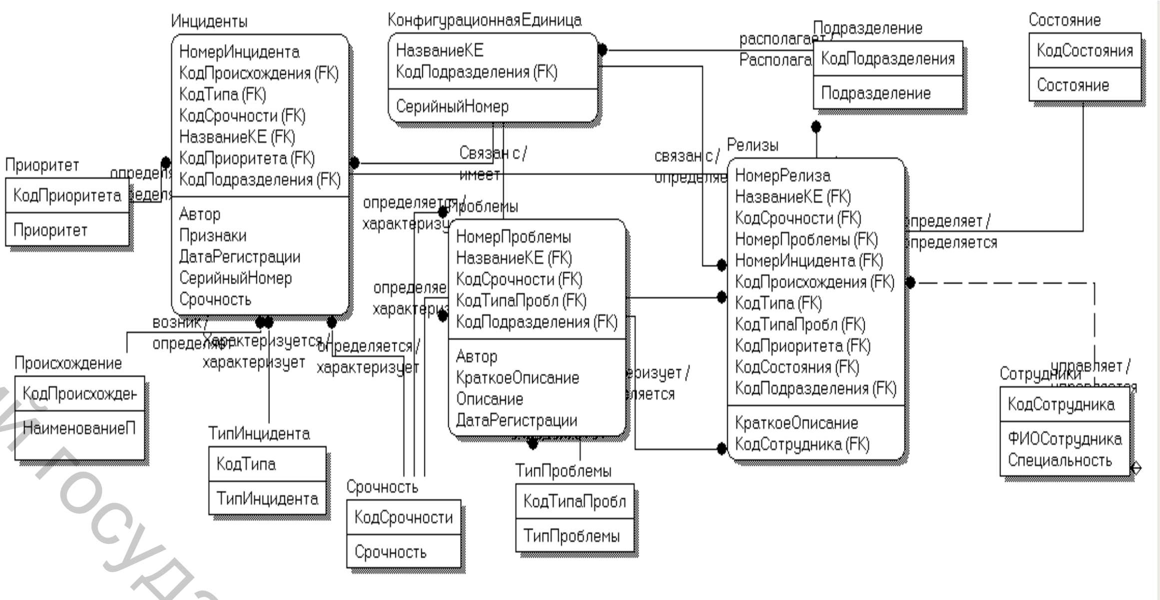

Рисунок 2 – Диаграмма сущностей и связей концептуальной модели подсистемы Service Desk

Атрибут «НомерИнцидента» будет являться ключом сущности и идентифицировать каждую запись. Сущность связана также с сущностями «Приоритет», «ТипИнцидента», «Происхождение», «Срочность», «Релизы» и «КонфигурационныеЕдиницы».

Сущность «Проблемы» предназначена для обработки существующих проблем и планирования работ по их разрешению. Проблема- это неизвестная причина одного или нескольких инцидентов. Первичным ключом сущности «Проблемы» будет атрибут «КодПроблемы». Сущность связана также с такими сущностями как «Срочность», «ТипПроблемы» и «Релизы».

Сущность «Происхождение» необходима для фиксирования формы оповещения об инциденте (e-mail, web, звонок или прямое обращение). Атрибут «КодПроисхождения» является первичным ключом сущности.

Сущность «Срочность» необходима для определения срочности решения инцидента, проблемы или релиза, она может быть как высокая, средняя или низкая. Атрибут «КодСрочности» является первичным ключом сущности. Сущность связана с сущностями «Инциденты», «Релизы» и «Проблемы».

Таким образом, база данных будущей подсистемы разрабатывается в среде MS Access, а приложение, с которым будут работать пользователи, создается с помощью Delphi. Благодаря этому, доступ к самой базе данных будет закрыт для обычных пользователей. Доступ к базе данных будет только у определенного круга лиц – системных администраторов и менеджера подсистемы поддержки пользователей (профессионала Service Desk).

УДК 517.988

ДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ДЛЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Студ. Чимирикин А. А., ст. пр. Силивончик В. В.

Витебский государственный технологический университет

В работе строится динамическая система, предельные точки траекторий которой дают решения комплексного алгебраического уравнения n-й степени. Для наглядности изложение ведётся при $n = 3$, но рассуждения и выводы носят общий характер и справедливы для любого n.

Рассмотрим алгебраический многочлен $z^3 + a_1 z^2 + a_2 z + a_3$, z – комплексная переменная, a_1, a_2, a_3 – комплексные константы. Будем предполагать, что дискриминант многочлена не равен нулю. Тогда уравнение

$$z^3 + a_1 z^2 + a_2 z + a_3 = 0 \qquad (1)$$

имеет три различных корня. Ведём обозначения: $A=(a_1,a_2,a_3)$, $P_A(z)=z^3+a_1z^2+a_2z+a_3$, $Z_A=(z_{A1},z_{A2},z_{A3})$ – тройка различных решений уравнения (1), то есть тройка корней многочлена $P_A(z)$. Если $DIS(P_A(z))$ – дискриминант многочлена $P_A(z)$, то

$$DIS(P_A(z))=(z_{A1}-z_{A2})^2\cdot(z_{A1}-z_{A3})^2\cdot(z_{A2}-z_{A3})^2 \tag{2}$$

Наряду с многочленом $P_A(z)$ и уравнением (1) рассмотрим многочлен $P_U(z)=z^3+u_1z^2+u_2z+u_3$, где u_1,u_2,u_3 – комплексные переменные, и уравнение

$$z^3+u_1z^2+u_2z+u_3=0, \tag{3}$$

то есть $P_U(z)=0$. Пусть $U=(u_1,u_2,u_3)$, и $Z=(z_1,z_2,z_3)$ – тройка решений уравнения (3). По теореме Виета справедливы равенства

$$\begin{cases} u_1=-z_1-z_2-z_3 \\ u_2=z_1z_2+z_1z_3+z_2z_3 \\ u_3=-z_1z_2z_3 \end{cases}. \tag{4}$$

Равенства (4) определяют отображение $U=F(Z)$. Найдём производную этого отображения и её определитель:

$$DF(Z)=\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ z_2+z_3 & z_1+z_3 & z_1+z_2 \\ -z_2z_3 & -z_1z_3 & -z_1z_2 \end{pmatrix},\ \Delta=\det DF(Z)=(z_1-z_2)(z_1-z_3)(z_2-z_3).$$

По аналогии с (2) имеем $DIS(P_U(z))=(z_1-z_2)^2\cdot(z_1-z_3)^2\cdot(z_2-z_3)^2$. Значит, условия $DIS(P_U(z))\neq 0$ и $\Delta\neq 0$ равносильны. Условие $\Delta\neq 0$ влечёт существование обратной матрицы $DF^{-1}(Z)$:

$$DF^{-1}(Z)=\frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix} -z_1^2(z_2-z_3) & -z_1(z_2-z_3) & -(z_2-z_3) \\ -z_2^2(z_3-z_1) & -z_2(z_3-z_1) & -(z_3-z_1) \\ -z_3^2(z_1-z_2) & -z_3(z_1-z_2) & -(z_1-z_2) \end{pmatrix}=-\frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix} z_1^2(z_2-z_3) & z_1(z_2-z_3) & z_2-z_3 \\ z_2^2(z_3-z_1) & z_2(z_3-z_1) & z_3-z_1 \\ z_3^2(z_1-z_2) & z_3(z_1-z_2) & z_1-z_2 \end{pmatrix}.$$

Существование этой матрицы позволяет записать дифференциальное уравнение

$$\dot{Z}=-DF^{-1}(Z)\cdot(F(Z)-A), \tag{5}$$

где точка означает дифференцирование по переменной t: $\dot{Z}=\dfrac{dZ}{dt}$. Очевидно, если $Z=Z_A$, то $F(Z)=A$ и $Z=Z_A$ – постоянное решение уравнения (5). Исследуем поведение произвольного решения, рассмотрев уравнение вместе с начальным условием

$$Z=Z_0=(z_{10},z_{20},z_{30})\ \textit{при}\ z_{10}\neq z_{20}, z_{10}\neq z_{30}, z_{20}\neq z_{30} \tag{6}$$

Теперь преобразуем уравнение (5), сделав замену переменной $U=F(Z)$. Тогда

$$\dot{U}=\frac{d}{dt}F(Z)=DF(Z)\cdot\dot{Z}=-DF(Z)\cdot DF^{-1}(Z)\cdot(F(Z)-A)=-(U-A)=-U+A.$$

Получено дифференциальное уравнение

$$\dot{U}=-U+A, \tag{7}$$

которое при наличии начального условия $U=U_0=(u_{10},u_{20},u_{30})$ имеет очевидное решение

$$U(t)=(U_0-A)\cdot e^{-t}+A. \tag{8}$$

При этом $\lim\limits_{t\to+\infty}U(t)=A$.

Вернёмся к уравнению (5). Пусть $Z(t)$ – решение этого уравнения при начальном условии (6), а $U_0 = F(Z_0)$. Предположим, что решение $Z(t)$ продолжимо до бесконечности по переменной t. Тогда, в силу $\lim\limits_{t\to+\infty} U(t) = A$, можно показать, что $\lim\limits_{t\to+\infty} Z(t) = IZ_A$, где I – некоторая перестановка из трёх элементов. То есть IZ_A – тройка решений уравнения (1), записанная в одном из шести ($6 = 3!$) возможных порядков. Рассмотрим вопрос о продолжимости решения $Z(t)$ на весь промежуток $(0, +\infty)$ по переменной t. Препятствием к продолжимости является несуществование обратной матрицы $DF^{-1}(Z)$, что происходит при $\Delta = 0$, что равносильно $DIS(P_U(z)) = 0$. Рассмотрим ситуацию в пространстве переменной $U = (u_1, u_2, u_3)$. Одно уравнение $DIS(P_U(z)) = 0$ в трёхмерном комплексном пространстве даёт два уравнения в шестимерном действительном пространстве, и мы получаем четырёхмерную поверхность в шестимерном пространстве. Обозначим её буквой S. Пусть решение (8) попадает на поверхность S. Выведя из каждой точки поверхности траекторию $U(t)$, получим пятимерную поверхность S' в шестимерном пространстве. Значит, траектория с $U(t)$ начальным условием U_0, лежащим вне S', будет целиком лежать вне S' и, значит, не попадёт на S. А тогда соответствующая траектория $Z(t)$ продолжится до $t = +\infty$. Но типичным положением точки U_0 является положение вне поверхности S'. Значит, типичным свойством траектории $Z(t)$ является её бесконечная продолжимость. Мы показали, что взяв произвольное начальное условие $Z = Z_0 = (z_{10}, z_{20}, z_{30})$ при $z_{10} \ne z_{20}, z_{10} \ne z_{30}, z_{20} \ne z_{30}$, мы наверняка получим траекторию $Z(t)$, для которой $\lim\limits_{t\to+\infty} Z(t) = IZ_A$.

Далее мы покажем, что векторное уравнение (5) преобразуется к простому координатному виду. Запишем явный координатный вид этого уравнения.

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_1 \\ \dot{z}_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} z_1^2(z_2 - z_3) & z_1(z_2 - z_3) & z_2 - z_3 \\ z_2^2(z_3 - z_1) & z_2(z_3 - z_1) & z_3 - z_1 \\ z_3^2(z_1 - z_2) & z_3(z_1 - z_2) & z_1 - z_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -z_1 - z_2 - z_3 - a_1 \\ z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3 - a_2 \\ -z_1 z_2 z_3 - a_3 \end{pmatrix}. \tag{9}$$

Приравняем первые компоненты:

$$\dot{z}_1 = \frac{1}{\Delta}(z_1^2(z_2 - z_3)(-z_1 - z_2 - z_3 - a_1) + z_1(z_2 - z_3)(z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3 - a_2) + (z_2 - z_3)(-z_1 z_2 z_3 - a_3);$$

$$\dot{z}_1 = \frac{1}{\Delta}(-z_1^3(z_2 - z_3) - a_1 z_1^2(z_2 - z_3) - a_2 z_1(z_2 - z_3) - a_3(z_2 - z_3)) =$$

$$= -\frac{z_2 - z_3}{(z_1 - z_2)(z_1 - z_3)(z_2 - z_3)}(z_1^3 + a_1 z_1^2 + a_2 z_1 + a_3) = -\frac{z_1^3 + a_1 z_1^2 + a_2 z_1 + a}{(z_1 - z_2)(z_1 - z_3)}.$$

Получили

$$\dot{z}_1 = -\frac{P_A(z_1)}{(z_1 - z_2)(z_1 - z_3)}. \tag{10}$$

Преобразуем знаменатель. Поскольку z_1, z_2, z_3 – корни многочлена $P_U(z)$, имеем равенство $P_U(z) = (z - z_1)(z - z_2)(z - z_3)$.

Значит, $P_U'(z) = (z - z_2)(z - z_3) + (z - z_1)(z - z_3) + (z - z_1)(z - z_2)$ и $P_U'(z_1) = (z - z_2)(z - z_3)$. Теперь уравнение (10) принимает вид

$$\dot{z}_1 = -\frac{P_A(z_1)}{P_A'(z_1) + (P_{U_0}'(z_1) - P_A'(z_1))e^{-t}} \tag{11}$$

$$\dot{z}_1 = -\frac{P_A(z_1)}{P'_U(z_1)}. \qquad (12)$$

Поскольку $P_U(z) = z^3 + u_1 z^2 + u_2 z + u_3$, то $P'_U(z) = 3z^2 + 2u_1 z + u_2$. Используем равенство (8): $u_1 = (u_{10} - a_1)e^{-t} + a_1$, $u_2 = (u_{20} - a_2)e^{-t} + a_2$. Тогда

$$P'_U(z) = 3z^2 + 2((u_{10} - a_1)e^{-t} + a_1)z + (u_{20} - a_2)e^{-t} + a_2 =$$
$$= (3z^2 + 2a_1 z + a_2) + ((3z^2 + 2u_{10}z + u_{20}) - (3z^2 + 2a_1 z + a_2))e^{-t} = P'_A(z) + (P'_{U_0}(z) - P'_A(z))e^{-t}.$$

Уравнение (10) принимает вид

$$\dot{z}_1 = -\frac{P_A(z_1)}{P'_A(z_1) + (P'_{U_0}(z_1) - P'_A(z_1))e^{-t}}.$$

Аналогичный вид принимают остальные компонентные равенства матричного равенства (9). В результате получаем три уравнения

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = -\dfrac{P_A(z_1(t))}{P'_A(z_1(t)) + (P'_{U_0}(z_1(t)) - P'_A(z_1(t)))e^{-t}} \\ \dot{z}_2(t) = -\dfrac{P_A(z_2(t))}{P'_A(z_2(t)) + (P'_{U_0}(z_2(t)) - P'_A(z_2(t)))e^{-t}} \\ \dot{z}_3(t) = -\dfrac{P_A(z_3(t))}{P'_A(z_3(t)) + (P'_{U_0}(z_3(t)) - P'_A(z_3(t)))e^{-t}} \end{cases}.$$

Заметим, что эти уравнения можно решать независимо друг от друга. Переходя к пределу при $t \to +\infty$, получим три различных решения уравнения (1):

$$\zeta_1 = \lim_{t\to+\infty} z_1(t),\ \zeta_2 = \lim_{t\to+\infty} z_2(t),\ \zeta_3 = \lim_{t\to+\infty} z_3(t).$$

Тройка $(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3)$ является некоторой перестановкой тройки $Z_A = (z_{A1}, z_{A2}, z_{A3})$.

Список использованных источников

1. Трубников Ю. В. Оптимальные итерационные процессы / Ю. В. Трубников, О. В. Пышненко, И. А. Орехова. – «ВГУ им. П. М. Машерова» 2009. – 94с.

УДК 687.05-52

ОПТИМИЗАЦИЯ ЗАКОНА ДВИЖЕНИЯ ШАГОВОГО ДВИГАТЕЛЯ НА ШВЕЙНОМ ПОЛУАВТОМАТЕ

Студ. Жолудев К.С., ст. преп. Статковский Н.С.
Витебский государственный технологический университет

На импульсный шаговый двигатель подается ускорение $\ddot{\varphi}$ вращения вала двигателя. Через исполнительный механизм вращение вала преобразуется в перемещение каретки швейной машины (см. рис. 1).

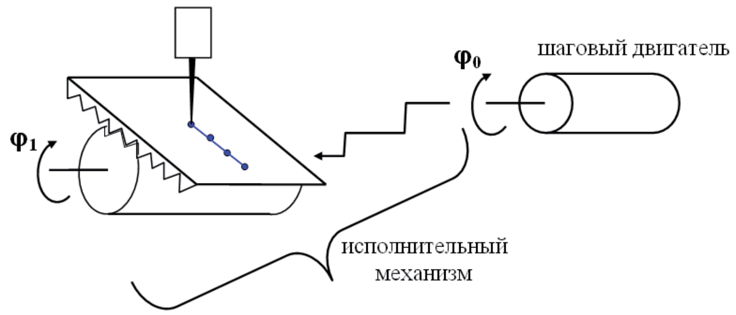

Рисунок 1 − Система «шаговый двигатель − исполнительный механизм»