УДК 004.942 : [677.075.017 : 61]

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РЕЛАКСАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В ТРИКОТАЖЕ ДЛЯ КОМПРЕССИОННЫХ МЕДИЦИНСКИХ ИЗДЕЛИЙ

Студ. Зезюлин Д.С., доц. Кузнецов А.А., асп. Надёжная Н.Л., доц. Чарковский А.В.

УО «Витебский государственный технологический университет»

Исследование характера течения процессов релаксации напряжений в трикотаже для компрессионных медицинских изделий имеет большую практическую значимость, поскольку основная характеристика изделий данного назначения – давление, оказываемое на тело, зависит от напряжений, возникающих в трикотаже при его растяжении до требуемого удлинения на теле. Исходя из особенностей назначения компрессионных изделий, трикотаж после надевания изделия на тело растягивается до заданного удлинения, зависящего от размеров изделия в свободном состоянии и размеров тела, и удлинение является условно постоянным в течение одного цикла ношения изделия. Таким образом, на практике имеет место режим релаксации напряжений при постоянной деформации материала. Вследствие релаксаций напряжения в трикотаже давление изделия не будет постоянным, а будет уменьшаться со временем в течение носки до некоторого равновесного значения. Для проектирования кроеных компрессионных изделий медицинского назначения и прогнозирования изменения компрессионных свойств с течением времени представляет наибольший интерес исследование релаксации напряжения в трикотаже при постоянном удлинении. Целью данной работы является моделирование процессов релаксации напряжений в трикотажном полотне для компрессионных медицинских изделий. Объектом исследования является трикотажное полотно для компрессионных медицинских изделий типа рукав двух вариантов: на базе переплетения кулирная гладь и ластик 1+1; в качестве грунтовой нити для обоих вариантов полотен использовалась хлопчатобумажная пряжа линейной плотности 16,5 текс, а в качестве эластомерного компонента – нить спандекс линейной плотности 8 текс.

Для моделирования релаксационных процессов текстильных материалов, в частности, трикотажа, широко используются подходы, используемые при изучении аналогичных явлений в полимерных материалах: разновидности нелинейно-наследственной теории вязкоупругости, математические и механические модели. Для моделирования релаксационных свойств трикотажного полотна для компрессионных медицинских изделий в данной работе предлагается использовать обобщенную модель Максвелла с двумя временами релаксации, структура которой показана на рисунке.

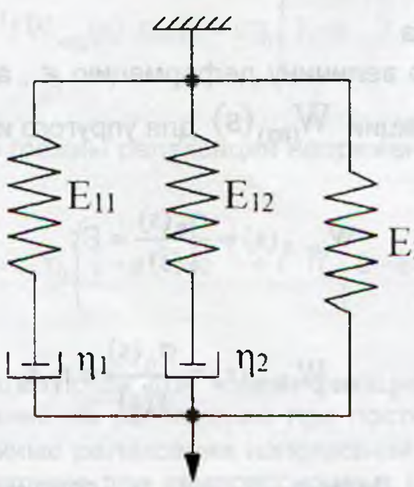


Рисунок – Схема обобщенной механической модели с двумя средними временами релаксации

Одной из трудностей при использовании механических моделей, в особенности состоящих из большого числа элементов, является необходимость вывода дифференциального уравнения для каждого вида модели и его решение для каждого частного случая нагружения материала. Моделирование можно существенно упростить, если использовать для описания структуры, состоящей из упругих и вязких элементов, модель в виде передаточной функции. Понятие передаточной функции широко используется в теории автоматического управления для моделирования различных динамических объектов. Под передаточной функцией понимается отношение изображения выходной величины для объекта или устройства системы к изображению функции входной величины, полученные с помощью прямого преобразования Лапласа при нулевых начальных условиях. Представление математической модели в виде передаточной функции позволяет с помощью специальных программ динамического моделирования систем («VisSim», «Simulink» и др.) получать зависимости выходной величины от времени практически для любых режимов изменения входной величины. При этом, если известны параметры модели, нет необходимости в решении дифференциальных уравнений для каждого режима изменения входной величины, а также не требуется проведение расчетов. Таким образом, представление математической модели изучаемого объекта в виде передаточной функции позволяет значительно снизить временные затраты на моделирование.

Определим передаточную функцию выбранной механической модели. Известно, что для упругого элемента связь между нагрузкой и деформацией имеет вид:

$$\sigma_E(t) = E \cdot \varepsilon(t), \tag{1}$$

для вязкого:

$$\sigma_\eta(t) = \eta \cdot \frac{d\varepsilon(t)}{dt}. \tag{2}$$

Применив к данным выражениям преобразование Лапласа, получим:

$$\sigma_E(s) = E \cdot \varepsilon(s), \tag{3}$$

$$\sigma_\eta(s) = \eta \cdot s \cdot \varepsilon(s), \tag{4}$$

где s – оператор Лапласа.

Если принять за входную величину деформацию ε, а выходную – нагрузку σ, можно записать передаточные функции $W_{(\varepsilon\sigma)}(s)$ для упругого и вязкого элементов:

$$W_{(\varepsilon\sigma)E}(s) = \frac{\sigma_E(s)}{\varepsilon(s)} = E; \tag{5}$$

$$W_{(\varepsilon\sigma)\eta}(s) = \frac{\sigma_\eta(s)}{\varepsilon(s)} = \eta \cdot s. \tag{6}$$

Рассмотрим элемент 1. Звенья E_{11} и η_1 соединены последовательно, значит $\sigma_{E_{11}} = \sigma_{\eta_1} = \sigma_1$ и $\varepsilon_{E_{11}} + \varepsilon_{\eta_1} = \varepsilon_1$. Следовательно, можно записать:

$$W_{(\varepsilon\sigma)1}(s)=\frac{\sigma_1(s)}{\varepsilon_1(s)}=\frac{\eta_1 s}{\dfrac{\eta_1}{E_{11}}s+1}, \qquad (7)$$

где $W_{(\varepsilon\sigma)1}(s)$ – эквивалентная передаточная функция последовательно соединенных элементов E_{11} и η_1.

Аналогично запишем $W_{(\varepsilon\sigma)2}(s)$ – эквивалентную передаточную функцию последовательно соединенных элементов E_{12} и η_2.

$$W_{(\varepsilon\sigma)2}(s)=\frac{\sigma_2(s)}{\varepsilon_2(s)}=\frac{\eta_2 s}{\dfrac{\eta_2}{E_{12}}s+1}. \qquad (8)$$

Передаточная функция для элемента 3:

$$W_{(\varepsilon\sigma)3}(s)=\frac{\sigma_3(s)}{\varepsilon_3(s)}=E_2. \qquad (9)$$

Элементы 1, 2 и 3 соединены параллельно, значит передаточная функция, соответствующая рассматриваемой механической модели:

$$W_{(\varepsilon\sigma)}(s)=\frac{\sigma(s)}{\varepsilon(s)}=\frac{\eta_1 s}{\dfrac{\eta_1}{E_{11}}s+1}+\frac{\eta_2 s}{\dfrac{\eta_2}{E_{12}}s+1}+E_2. \qquad (10)$$

С использованием передаточной функции можно достаточно просто получить выражения, связывающие напряжение, деформацию и время для различных режимов деформирования. При постоянной скорости нарастания деформации $\varepsilon = c \cdot t$:

$$\sigma(t)=L^{-1}\{W_{(\varepsilon\sigma)}(s)\cdot\varepsilon(s)\}=c\eta_1\left(1-e^{-t\frac{E_{11}}{\eta_1}}\right)+c\eta_2\left(1-e^{-t\frac{E_{12}}{\eta_2}}\right)+E_2 ct \qquad (11)$$

При постоянной деформации (режим релаксации напряжений):

$$\sigma(t,\varepsilon)=c\cdot\eta_1\left(1-e^{\frac{-\varepsilon}{cT_1}}\right)e^{-\frac{t}{T_1}}+c\cdot\eta_2\left(1-e^{\frac{-\varepsilon}{cT_2}}\right)e^{-\frac{t}{T_2}}+E_2\cdot\varepsilon. \qquad (12)$$

Соотношения (11), (12) используются для идентификации параметров механической модели по результатам испытаний на растяжение при постоянной скорости нарастания деформации и испытаний в режиме релаксации напряжений. Представление модели релаксационных процессов в трикотаже для компрессионных медицинских изделий в виде передаточной функции (10) позволило с помощью пакета «Simulink» промоделировать процессы изменения напряжений в трикотаже в различных режимах изменения деформации. Использование данной модели также позволяет прогнозировать равновесное значение напряжения и оценивать уменьшение давления компрессионного изделия вследствие релаксации напряжений.

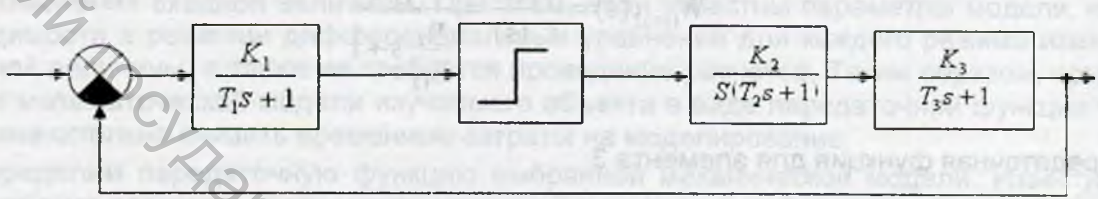
УДК 681.5

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА ВИБРАЦИОННОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ

Доц. Иванова Л.В., студ. Сеньков С.А.

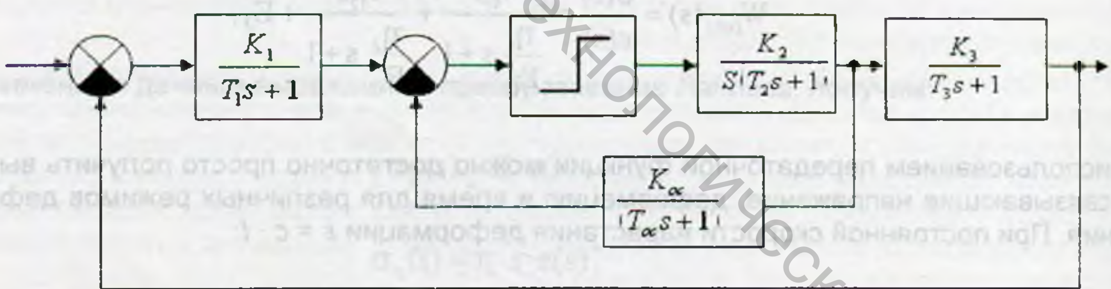
УО «Витебский государственный технологический университет»

Зададимся нелинейной системой вида:



Для того, чтобы реализовать вибрационную линеаризацию автоколебаниями, необходимо создать вокруг нелинейного звена внутренний высокочастотный автоколебательный контур с передаточной функцией третьего порядка. ОС удобно завести с выхода второго звена на вход НЭ. Так как передаточная функция второго звена второго порядка, в качестве звена обратной связи выбираем апериодическое звено первого порядка.

Тогда структура САУ примет вид:



Зададимся требованиями к системе:

— автоколебания на входе нелинейного элемента;

— третье звено должно ослаблять амплитуду в 100 раз.

Рассмотрим внутренний высокочастотный колебательный контур:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{0{,}1T_{oc}}};$$

$$A = \frac{40K_{oc}}{\omega^2(0{,}1+T_{oc})} = \frac{40K_{oc}}{\frac{1}{0{,}1T_{oc}}(0{,}1+T_{oc})} = \frac{40K_{oc}T_{oc}}{(1+10T_{oc})}.$$

Из полученных выражений видно, что частота внутренних высокочастотных автоколебаний зависит только от постоянной времени обратной связи в то время, как амплитуда этих колебаний зависит как от постоянной времени, так и от коэффициента усиления обратной связи.