:

$$L=2\cdot\left(\frac{1}{4\cdot k\cdot R}\cdot\left(k^2\cdot ln\left|\frac{2\cdot b\cdot\sqrt{R}+m}{k}\right|+2\cdot b\cdot\sqrt{R}\cdot m\right)+\frac{a\cdot m}{\sqrt{k\cdot R}}\right). \qquad (20)$$

Используя формулы (16) и (20) находим величину относительной меридиальной деформации при продавливании на высоту h параболоидом вращения:

$$\varepsilon_m=\frac{L=2\cdot\left(\frac{1}{4\cdot k\cdot R}\cdot\left(k^2\cdot ln\left|\frac{2\cdot b\cdot\sqrt{R}+m}{k}\right|+2\cdot b\cdot\sqrt{R}\cdot m\right)+\frac{a\cdot m}{\sqrt{k\cdot R}}\right)-2R}{2R}\cdot 100\%,$$

или после преобразования:

$$\varepsilon_m=\frac{k^2\cdot ln\left|\frac{2\cdot b\cdot\sqrt{R}+m}{k}\right|+2\cdot b\cdot\sqrt{R}\cdot m+2\cdot a\cdot m\cdot\sqrt{k\cdot R}-4\cdot k\cdot R^2}{4\cdot k\cdot R^2}\cdot 100\%. \qquad (21)$$

Как и формула (15) формула (21) позволяет производить расчёт величины относительного удлинения деформированного образца по меридиану в зависимости только от значения высоты продавливания h и с учётом значений параметров a, b и m, определяемых соответственно формулами (8), (9) и (19).

Полученные формулы (15) и (21) позволяют находить значения получаемых величин относительного приращения площади и относительной меридиальной деформации в зависимости от высоты подъёма пуансона параболоидной формы при продавливании образца в виде круга. Эти формулы могут быть использованы при конструировании различных приспособлений к разрывным машинам или самостоятельных приборов и устройств, в которых двухосное растяжение осуществляется жёстким пуансоном в форме параболоида вращения, который в отличие от наиболее часто применяемой стандартной сферической формы имеет большее колличество параметров. Построенная математическая модель процесса формования листовых материалов поверхностью параболоида вращения является одной из попыток приблизить лабораторные исследования деформационных свойств обувных материалов к реальному процессу формования заготовок верха обуви на обувной колодке.

Список используемых источников

1. ГОСТ 938.16 – 70 Кожа. Метод определения прочности кожи и лицевого слоя при продавливании шариком. – Москва : Издательство стандартов, 1970. – 4 с.
2. ГОСТ 29078 – 91 Кожа. Метод испытания сферическим растяжением. – Введ. 1992–01–07. – Москва : Госстандарт : Изд-во стандартов, 1992. – 13 с.
3. Куприянов, М. П. Деформационные свойства кожи для верха обуви / М. П. Куприянов. – Москва : Легкая индустрия, 1969. – 246 с.
4. Зурабян, К. М. Материаловедение в производстве изделий лёгкой промышленности : учеб. для вузов / К. М. Зурабян [и др.]. – Москва : ИИЦ МГУДТ, 2003. – 384 с.
5. Зыбин, А. Ю. Двухосное растяжение материалов для верха обуви / А. Ю. Зыбин. – Москва : Легкая индустрия, 1974. − 120 с.
6. Дмитриев, А. П. Деформация листовых материалов на поверхности эллипсоида вращения / А. П. Дмитриев, Ю. А. Завацкий, О. А. Буркина // Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта. – № 5 (59), 2010. − С. 16-20.
7. Пискунов, С. Н. Дифференциальное и интегральное исчисление / С. Н. Пискунов. – Москва : Наука, 1978. – 465 с.

Статья поступила в редакцию 22.03.2012.

Выходные данные

Дмитриев, А. П. Расчёт величин деформации при формовании обувных материалов параболоидом вращения / А. П. Дмитриев, А. В. Коваленко // Вестник Витебского государственного технологического университета . ─ 2013. ─ № 24. ─ С. 7.