

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учреждение образования
«Витебский государственный технологический университет»

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**по выполнению расчетно-графических работ
для студентов специальности 1-40 05 01-01 «Информационные системы
и технологии (в проектировании и производстве)»**

Витебск
2017

УДК 681.5

Составители: к.т.н., доц. Надёжная Н.Л.,
д.т.н., проф. Кузнецов А.А.,
асс. Соколова А.С.

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом
УО «ВГТУ», протокол № 8 от «26» октября 2016 г.

Теория автоматического управления: методические указания по выполнению
расчетно-графических работ / сост. Н. Л. Надёжная, А. А. Кузнецов, А. С.
Соколова. - Витебск : УО "ВГТУ", 2017. - 26 с.

Методические указания составлены в соответствии с программой курса
«Теория автоматического управления», предусматривающей две расчетно-
графические работы.

Предназначены для студентов дневной формы обучения специальности
1-40 05 01-01 «Информационные системы и технологии (в проектировании и
производстве)».

УДК 681.5

© УО "ВГТУ", 2017

СОДЕРЖАНИЕ

1 РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1	4
1.1 Правила преобразования структурных схем	4
1.2 Запись передаточных функций и дифференциального уравнения динамики по структурной схеме системы	6
Задание к расчетно-графической работе № 1	7
Пример выполнения расчетно-графической работы № 1	13
2 РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2	15
Частотные характеристики	15
Задание к расчетно-графической работе № 2	16
Пример выполнения расчетно-графической работы № 2	19
ЛИТЕРАТУРА	24

1 РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

1.1 Правила преобразования структурных схем

Элементы САУ, математические модели которых описываются в виде передаточных функций, могут быть соединены последовательно, параллельно и с обратной связью. Рассмотрим записи эквивалентных передаточных функций при указанных типах соединений.

1. При параллельном соединении элементов на вход элементов $W_1(p)$ и $W_2(p)$ подается один и тот же сигнал x . Эквивалентная передаточная функция параллельного соединения элементов $W_1(p)$ и $W_2(p)$ $W_{\text{экв}}(p)$ будет равна сумме передаточных функций $W_1(p)$ и $W_2(p)$

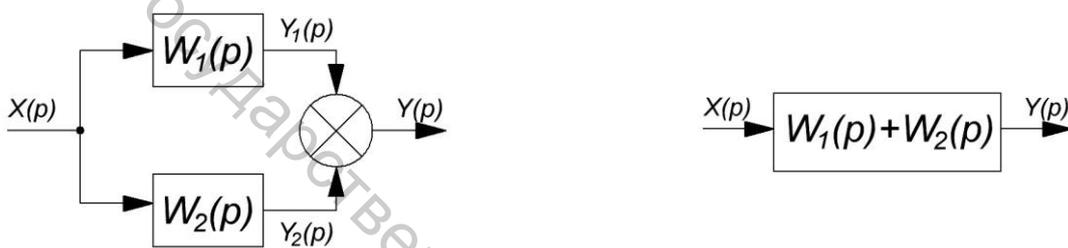


Рисунок 1.1 – Параллельное соединение

2. При последовательном соединении элементов $W_1(p)$ и $W_2(p)$ выходной сигнал первого элемента будет равен входному сигналу второго элемента, а эквивалентная передаточная функция будет равна произведению передаточных функций $W_1(p)$ и $W_2(p)$



Рисунок 1.2 – Последовательное соединение

3. При соединении элементов с отрицательной обратной связью:

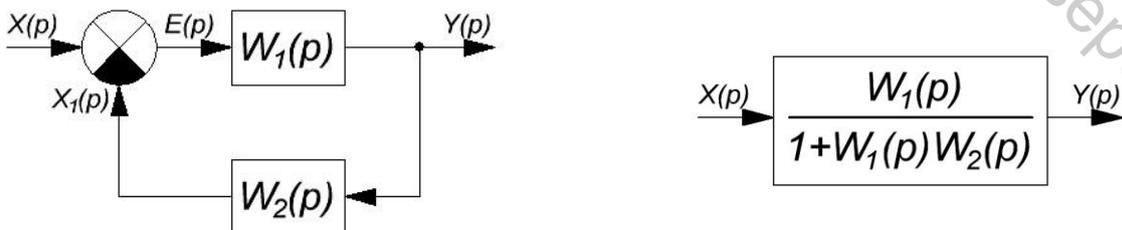


Рисунок 1.3 – Соединение элементов с отрицательной обратной

4. При соединении с положительной обратной связью:

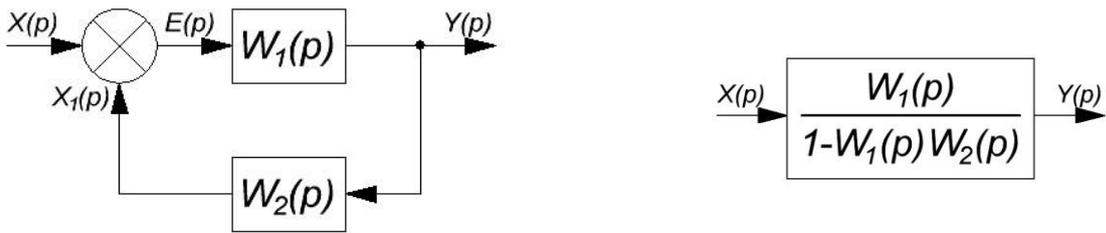


Рисунок 1.4 – Соединение элементов с положительной обратной

5. Звено можно переносить через сумматор как вперед, так и назад. Чтобы при этом передаточные функции не изменились, перед сумматором нужно поставить дополнительное звено (рисунок 1.5).

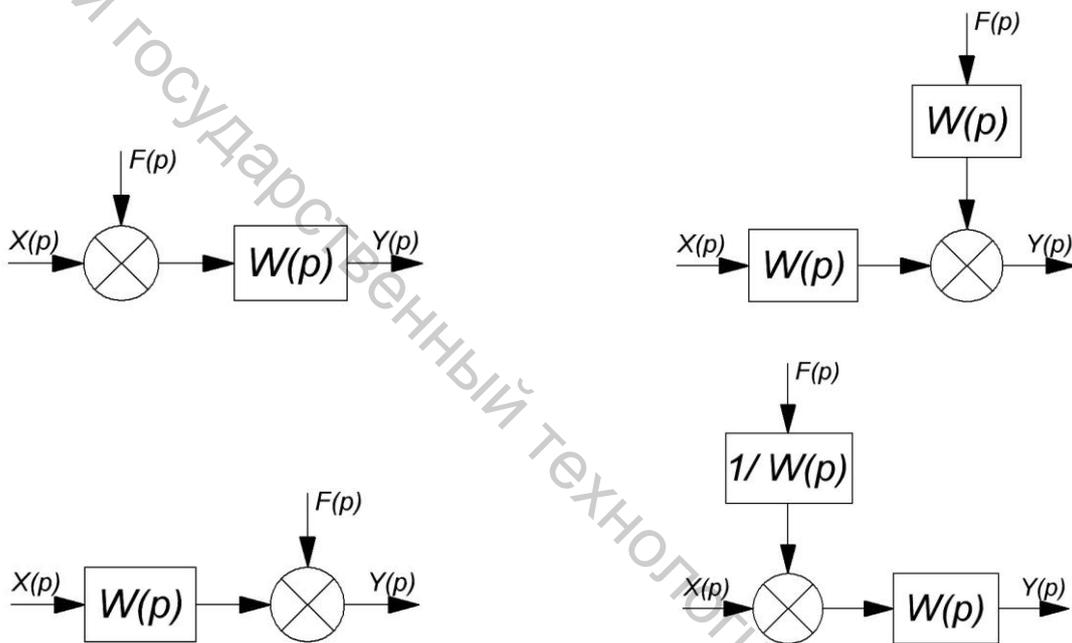


Рисунок 1.5 – Перенос звена через сумматор

6. Звено можно переносить также через точку разветвления, сохраняя все передаточные функции (рисунок 1.6).

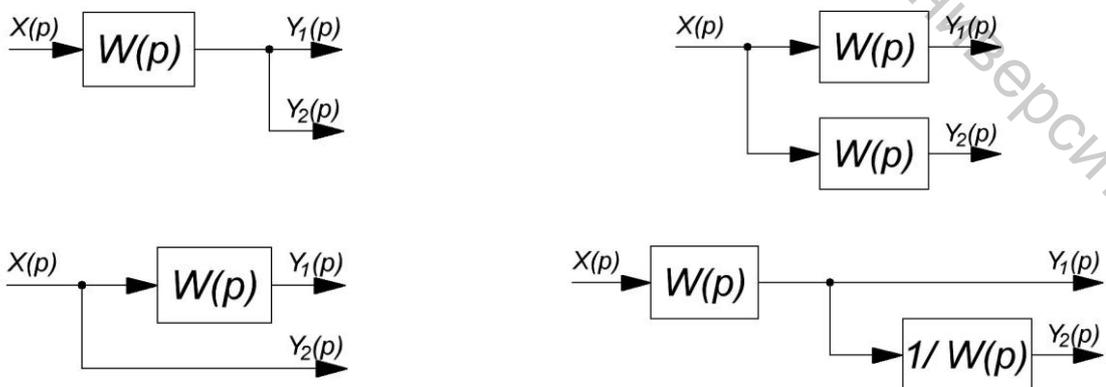


Рисунок 1.6 – Перенос звена через точку разветвления

1.2 Запись передаточных функций и дифференциального уравнения динамики по структурной схеме системы

Если задана структурная схема системы, можно записать передаточные функции, воспользовавшись правилами преобразования структурных схем. Каждая передаточная функция – это отношение изображений Лапласа некоторых сигналов.

Пример структурной схемы:

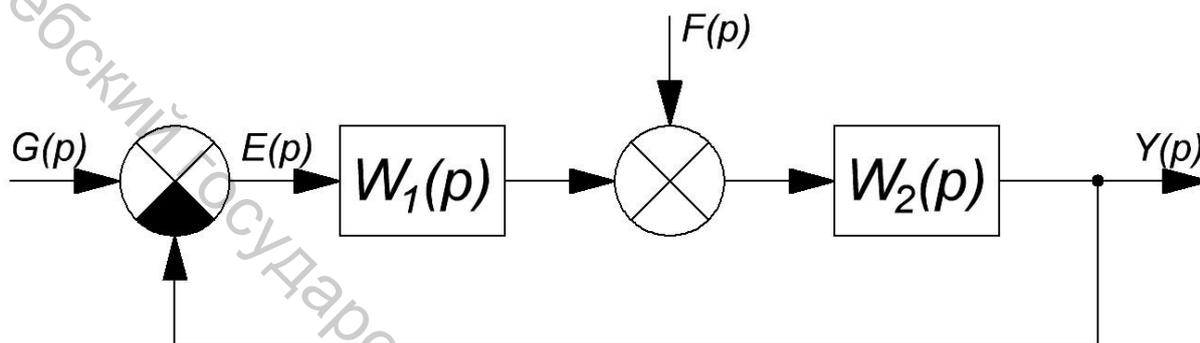


Рисунок 1.7 – Пример структурной схемы

$W_{раз}(p) = \frac{Y(p)}{E(p)}$ – передаточная функция системы в разомкнутом состоянии

представляет собой отношение изображения выходного сигнала к изображению ошибки.

$W_{зам} \Rightarrow \frac{Y(p)}{G(p)} = \frac{W_{пц}(p)}{1 + W_{раз}(p)}$ – передаточная функция системы в замкнутом

состоянии (эквивалентная) – отношение изображения выходного сигнала к изображению входного.

$W_{ег} \Rightarrow \frac{E(p)}{G(p)} = \frac{1}{1 + W_{раз}(p)}$ – передаточная функция ошибки относительно

входного воздействия – отношение изображения ошибки к изображению входного сигнала.

$W_{fy} \Rightarrow \frac{Y(p)}{F(p)} = \frac{W_f(p)}{1 + W_{раз}(p)}$ – передаточная функция системы относительно

возмущения – отношение изображения выходного сигнала к изображению возмущения.

Здесь $W_{пц}(p)$ – передаточная функция прямой цепи;

$W_f(p)$ – передаточная функция элементов, стоящих после точки приложения возмущения.

Для рассматриваемого примера:

$$W_{раз}(p) = \frac{Y(p)}{E(p)} = W_1(p) \cdot W_2(p);$$

$$W_{зам}(p) = \frac{Y(p)}{G(p)} = \frac{W_1(p) \cdot W_2(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p)};$$

$$W_{ег}(p) = \frac{E(p)}{G(p)} = \frac{1}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p)};$$

$$W_{fy}(p) = \frac{Y(p)}{F(p)} = \frac{W_2(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p)}.$$

Уравнение динамики связывает выходной сигнал системы со входными. В данной системе выходной сигнал $y(t)$ входные сигналы – $g(t)$ и $f(t)$. Уравнение динамики в изображениях будет иметь вид:

$$Y(p) = G(p) \cdot W_{зам}(p) \cdot F(p) \cdot W_{fy}(p) \quad (1.1)$$

Дифференциальное уравнение записывается по уравнению в изображениях заменой оператора p на $\frac{d}{dt}$, $Y(p)$ на $y(t)$, $G(p)$ на $g(t)$ и $F(p)$ на $f(t)$.

Задание к расчетно-графической работе № 1

1. Для заданной системы записать передаточные функции:

- разомкнутой САУ по главной обратной связи;
- передаточную функцию ошибки относительно задающего воздействия;
- передаточную функцию системы в замкнутом состоянии (эквивалентную передаточную функцию);
- передаточную функцию системы относительно возмущения.

2. Записать дифференциальное уравнение системы (уравнение динамики).

Структурные схемы систем изображены на рисунках 1.8 – 1.14.

Параметры систем для различных вариантов представлены в таблице 1.1.

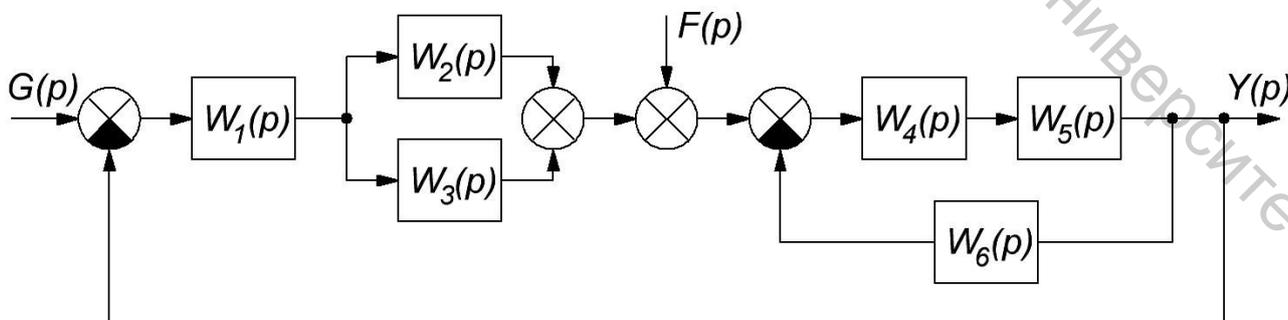


Рисунок 1.8 – Схема № 1

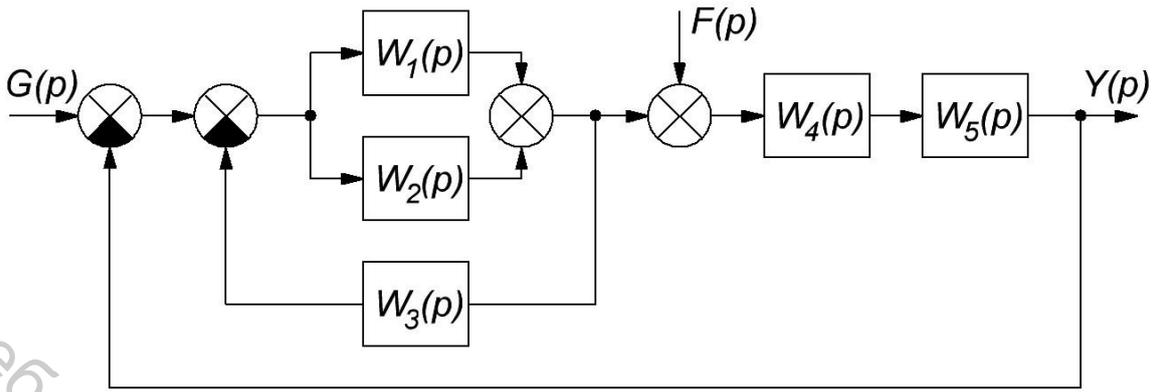


Рисунок 1.9 – Схема № 2

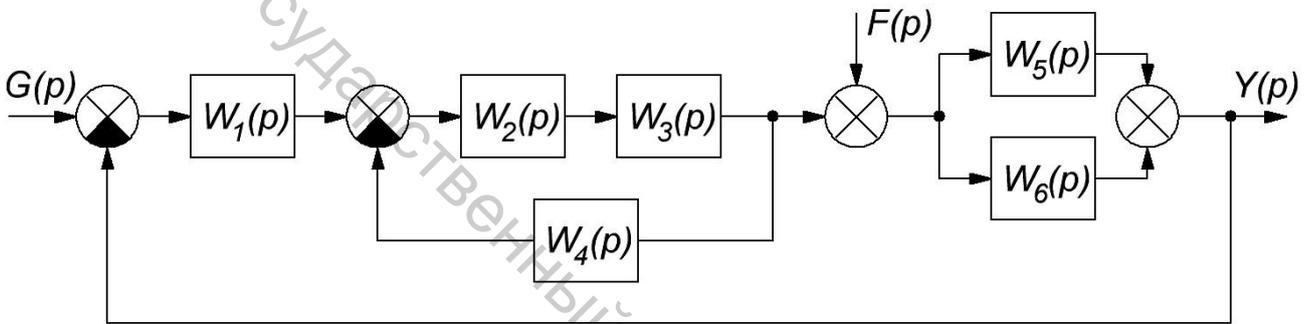


Рисунок 1.10 – Схема № 3

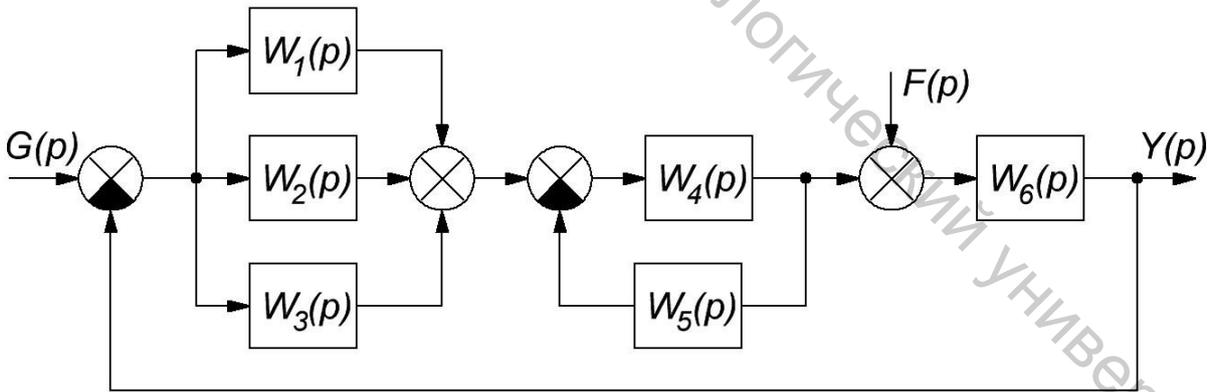


Рисунок 1.11 – Схема № 4

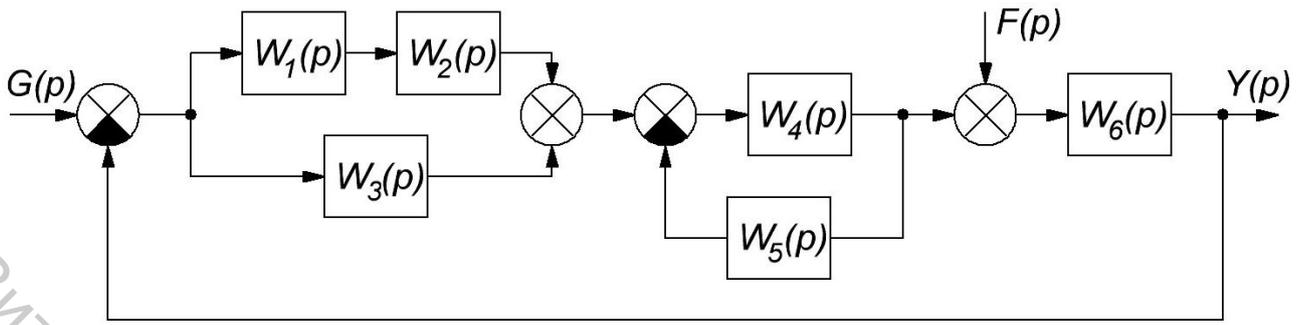


Рисунок 1.12 – Схема № 5

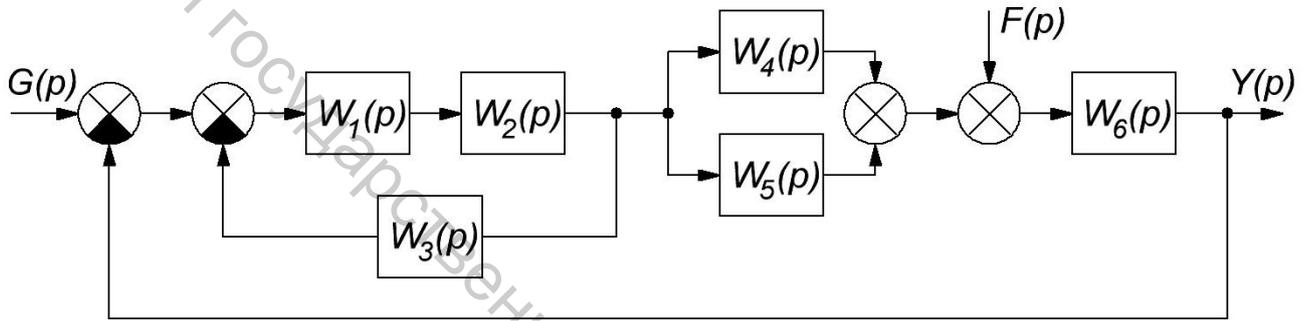


Рисунок 1.13 – Схема № 6

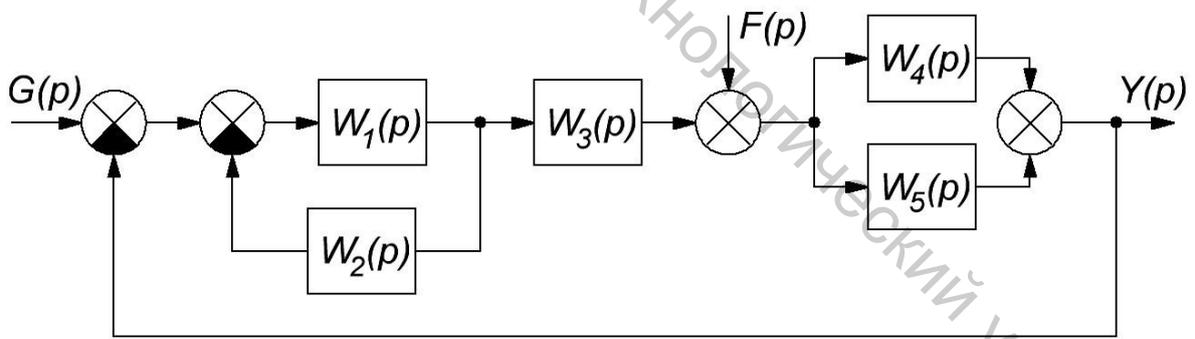


Рисунок 1.14 – Схема № 7

Таблица 1.1 – Варианты заданий

№ варианта	№ схемы	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	$\frac{K_1}{p \zeta_{1p+1}}$	$K_2 p$	1	K_4	$\frac{K_5}{p}$	K_6
2	2	$\frac{K_1}{T_1 p+1}$	K_2	1	$\frac{K_4}{T_4 p+1}$	$\frac{K_5}{p \zeta_{5p+1}}$	
3	3	$\frac{K_1 \zeta_{1p+1}}{T_2 p+1}$	$\frac{K_2}{p}$	$\frac{K_3}{T_3 p+1}$	K_4	$\frac{K_5}{p}$	1
4	4	$\frac{K_1}{p}$	K_2	1	$\frac{K_4}{p}$	K_5	$\frac{K_6}{\zeta_{5p+1} \zeta_{6p+1}}$
5	5	$\frac{1}{p}$	K_2	$\frac{K_3}{T_3 p+1}$	$\frac{K_4}{p}$	K_5	$\frac{K_6}{p}$
6	6	$\frac{K_1}{T_1 p+1}$	$\frac{K_2}{T_2 p+1}$	1	$\frac{K_4}{p}$	$\frac{K_5}{T_5 p+1}$	K_6
7	7	$\frac{K_1}{p}$	K_2	$\frac{K_3}{T_3 p+1}$	$\frac{K_4}{p}$	$\frac{K_5}{T_5 p+1}$	
8	1	$\frac{K_1}{T_1 p+1}$	$\frac{K_2}{p}$	K_3	$\frac{K_4}{T_4 p+1}$	K_5	1
9	2	K_1	$\frac{K_2}{p}$	K_3	$\frac{K_4}{T_4 p+1}$	$\frac{K_5}{T_5 p+1}$	
10	3	$\frac{K_1}{T_1 p+1}$	$\frac{K_2}{p \zeta_{2p+1}}$	K_3	1	K_5	$\frac{K_6}{p}$
11	4	1	$\frac{K_2}{T_2 p+1}$	K_3	$\frac{K_4}{T_4 p+1}$	K_5	$\frac{K_6}{p \zeta_{6p+1}}$

Продолжение таблицы 1.1

1	2	3	4	5	6	7	8
12	5	p	$\frac{K_2}{T_2p+1}$	K_3	$\frac{K_4}{p}$	1	$\frac{K_6}{T_6p+1}$
13	6	$\frac{K_1}{p}$	$\frac{K_2}{T_2p+1}$	K_3	K_4p	1	$\frac{K_6}{p(T_6p+1)}$
14	7	$\frac{K_1}{T_1p+1}$	1	$\frac{K_3}{p(T_3p+1)}$	$\frac{K_4}{T_4p+1}$	K_5	
15	1	$\frac{K_1}{T_1p+1}$	$\frac{K_2}{p}$	$\frac{K_3}{T_3p+1}$	$\frac{K_4}{p}$	1	K_6
16	2	$\frac{K_1}{T_1p+1}$	$\frac{K_2}{T_2p+1}$	$\frac{K_3}{p}$	$\frac{K_4}{T_4p+1}$	K_5	
17	3	$\frac{K_1}{T_1p+1}$	$\frac{K_2}{T_2p+1}$	1	K_4	$\frac{K_5}{T_5p+1}$	$\frac{K_6}{p}$
18	4	$\frac{K_1}{T_1p+1}$	1	K_3	$\frac{K_4(T_4p+1)}{T_5p+1}$	1	$\frac{K_6}{p(T_6p+1)}$
19	5	$\frac{K_1}{p(T_1p+1)}$	K_2	1	$\frac{K_4}{T_4p+1}$	K_5	$\frac{K_6}{T_6p+1}$
20	6	K_1	$\frac{K_2}{p(T_2p+1)}$	1	$\frac{K_4}{p}$	K_5	$\frac{K_6}{T_6p+1}$
21	7	$\frac{K_1}{p(T_1p+1)}$	K_2	$\frac{K_3}{p}$	K_4p	1	
22	1	$\frac{K_1}{(T_1p+1)(T_2p+1)}$	1	K_3p	K_4	$\frac{K_5}{T_5p+1}$	K_6
23	2	$\frac{K_1}{p}$	$\frac{K_2}{T_2p+1}$	K_3	$\frac{K_4}{T_4p+1}$	$\frac{K_5}{p}$	

Окончание таблицы 1.1

1	2	3	4	5	6	7	8
24	3	$\frac{K_1}{p}$	$T_2 p + 1$	$\frac{K_3}{T_3 p + 1}$	1	$\frac{K_5}{T_5 p + 1}$	$\frac{K_6}{T_6 p + 1}$
25	4	1	K_2	$\frac{K_3}{T_3 p + 1}$	$\frac{K_4 \langle \mathbb{C}_4 p + 1 \rangle}{p}$	K_5	$\frac{K_6}{\langle \mathbb{C}_5 p + 1 \rangle \langle \mathbb{C}_6 p + 1 \rangle}$
26	5	$\frac{K_1}{T_1 p + 1}$	$\frac{K_2}{p}$	K_3	$\frac{K_4}{T_4 p + 1}$	1	$\frac{K_6}{p}$
27	6	$\frac{K_1}{T_1 p + 1}$	K_2	K_3	1	$\frac{K_5}{p}$	$\frac{K_6}{\langle \mathbb{C}_5 p + 1 \rangle \langle \mathbb{C}_6 p + 1 \rangle}$
28	7	$\frac{K_1}{T_1 p + 1}$	K_2	$\frac{K_3}{\langle \mathbb{C}_3 p + 1 \rangle \langle \mathbb{C}_4 p + 1 \rangle}$	1	$\frac{K_5}{p}$	
29	1	$\frac{K_1}{T_1 p + 1}$	K_2	$\frac{K_3}{p}$	$\frac{K_4}{p}$	$\frac{K_5}{T_5 p + 1}$	1
30	2	$\frac{K_1}{p}$	K_2	1	$\frac{K_4}{p \langle \mathbb{C}_4 p + 1 \rangle}$	$\frac{K_5}{T_5 p + 1}$	
31	3	$\frac{K_1}{T_1 p + 1}$	$T_2 p + 1$	$\frac{K_3}{p}$	K_4	$\frac{K_5}{p}$	$\frac{K_6}{T_6 p + 1}$
32	4	K_1	$\frac{K_2}{p}$	K_3	$\frac{K_4}{p \langle \mathbb{C}_4 p + 1 \rangle}$	1	$\frac{K_6}{\langle \mathbb{C}_5 p + 1 \rangle \langle \mathbb{C}_6 p + 1 \rangle}$
33	5	$\frac{K_1}{p}$	1	K_3	$\frac{K_4}{p \langle \mathbb{C}_4 p + 1 \rangle}$	1	$\frac{K_6}{T_6 p + 1}$
34	6	K_1	$\frac{K_2}{T_2 p + 1}$	1	$\frac{K_4}{T_4 p + 1}$	K_5	$\frac{K_6}{p \langle \mathbb{C}_6 p + 1 \rangle}$
35	7	$\frac{K_1}{p}$	$\frac{K_2}{T_2 p + 1}$	$\frac{K_3}{T_3 p + 1}$	$\frac{K_4}{p}$	K_5	

Пример выполнения расчетно-графической работы № 1

Задана структурная схема системы (рисунок 1.15).

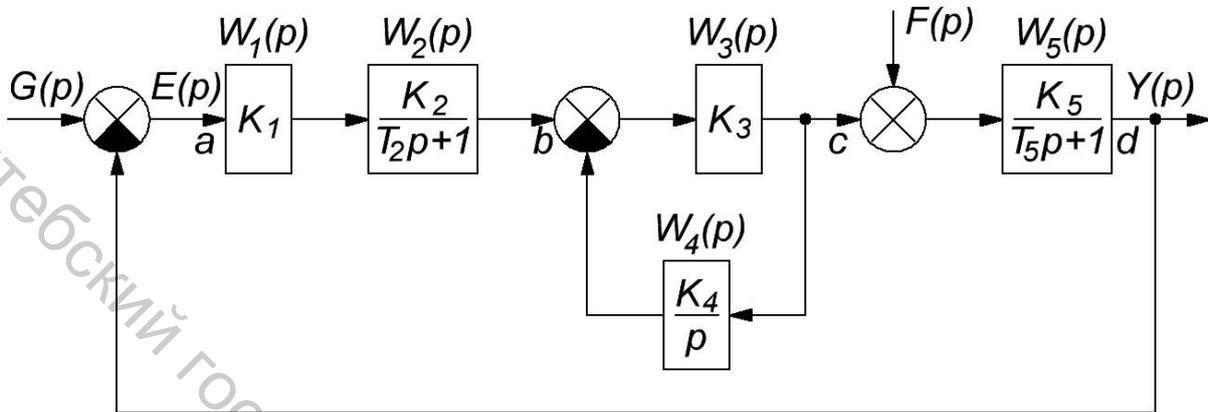


Рисунок 1.15 – Структурная схема САУ

1. Записать передаточные функции:
 - разомкнутой САУ по главной обратной связи;
 - передаточную функцию ошибки относительно задающего воздействия;
 - передаточную функцию системы в замкнутом состоянии (эквивалентную передаточную функцию);
 - передаточную функцию системы относительно возмущения.
2. Записать дифференциальное уравнение системы (уравнение динамики).

Решение

1. Используя правила преобразования структурных схем, определим эквивалентную передаточную функцию между точками «b» и «c»:

$$\begin{aligned}
 W_{bc} &= \frac{W_3}{1 + W_3 W_4} = \frac{K_3}{1 + \frac{K_3 K_4}{p}} = \frac{K_3 p}{p + K_3 K_4} \\
 &= \frac{K_3 p}{\left(\frac{1}{K_3 K_4} p + 1\right) K_3 K_4} = \frac{p}{\left(\frac{1}{K_3 K_4} p + 1\right) K_4} = \frac{p}{(p + 1) K_4},
 \end{aligned}$$

где $T_1 = \frac{1}{K_3 K_4}$.

2. Передаточная функция системы, разомкнутой на главной обратной связи:

$$W_{раз} \Rightarrow W_1 \cdot W_2 \cdot W_{bc} \cdot W_5 \Rightarrow \frac{Y}{E} =$$

$$= K_1 \cdot \frac{K_2}{(2p+1)} \cdot \frac{p}{(1p+1)K_4} \cdot \frac{K_5}{(5p+1)} = \frac{K_1 K_2 K_5 p}{K_4 (1p+1)(2p+1)(5p+1)}$$

3. Эквивалентная функция системы в замкнутом состоянии:

$$W_{зам} \Rightarrow \frac{Y}{G} = \frac{W_{раз}}{1+W_{раз}} =$$

$$= \frac{\frac{K_1 K_2 K_5 p}{K_4 (1p+1)(2p+1)(5p+1)}}{1 + \frac{K_1 K_2 K_5 p}{K_4 (1p+1)(2p+1)(5p+1)}} = \frac{K_1 K_2 K_5 p}{K_4 (1p+1)(2p+1)(5p+1) + K_1 K_2 K_5 p} =$$

$$= \frac{K_1 K_2 K_5 p}{K_4 T_1 T_2 T_5 p^3 + K_4 (T_2 + T_1 T_5 + T_2 T_5) p^2 + K_4 (1 + T_2 + T_5 + K_1 K_2 K_5) p + K_4}$$

4. Передаточная функция ошибки относительно задающего воздействия:

$$W_{ог} \Rightarrow \frac{E}{G} = 1 - W_{зам} \Rightarrow \frac{1}{1+W_{раз}} = \frac{1}{1 + \frac{K_1 K_2 K_5 p}{K_4 (1p+1)(2p+1)(5p+1)}} =$$

$$= \frac{K_4 (1p+1)(2p+1)(5p+1)}{K_4 (1p+1)(2p+1)(5p+1) + K_1 K_2 K_5 p}$$

5. Передаточная функция системы относительно возмущения $f(t)$ (точка приложения возмущения – вход):

$$W_{fy} \Rightarrow \frac{Y}{F} = \frac{W_5}{1+W_{раз}} = \frac{\frac{K_5}{(5p+1)}}{1 + \frac{K_1 K_2 K_5 p}{K_4 (1p+1)(2p+1)(5p+1)}} =$$

$$= \frac{K_4 K_5 (1p+1)(2p+1)}{K_4 (1p+1)(2p+1)(5p+1) + K_1 K_2 K_5 p} =$$

$$= \frac{K_4 K_5 T_1 T_2 p^2 + K_4 K_5 (1 + T_2) p + K_4 K_5}{K_4 T_1 T_2 T_5 p^3 + K_4 (T_2 + T_1 T_5 + T_2 T_5) p^2 + K_4 (1 + T_2 + T_5 + K_1 K_2 K_5) p + K_4}$$

6. Изображение выходного сигнала: $Y \Rightarrow G \cdot W_{зам} \cdot F \cdot W_{fy}$

7. Уравнение системы в изображениях:

$$Y(p) \cdot (a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0) = G \cdot b_1 p + F \cdot (b_2 p^2 + b_1' p + b_0')$$

где $a_3 = K_4 T_1 T_2 T_5$, $a_2 = K_4 (T_1 T_2 + T_1 T_5 + T_2 T_5)$, $a_1 = K_4 T_1 + K_4 T_2 + K_4 T_5 + K_1 K_2 K_5$, $a_0 = K_4$,
 $b_1 = K_1 K_2 K_5$, $b_2' = K_4 K_5 T_1 T_2$, $b_1' = K_4 K_5 (T_1 + T_2)$, $b_0' = K_4 K_5$.

8. Уравнение движения системы в дифференциальной форме:

$$a_3 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_1 \frac{dg(t)}{dt} + b_2 \frac{d^2 f(t)}{dt^2} + b_1' \frac{df(t)}{dt} + b_0' f(t).$$

2 РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Частотные характеристики

Важную роль при описании линейных систем играют частотные характеристики, отражающие реакцию объекта на гармонический сигнал.

Частотные характеристики могут быть легко получены, если задана передаточная функция элемента системы в форме Лапласа. Для этого в передаточной функции элемента системы нужно заменить оператор Лапласа на оператор Фурье $p \rightarrow j\omega$, где $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

$$W(j\omega) = A(e^{j\varphi(\omega)}). \quad (2.1)$$

Выражение $W(j\omega)$ называется *комплексным коэффициентом передачи*.

$A(\omega) = \frac{A_{\text{вых}}(\omega)}{A_{\text{вх}}(\omega)}$ показывает отношение амплитуд сигналов на выходе и входе элемента в зависимости от частоты.

$\varphi(\omega) = \varphi_{\text{вых}}(\omega) - \varphi_{\text{вх}}(\omega)$ показывает разность фаз сигналов на выходе и входе элемента в зависимости от частоты.

$W(j\omega)$ можно записать в алгебраической форме:

$$W(j\omega) = \text{Re}(W) + j \text{Im}(W). \quad (2.2)$$

Модуль $A(\omega)$ в показательной форме записи называется *амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ)*, а фаза или аргумент $\varphi(\omega)$ называется *фазочастотной характеристикой (ФЧХ)*.

Действительная часть амплитудно-фазовой характеристики $\text{Re}(\omega)$ называется *вещественной частотной характеристикой (ВЧХ)*.

Мнимая часть амплитудно-фазовой характеристики $\text{Im}(\omega)$ называется *мнимой частотной характеристикой (МЧХ)*.

При изменении частоты входного сигнала от 0 до ∞ можно исследовать спектр входного и выходного сигналов, т. е. получить *амплитудно-фазовую частотную характеристику (АФЧХ)* – траекторию движения конца вектора комплексного коэффициента передачи $W(j\omega)$, при изменении частоты от 0 до ∞ . АФЧХ отражает соотношение амплитуд и фаз сигналов на выходе и входе элемента системы.

Вместо АЧХ чаще строят *логарифмическую амплитудно-частотную характеристику (ЛАЧХ)*, представляющую собой зависимость

$20 \lg |W(\omega)| = 20 \lg |W_{\text{сум}}(\omega)|$ от $\lg |W(\omega)|$. Для одноконтурной системы такие характеристики можно легко построить при помощи асимптотических ЛАЧХ и ФЧХ типовых звеньев, входящих в систему. В этом случае ЛАЧХ системы определяется как сумма типовых ЛАЧХ:

$$\text{ЛАЧХ}_{\text{сист}} \rightarrow 20 \cdot \lg |W_{\text{раз}}(j\omega)| = \sum 20 \cdot \lg |W_i(j\omega)|, \quad (2.3)$$

где $W_i(j\omega)$ – комплексные коэффициенты передачи типовых звеньев.

Величину фазового сдвига определяют по формуле:

$$\varphi(\omega) = \sum \varphi_i(\omega), \quad (2.4)$$

где $\varphi_i(\omega)$ – фазовые сдвиги типовых звеньев.

В общем случае, если система не содержит в своем составе неминимально-фазовых звеньев, при построении ЛАЧХ и ФЧХ можно руководствоваться следующими правилами:

- 1) определяется общий (эквивалентный) коэффициент усиления системы;
- 2) определяются частоты сопряжения звеньев $\omega_i = \frac{1}{T_i}$;

3) определяется начальный наклон ЛАЧХ системы: если в передаточной функции нет множителя p , то начальный наклон составляет 0 дБ/дек , а начальный фазовый сдвиг $\varphi_0 = 0$; если множитель p присутствует в числителе, то начальный наклон составит $+20 \text{ дБ/дек}$, а фаза $\varphi_0 = +90^\circ$; если множитель p присутствует в знаменателе, то начальный наклон составит -20 дБ/дек , а фаза $\varphi_0 = -90^\circ$;

4) через точку $20 \cdot \lg(K_{\text{сум}})$ на частоте $\omega = 1$ или $\lg(\omega = 1) = 0$ проводится линия с начальным наклоном от $\omega = 0$ ($\lg(\omega = 0) = -\infty$) до пересечения с первой сопрягающей частотой;

5) далее, при достижении каждой сопрягающей частоты наклон будет изменяться на $+20 \text{ дБ/дек}$ – если множитель $(T_i p + 1)$ в числителе и на -20 дБ/дек – если множитель $(T_i p + 1)$ в знаменателе; фазовые сдвиги для этих звеньев определяются аналогичным образом, т. е. $\varphi_i = +\arctg(T_i \cdot \omega)$ – для числителя и $\varphi_i = -\arctg(T_i \cdot \omega)$ – для знаменателя. При этом необходимо также учитывать степень, с которой множитель $(T_i p + 1)$ входит в передаточную функцию, показатель степени будет являться множителем при определении наклона и фазы.

Задание к расчетно-графической работе № 2

Рассчитать и построить все виды частотных характеристик (АЧХ, ВЧХ, МЧХ, АФЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ) для элемента системы, передаточная функция

которого задана в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Варианты заданий

№ варианта	Передаточная функция $W(p)$	Параметры			
		K	T_1	T_2	T_3
1	2	3	4	5	6
1	$W(p) = \frac{Kp C_{3p+1}}{C_{1p+1} C_{2p+1}}$	10	0,1	2	0,5
2	$W(p) = \frac{K C_{2p+1}}{p C_{1p+1}}$	17	5	0,3	
3	$W(p) = \frac{K C_{1p+1} C_{2p+1}}{p C_{3p+1}}$	50	0,5	0,1	4
4	$W(p) = \frac{K C_{1p+1}}{C_{2p+1} C_{3p+1}}$	40	0,8	0,05	5
5	$W(p) = \frac{Kp}{C_{1p+1} C_{2p+1} C_{3p+1}}$	12	0,1	5	40
6	$W(p) = \frac{K C_{2p+1}}{p C_{1p+1}}$	15	0,5	12	
7	$W(p) = \frac{Kp C_{2p+1}}{C_{1p+1}}$	0,2	10	0,1	
8	$W(p) = \frac{Kp C_{3p+1}}{C_{1p+1} C_{2p+1}}$	50	10	0,2	0,05
9	$W(p) = \frac{K C_{2p+1}}{p C_{1p+1}}$	100	25	0,8	
10	$W(p) = \frac{K C_{1p+1} C_{2p+1}}{p C_{3p+1}}$	15	10	0,4	2
11	$W(p) = \frac{K C_{1p+1}}{C_{2p+1} C_{3p+1}}$	0,1	20	0,2	1
12	$W(p) = \frac{Kp}{C_{1p+1} C_{2p+1} C_{3p+1}}$	40	0,05	50	2
13	$W(p) = \frac{K C_{2p+1}}{p C_{1p+1}}$	40	16	0,1	
14	$W(p) = \frac{Kp C_{2p+1}}{C_{1p+1}}$	15	0,8	15	
15	$W(p) = \frac{Kp C_{3p+1}}{C_{1p+1} C_{2p+1}}$	12	20	1	0,1
16	$W(p) = \frac{K C_{2p+1}}{p C_{1p+1}}$	60	0,2	4	
17	$W(p) = \frac{K C_{1p+1} C_{2p+1}}{p C_{3p+1}}$	0,5	50	15	0,2

Окончание таблицы 2.1

1	2	3	4	5	6
18	$W_{\Phi} \approx \frac{K C_{1p+1}}{C_{2p+1} C_{3p+1}}$	25	0,1	30	2
19	$W_{\Phi} \approx \frac{Kp}{C_{1p+1} C_{2p+1} C_{3p+1}}$	100	12	0,2	4
20	$W_{\Phi} \approx \frac{K C_{2p+1}^2}{p C_{1p+1}}$	25	0,2	5	
21	$W_{\Phi} \approx \frac{Kp C_{2p+1}}{C_{1p+1}^2}$	0,8	25	1	
22	$W_{\Phi} \approx \frac{Kp C_{3p+1}}{C_{1p+1} C_{2p+1}}$	20	0,5	5	0,02
23	$W_{\Phi} \approx \frac{K C_{2p+1}}{p C_{1p+1}^2}$	25	1	50	
24	$W_{\Phi} \approx \frac{K C_{1p+1} C_{2p+1}}{p C_{3p+1}}$	20	0,1	20	1
25	$W_{\Phi} \approx \frac{K C_{1p+1}}{C_{2p+1} C_{3p+1}}$	18	0,5	4	16
26	$W_{\Phi} \approx \frac{Kp}{C_{1p+1} C_{2p+1} C_{3p+1}}$	2	1	20	0,04
27	$W_{\Phi} \approx \frac{K C_{2p+1}^2}{p C_{1p+1}}$	10	0,05	1	
28	$W_{\Phi} \approx \frac{Kp C_{2p+1}}{C_{1p+1}^2}$	25	0,4	2	
29	$W_{\Phi} \approx \frac{Kp C_{3p+1}}{C_{1p+1} C_{2p+1}}$	30	2	10	0,2
30	$W_{\Phi} \approx \frac{K C_{2p+1}}{p C_{1p+1}^2}$	200	12	0,5	
31	$W_{\Phi} \approx \frac{K C_{1p+1} C_{2p+1}}{p C_{3p+1}}$	16	0,8	2	12
32	$W_{\Phi} \approx \frac{K C_{1p+1}}{C_{2p+1} C_{3p+1}}$	7	40	9	0,5
33	$W_{\Phi} \approx \frac{Kp}{C_{1p+1} C_{2p+1} C_{3p+1}}$	50	0,5	15	80
34	$W_{\Phi} \approx \frac{K C_{2p+1}^2}{p C_{1p+1}}$	12	10	0,02	
35	$W_{\Phi} \approx \frac{Kp C_{2p+1}}{C_{1p+1}^2}$	32	0,02	1	

Пример выполнения расчетно-графической работы № 2

Рассчитать и построить все виды частотных характеристик для элемента системы, передаточная функция которого $W(p) = \frac{K(2p+1)}{p(1p+1)}$ где $K=12,5$, $T_1=1$, $T_2=0,5$.

Решение

Для построения частотных характеристик от передаточной функции $W(p)$ переходим к выражению комплексного коэффициента передачи $W(j\omega)$ заменяя преобразование Лапласа преобразованием Фурье ($p \rightarrow j\omega$).

$$W(j\omega) = \frac{K(2j\omega+1)}{j\omega(1j\omega+1)} = \frac{-Kj(2j\omega+1)(T_1j\omega+1)}{\omega(1^2\omega^2+1)} = \frac{K(jT_1T_2\omega^2 + (2-T_1)\omega - j)}{\omega(1^2\omega^2+1)} = \frac{K(2-T_1)}{T_1^2\omega^2+1} - j \frac{K(T_2\omega^2+1)}{\omega(1^2\omega^2+1)} \quad (2.5)$$

Выделим в последнем выражении вещественную и мнимую часть.

Выражение для построения вещественной частотной характеристики (ВЧХ):

$$\operatorname{Re} W(j\omega) = \frac{K(2-T_1)}{T_1^2\omega^2+1} = -\frac{6,25}{\omega^2+1} \quad (2.6)$$

Выражение для построения мнимой частотной характеристики (МЧХ):

$$\operatorname{Im} W(j\omega) = -\frac{K(T_2\omega^2+1)}{\omega(1^2\omega^2+1)} = -\frac{12,5(0,5\omega^2+1)}{\omega(\omega^2+1)} \quad (2.7)$$

Выражение для построения амплитудно-частотной характеристики (АЧХ):

$$|W(j\omega)| = \sqrt{\operatorname{Re}^2 W(j\omega) + \operatorname{Im}^2 W(j\omega)} = \sqrt{\left(\frac{K(2-T_1)}{T_1^2\omega^2+1}\right)^2 + \left(\frac{K(T_2\omega^2+1)}{\omega(1^2\omega^2+1)}\right)^2} = \frac{K}{\omega} \sqrt{\frac{2^2\omega^2+1}{1^2\omega^2+1}} = \frac{12,5}{\omega} \sqrt{\frac{0,25\omega^2+1}{\omega^2+1}} \quad (2.8)$$

Запишем выражение для построения фазочастотной характеристики (ФЧХ), которое представляет собой сумму фазовых сдвигов, создаваемых каждым из типовых звеньев, входящих в состав элемента:

$$\varphi(\omega) = -90^\circ - \operatorname{arctg}(\omega T_1) + \operatorname{arctg}(\omega T_2) = -90^\circ - \operatorname{arctg}(\omega) + \operatorname{arctg}(0,5\omega) \quad (2.9)$$

Подставим значения частоты ω в выражения (2.6) – (2.9), и сведем результаты вычислений в таблицу 2.2.

Таблица 2.2 – Данные для построения частотных характеристик

ω	0	0,010	0,1	0,2	0,5	0,8	1	2
$\text{Re } \Phi$	-6,25	-6,2	-6,2	-6,0	-5,0	-3,8	-3,1	-1,25
$\text{Im } \Phi$	$-\infty$	-1249,9	-124,4	-61,3	-22,5	-12,6	-9,4	-3,75
$ W(\omega) $	∞	1250,0	124,5	61,6	23,0	13,1	9,9	3,95
φ	-90	-90,2	-92,8	-95,6	-102,5	-106,8	-108,4	-108,4
ω	5	8	10	20	50	100	1000	∞
$\text{Re } \Phi$	-0,24	-0,10	-0,06	-0,02	-0,002	-0,001	0	0
$\text{Im } \Phi$	-1,30	-0,79	-0,63	-0,31	-0,125	-0,063	-0,006	0
$ W(\omega) $	1,32	0,80	0,63	0,31	0,125	0,063	0,006	0
φ	-100,4	-96,9	-95,6	-92,8	-91,1	-90,5	-90	-90

По данным таблицы 2.2 строим частотные характеристики.

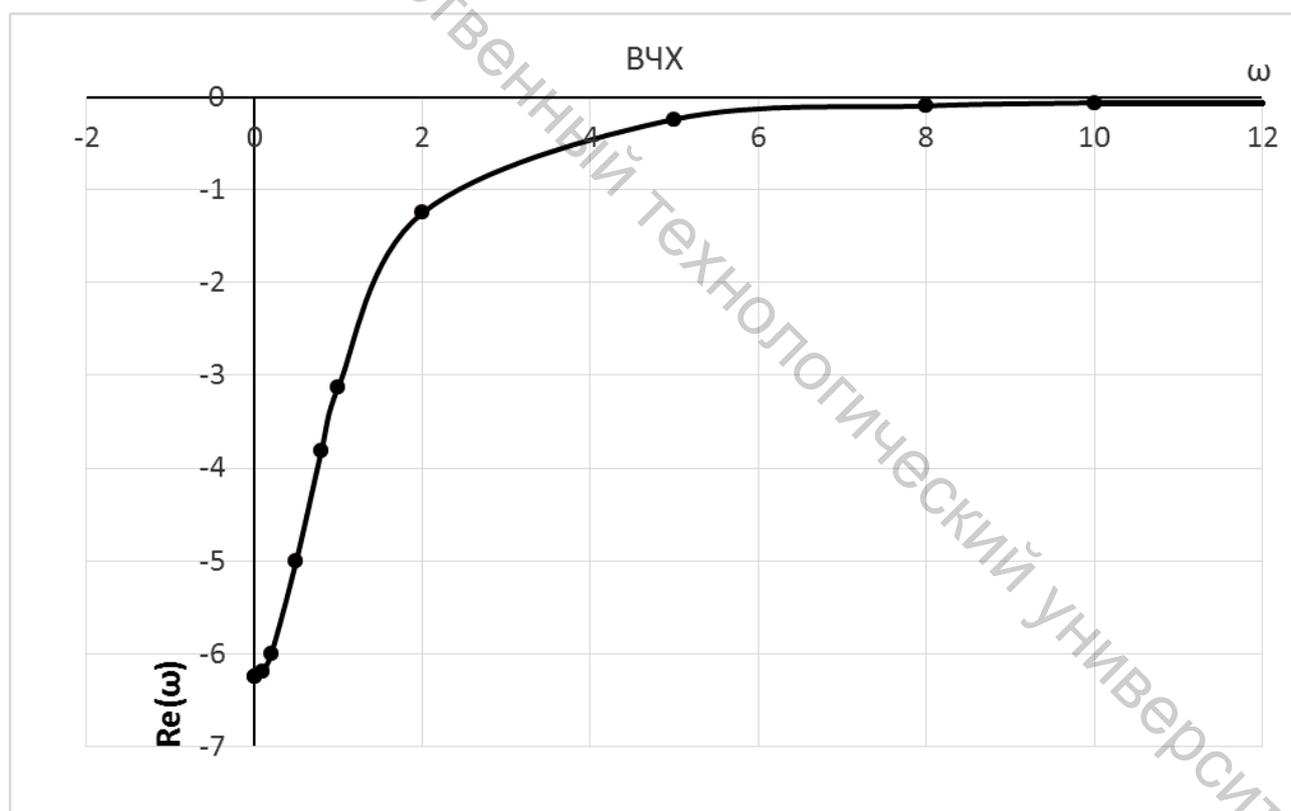


Рисунок 2.1 – ВЧХ

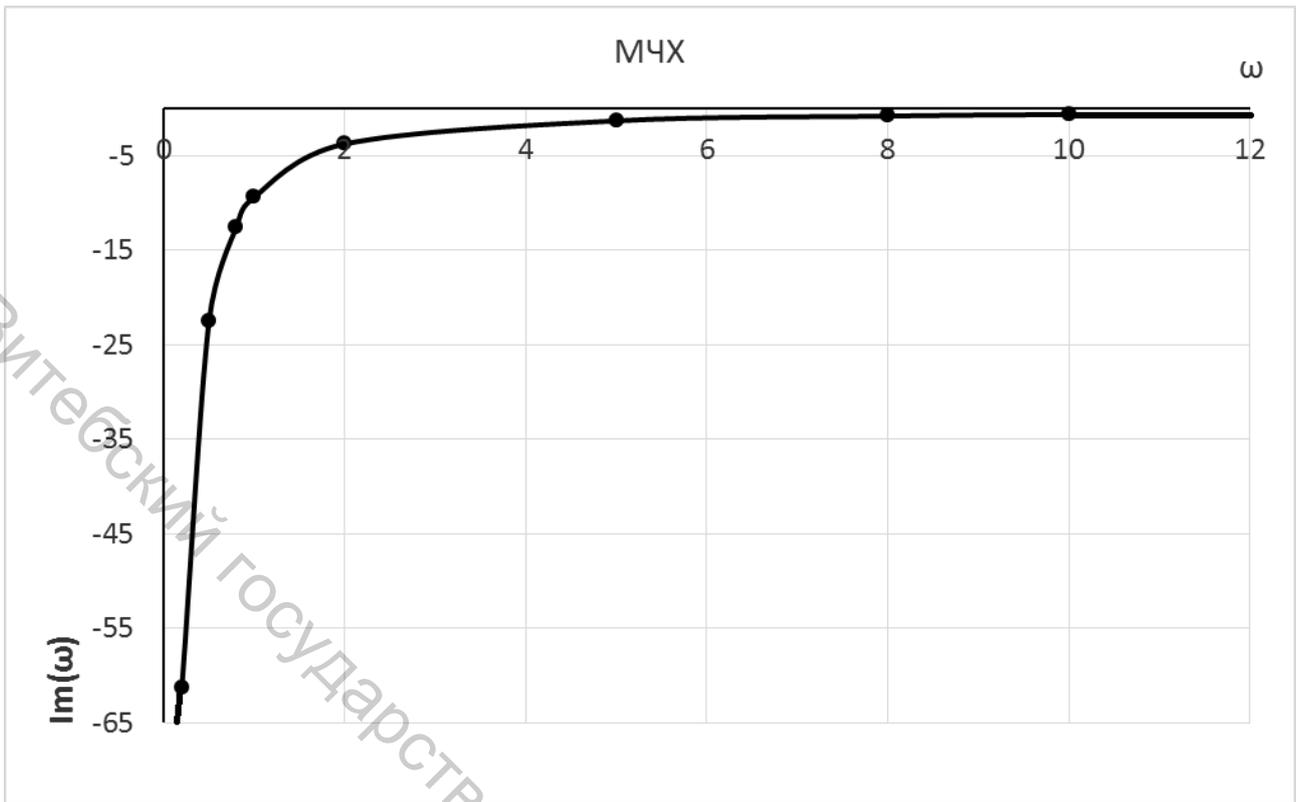


Рисунок 2.2 – МЧХ

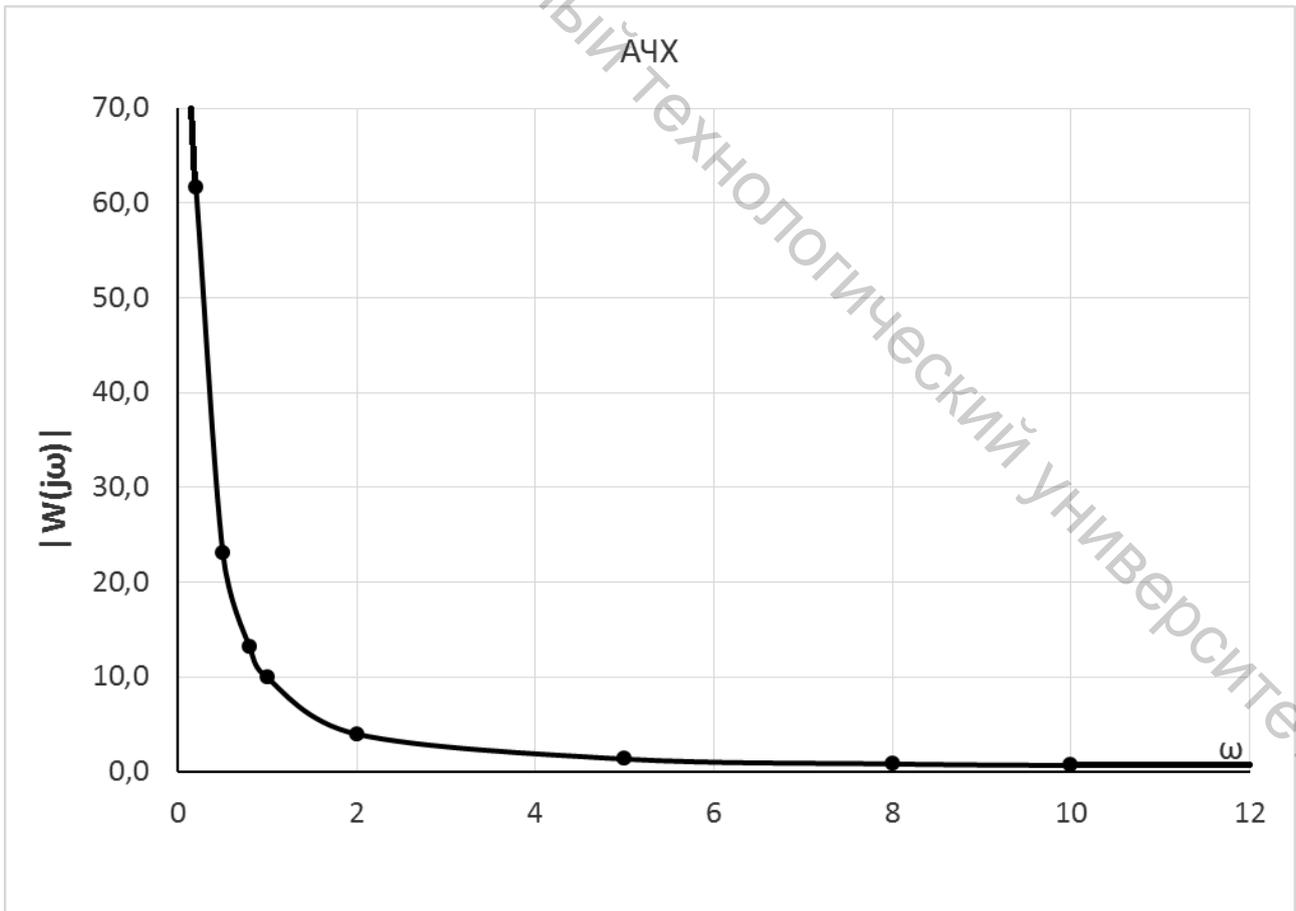


Рисунок 2.3 – АЧХ

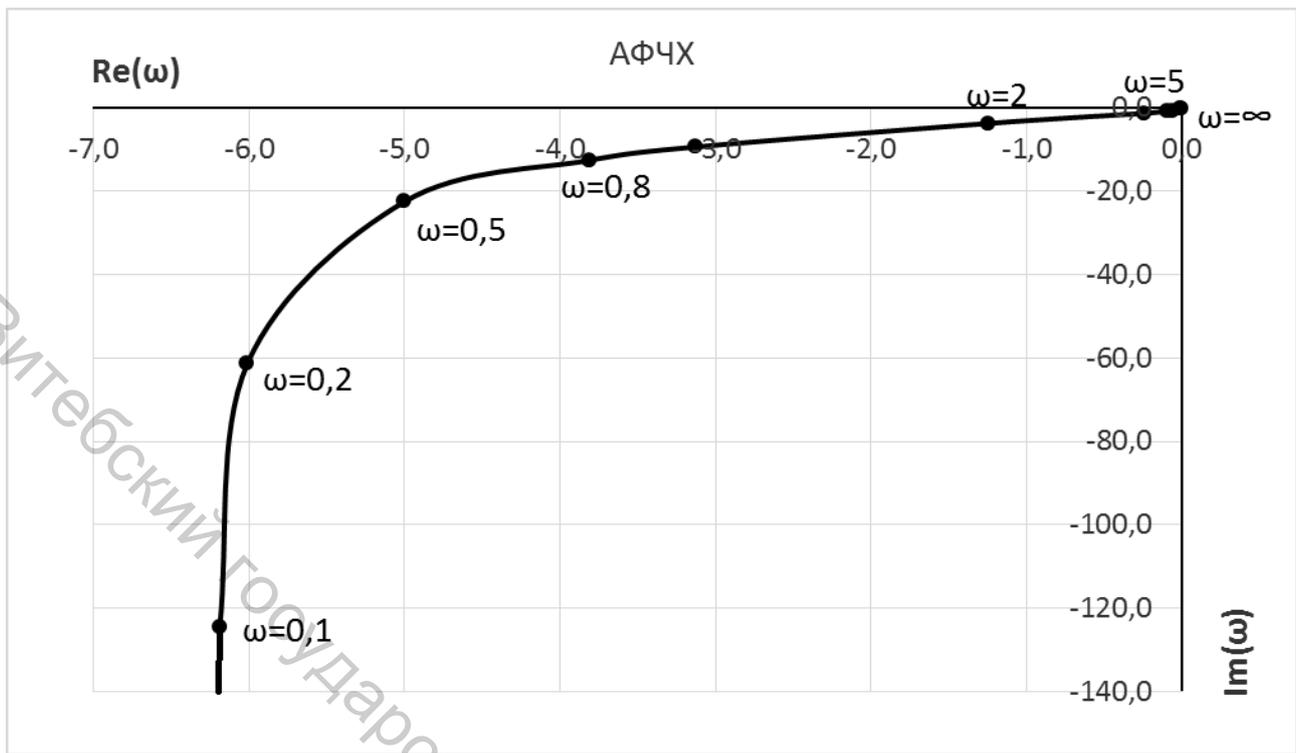


Рисунок 2.4 – АФЧХ

Фазочастотную характеристику (ФЧХ) и логарифмическую амплитудно-частотную характеристику (ЛАЧХ) построим на одной координатной сетке в логарифмическом масштабе. Для каждого значения частоты ω из таблицы 2.3 найдем $\lg |G|$

Таблица 2.3 – Данные для построения ФЧХ

ω	0	0,010	0,1	0,2	0,5	0,8	1	2
$\lg G $	$-\infty$	-2	-1	-0,7	-0,3	-0,10	0	0,3
$\varphi G $	-90	-90,2	-92,8	-95,6	-102,5	-106,8	-108,4	-108,4
ω	5	8	10	20	50	100	1000	∞
$\lg G $	0,7	0,9	1	1,3	1,7	2	3	0
$\varphi G $	-100,4	-96,9	-95,6	-92,8	-91,1	-90,5	-90	-90

Для построения ЛАЧХ рассчитаем:

$$20 \lg K = 20 \lg 12,5 = 21,9;$$

$$\omega_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{1} = 1; \lg \omega_1 = \lg 1 = 0;$$

$$\omega_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0,5} = 2; \lg \omega_2 = \lg 2 = 0,3.$$

Нанесем линии, соответствующие частотам излома ЛАЧХ (рисунок 1.14). Линия $\omega_1 = \frac{1}{T_1} = 1$ совпадает с осью ординат, линия $\omega_2 = \frac{1}{T_2} = 2$ обозначена пунктиром.

Через точку $20 \lg K = 20 \lg 12,5 = 21,9$, отложенную на оси ординат (на частоте $\omega = 1$ [$\lg \omega = 0$]), проводим линию с начальным наклоном ЛАЧХ -20 дБ/дек , поскольку в передаточной функции сомножитель p находится в знаменателе. После частоты $\omega_1 = \frac{1}{T_1} = 1$ наклон ЛАЧХ изменится на -20 дБ/дек и станет равным -40 дБ/дек , поскольку сомножитель $(p+1)$ находится в знаменателе передаточной функции. После частоты $\omega_2 = \frac{1}{T_2} = 2$ наклон ЛАЧХ изменится на $+20 \text{ дБ/дек}$ и станет равным -20 дБ/дек , поскольку сомножитель $(p+1)$ находится в числителе передаточной функции.

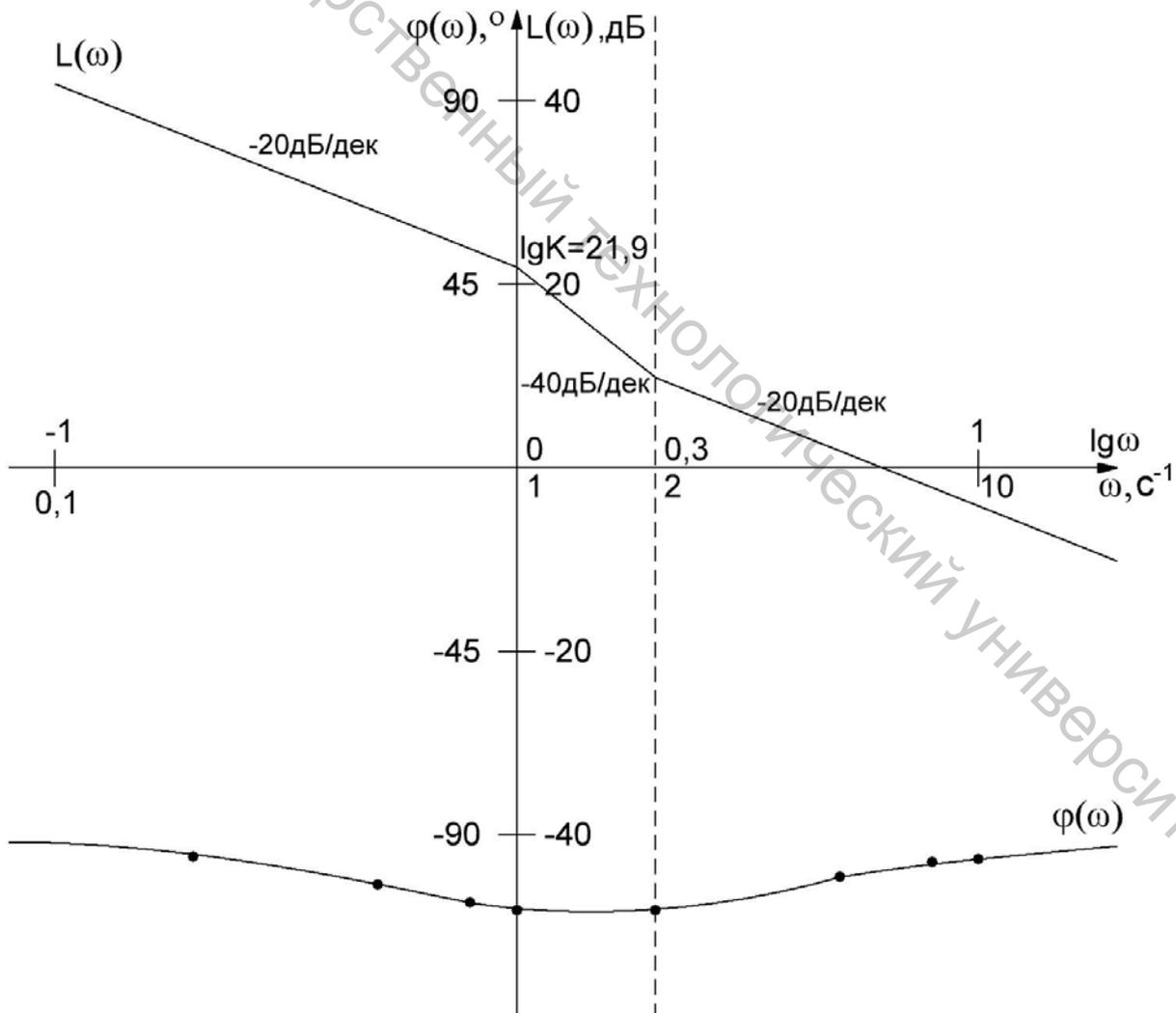


Рисунок 2.5 – ЛАЧХ и ФЧХ

ЛИТЕРАТУРА

1. Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем : учебник для вузов / под ред. Н. Н. Иващенко – 3-е изд. – Москва : Машиностроение, 1973. – 606 с.

2. Анхимюк, В. Л. Теория автоматического управления : учебное пособие для вузов / В. Л. Анхимюк, О. Ф. Опейко, Н. Н. Михеев. – Минск : Дизайн ПРО, 2000. – 352 с.

3. Анхимюк, В. Л. Теория автоматического управления : учеб. пособие для электротехн. спец. вузов / В. Л. Анхимюк, О. Ф. Опейко, Н. Н. Михеев. – 3-е изд., перераб. и доп. – Минск : Вышэйшая школа, 1979. – 352 с.

4. Бесекерский, В. А. Теория систем автоматического управления / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – Москва : Наука, 1966. – 992 с.

5. Куропаткин, П. В. Теория автоматического управления : учебное пособие для электротехн. спец. вузов / П. В. Куропаткин. – Москва : Высшая школа, 1973. – 528 с.

6. Справочное пособие по теории систем автоматического регулирования и управления / под общ. ред. Е. А. Санковского. – Минск : Выш. шк., 1973. – 583 с.

7. Теория автоматического управления : учебник для вузов / Л. С. Гольдфарб [и др.] ; под ред. А. В. Нетушила. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Выш. шк., 1983. – 432 с.

8. Теория автоматического управления : учебник для вузов : в 2 ч. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Выш. шк., 1986. – 2 ч.

9. Топчеев, Ю. И. Атлас для проектирования систем автоматического регулирования : учеб. пособие для вузов / Ю. И. Топчеев. – Москва : Машиностроение, 1989. – 752 с.

10. Кулаков, Г. Т. Инженерные экспресс-методы расчета промышленных систем регулирования : справочное пособие / Г. Т. Кулаков. – Минск : Вышэйшая школа, 1984. – 192 с.

11. Микропроцессорные автоматические системы регулирования. Основы теории и элементы : учеб. пособие / В. В. Солодовников [и др.] ; под ред. В. В. Солодовникова. – Москва : Выш. шк., 1991. – 256 с.

12. Наладка автоматических систем и устройств управления технологическими процессами : справочное пособие / под ред. А. С. Ключева. – Москва : Энергия, 1977. – 400 с.

13. Ротач, В. Я. Теория автоматического управления теплоэнергетическими процессами : учебник для вузов / В. Я. Ротач. – Москва : Энергоиздат, 1985. – 292 с.

14. Руководство по проектированию систем автоматического управления : учеб. пособие для студентов специальности «Автоматика и телемеханика» / под ред. В. А. Бесекерского. – Москва : Выш. шк., 1983. – 296 с.

15. Сборник задач по теории автоматического управления: учебное пособие для вузов / под ред. В. А. Бесекерского. – Москва : Наука, 1972. – 587 с.
16. Солодовников, В. В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования : учеб. пособие для вузов / В. В. Солодовников, В. Н. Плотников, А. В. Яковлев. – Москва : Машиностроение, 1985. – 538 с.
17. Кулаков, Г. Т. Анализ и синтез систем автоматического регулирования : учеб. пособие / Г. Т. Кулаков. – Минск : Технопринт, 2003. – 135 с.
18. Лазарева, Г. Я. Основы теории автоматического управления : учеб. пособие / Г. Я. Лазарева, Ю. Ф. Мартемьянов. – Тамбов : изд-во Тамбовского гос. технол. ун-та, 2003. – 308 с.