

Теперь рассмотрим случай, когда неравенства  $|A_1|, |A_2| \leq 1$  не выполняются и двух точек недостаточно для определения оптимальности.

**ЛЕММА.** Пусть прямая  $y = ax + b$  проходит только через точки  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_k, y_k)$ . Пусть  $\Delta_j = |x_i - x_j|$ . Тогда если выполняются неравенства

$$-\sum_{i=1}^k \Delta_j < \sum_{i=k+1}^n c_i x_i - \sum_{i=k+1}^n c_i x_j < \sum_{i=1}^k \Delta_j \quad (1 \leq j \leq k), \quad (3)$$

то выполняются и следующие неравенства:

$$-k < \sum_{i=k+1}^n c_i < k, \quad -\sum_{j=1}^k x_j < \sum_{i=k+1}^n c_i x_i < \sum_{j=1}^k x_j.$$

Если  $x_0$  – произвольная точка и  $\Delta_j = |x_0 - x_j|$ , то выполняются неравенства

$$-\sum_{j=1}^k \Delta_j < \sum_{i=k+1}^n c_i x_i - \sum_{i=k+1}^n c_i x_0 < \sum_{j=1}^k \Delta_j.$$

**ПРЕДЛОЖЕНИЕ 5.** Пусть прямая  $y = a_0 x + b_0$  проходит только через точки  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_k, y_k)$ , и справедливы неравенства (3). Тогда данная прямая является оптимальной.

**ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.** Показывается, что при любом движении прямой происходит рост значения функции  $\Phi(a; b)$ .

**ПРЕДЛОЖЕНИЕ 6.** Пусть прямая  $y = a_0 x + b_0$  проходит только через точки  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_k, y_k)$ , и справедливы неравенства, аналогичные (3), но среди неравенств могут быть нестрогие. Тогда данная прямая является оптимальной, но не единственной.

**ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.** Наличие нестрогих неравенств указывает на возможность движения прямой с сохранением значения функции  $\Phi(a; b)$ .

#### Список использованных источников

1. Иоффе, А. Д. Теория экстремальных задач / А. Д. Иоффе, В. М. Тихомиров. – Москва : Наука, 1976. – 480 с.

УДК 621.778: 621.372.8

## АНАЛИЗ МЕТОДОВ РАСЧЕТА И КОНСТРУИРОВАНИЯ ВОЛНОВОДНЫХ СИСТЕМ ДЛЯ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛОЧИЛЬНЫХ УСТАНОВОК

*Асп. Новиков В.Ю.*

*Витебский государственный технологический университет*

**Введение.** Действие мощных ультразвуковых колебаний на процесс волочения пластичных, труднодеформируемых и композиционных материалов хорошо известно. Однако важную роль играют вопросы проектирования ультразвуковой колебательной системы (УЗКС). Теория и анализ этих систем излагаются на основе дифференциальных уравнений, а решение их представляет относительно сложную задачу, поэтому принято расчет и анализ сложных УЗКС сводить к простым системам с соответствующими граничными условиями. Компьютеры позволяют выполнить такие расчеты при помощи приближенных численных методов, один из них – метод конечных элементов (МКЭ), который реализован в ANSYS, позволяющей моделировать различные по

функциональному назначению и принципу преобразования энергии электромеханические устройства.

**Постановка задачи.** В качестве объекта исследований было рассмотрено три распространенных вида исполнения УЗКС, применяемых при волочении материалов: резонансные частоты которых  $f = 18$  кГц, материал – сталь общего назначения: ступенчатый концентратор с присоединенной массой, в котором волокна фиксируются накручивающейся на него крышкой; ступенчатый концентратор с запрессованной волокой (материал волокна – латунь); конический концентратор с присоединенной массой, в котором выполнены четыре отверстия в виде волок.

Произведем расчет УЗКС численно-аналитическим методом, результаты которого сопоставим с результатами анализа в ANSYS.

**Расчет концентратора численно-аналитическим методом.** При расчете колебательной системы интерес вызывает только установившийся процесс, а выражение, связывающее собственную частоту колебательной системы с ее длиной, можно написать из условия обращения в нуль относительной деформации.

Для однородной стержневой колебательной системы [1]

$$l = \frac{v}{2f}, \quad (1)$$

где  $v$  – скорость распространения упругой волны,  $f$  – собственная частота УЗКС.

Для конической стержневой колебательной системы [1]

$$l = \frac{v}{2f} \sqrt{\frac{(\eta\pi)^2 + 4 \left( \frac{d_0 - d_1}{d_0 + d_1} \right)^2}{\pi^2}}. \quad (2)$$

Результаты расчетов резонансных характеристик исследуемых колебательных систем: ступенчатый концентратор с присоединенной массой ( $L = 125,00$  мм; коэффициент усиления  $k = 1,813$ ); ступенчатый концентратор с запрессованной волокой ( $L = 141,60$  мм; коэффициент усиления  $k = 1,625$ ); конический концентратор с присоединенной массой ( $L = 135,5$  мм; коэффициент усиления  $k = 2,536$ ).

**Анализ концентратора в ANSYS.** Следует отметить, что любая задача расчета УЗКС в ANSYS рассматривается как задача анализа и используется для расчета резонансных характеристик существующих колебательных систем и форм колебаний с помощью МКЭ.

По результатам синтеза ступенчатый концентратор с присоединенной массой смоделирован в ANSYS, его расчетное значение резонансной частоты составило 17,34 кГц и отклоняется от заданного на 3,7 %, значение коэффициента усиления ( $k = 1,975$ ) отклоняется на 8,2 %. По расчетным данным концентратор был изготовлен и испытан совместно с магнитострикционным преобразователем, имеющим резонансную частоту 18,00 кГц. Резонансная частота изготовленной колебательной системы равна 17,84 кГц, отклоняется от заданной на 0,9 %.

Расчетное значение резонансной частоты ступенчатого концентратора с запрессованной волокой в ANSYS составило 17,70 кГц, что отклоняется от заданного на 1,7 %, значение коэффициента усиления ( $k = 1,641$ ) отклоняется на 9,7 %.

Значение резонансной частоты конического концентратора с присоединенной массой, рассчитанное ANSYS, равно 18,24 кГц, отклоняется от заданного на 1,3 %, коэффициент усиления ( $k = 2,571$ ) отклоняется на 1,4 %. По результатам синтеза концентратор был изготовлен и испытан совместно с магнитострикционным преобразователем, имеющим резонансную частоту 18,00 кГц. При этом была измерена резонансная частота колебательной системы, которая составила 18,14 кГц с отклонением в 0,8 % от заданной.

Полученные расчетные значения резонансных характеристик УЗКС в ANSYS и измеренные резонансные частоты изготовленных УЗКС подтверждают высокую точность решения численно-аналитическим методом.

**Выводы.** Рассмотренный численно-аналитический метод позволяет с высокой точностью синтезировать УЗКС, применяемых при волочении различных материалов.

ANSYS является эффективным инструментом для анализа сложных УЗКС, состоящих из нескольких элементов с различной собственной частотой.

Список использованных источников

1. Теумин, И. И. Ультразвуковые колебательные системы / И. И. Теумин. – Москва : Машгиз, 1959. – 331 с.

УДК 577(075)

## КИНЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В МЕДИЦИНЕ

Студ. Булах А.В., студ. Шилин К.А.

Витебский государственный университет имени П.М.Машерова;

к.б.н., доц. Шилина М.В.

Витебский государственный медицинский университет

Фармакокинетическая модель описывает кинетику (изменение во времени) распределения введенных в организм препаратов (лекарств, индикаторов). Терапевтический эффект препарата зависит от его концентрации в больном органе (органе-мишени) и времени нахождения в органе при оптимальной концентрации лекарства. Задача врача – выбор дозы, способа, периодичности введения лекарства, обеспечивающего максимальный терапевтический эффект при минимальных побочных явлениях.

Цель создания фармакокинетической модели — помочь в решении этой задачи. Фармакокинетическая модель создана специально для лабораторного практикума по курсу «Физика и биофизика» и позволяет студентам-медикам, в пределах определенных допущений, найти изменения концентрации препарата во времени при различных способах его введения в организм, рассчитать оптимальное соотношение между параметрами ввода и вывода препарата для обеспечения необходимого терапевтического эффекта.

Рассмотрим фармакокинетическую модель. Величина и продолжительность фармакологического эффекта во многом определяются концентрацией лекарственного вещества (ЛВ) в органах или тканях, где оно оказывает свое действие. Поэтому очень важно поддерживать определённую (терапевтическую) концентрацию ЛВ в месте его действия.

Концентрация препарата в крови зависит: 1) от всасывания препарата в кровеносное русло (константа всасывания  $k_1$ ) при внесосудистом введении; 2) от транспорта лекарства из крови в орган-мишень и обратно (константы  $k_{23}$  и  $k_{32}$ ); 3) от удаления препарата из крови и разрушения, инактивации препарата (константа  $k_4$ ).

Предлагаемая компьютерная модель позволяет проанализировать решение для трех способов введения лекарственного препарата (рисунок).

1 способ. Однократное введение лекарственного препарата (инъекция).  $Q = 0$ .

В этом случае кинетическое уравнение:  $\frac{dm}{dt} = -km$ .

2 способ. Непрерывное введение препарата с постоянной скоростью (инфузия).  $m_0 = 0$ .

В этом случае изменение массы лекарственного препарата в организме определяется не только скоростью его удаления, но и скоростью введения  $Q$  — количеством лекарственного вещества, вводимого в организм за единицу времени:  $\frac{dm}{dt} = Q - kt$

Концентрация лекарства в крови

$$c = \frac{Q}{k_1} (1 - e^{-k_1 t})$$

3 способ. Сочетание непрерывного введения лекарственного препарата (2 способ) с введением нагрузочной дозы (1 способ).

При этом фармакокинетическая модель примет вид: