

$$\dot{z}_1 = -\frac{P_A(z_1)}{P'_U(z_1)}. \quad (12)$$

Поскольку  $P_U(z) = z^3 + u_1 z^2 + u_2 z + u_3$ , то  $P'_U(z) = 3z^2 + 2u_1 z + u_2$ . Используем равенство (8):  $u_1 = (u_{10} - a_1)e^{-t} + a_1$ ,  $u_2 = (u_{20} - a_2)e^{-t} + a_2$ . Тогда

$$\begin{aligned} P'_U(z) &= 3z^2 + 2((u_{10} - a_1)e^{-t} + a_1)z + (u_{20} - a_2)e^{-t} + a_2 = \\ &= (3z^2 + 2a_1 z + a_2) + ((3z^2 + 2u_{10} z + u_{20}) - (3z^2 + 2a_1 z + a_2))e^{-t} = P'_A(z) + (P'_{U_0}(z) - P'_A(z))e^{-t}. \end{aligned}$$

Уравнение (10) принимает вид

$$\dot{z}_1 = -\frac{P_A(z_1)}{P'_A(z_1) + (P'_{U_0}(z_1) - P'_A(z_1))e^{-t}}.$$

Аналогичный вид принимают остальные компонентные равенства матричного равенства (9). В результате получаем три уравнения

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = -\frac{P_A(z_1(t))}{P'_A(z_1(t)) + (P'_{U_0}(z_1(t)) - P'_A(z_1(t)))e^{-t}} \\ \dot{z}_2(t) = -\frac{P_A(z_2(t))}{P'_A(z_2(t)) + (P'_{U_0}(z_2(t)) - P'_A(z_2(t)))e^{-t}} \\ \dot{z}_3(t) = -\frac{P_A(z_3(t))}{P'_A(z_3(t)) + (P'_{U_0}(z_3(t)) - P'_A(z_3(t)))e^{-t}} \end{cases}$$

Заметим, что эти уравнения можно решать независимо друг от друга. Переходя к пределу при  $t \rightarrow +\infty$ , получим три различных решения уравнения (1):

$$\zeta_1 = \lim_{t \rightarrow +\infty} z_1(t), \quad \zeta_2 = \lim_{t \rightarrow +\infty} z_2(t), \quad \zeta_3 = \lim_{t \rightarrow +\infty} z_3(t).$$

Тройка  $(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3)$  является некоторой перестановкой тройки  $Z_A = (z_{A1}, z_{A2}, z_{A3})$ .

#### Список использованных источников

1. Трубников Ю. В. Оптимальные итерационные процессы / Ю. В. Трубников, О. В. Пышненко, И. А. Орехова. – «ВГУ им. П. М. Машерова» 2009. – 94с.

УДК 687.05-52

## ОПТИМИЗАЦИЯ ЗАКОНА ДВИЖЕНИЯ ШАГОВОГО ДВИГАТЕЛЯ НА ШВЕЙНОМ ПОЛУАВТОМАТЕ

*Студ. Жолудев К.С., ст. преп. Статковский Н.С.*

*Витебский государственный технологический университет*

На импульсный шаговый двигатель подается ускорение  $\ddot{\varphi}$  вращения вала двигателя. Через исполнительный механизм вращение вала преобразуется в перемещение каретки швейной машины (см. рис. 1).

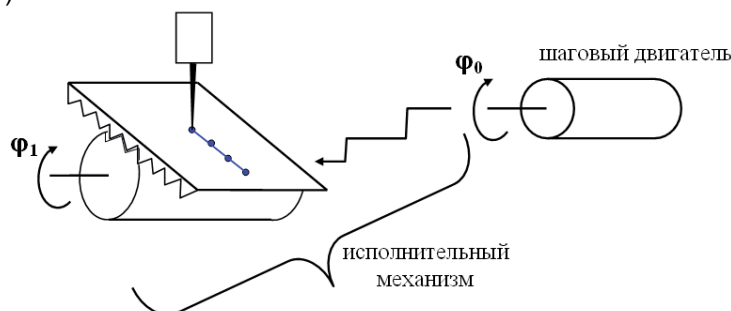


Рисунок 1 – Система «шаговый двигатель – исполнительный механизм»

На выходе исполнительного механизма получаем угол  $\varphi_1$  и скорость  $\dot{\varphi}_1$ . Шаговый двигатель работает в режиме “старт-стоп”, поэтому основные нагрузки на исполнительный механизм – динамические, возникающие при ускоренном движении. В исполнительном механизме возникает момент кручения  $M_{кр}$ , который гасит подаваемую скорость:  $\dot{\varphi}_1 < \dot{\varphi}_0$ .

На увеличение производительности работы системы влияет выбор закона входного ускорения  $\ddot{\varphi}_0$ . При увеличении  $\ddot{\varphi}_0$  растёт момент кручения  $M_{кр}$  и увеличивается динамическая ошибка  $\theta = \varphi_1 - \varphi_0$ . Уменьшение входного ускорения  $\ddot{\varphi}_0$  приводит к уменьшению внешнего воздействия на систему и вращение  $\dot{\varphi}_1$  замедляется.

В работе исследуется относительная величина динамической ошибки  $\theta = \varphi_1 - \varphi_0$ .

На фиксированном интервале времени разгона двигателя на  $[0; t_p]$  в классе кубических спланов будем искать функцию  $\ddot{\varphi}_0$ , при которой относительная величина ошибки  $\theta$  минимальна.

Исследования будем проводить при следующих предположениях:

- а) приведенный момент инерции исполнительного механизма  $J_M(\varphi_1)$  – постоянный,
- б) пренебрегаем моментом сил сопротивления  $M_C \approx 0$ ,
- в) характеристики двигателя идеальны,
- г) закон движения ротора двигателя  $\varphi_0(t)$  задан.

Уравнение движения системы может быть записано в виде

$$J_M(\varphi_1) \cdot \ddot{\varphi} = M_{кр},$$

(1)

$$M_{кр} = c(\varphi_0 - \varphi_1) + b(\dot{\varphi}_0 - \dot{\varphi}_1) = -c\theta - b\dot{\theta}$$

(2)

где  $c$  – коэффициент, характеризующий жесткость механизма (Н·м),  
 $b$  – коэффициент вязкого сопротивления (Па·с).

Из (1) и (2) с учетом равенств  $\theta = \varphi_1 - \varphi_0$ ,  $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_0 + \dot{\theta}$  получим дифференциальное уравнение

$$\ddot{\theta} + 2n\dot{\theta} + k^2\theta = -\ddot{\varphi}_0$$

(3)

где  $2n = b / J_M$ ,  $n$  – коэффициент, характеризующий диссипативные свойства системы,  
 $k^2 = c / J_M$ ,  $k$  – собственная частота колебаний системы без учета сил сопротивления

(Гц).

В начальный момент времени

$$\theta(0) = 0, \quad \dot{\theta}(0) = 0$$

(4)

Частное решение в общем виде уравнения (3) с нулевыми начальными условиями (4) записывается с помощью интеграла Дюамеля

$$\theta(t) = \frac{1}{k} \cdot \int_0^t (-\ddot{\varphi}_0(t)) \cdot e^{-n(t-\mu)} \cdot \sin(k_1(t-\mu)) dx,$$

(5)

после вычисления которого получим

$$\theta(t) = \frac{-\ddot{\varphi}_0(t)}{n^2 + k^2} \cdot \left( 1 - e^{-nt} \left( \cos k_1 t + \frac{n}{k_1} \sin k_1 t \right) \right)$$

(6)

где  $k_1 = \sqrt{k^2 - n^2}$  – собственная частота системы с учетом сил сопротивления.

Значения констант  $k_1 = 24029.3$  (Гц),  $n = 189.8314$ , входящих в формулы и уравнения, вычислены для конкретного швейного полуавтомата. Зафиксируем также время  $t_p = 0,006$  сек – примерное значение времени разгона двигателя для стяжка 2 мм.

На отрезке  $[0; t_p]$  зададим сетку

$$0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1} < t_n = t_p$$

(7)

с постоянным шагом  $h = t_k - t_{k-1}$ . В этих точках зададим значения функции  $\ddot{\varphi}_0$ :

$$f_0 < f_1 < f_2 < \dots < f_{n-1} < f_n = f_p.$$

(8)

Построим кубический сплайн на отрезке  $[0; t_p]$

$$\ddot{\varphi}_0(t)_{[m]} = M_{m-1} \frac{(t_m - t)^3}{6h} + M_m \frac{(t - t_{m-1})^3}{6h} + C_m \frac{t_m - t}{h} + D_m \frac{t - t_{m-1}}{h}, \quad t \in [t_{m-1}; t_m], \quad m = 1, \dots, n$$

(9)

где  $M_k, C_k, D_k$  – постоянные, которые вычисляются по заданным числам  $t_1, \dots, t_n, f_0, f_1, \dots, f_n$  по формулам:

$$C_m = f_{m-1} - M_{m-1} \frac{h^2}{6}, \quad D_m = f_m - M_m \frac{h^2}{6}, \quad m = 1, \dots, n,$$

$$M_{m-1} = \alpha_m M_m + \beta_m, \quad m = n-1, \dots, 1, 0, \quad M_n = \frac{F_n - \beta_n}{\alpha_n + 2},$$

$$\alpha_1 = -\frac{1}{2}, \quad \beta_1 = \frac{F_0}{2}, \quad \alpha_{i+1} = \frac{-1}{\alpha_i + 4}, \quad \beta_{i+1} = \frac{F_i - \beta_i}{\alpha_i + 4}, \quad i = 1, \dots, n-1,$$

$$F_0 = \frac{6}{h} \left( \frac{f_1 - f_0}{h} - A_0 \right), \quad F_m = \frac{6}{h^2} (f_{m-1} - 2f_m + f_{m+1}), \quad m = 1, \dots, n-1, \quad F_n = \frac{6}{h} \left( A_n - \frac{f_n - f_{n-1}}{h} \right),$$

$A_0, A_n$  – наклоны функции в точках  $t_0$  и  $t_n$  – заданные числа.

Функция (9) дважды непрерывно дифференцируема. Её значения в точках (7) совпадают со значениями (8), а две первые её производные совпадают в точках (7).

Дважды проинтегрируем сплайн (9) и получим функцию угла шагового двигателя

$$\varphi_0(t)_{[m]} = M_{m-1} \frac{(t_m - t)^5}{120h} + M_m \frac{(t - t_{m-1})^5}{120h} + C_m \frac{(t_m - t)^2}{6h} + D_m \frac{(t - t_{m-1})^2}{6h} + P_m \cdot t + Q_m, \quad (10)$$

для  $t \in [t_{m-1}, t_m], m = 1, \dots, n$ , где коэффициенты интегрирования  $P_m$  и  $Q_m$  вычисляются по формулам

$$P_1 = f_0 \frac{h}{2} - M_0 \frac{h^3}{24}, \quad P_{m+1} = P_m - M_m \frac{h^3}{12} + hf_m,$$

$$Q_1 = \frac{7}{360} M_0 h^4 - f_0 \frac{h^2}{6}, \quad Q_{m+1} = Q_m + P_m t_m - P_{m+1} t_{m+1}, \quad m = 1, \dots, n.$$

Из формул (6), (9) получим

$$\theta(t)_{[m]} = \frac{-\ddot{\varphi}_0(t)_{[m]}}{n^2 + k^2} \cdot \left( 1 - e^{-nt} \left( \cos k_1 t + \frac{n}{k_1} \cos k_1 t \right) \right), \quad t \in [t_{m-1}, t_m], \quad m = 1, \dots, n; \quad (11)$$

из  $\varphi_1 = \varphi_0 + \theta$ , (10) и (11) найдем функцию угла исполнительного механизма

$$\varphi_1(t)_{[m]} = \varphi_0(t)_{[m]} + \theta(t)_{[m]}, \quad t \in [t_{m-1}, t_m], \quad m = 1, \dots, n$$

(12)

Величину относительной погрешности  $\theta(t)$  зададим формулой

$$\sigma(f_0, f_1, \dots, f_n) = \left( 100 \cdot \sum_{m=1}^n \int_{t_{m-1}}^{t_m} \theta(t)_{[m]} dt \right) / \left( \sum_{m=1}^n \int_{t_{m-1}}^{t_m} \varphi_1(t)_{[m]} dt \right)$$

Минимизируем величину  $\sigma(f_0, f_1, \dots, f_n)$  на сетке (7) на множестве значений (8),

удовлетворяющих неравенствам  $0 \leq f_0 \leq M, \dots, 0 \leq f_n \leq M$ ,

где  $M = 6000$  (рад./сек<sup>2</sup>) – фиксированное “максимальное” ускорение для конкретного швейного полуавтомата. Учтем также зависимость момента кручения  $M_{кр}$  от частоты вращения вала двигателя  $M_{кр}(\omega) \leq 0.646 - 0.0054 \cdot \omega + 0.0000196 \cdot \omega^2$ , полученную квадратичной аппроксимацией экспериментально полученных данных.

С помощью программ компьютерных матпакетов проведена оптимизация параметра

$\sigma(f_0, f_1, \dots, f_n)$ . На сетке  $\{0, 0.001, 0.002, 0.003, 0.004, 0.005, 0.006\}$  для значений  $\{5840, 6000, 4350, 3500, 4530, 5500, 4000\}$  получена кубическая сплайн-функция (см. рис.2).

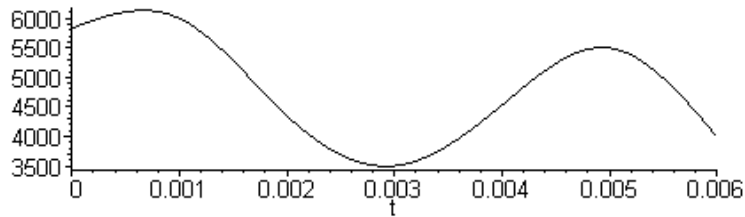


Рисунок 2 – График ускорения  $\ddot{\varphi}_0$  вращения вала двигателя

с относительной погрешностью  $\sigma(f_0, f_1, \dots, f_6) = 0,026 (\%)$ . Это значение меньше, чем аналогичные погрешности для некоторых типовых функций, исследуемых в литературе. Например для  $\ddot{\varphi}_0 = 6000 \cdot \sin(\pi t / t_p)$   $\sigma(f_k) = 0,032 (\%)$ , для  $\ddot{\varphi}_0 = \varepsilon_0 = 6000$   $\sigma(f_k) = 0,029 (\%)$ .

УДК 534.321.9: 621.762.4

## ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ МЕХАНОАКТИВАЦИИ ПОРОШКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ

Студ. Быстриков П.А., студ. Павленко В.Н., доц. Шилин А.Д.  
Витебский государственный технологический университет

Исследование процесса интенсивных механических воздействий на пресс-порошок с использованием энергии ультразвуковых колебаний показало, что это приводит к измельчению частиц порошка [1]. Цель данной работы - изучение влияния различных методов ультразвуковой механоактивации на формирование кристаллической структуры соединения  $BaAl_2Si_2O_8$ . Данное соединение вызывает большой интерес с точки зрения синтеза тугоплавких силикатных материалов и изделий технической керамики. Материалы данной системы находят применение при получении бариево-алюминатных цементов, высокочастотной цельзиановой керамики, огнеупоров и других материалов специального назначения.

Для исследования влияния механоактивации на формирование кристаллической структуры порошок синтезированного материала подвергали ультразвуковой обработке при нормальном атмосферном давлении с использованием генератора ультразвуковых колебаний УЗДН-2Т мощностью 0,4 кВт, по схеме представленной на рис. 1.

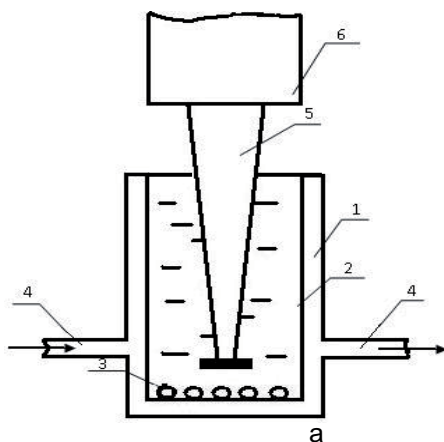


Рисунок 1 – Схема ультразвуковой механоактивации порошковых материалов с помощью погружного волновода (5), (а) и вид экспериментальной установки (б): 1– кювета с порошком; 2– жидкость; 3 – обрабатываемый порошок; 4 – охлаждающие патрубки; 5- концентратор; 6 - магнитострикционный преобразователь.