

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
«Витебский государственный технологический университет»

## **МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА**

Лабораторный практикум по курсу «Физика»

Витебск  
2017

УДК 531/534 + 539.19  
ББК 22.3

Составители:

В. В. Рубаник, В. В. Рубаник (мл.), А. Д. Шилин, Н. М. Лаппо

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом УО «ВГТУ», протокол № 5 от 23.06.2017.

**Механика и молекулярная физика** : лабораторный практикум по курсу «Физика» / сост. В. В. Рубаник [ и др. ]. – Витебск : УО «ВГТУ», 2017. – 97 с.

Лабораторный практикум содержит 14 лабораторных заданий. В начале каждого задания дается краткое теоретическое обоснование исследуемого вопроса раздела «Механика и молекулярная физика». В практической части дано описание установки и изложен порядок выполнения работы. В конце каждого задания приводится перечень контрольных вопросов.

УДК 531/534 + 539.19  
ББК 22.3

© УО «ВГТУ», 2017

## ВВЕДЕНИЕ

### Оформление отчетов по лабораторным работам

В отчетах по лабораторным работам указывают:

1. **Номер и название работы.**

2. **Цель работы.**

3. **В теоретическом обосновании** указать:

3.1. Схема установки.

3.2. Названия приборов.

3.3. Краткую формулировку идеи метода измерений.

3.4. Расчетные формулы искомых физических величин с пояснениями входящих в них символов.

4. **В выполнении работы** указывают:

4.1. Таблицы для записи измеренных и вычисленных величин. Каждая таблица должна иметь свой номер и название. В столбцах (или строках) таблицы необходимо записать название величин, их обозначения и единицы измерения. В первых столбцах записывают величины, являющиеся аргументами, в последующих – зависимые величины. Заголовки некоторых столбцов могут быть объединены в группы.

4.2. Вычисления результатов по расчетным формулам. В расчетные формулы подставляют численные значения величин в системе СИ, получая числовые формулы. Выполняют вычисления и записывают результат. Промежуточные вычисления и размерности величин в числовых формулах не записывают.

4.3. Вычисления погрешностей. Записывают формулу погрешностей непосредственно и косвенно измеряемых величин, подставляют в них соответствующие числовые значения и записывают результат вычисления (по требованию преподавателя).

4.4. Окончательный результат измерений (с учетом погрешностей, если они вычислялись).

4.5. Графики.

### 5. Выводы.

Числовые значения в таблицы следует записывать так, чтобы запятые, отделяющие целые части от десятичных знаков, были на одной вертикали.

В случае отсутствия каких-либо данных в таблице ставится прочерк. Его нельзя заменять нулем, так как нуль – вполне конкретная величина.

При записи очень больших и очень малых чисел применять масштабирование. Например, значение  $X = 0,00015$  можно записывать так:  $X = 1,5 \cdot 10^{-4}$ . В столбце таблицы записывают число 1,5, а обозначение физической величины в заглавной строке таблицы записывают в виде  $X$ ,  $10^{-4}$  или  $X \cdot 10^{-4}$  с

указанием размерности в системе СИ.

Значащими цифрами числа называются все его цифры, кроме нулей, стоящих перед первой отличной от нуля цифрой, и нулей, полученных в результате округления.

При сложении и вычитании приближенных чисел окончательный результат округляют так, чтобы он не имел значащих цифр в тех разрядах, которые отсутствуют хотя бы в одном из слагаемых. Например, при сложении чисел  $4,462 + 2,38 + 1,17273 + 1,0262 = 9,04093$  сумму следует округлить до сотых долей, т. е. принять ее равной 9,04, так как слагаемое 2,38 задано с точностью до сотых долей.

При умножении следует округлить сомножители и результат так, чтобы каждый из них содержал столько значащих цифр, сколько их имеет сомножитель с наименьшим числом значащих цифр.

Например,  $3,723 \cdot 2,4 \cdot 5,1846 \approx 3,7 \cdot 2,4 \cdot 5,2 \approx 46$ .

Такое же правило следует соблюдать и при делении приближенных чисел.

### Лабораторная работа М 1

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ФИЗИЧЕСКОГО КСПЕРИМЕНТА. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕЛ ПРАВИЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

**Цель работы:** на примере определения плотности тел правильной геометрической формы изучить и применить на практике методику обработки результатов прямых и косвенных измерений.

**Приборы и принадлежности:** набор тел правильной геометрической формы, технические весы с разновесами, измерительная линейка, штангенциркуль, микрометр.

### Теоретическое обоснование

**Измерением** называется нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств.

Измерить какую-либо величину – это значит сравнить ее с однородной величиной, принятой за единицу измерения.

Измерения разделяются на прямые и косвенные, совокупные и совместные. При выполнении лабораторных работ по физике чаще приходится выполнять прямые и косвенные измерения.

**Прямое измерение** – это такое измерение, при котором искомое значение измеряемой величины находят из опытных данных непосредственным сравнением с единицей измерения (измерение длины линейкой, температуры термометром и т. д.).

**Косвенное измерение** – это такое измерение, при котором искомое значение измеряемой величины находят из известной зависимости (формулы)

между этой величиной и величинами, определяемыми прямыми измерениями.

При измерениях редко получают точное значение измеряемых величин. Обычно результат характеризуется приближенным числом, так как при измерениях допускаются погрешности, причинами которых являются несовершенство методов и средств измерений, непостоянство условий эксперимента, неопытность экспериментатора и несовершенство его органов чувств.

Погрешностью измерения (или **абсолютной погрешностью**) называется отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины.

**Относительной погрешностью** измерения называется отношение абсолютной погрешности к истинному значению измеряемой величины.

Погрешности разделяются на случайные, систематические и промахи.

**Случайная погрешность измерения** – это погрешность, изменяющаяся случайно при повторных измерениях одной и той же величины. Она обусловлена различными причинами, характер и размер влияния которых на результат единичного измерения невозможно определить. Эта погрешность оценивается методами математической статистики на основании анализа результатов, полученных при повторных измерениях.

В теории вероятностей доказывается, что случайные погрешности подчиняются нормальному закону распределения, то есть описываются распределением Гаусса. Однако в этом случае требуется выполнить много измерений, более 30. Число измерений при выполнении лабораторных работ обычно значительно меньше. В этом случае пользуются распределением Стьюдента. По таблице находится коэффициент Стьюдента для заданной доверительной вероятности  $P$  при  $n$  измерениях. Определяется случайная погрешность измерения:  $\Delta X_{cl} = t_{p,n} \cdot S_{\bar{x}}$ .

**Доверительная вероятность** (надежность)  $P$  выражается числом от 0 до 1 (реже в процентах от 0 % до 100 %) и показывает вероятность того, что действительное значение исследуемой переменной будет лежать в указанном диапазоне. Например,  $P = 0,95$ . Это значит, что в 95 случаях (измерениях) из 100 искомая величина  $x$  будет находиться в этом интервале.

**Систематическая погрешность измерения** – это погрешность, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же величины.

Вполне определенной систематической погрешностью является погрешность прибора. Погрешность прибора определяется по классу точности или другим характеристикам, которые указываются в паспорте. Для одних приборов стандартами задается абсолютная погрешность  $\Delta_{max}$ , для других – предельная относительная погрешность  $\delta$ , или предельная приведенная погрешность  $r$ .

**Классом точности** измерительного прибора называется выраженное в процентах отношение предельной абсолютной погрешности прибора  $\Delta_{max}$  к

максимальному значению измеряемой им величины  $X_{max}$ :  $k = \frac{\square_{max}}{X_{max}} \cdot 100$ .

По известному классу точности находится предельная абсолютная погрешность прибора  $\Delta_{max} = \frac{k}{100} X_{max}$ .

**Промахи** – это грубые погрешности, превышающие ожидаемую при данных условиях погрешность. Они являются случайными и вызываются невнимательностью экспериментатора, внезапным отказом прибора, неожиданными изменениями условий эксперимента.

Измерения, содержащие промахи, отбрасываются как не заслуживающие доверия.

### Схема полной обработки результатов прямых измерений

1. Пусть выполнено  $n$  измерений некоторой величины  $X$ .

Для удобства составляется таблица, в которую записываются значения  $X_i$ , где  $i = 1, 2, \dots, n$ .

№ измерения $i$	$X_i$	$\Delta X_i = X_i - \bar{X}$	$\Delta X_i^2$
1	$X_1$	$\Delta X_1$	$\Delta X_1^2$
2	$X_2$	$\Delta X_2$	$\Delta X_2^2$
...	...	...	...
$n$	$X_n$	$\Delta X_n$	$\Delta X_n^2$

2. Определяется среднее арифметическое значение  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ,

где  $n$  – количество измерений.

3. Определяются случайные отклонения  $\Delta X_i = X_i - \bar{X}$ .

4. Определяется средняя квадратичная погрешность одного измерения

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum \Delta X_i^2}.$$

5. Определяется предельная погрешность измерения:  $\Delta X_{i пред} = 3S$ .

Результаты измерений, для которых  $|\Delta X_i| > 3S$ , отбрасываются, и расчеты по п. п. 2 – 5 повторяются без учета отброшенных значений.

6. Определяется средняя квадратичная погрешность результата

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum \Delta X_i^2} = \frac{S}{\sqrt{n}}.$$

7. По таблице 1.1 находится коэффициент Стьюдента для заданной

доверительной вероятности  $P$  при  $n$  измерениях и определяется случайная погрешность измерения  $\Delta X_{c.l} = t_{p, n} \cdot S_{\bar{x}}$ .

8. По таблице 1.2 для заданной доверительной вероятности  $P$  выбирается коэффициент  $\lambda_p$  и определяется погрешность прибора

$$\Delta \tilde{O}_{i \delta} = \lambda_{\delta} \frac{\Delta_{\max}}{3} = \lambda_p \frac{k \times X_{\max}}{3 \times 100}.$$

9. По заданной доверительной вероятности  $P$  для интервала округления  $h$  определяется погрешность округления  $\Delta X_{i \delta \delta} = \delta \frac{h}{2}$ .

10. Определяется полная абсолютная погрешность измерения

$$\Delta X = \sqrt{\Delta \tilde{O}_{\text{не}}^2 + \Delta \tilde{O}_{i \delta}^2 + \Delta \tilde{O}_{i \delta \delta}^2}.$$

11. Определяется относительная погрешность измерения:  $\varepsilon = \frac{\Delta \tilde{O}}{\bar{O}}$ .

12. Записывается окончательный результат:  $X = \bar{X} \pm \Delta X; \varepsilon; P$ .

Примечание: поправку на систематическую погрешность метода следует находить согласно указаниям преподавателя.

### Схема оценки результатов косвенных измерений

1. Составим таблицу.

№ измерения $i$	$Y_i$	$\Delta Y_i = Y_i - \bar{Y}$	$\Delta Y_i^2$
1	$Y_1$	$\Delta Y_1$	$\Delta Y_1^2$
2	$Y_2$	$\Delta Y_2$	$\Delta Y_2^2$
...	...	...	...
$n$	$Y_n$	$\Delta Y_n$	$\Delta Y_n^2$

2. Вычислим среднее арифметическое значение

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i,$$

где  $n$  – количество измерений.

3. Вычислим отклонение измеренной величины  $Y_i$  от среднего арифметического значения  $\bar{Y}$ :  $\Delta Y_i = Y_i - \bar{Y}$  и возведем в квадрат  $\Delta Y_i^2$ . Результаты запишем в таблицу.

4. Определим среднюю квадратичную погрешность одного измерения:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum \Delta Y_i^2}.$$

5. Определим предельную погрешность измерения  $\Delta Y_{\text{итд}} = 3S$ .

Если все значения  $\Delta Y < \Delta Y_i^2$ , то считаем, что промахов нет.

6. Определим среднюю квадратичную погрешность результата

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum \Delta Y_i^2} = \frac{S}{\sqrt{n}}.$$

7. По таблице 1 находится коэффициент Стьюдента для заданной доверительной вероятности  $P$  при  $n$  измерениях и определяется абсолютная погрешность измерения:  $\Delta Y = t_{p,n} \cdot S_{\bar{y}}$ .

8. Относительная погрешность измерения:  $\varepsilon = \frac{\Delta Y}{Y} \times 100\%$ .

**Плотностью  $\rho$**  тела называется физическая величина, численно равная отношению массы этого тела к его объему

$$\rho = m/V. \quad (1.1)$$

Объем цилиндра можно рассчитать по формуле

$$V_{\text{цил}} = 0,25 \cdot \pi \cdot d^2, \quad (1.2)$$

где  $d$  – диаметр цилиндра.

Объем параллелепипеда можно рассчитать по формуле

$$V = a \cdot b \cdot c, \quad (1.3)$$

где  $a, b, c$  – длина, ширина и высота параллелепипеда.

### Выполнение работы

1. Получите у преподавателя тело правильной геометрической формы (цилиндр или параллелепипед).

2. Определите линейные размеры этого тела с помощью штангенциркуля, микрометра.

3. Определить объём тела по формуле (1.2) для цилиндра или формуле (1.3) для параллелепипеда.

4. Определите массу тела на технических весах.

5. Определите плотность тела по формуле (1.1).

6. Заполните таблицу:

а) для цилиндра

№ измерения	d, м	h, м	V, м <sup>3</sup>	m, кг	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>
1					
2					
3					

б) для параллелепипеда

№ измерения	a, м	b, м	c, м	V, м <sup>3</sup>	m, кг	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>
1						
2						
3						

7. Рассчитайте погрешности измерений плотности измерений по схеме оценки результатов косвенных измерений (см. теоретическое обоснование).

8. Сделать выводы.

Таблица 1.1 – Значения коэффициентов Стьюдента  $t_{p, n}$

n \ p	0.8	0.9	0.95	0.98	0.99	0.999
2	3.1	6.3	12.7	31.8	63.7	636.6
3	1.9	2.9	4.3	7.0	9.9	31.6
4	1.6	2.4	3.2	4.5	5.8	12.9
5	1.5	2.1	2.8	3.7	4.6	8.6
6	1.5	2.0	2.6	3.4	4.0	6.9
7	1.4	1.9	2.4	3.1	3.7	6.0
8	1.4	1.9	2.4	3.0	3.5	5.4
9	1.4	1.9	2.3	2.9	3.4	5.0
10	1.4	1.8	2.3	2.8	3.3	4.8
11	1.4	1.8	2.2	2.8	3.2	4.6
12	1.4	1.8	2.2	2.7	3.1	4.5
13	1.4	1.8	2.2	2.7	3.1	4.3
14	1.4	1.8	2.2	2.7	3.0	4.2
15	1.3	1.8	2.1	2.6	3.0	4.1

Таблица 1.2 – Значения коэффициентов  $\lambda_p$

p	0.68	0.80	0.90	0.95	0.99	0.999
$\lambda_p$	1.0	1.3	1.7	2.0	2.6	3.3

## Лабораторная работа М 2

### ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ (ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА ДЛЯ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ)

#### Теоретическое обоснование

В соответствии с основным законом динамики материальной точки (II закон Ньютона) при поступательном движении ускорение материальной точки  $\vec{a}$  пропорционально вызывающей его силе  $\vec{F}$  совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки  $m_i$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m_i}, \quad (2.1)$$

где  $\vec{a}$  – ускорение материальной точки;  $F$  – равнодействующая всех сил, действующих на материальную точку;  $m_i$  – масса материальной точки.

Твердое тело массой  $m$  можно представить как систему  $n$  материальных точек, таких, что  $m = \sum_{i=1}^n m_i$ .

Масса тела  $m$  является мерой инертности при поступательном движении этого тела.

Мерой инертности вращающегося тела является момент инерции.

**Моментом инерции механической системы относительно оси** называется величина  $I$ , равная сумме произведений масс  $m_i$  всех  $n$  материальных точек системы на квадрат их расстояний  $r_i$  от данной неподвижной оси

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2. \quad (2.2)$$

Скалярная величина  $m_i r_i^2$  называется моментом инерции  $i$ -ой материальной точки относительно оси  $Z$ . Момент инерции – величина аддитивная, момент инерции тела равен сумме моментов инерции его частей.

Любое тело, независимо от того, вращается оно или покоится, обладает моментом инерции относительно любой оси, подобно тому, как тело обладает массой, независимо от того, движется оно или находится в покое.

Действие внешней силы на тело, приводящее к изменению вращательного движения тела, характеризуется моментом силы относительно неподвижной точки и относительно неподвижной оси.

**Моментом силы  $F$  относительно неподвижной точки  $O$**  называется векторное произведение радиус-вектора  $\vec{r}$ , проведенного из точки  $O$  в точку  $N$  приложения силы  $F$ , на саму эту силу

$$\vec{M} = [\vec{r} \cdot \vec{F}]. \quad (2.3)$$

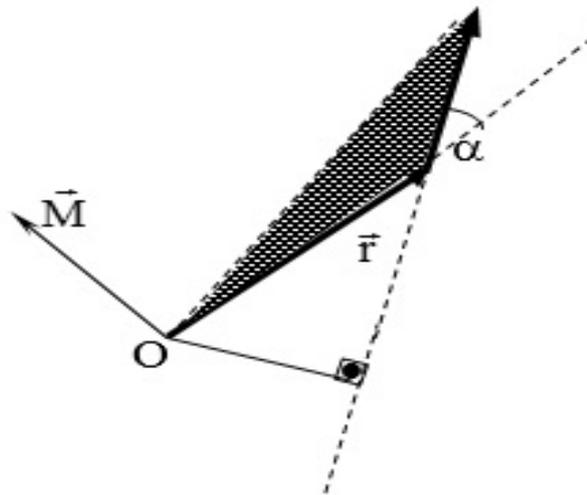


Рисунок 2.1 – Направление вектора момента силы  $M$  (правило правого винта)

Вектор  $\vec{M}$  направлен перпендикулярно плоскости векторов  $\vec{r}$  и  $\vec{F}$  по правилу правого винта (рис. 2.1).

Модуль момента силы  $M = F r \sin \alpha = Fl$ , где  $\alpha$  – угол между  $\vec{r}$  и  $\vec{F}$ ;  $l = r \cdot \sin \alpha$  – длина перпендикуляра, опущенного из точки  $O$  на линию действия силы  $F$ . Величина  $l$  называется **плечом силы  $F$** .

Если на тело действует несколько сил, то внешнее механическое действие на тело характеризуется **главным (резльтирующим) моментом внешних сил относительно неподвижной точки  $O$** .

$$\vec{M}^{\text{внеш}} = \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i \cdot \vec{F}_i^{\text{внеш}}].$$

**Момент силы относительно оси** определяется алгебраической суммой

$$M_z = \sum_{i=1}^n M_{iz}.$$

Если линия действия силы пересекает ось или параллельна ей, то момент силы относительно этой оси равен нулю.

Пусть  $A$  – точка приложения силы  $\vec{F}$ ;

$O_1$  – основание перпендикуляра, опущенного из точки  $A$  на ось  $OZ$  (рис. 2.2).

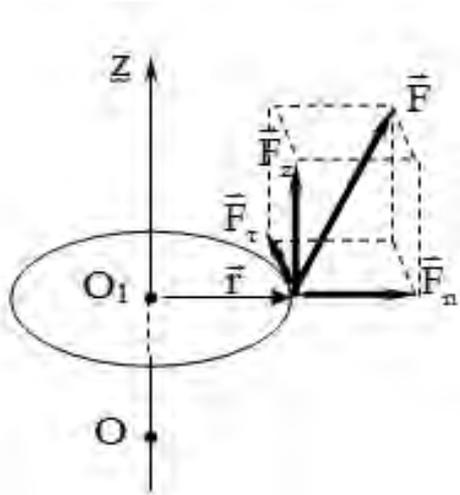


Рисунок 2.2 – Разложение силы  $\vec{F}$  на три взаимно перпендикулярные составляющие

Силу  $\vec{F}$  удобно разложить на три взаимно перпендикулярные составляющие:

- параллельную оси  $Z$ :  $\vec{F}_z$ ;
- радиальную  $\vec{F}_n$ , направленную вдоль вектора  $\vec{r}$ ;
- касательную  $\vec{F}_\tau$ , направленную перпендикулярно к оси и к вектору  $\vec{r}$ .

Согласно сказанному выше, составляющие  $\vec{F}_z$ ,  $\vec{F}_n$  не могут вызвать вращение тела. Следовательно, момент силы  $F$  относительно оси  $z$  будет равен  $M = F_\tau r$ , или

$$\vec{M} = |\vec{r} \cdot \vec{F}_\tau|.$$

Итак,  $M = F_\tau r = m a_\tau r = m \beta r r = m r^2 \beta = I \beta$ ,

где  $a_\tau$  – тангенциальное ускорение;  $a_\tau = \beta r$ ,  $\beta$  – угловое ускорение;  $I$  – момент инерции.

Таким образом, угловое ускорение  $\beta$  вращения тела вокруг неподвижной оси  $Z$  прямо пропорционально моменту силы, приложенной к телу, относительно оси  $Z$  и обратно пропорционально моменту инерции тела относительно этой оси.

Следовательно,

$$\beta = \frac{M}{I}. \quad (2.4)$$

Соотношение (2.4) называется основным уравнением динамики вращательного движения, или вторым законом Ньютона для вращательного движения.

Кинетическая энергия поступательно движущегося тела

$$E_k = \frac{mv^2}{2}, \quad (2.5)$$

где  $m$  – масса тела;  $v$  – скорость поступательного движения.

Когда тело совершает вращение вокруг неподвижной оси с угловой скоростью  $\vec{\omega}$ , элементарная масса  $\Delta m_i$ , отстоящая от оси вращения на расстоянии  $r_i$ , обладает скоростью  $v_i = \omega r_i$ .

$$\text{Изменение кинетической энергии } (\Delta E_e)_i = \frac{1}{2} \Delta m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \Delta m_i \omega^2 r_i^2.$$

$$\text{Кинетическая энергия всего тела } E_e = \sum (\Delta E_e)_i = \frac{1}{2} \omega^2 \sum r_i^2 \Delta m_i;$$

$$E_e = \frac{1}{2} I \omega^2. \quad (2.6)$$

Если тело участвует одновременно в поступательном и вращательном движениях, то его кинетическая энергия равна

$$W_e = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}. \quad (2.7)$$

Потенциальная энергия тела массой  $m$ , находящегося на высоте  $h$  от выбранного нулевого уровня (т. е. положения, в котором потенциальная энергия полагается равной нулю)

$$W_n = mgh. \quad (2.8)$$

Система называется **замкнутой**, если на нее не действуют внешние силы или их действие компенсируется.

Между телами замкнутой системы осуществляется взаимодействие посредством внутренних сил. Силы взаимодействия называются **консервативными**, если работа этих сил не зависит от формы пути, а зависит от начального и конечного положения тела. Поэтому работа на любом замкнутом пути в поле консервативных сил всегда равна нулю. В замкнутой системе выполняются законы сохранения энергии, импульса и момента импульса.

**Закон сохранения механической энергии:** полная механическая энергия тел замкнутой системы, если в ней действуют только консервативные силы, есть величина постоянная. Под механической энергией подразумевается сумма кинетической  $W_k$  и потенциальной  $W_n$  энергий всех тел системы

$$W_k + W_n = const. \quad (2.9)$$

В незамкнутой системе полный запас механической энергии изменяется, и изменение энергии равно работе против сил трения и сопротивления

$$\Delta W_{\text{тр}} = W_2 - W_1 = A_{\text{тр}}.$$

### Упражнение 1. Измерение углового ускорения вращающегося крестообразного маятника Обербека

**Цель упражнения:** определить угловое ускорение вращающегося крестообразного маятника Обербека. Сравнить его практическое и теоретическое значение.

**Приборы и принадлежности:** маятник Обербека, грузы.

**Маятник Обербека** представляет собой колесо в виде крестовины, на четырех взаимно перпендикулярных стержнях которой могут перемещаться грузы (рис. 2.3). Стержни имеют кольцевые углубления, расположенные через 1 см одно от другого. Первое углубление находится на расстоянии 2 см от оси вращения маятника.

К вертикальной колонке 1, установленной на основании 2, прикреплены два кронштейна: нижний неподвижный 3, верхний подвижный 4 и две неподвижные втулки: нижняя 5 и верхняя 6. Основание снабжено регулируемыми ножками 7, обеспечивающими горизонтальную установку прибора. На верхней втулке 6 посредством основания 8 закреплен подшипниковый узел диска 9 и диск 10. Через диск перекидывается нить 11, один конец которой наматывается на двухступенчатый диск 12 крестовины, а на втором закреплена нагрузочная площадка с грузами 13. На нижней втулке 5 посредством основания 14 закреплен тормозной электромагнит 15, который после подключения к нему напряжения питания удерживает маятник в состоянии покоя с помощью фрикционной муфты. Высота падения грузов отсчитывается по миллиметровой шкале 16, нанесенной на колонне. На неподвижном кронштейне 3 закреплен фотоэлектрический датчик 17, вырабатывающий электроимпульс конца измерения времени и включающий тормозной электромагнит. К кронштейну 3 прикреплен кронштейн 18 с резиновыми амортизаторами, ограничивающими движение грузов.

На основании 2 прибора жестко закреплен миллисекундомер. Через разъем подводится напряжение питания для обмотки электромагнита. Под влиянием груза 13 нить разматывается с диска и вызывает вращательное равномерно ускоренное движение крестовины, механизм возникновения которого поясняется на рисунке 2.4.

Согласно второму закону Ньютона для поступательного движения груза массой  $m$  можно записать:  $m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}$ , где  $\vec{T}$  – сила натяжения нити;  $\vec{a}$  – ускорение груза; или в проекциях на координатную ось:

$$mg - T = ma \quad (2.10)$$

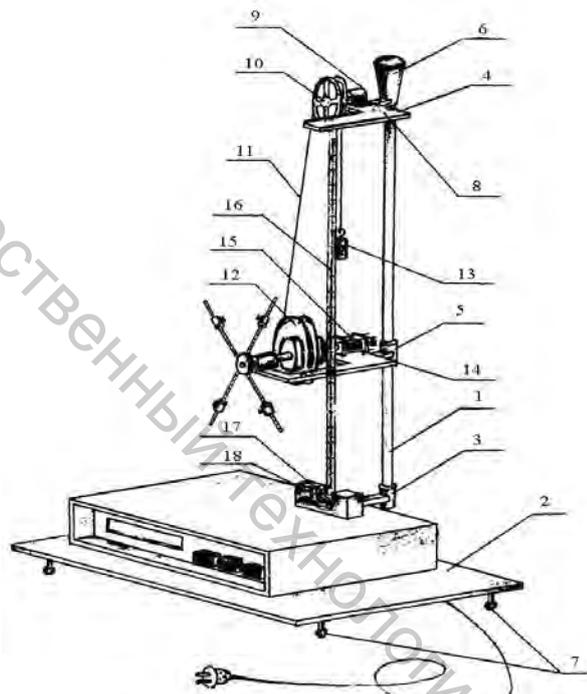


Рисунок 2.3 – Маятник Обербека

Считая нить нерастяжимой, пренебрегая трением и массой диска 10, можно доказать на основании третьего закона Ньютона, что сила  $\vec{T}$  равна силе  $\vec{T}_1$ , сообщающей момент  $M$  диску 12 с крестовиной. Этот момент равен

$$M = T_1 r = Tr. \quad (2.11)$$

Если линии действия силы  $\vec{T}_1$  и  $\vec{T}$  пересекаются (например, если используется вторая ступень диска 12 большего радиуса), модули этих сил остаются равными, т. е.  $T_1 = T$ .

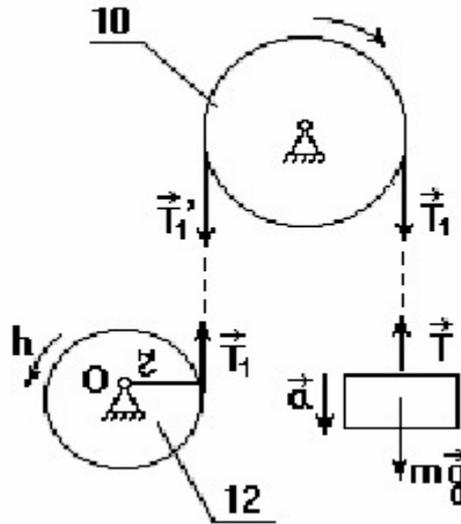


Рисунок 2.4 – Схема опыта для измерения углового ускорения маятника Обербека

Подставляя  $M$  из (2.11) в (2.4) с учетом (2.10) и используя зависимость между линейным и угловым ускорением  $a = \beta \cdot r$ , получим теоретическое выражение для углового ускорения

$$\beta_0 = \frac{mgr}{I + mr^2}. \quad (2.12)$$

Момент инерции  $I$  маятника Обербека рассчитывается по формуле

$$I = I_0 + 4m_1 l^2, \quad (2.13)$$

где  $I_0 = 4,71 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  – момент инерции маятника без грузов на стержнях,  $m_1$  – масса груза на стержне крестовины;  $l$  – расстояние от оси вращения до центра масс груза, определяемое экспериментально;  $4m_1 l^2$  – момент инерции четырех грузов.

Подставляя  $I$  из (2.13) в (2.12), получим окончательное выражение для теоретического значения углового ускорения

$$\beta_T = \frac{mgr}{I_0 + 4m_1 l^2 + mr^2}. \quad (2.14)$$

Из соотношения (2.14) видно, что  $\beta_T = \text{const}$ , т. е. движение равноускоренное. Поэтому для определения экспериментального углового ускорения  $\beta_i$  можно воспользоваться формулой пути при равноускоренном движении груза без начальной скорости

$$h = \frac{at^2}{2}, \text{ откуда } a = \frac{2h}{t^2}, \text{ а так как } a = \beta_i r, \text{ то}$$

$$\beta_i = \frac{2h}{rt^2}. \quad (2.15)$$

где высота падения груза  $h$  и время падения  $t$  определяются экспериментально.

Совпадение теоретического  $\beta_T$  и экспериментального  $\beta_i$  значений углового ускорения в пределах допустимой погрешности опыта подтверждает справедливость основного уравнения динамики вращательного движения.

### Выполнение работы

1. Закрепите грузы массой  $m_1 = 46$  грамм каждый на стержнях крестовины на расстоянии  $l = 20$  см от оси вращения. С помощью регулируемых ножек 7 основания установите колонну 1 прибора в вертикальном положении.

**С незаземленным прибором работать запрещено!** Включите сетевой шнур в сеть питания.

2. Нагрузите площадку 13 грузами массой  $m$ . Значения масс отдельных элементов нанесены на них. Перебросьте нить через диск 10 (радиус диска  $r = 41,9$  мм). Вращая крестовину, проверьте, проходит ли груз через середину рабочего окна фотоэлектрических датчиков. В случае необходимости выполните корректировку подвижным кронштейном.

3. Вращая крестовину, поднимите грузы массой на высоту  $h$ . При этом нить наматывается на диск 12.

4. Нажмите клавишу «POWER». При этом электромагнит прижмет фрикционную муфту и будет удерживать крестовину. Проверьте, показывают ли все индикаторы измерителя нуль и горят ли индикаторы обоих фотоэлектрических датчиков.

5. Нажмите последовательно клавиши сброс «С» и «START» и измерьте время падения груза  $t$  и высоту падения  $h$ . Измерения повторите не менее 5 раз при различных значениях высоты  $h$ .

Результаты измерений и расчетов по формулам (2.14) и (2.15) занесите в таблицу 2.1

Таблица 2.1

№ опыта	$m$ , кг	$m_1$ , кг	$I_0$ , кг·м <sup>2</sup>	$l$ , м	$r$ , м	$h$ , м	$t$ , с	$\beta_i$ , с <sup>-2</sup>	$\beta_T$ , с <sup>-2</sup>
1									
2									
3		$46 \cdot 10^{-3}$	$4,71 \cdot 10^{-3}$	0,2	$41,9 \cdot 10^{-3}$				
4									
5									

6. Найдите абсолютную и относительную погрешности измерения углового ускорения  $\beta_i$  при заданной доверительной вероятности  $P$  и числе измерений  $i = n$  и запишите результат измерения.

7. Сделайте вывод.

### Контрольные вопросы

1. Что называется моментом инерции относительно оси: точки, твердого тела?

2. Что называется моментом силы относительно неподвижной точки, неподвижной оси? Какая связь между ними?

3. Что такое плечо силы?

4. Как связаны линейное и угловое ускорения? Что характеризует линейное и угловое ускорения?

5. Выведите основное уравнение динамики вращательного движения.

6. Выведите формулу (2.12) для теоретического значения углового ускорения  $\beta_T$ .

### Упражнение 2. Определение момента инерции маятника Максвелла

**Цель упражнения:** определить момент инерции маятника Максвелла, сравнить его теоретическое значение со средним арифметическим практическим значением.

**Приборы и принадлежности:** маятник Максвелла.

### Описание установки и метода измерений

На вертикальной стойке закреплены неподвижный верхний кронштейн 4 и подвижный нижний кронштейн 5. В каждом кронштейне имеется по фотоэлектрическому датчику. На верхнем кронштейне находится ворот 8 для закрепления и регулирования длины бифилярной подвески маятника, представляющего собой диск 11 на валу 10. Снизу кронштейна 4 укреплен электромагнит 6 для удержания маятника в верхнем положении. На стойке 3 нанесена миллиметровая шкала 7 для измерения высоты падения маятника. Нижний кронштейн 5 вместе с фотоэлектрическим датчиком 9 можно перемещать вдоль стойки и фиксировать на заданной высоте. Для повышения точности установки кронштейн снабжен указателем, расположенным на высоте оптической оси фотоэлектрического датчика. Время падения измеряется с помощью миллисекундомера 12.

Маятник вместе с установкой можно рассматривать как замкнутую систему. В верхнем положении маятник Максвелла обладает потенциальной энергией  $mgh$ , где  $m$  – суммарная масса вала, диска и кольца на диске,  $h$  – высота подъема. Если маятник отпустить, он начнет падать. Исходя из закона сохранения энергии, определим ускорение  $a$ , с которым опускается ось маятника. Потенциальная энергия поднятого маятника, согласно закону

сохранения энергии, перейдет в нижнем положении в кинетическую энергию поступательного и вращательного движения.

Тогда 
$$\frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = mgh. \quad (2.16)$$

Скорость  $v$  поступательного движения оси маятника связана с угловой скоростью  $\omega$  соотношением  $v = R \omega$ , где  $R$  – радиус оси вместе с намотанной на нее нитью подвески. Подставив  $\omega = \frac{v}{R}$  в (2.16) получим:

$$v^2 = \frac{2mR^2 gh}{I + mR^2} \quad (2.17)$$

Общий вид установки с маятником Максвелла изображен на рисунке 2.5.

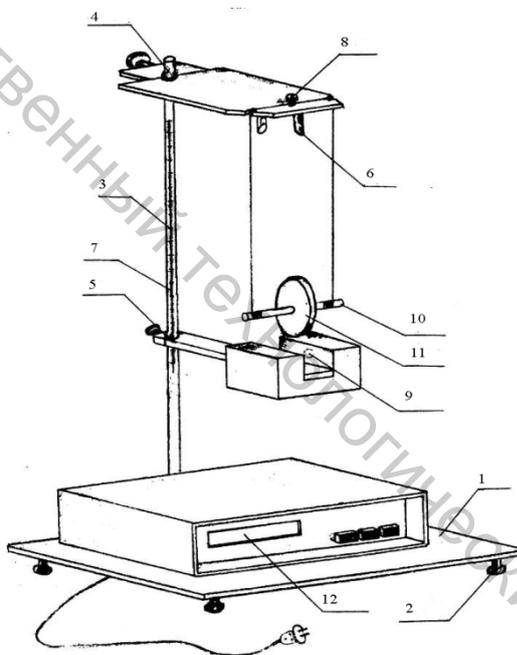


Рисунок 2.5 – Маятник Максвелла

Продифференцируем последнее выражение по времени. После сокращений найдем момент инерции маятника:

$$I = mR^2 \left( \frac{g}{a} - 1 \right). \quad (2.18)$$

С другой стороны, зная экспериментальные значения высоты падения  $h$  и времени  $t$ , определим ускорение по формуле равноускоренного движения:

$$\dot{a} = \frac{2h}{t^2}. \quad (2.19)$$

Отсюда

$$I = mR^2 \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (2.20)$$

Масса маятника  $m$  вместе с кольцом определяется по формуле

$$m = m_o + m_d + m_k \quad (2.21)$$

где  $m_o$  – масса оси вала маятника ( $m_o = 29,35$  г);  $m_d$  – масса диска ( $m_d = 100,65$  г),  $m_k$  – масса кольца ( $m_k = 320$  г).

Радиус оси маятника вместе с намотанной на нее нитью подвески равен

$$R = R_o + d_H; \quad R_o = 5 \text{ мм}, \quad d_H = 0,6 \text{ мм}, \quad (2.22)$$

где  $R_o$  – радиус оси маятника;  $d_H$  – диаметр нити подвески.

### Выполнение работы

1. Используя выражение (2.22), определить радиус оси вместе с намотанной на нее нитью.

2. По выражению (2.21) определить массу маятника  $m$ .

3. Установить подвижный кронштейн 5 так, чтобы его указатель совпадал с заданным значением  $h$ . Высоту  $h$  и число измерений  $N$  для вас укажет преподаватель.

4. Если ось маятника не горизонтальна, то произвести корректировку оси маятника.

5. Включить вилку шнура питания установки в розетку сети. Нажать кнопку «**POWER**». Вращая маятник, намотать на вал нить подвески. Следить, чтобы она наматывалась равномерно, виток к витку. Зафиксировать маятник в верхнем положении. Следить, чтобы нити подвески не были слишком натянуты. Во избежание этого, когда электромагнит уже держит маятник, повернуть маятник так, чтобы точки на ободе диска сместились на 2 – 3 мм в обратном направлении (по отношению к наматыванию нити).

6. Нажать кнопку сброс «**C**». На циферблате должны высветиться нули. Затем нажать кнопку «**START**». Как только маятник начнет падать, откроется световой поток, падающий на фотодатчик. В результате включится секундомер, который выключится, когда маятник перекроет световой поток, падающий на нижний датчик. Тем самым будет измерено время  $t$  падения маятника.

7. Провести не менее 5 измерений.

8. По формуле (2.20) определить момент инерции маятника  $I$ .

9. Определить среднее значение момента инерции  $\bar{I}$ .  
 10. Рассчитать теоретическое значение момента инерции

$$I_r = I_o + I_d + I_k, \quad (2.23)$$

где  $I_o$  – момент инерции вала маятника;  $I_d$  – момент инерции диска;  $I_k$  – момент инерции кольца.

Значения отдельных моментов инерции определить по формулам

$$I_o = \frac{1}{2} \cdot m_o \cdot R_o^2, \quad (2.24)$$

$$I_d = \frac{1}{2} \cdot m_d \cdot R_d^2, \quad (2.25)$$

$$I_k = m_k R_k^2, \quad (2.26)$$

где  $R_d$  – радиус диска (45 мм);  $R_k$  – радиус кольца (55 мм);  $R_o$  – радиус оси вала (5 мм).

12. Сделать вывод. Сравнить  $I_r$  с  $\bar{I}$  и проанализировать результаты.  
 Результаты измерений и расчетов занести в таблицу 2.2.

Таблица 2.2

№ п/п	$m$ , кг	$R$ , м	$t$ , с	$h$ , м	$I$ , кг·м <sup>2</sup>	$\bar{I}$ , кг·м <sup>2</sup>	$I_r$ , кг·м <sup>2</sup>
1	450·10 <sup>-3</sup>	5,6·10 <sup>-3</sup>					
2							
3							
4							
5							

### Контрольные вопросы

1. Что такое момент инерции?
2. Что такое замкнутая консервативная система?
3. Какие законы выполняются в замкнутой консервативной системе?
4. Запишите выражение для кинетической энергии вращающегося тела.
5. Что такое потенциальная энергия?
6. Взаимосвязь между линейной и угловой скоростями и ускорениями.
7. Закон сохранения энергии для замкнутой и незамкнутой системы.
8. Выведите выражения (2.20), (2.24), (2.25), (2.26).

## Лабораторная работа М 3

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ МЕТОДОМ НАКЛОННОГО МАЯТНИКА

**Цель работы:** определить коэффициент трения качения методом наклонного маятника.

**Приборы и принадлежности:** наклонный маятник, шарик.

#### Теоретическое обоснование

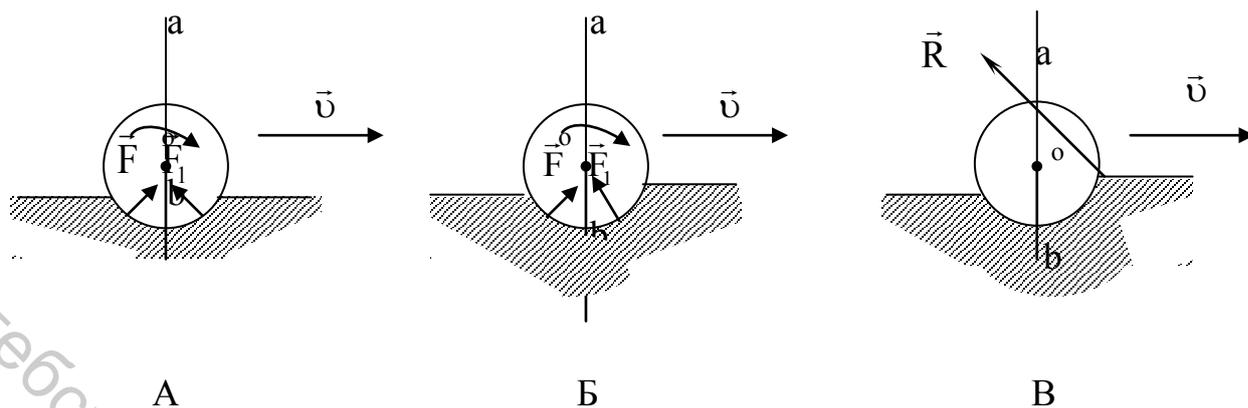
Скольжение твердого тела по поверхности другого тела всегда сопровождается превращением его кинетической энергии в тепло, в результате чего движение тела постепенно замедляется. С чисто механической точки зрения это явление можно описать как возникновение некоторой силы, препятствующей движению. Она называется силой трения. С физической точки зрения трение представляет собой результат сложных процессов, протекающих на трущихся поверхностях тел.

Различают два вида трения: внутреннее и внешнее. **Внутреннее трение** – это тангенциальное взаимодействие между слоями одного и того же тела. **Внешнее трение** возникает на поверхности контакта двух тел. Если трение возникает между сухими поверхностями твердых тел, то такое трение называют сухим. Различают три вида сухого трения: **трение покоя, трение скольжения и трение качения**. В настоящей работе изучается трение качения.

При рассмотрении трения качения цилиндра (шара) по плоскости следует различать три вида трения: **скольжения, сцепления и качения**. Сила трения первого вида возникает при движении точек соприкосновения цилиндра относительно плоскости, т. е. при проскальзывании цилиндра. Эта сила и аналогична силе трения скольжения при поступательном движении. Если проскальзывания цилиндра нет, то силы трения скольжения отсутствуют.

Сила трения сцепления возникает между покоящимися друг относительно друга точками цилиндра и плоскости тогда, когда на цилиндр действует момент внешних сил, стремящийся повернуть цилиндр относительно его оси. Эта сила аналогична силе трения покоя, возникающей между плоскостями соприкасающихся тел при стремлении сместить одно тело по поверхности другого. Благодаря силе трения сцепления осуществляется движение любого колесного транспорта. Если момент внешних сил равен нулю, то сила трения сцепления отсутствует.

Сила трения качения вызывается неупругими деформациями плоскости и цилиндра в местах соприкосновения. Поэтому наличие сил трения качения (в отличие от сил трения сцепления) связано с переходом механической энергии в тепло, что вместе с трением о воздух приводит к замедлению движения.



При упругих деформациях сила трения качения не возникает.

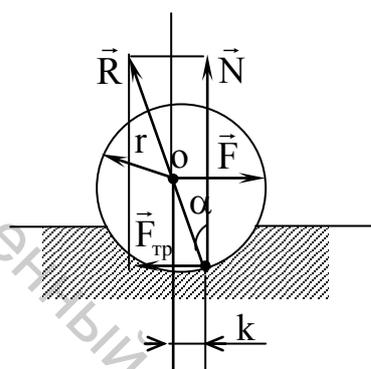


Рисунок 3.1 – Силы, действующие на цилиндр при качении

Это связано с симметричностью (А) сил  $F$  и  $F_1$ , действующих на цилиндр со стороны симметричных участков поверхности соприкосновения относительно вертикальной плоскости  $ab$ , проходящей через ось цилиндра  $O$ . Результирующая сил  $F$  и  $F_1$  направлена вертикально и проходит через ось. Поэтому момент такой силы относительно оси цилиндра равен нулю.

При неупругих деформациях симметричность сил  $F$  и  $F_1$  нарушается (Б). Результирующая сила  $R$  (В) теперь наклонена и вызывает торможение. Она обладает следующими свойствами:

- 1) наклонена в сторону, противоположную перемещению цилиндра;
- 2) точка ее приложения находится впереди плоскости  $ab$ ;
- 3) линия ее действия проходит выше оси цилиндра.

Первое свойство соответствует сообщению цилиндру отрицательного линейного ускорения, а два других – отрицательного углового ускорения. Вертикальная составляющая силы  $R$  представляет собой силу нормальной реакции опоры, а горизонтальная – силу трения качения.

Оценить силу трения качения  $F_{тр}$  можно по горизонтальной внешней силе  $F$ , приложенной к оси цилиндра (рис. 3.1) и вызывающей равномерное качение цилиндра по горизонтальной плоскости.

В этом случае угловое ускорение равно нулю. Поэтому линия действия силы  $R$  проходит через ось цилиндра. Сила трения качения

$$F_{mp} = N \operatorname{tg} \alpha, \quad (3.1)$$

где  $N$  – сила нормальной реакции опоры, по модулю равная силе давления, прижимающей цилиндр к плоскости;  $\alpha$  – угол наклона силы  $R$ .

Угол  $\alpha$  обычно мал, следовательно,  $\operatorname{tg} \alpha \cong \sin \alpha = \frac{k}{r}$ , где  $k$  – расстояние, определяющее вынос вперед точки приложения силы  $R$  (см. рис. 3.1);  $r$  – радиус цилиндра. Тогда

$$F_{mp} = k \frac{N}{r}. \quad (3.2)$$

Таким образом, сила трения качения прямо пропорциональна силе давления, прижимающей цилиндр к плоскости, и обратно пропорциональна радиусу цилиндра. Величина  $k$ , имеющая размерность расстояния, называется коэффициентом трения качения. Он зависит от материалов цилиндра и плоскости. Для твердых поверхностей практически не зависит от радиуса цилиндра и скорости качения (в некоторых пределах).

### Описание установки и метода измерения

Схема экспериментальной установки представлена на рисунке 3.2.

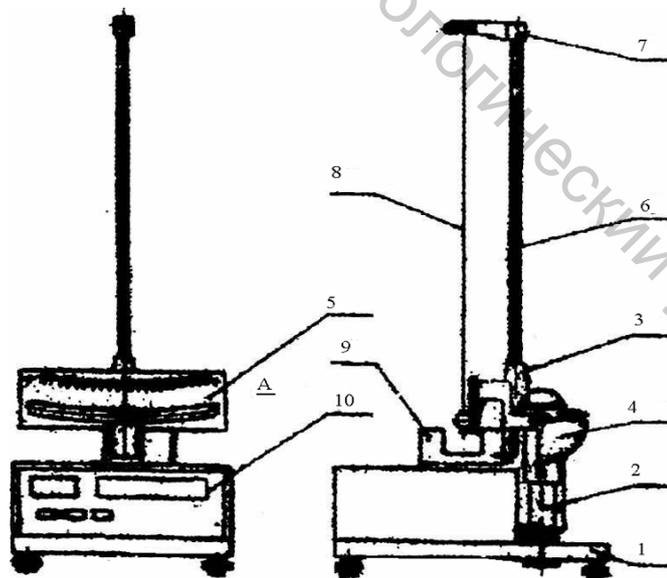


Рисунок 3.2 – Наклонный маятник

Основной частью прибора является наклонный маятник, который представляет собой шарик, навинченный на наконечник, подвешенный на нити 8, прикрепленной к перекладине стержня 6. На вертикальной стойке 2 основания 1 размещается червячный редуктор, который осуществляет поворот и фиксацию нижнего кронштейна 3. Червячный редуктор приводится во вращение маховичком, и отсчет угла наклона образца производится по шкале 4. Нижний кронштейн 3 представляет собой литую деталь сложной конфигурации, на которой крепятся шкала отсчета амплитуды колебаний маятника 5, вертикальный стержень 6, предназначенный для крепления верхнего кронштейна 7, датчик фотоэлектрический 9, который служит для выдачи электрического сигнала на миллисекундомер 10. Миллисекундомер – самостоятельный прибор с цифровой индикацией времени и количества полных периодов колебаний маятника.

Принцип действия маятника основан на том, что при перекатывании цилиндра или шара по поверхности твердого тела возникает трение качения.

Каждый образец имеет две рабочие поверхности с разной чистотой обработки. В верхнем кронштейне 7 размещается механизм подвеса маятника, который позволяет регулировать его длину.

Если отклонить маятник на некоторый угол  $\alpha$  от положения равновесия и предоставить самому себе, то он будет совершать затухающие колебания. Уменьшение амплитуды колебаний обусловлено действием силы трения качения (сопротивлением воздуха можно пренебречь).

Для вывода расчетной формулы применим закон сохранения энергии для двух последовательных амплитудных отклонений  $\alpha_i$  и  $\alpha_{i+1}$ .

Изменение механической энергии в этих плоскостях (равное изменению потенциальной энергии, поскольку кинетическая энергия при амплитудных отклонениях равна нулю) равна работе сил трения  $W_{i+1} - W_i = A_{mp}$ . Как видно из рисунка 3.3, при отклонении шарика от положения равновесия на угол  $\alpha$ , его потенциальная энергия  $W = mg \cdot \Delta h = mg \cdot \Delta H \cdot \sin \beta$ , где  $\Delta h$  – высота, на которую при отклонении поднимается центр тяжести шарика;  $m$  – масса шарика.

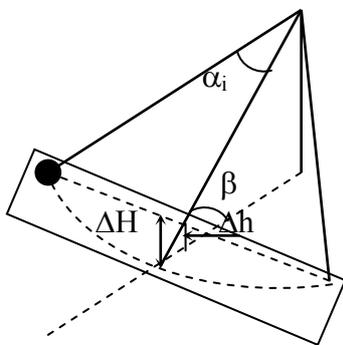


Рисунок 3.3 – Схема опыта для определения коэффициента трения качения методом наклонного маятника

Учитывая, что для малых углов  $\sin \frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}$ ,

получаем  $\Delta H = l - l \cos \alpha = 2 l \sin^2 \frac{\alpha}{2}$

$$W_{i+1} - W_i = \frac{1}{2} mg l (\alpha_{i+1}^2 - \alpha_i^2) \cdot \sin \beta. \quad (3.3)$$

Пройденный шариком путь:  $S = \frac{S_i + S_{i+1}}{2} = \frac{4\alpha_i l + 4\alpha_{i+1} l}{2} = 2(\alpha_i + \alpha_{i+1})l$ .

Поскольку сила нормального давления шарика на наклонную плоскость

$$N = mg \cos \beta, \quad \text{то} \quad A = -\frac{kmg \cos \beta}{r} 2(\alpha_i + \alpha_{i+1})l. \quad (3.4)$$

Приравнивая формулы (3.3) и (3.4), получим  $\alpha_{i+1} = \alpha_i - \frac{4k}{r \cdot \operatorname{tg} \beta}$ .

После совершения  $n$  полных колебаний начальное и конечное отклонения шарика  $\alpha_n = \alpha_0 - \frac{4nk}{r \cdot \operatorname{tg} \beta}$ .

Следовательно,  $k = \frac{(\alpha_0 - \alpha_n)r \times \operatorname{tg} \beta}{4n}$ , (3.5)

где  $r$  – радиус шарика ( $r = 10$  мм).

### Выполнение работы

1. Перед началом работы с установкой необходимо убедиться, что она заземлена. Во избежании поломки червячного редуктора не разрешается прилагать дополнительных усилий к верхнему кронштейну и вертикальному стержню.

2. Установить с помощью маховичка 4 требуемый угол  $\beta$  наклона плоскости колебаний шарика (угол  $\beta$  укажет преподаватель).

3. Включить в сеть шнур питания миллисекундомера. Нажать на кнопку «POWER», расположенную на лицевой панели миллисекундомера. При этом должны загореться цифровые индикаторы.

4. Отклонить маятник от положения равновесия на угол  $\alpha_{01} = 7^\circ$ . Удерживая его в этом положении, нажать и отпустить кнопку сброс «С» и без толчка отпустить маятник.

5. Нажать на кнопку «STOP» при достижении амплитуды колебания маятника  $\alpha_n \approx 2^\circ$ , снять данные с миллисекундомера о количестве  $n$  полных колебаний маятника.

6. Повторить опыт для  $\alpha_{o2} = 6^\circ$  и  $\alpha_{o3} = 5^\circ$ .

7. Результаты всех измерений занести в таблицу 3.1. При этом углы  $\alpha_o$  и  $\alpha_n$  требуется перевести из градусов в радианы. Для этого составьте пропорцию с учетом того, что число  $\pi$  с одной стороны равно  $180^\circ$ , с другой стороны равно 3,14 радиан. Например,

$$180^\circ - 3,14 \text{ рад.}$$

$$7^\circ - \alpha_{o1} \text{ рад.}$$

Тогда 
$$\alpha_{o1} = \frac{7^\circ \cdot 3,14 \text{ рад.}}{180^\circ} = 0,122 \text{ рад.}$$

8. Вычислить коэффициенты трения качения  $k_i$  по формуле (3.5).

9. Определить среднее арифметическое значение  $k_{cp}$ .

10. Определить ошибки измерений  $\Delta k$  и  $\varepsilon$ .

Таблица 5

№	$r, \text{ м}$	$\alpha_o, \text{ рад}$	$\alpha_n, \text{ рад}$	$\beta, \text{ град}$	$n$	$k_i, \text{ м}$	$k_{cp}, \text{ м}$	$\Delta k, \text{ м}$	$\varepsilon, \%$
1	$10^{-3}$	$7^\circ$	0,0344	1,221					
2		$6^\circ$							
3		$5^\circ$							
4		$4^\circ$							

### Контрольные вопросы

1. Какие виды сил трения различают при качении? При каких условиях они возникают? Чем отличаются друг от друга?

2. Как определяется сила трения качения? От чего и как зависит ее величина?

3. Каков физический смысл коэффициента трения качения?

### Лабораторная работа М 4

#### ОПЫТНАЯ ПРОВЕРКА ЗАКОНОВ НЬЮТОНА

**Цель работы:** опытным путем проверить выполнение законов Ньютона. Определить теоретическое и практическое значение ускорения, с которым падает груз массой  $M$  с перегрузками  $m_i$ .

**Приборы и принадлежности:** машина Атвуда, два груза массой  $M$ , соединенные нитью, три перегрузка массами  $m_1, m_2, m_3$ .

### Теоретическое обоснование

В классической механике прямому измерению поддаются расстояние (путь), проходимое телом, время прохождения этого расстояния, масса движущегося тела.

В некоторых простейших случаях представляется возможным измерить действующую на тело силу, однако далеко не всегда. Такие кинематические характеристики, как скорость движения и ускорение, вычисляются из кинематических уравнений движения.

Силы, действующие на тело, находятся из уравнений динамики (законов Ньютона). Законы Ньютона являются фундаментальными законами динамики. Они являются обобщением большого количества опытных данных. Справедливость их может быть проверена экспериментально.

В данной работе опытная проверка справедливости законов Ньютона производится с помощью установки, называемой машиной Атвуда. Общий вид установки представлен на рисунке 4.1.

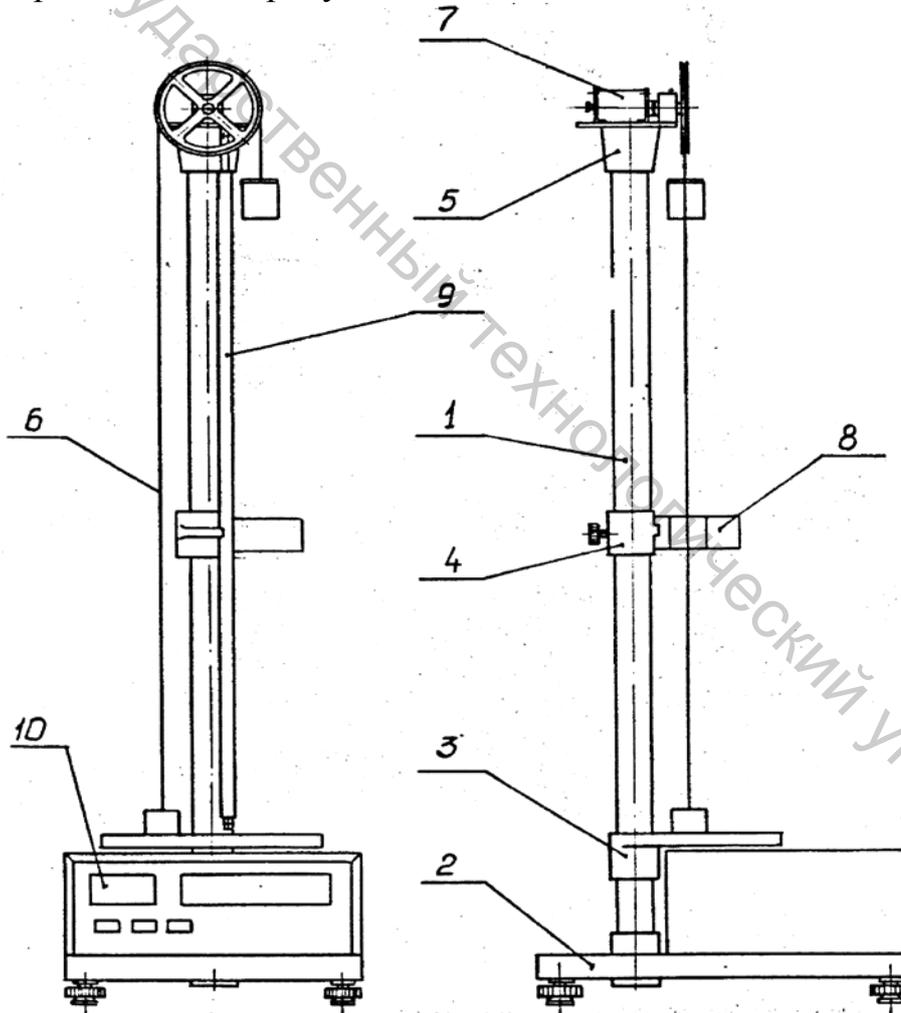


Рисунок 4.1 – Машина Атвуда

На верхней стойке 1 основания 2 расположены три кронштейна: нижний 3, средний 4 и верхний 5. На верхнем кронштейне 5 крепится блок с узлом подшипников качения, через который перекинута эластичная нить с грузами 6 одинаковой массы. На верхнем кронштейне находится электромагнит 7, который с помощью фрикциона при подаче на него напряжения удерживает систему с грузами в неподвижном состоянии. На среднем кронштейне 4 крепится фотодатчик 8, который выдает электрический сигнал окончания счета времени равноускоренного движения грузов. Средний кронштейн имеет индекс, положение которого совпадает с оптической осью фотодатчика (риска на его корпусе). Нижний кронштейн 3 представляет собой площадку с резиновым амортизатором, о который ударяется груз при его остановке. Средний и нижний кронштейны имеют возможность свободного перемещения и фиксации на вертикальной стойке по всей ее свободной длине.

На вертикальной стойке 1 укреплена миллиметровая линейка 9, по которой определяют начальное и конечное положения грузов, а следовательно, и пройденный путь. Начальное положение определяют визуально по нижнему срезу груза, конечное положение – по индексу среднего кронштейна. Миллисекундомер физический 10 выполнен самостоятельным прибором с цифровой индикацией времени.

Миллисекундомер жестко закреплен на основании и соединен кабелем с датчиком фотоэлектрическим.

Когда на концах нити висят грузы одинаковой массы  $M$ , система находится в положении безразличного равновесия. Если на один из грузов положить перегрузок массой  $m$ , система начнет двигаться равноускоренно с ускорением  $a$ . Изменяя пройденный одним из грузов путь  $S$  и время его прохождения  $t$ , из уравнения  $S = \frac{at^2}{2}$  находим ускорение. Назовем его экспериментальным  $a_3$ ,

$$a_3 = \frac{2S}{t^2}. \quad (4.1)$$

Решим задачу о движении рассматриваемой системы, используя законы динамики. Система грузов схематически представлена на рисунке 4.2.

На каждый из трех грузов действуют силы, изображенные на рисунке стрелками:  $M\vec{g}$  – сила тяжести, действующая на каждый из грузов  $M$ ;  $m\vec{g}$  – сила тяжести, действующая на перегрузок  $m$ ;  $\vec{T}$  – сила натяжения нити;  $\vec{f}$  – сила давления перегрузки на груз;  $\vec{N}$  – сила реакции со стороны груза на перегрузок.

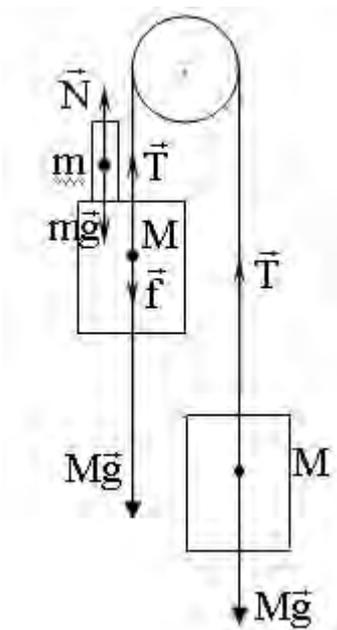


Рисунок 4.2 – Схема для проверки выполнения законов Ньютона

Будем считать блок и нить невесомыми, нить нерастяжимой и силу трения в подшипнике блока равной нулю. Тогда все три груза будут двигаться с одинаковыми по модулю ускорением, которое мы назовем теоретическим и обозначим  $a_T$ .

Уравнение второго закона Ньютона для каждого из грузов запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} M\vec{g} + \vec{T} &= M\vec{a}_T; \\ M\vec{g} + \vec{f} + \vec{T} &= M\vec{a}_T; \\ m\vec{g} + \vec{N} &= m\vec{a}_T. \end{aligned}$$

Спроектировав равенства на вертикальные оси, получим три алгебраических уравнения

$$\begin{aligned} -Mg + T &= M a_T; \\ Mg + f - T &= M a_T; \\ mg - N &= m a_T. \end{aligned}$$

В соответствии с третьим законом Ньютона  $f = N$ . Тогда

$$a_T = \frac{m}{2M + m} g. \quad (4.2)$$

Совпадение измеренного  $a$ , и вычисленного  $a_T$  является опытным подтверждением справедливости законов Ньютона.

## Выполнение работы

1. Привести подвижную систему в исходное состояние, установив правый груз в крайнем верхнем положении. По линейке определить высоту падения груза. Начальное положение определяют визуально по нижнему срезу груза массой  $M$ .

2. Нажать на кнопку «**POWER**» миллисекундомера, при этом должен сработать фрикцион электромагнита.

3. Положить на правый груз массой  $M$  один из перегрузков массой  $m$ .

4. Нажать на кнопку сброс «**C**», затем кнопку «**START**» миллисекундомера.

5. Записать в таблицу 4.1 значения пройденного правым грузом с перегрузком пути  $S$  и показания миллисекундомера  $t$ .

6. Не меняя положения среднего кронштейна, измерения по п. п. 2 – 5 произвести для всех перегрузков.

7. Прodelать измерения по п. п. 2 – 7 для другого пути  $S$ .

8. По формуле (4.1) определить ускорение  $a_3$  для каждого перегрузка и занести в таблицу 4.1.

9. Вычислить среднее значение  $a_3$  для каждого перегрузка и занести в таблицу 4.2.

10. По формуле (4.2) подсчитать значения ускорения  $a_T$  для каждого из перегрузков и занести в таблицу 4.1.

11. По формуле  $\eta = \frac{a_3 - a_T}{a_3} \cdot 100\%$  определить относительную погрешность.

Таблица 4.1

№ груза	$m \cdot 10^{-3}$ , кг	$S \cdot 10^{-2}$ , м	$t$ , с	$a_3$ , м/с <sup>2</sup>
1	3,079+7,85	40		
		30		
		20		
2	5,06+7,85	40		
		30		
		20		
3	7,85	40		
		30		
		20		

Таблица 4.2

№ груза	$m \cdot 10^{-3}$ , кг	$a_3$ , сред.значен., м/с <sup>2</sup>	$a_T$ , м/с <sup>2</sup>	$\eta$ , %
1	7,85			
2	7,85+3,079			
3	7,85+5,06			

12. Сделать вывод.

### Контрольные вопросы

1. Записать кинематические уравнения прямолинейного движения и объяснить смысл содержащихся в них величин.
2. Сформулировать законы Ньютона.
3. В каких системах отсчета выполняются законы Ньютона?
4. Вывести уравнение (4.2).
5. Какова природа сил, действующих на тела, рассматриваемые в данной работе?

### Лабораторная работа М 5

#### ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКОВ

**Цель работы:** ознакомиться с теорией гармонических колебаний; определить ускорение силы тяжести с помощью математического и оборотного маятников.

**Приборы и принадлежности:** математический маятник, оборотный маятник, призма, линейка.

#### Теоретическое обоснование

**Колебательным движением**, или просто колебанием, называется всякое движение или изменение состояния, характеризуемое той или иной степенью повторяемости во времени значений физических величин.

Простейшим типом колебаний являются гармонические колебания. **Гармонические колебания** тела возникают при действии на него силы, пропорциональной смещению и направленной к положению равновесия.

Второй закон Ньютона позволяет в общем виде записать связь между силой и ускорением, т. е. динамическое уравнение движения при гармонических колебаниях материальной точки или твердого тела массой  $m$

$$m a = - k x$$
$$m x'' = - k x \text{ или } x'' + \frac{k}{m} x = 0.$$

Обозначив  $\frac{k}{m} = \omega_1^2$ , получим уравнение  $x'' + \omega_1^2 x = 0$ .

Решение этого уравнения имеет вид:  $x = A \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$ , выражающее зависимость смещения  $x$  от времени (кинематическое уравнение движения), где  $A$  – максимальное смещение от положения равновесия (амплитуда);  $\omega_1$  – циклическая частота;  $\varphi_1$  – начальная фаза колебаний;  $(\omega_1 t + \varphi_1)$  – фаза колебания в момент времени  $t$ .

Величины  $A$ ,  $\omega_0$ ,  $\varphi_0$  с течением времени при гармонических колебаниях не изменяются.

**Математическим маятником** называют идеализированную систему, состоящую из невесомой и нерастяжимой нити, на которой подвешена материальная точка массой  $m$ .

Отклонение маятника от положения равновесия характеризуется углом  $\varphi$ , образованным нитью с вертикалью. Под действием момента силы тяжести маятник возвращается к положению равновесия.

Момент силы тяжести  $M = -mgd$ , где  $d$  – плечо силы тяжести.

Так как  $d = l \sin \varphi$ , то  $M = -mgl \sin \varphi$ .

Согласно основному закону динамики вращательного движения, момент силы, действующий на тело, равен произведению момента инерции  $I$  этого тела относительно оси вращения, на его угловое ускорение:  $M = I\beta$ , угловое ускорение  $\beta = \varphi''$ .

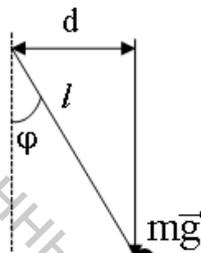


Рисунок 5.1 – Математический маятник

Момент инерции материальной точки массой  $m$  относительно оси  $O$ :  $I = ml^2$ .

Тогда  $ml^2\varphi'' = -mgl \sin \varphi$  или  $\varphi'' + \frac{g}{l} \sin \varphi = 0$ .

Ограничимся рассмотрением малых колебаний, для которых  $\sin \varphi \approx \varphi$ .

Обозначим  $\frac{g}{l} = \omega_0^2$ .

Получим уравнение  $\varphi'' + \omega_0^2 \varphi = 0$ .

Решение этого уравнения имеет вид  $\varphi = \alpha \sin(\omega_0 t + \alpha_0)$ , где  $\alpha$  – наибольший угол отклонения нити (амплитуда);  $\omega_0$  – циклическая частота;  $\alpha_0$  – начальная фаза.

Следовательно, при малых колебаниях математический маятник совершает гармонические колебания. Так как  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$  и  $\omega_0^2 = \frac{g}{l}$ , период

колебаний, т. е. время одного полного колебания,  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ . Он зависит от длины маятника и ускорения силы тяжести, но не зависит от массы.

Достаточно хорошим приближением к математическому маятнику служит тяжелый шарик на длинной тонкой нити. Тогда  $l$  – расстояние от точки подвеса до центра тяжести шарика. Так как центр тяжести может не совпадать с геометрическим центром, определить длину математического маятника не представляется возможным. Разность же длин маятника определить легко. Разность длин  $l_1 - l_2$  можно заменить разностью расстояний  $Z_1 - Z_2$  между любыми положениями шарика в первом и втором опыте. Так как

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \text{ и } T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}},$$

то

$$T_1^2 - T_2^2 = 4\pi\frac{l_1 - l_2}{g},$$

откуда ускорение силы тяжести

$$g = 4\pi^2\frac{l_1 - l_2}{T_1^2 - T_2^2},$$

или

$$g = 4\pi^2\frac{Z_1 - Z_2}{T_1^2 - T_2^2}, \quad (5.1)$$

Если колеблющееся тело нельзя представить как материальную точку, маятник называют **физическим**. Абсолютно твердое тело произвольной формы, совершающее колебания под действием силы тяжести вокруг горизонтальной оси, не проходящей через центр тяжести, представляет собой физический маятник.

При отклонении маятника от положения равновесия на угол  $\varphi$  возникает момент силы тяжести

$$M = -mgl \sin \varphi,$$

где  $m$  – масса физического маятника,  $l$  – расстояние между осью вращения  $O$  и центром тяжести маятника  $C$ .

Обозначим момент инерции физического маятника относительно оси вращения  $O$  через  $I$ , тогда

$$I\varphi'' = -mgl \sin \varphi$$

или

$$\varphi'' + \frac{mgl}{I} \sin \varphi = 0.$$

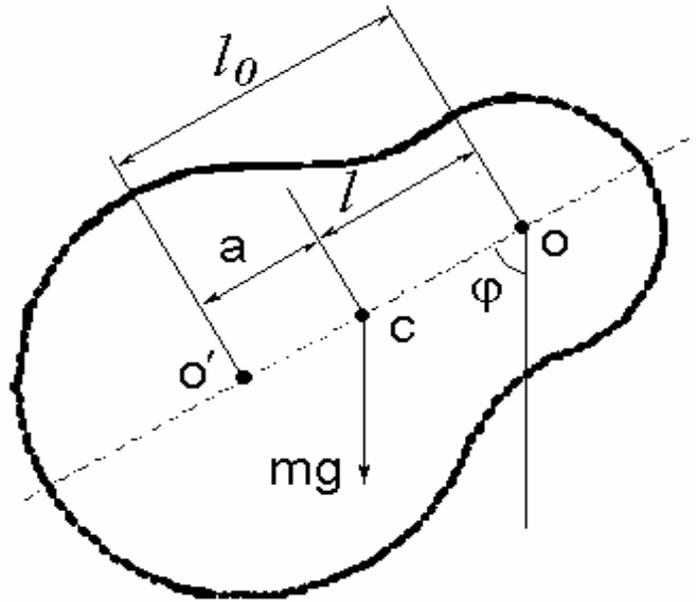


Рисунок 5.2 – Физический маятник

В случае малых колебаний  $\varphi'' + \frac{mgl}{I}\varphi = 0$ , где  $\frac{mgl}{I} = \omega_0^2$ .

Из этого уравнения следует, что при малых колебаниях физический маятник совершает гармонические колебания. Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}$$

Он зависит от массы маятника, его момента инерции относительно оси вращения и расстояния от оси вращения до центра тяжести маятника.

Величину  $\frac{I}{ml} = l_0$  называют приведенной длиной физического маятника.

Так как период колебания физического маятника  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g}}$ , то **приведенная длина физического маятника** – это такая длина математического маятника, период которого совпадает с периодом данного физического маятника.

На перпендикуляре к оси вращения O, проходящем через центр тяжести физического маятника C, выберем точку O' на расстоянии a от центра тяжести так, чтобы периоды колебаний маятника относительно осей, проходящих через O и O', были одинаковы. Точка O' называется центром качания. Точки O и O' сопряжены друг с другом. Это свойство сопряженности выражается в том, что

перенос точки подвеса физического маятника в центр качания не меняет период колебания маятника. Такой маятник называют **оборотным**.

Так как  $T_1 = T_2$ , одинаковы и приведенные длины маятников, т. е.

$$\frac{I}{ml^2} = \frac{I'}{ma}.$$

По теореме Штейнера момент инерции маятника относительно оси  $O$ :  $I = I_o + ml^2$ , где  $I_o$  – момент инерции маятника относительно центра тяжести  $C$ ,  $l$  – расстояние от оси вращения до центра тяжести.

Аналогично момент инерции маятника относительно оси вращения  $O^1$ .

$$I' = I_o + ma^2.$$

Так как

$$\frac{I_o + ml^2}{ml} = \frac{I_o + ma^2}{ma},$$

$$I_o ma + m^2 l^2 a = I_o ml + m^2 a^2 l,$$

$$I_o m(a - l) = m^2 la(a - l),$$

$$I_o = \frac{m^2 la(a - l)}{m(a - l)} = mla,$$

то приведенная длина оборотного маятника

$$l_o = \frac{I_o + ml^2}{ml} = \frac{mla + ml^2}{ml} = \frac{ml(a + l)}{ml} = a + l.$$

Значит, измерив расстояние между осью вращения и точкой качания оборотного маятника, мы определим его приведенную длину, а затем и ускорение силы тяжести

$$g = \frac{4\pi^2 l_o}{T^2}. \quad (5.2)$$

### Описание установки

Для определения ускорения свободного падения применяется прибор ФПА (рис. 5.3), который представляет собой настенный кронштейн 1, на котором смонтированы подушки 2 опорных призм и крепление нити математического маятника. На опорной призме 7 подвешен физический маятник, который при перемене подвеса, т. е. при подвесе физического маятника на призме 12, превращается в оборотный маятник. На металлическом

стержне маятника между опорными призмами жестко закреплена чечевица 11. Чечевица 5, закрепленная на конце стержня, может перемещаться по шкале 3 с нониусом 4 и закрепляется в нужном положении винтом 6. Математический маятник выполнен в виде свинцового шарика 10 и подвешен на капроновой нити 9. Для изменения длины маятника служит барабанчик 8, на который наматывается капроновая нить. Для определения разности длин математического маятника используется линейная шкала.

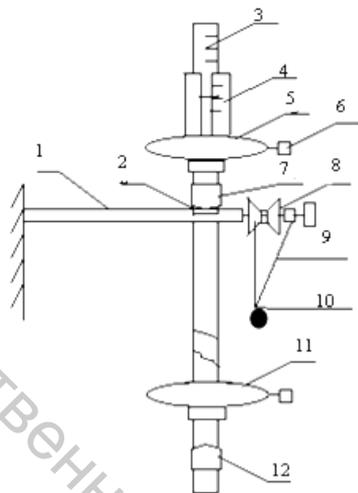


Рисунок 5.3 – Прибор ФПА для определения ускорения свободного падения

Таким образом, универсальный маятник сочетает в себе три типа маятников: физический, оборотный и математический. Конструкция прибора обеспечивает вращение всех трех маятников около одной и той же оси, проходящей через рабочую плоскость подушек. В комплект прибора входит специальная подставка с призмой для нахождения центра тяжести маятника.

## Выполнение работы

### Упражнение 1. Определение ускорения силы тяжести математическим маятником

1. При помощи барабанчика 8 (рис. 5.3) установить длину математического маятника  $Z_1$  (около 100 см). Длиной маятника будет расстояние от центра тяжести до центра подвеса.

2. Отклонить маятник с шариком 10 на небольшой угол ( $4 - 6^\circ$ ), дать возможность маятнику свободно колебаться. Пропустив 4–6 полных колебаний, пустить секундомер в тот момент, когда маятник достигнет максимального отклонения.

3. Определить время  $t_1$  для  $n_1=10$  полных колебаний маятника.

4. Вычислить период колебаний маятника  $T_1 = \frac{t_1}{n_1}$ .

Выполнить пункты 2–4 не менее трех раз.

5. Уменьшить длину математического маятника на 10 см (20 см, 30 см, 40 см). Записать его длину  $Z_2$ .

6. Определить  $t_2$  и  $T_2$  аналогично  $t_1$  и  $T_1$ , согласно пунктам 1 – 5.

7. По формуле (5.1) рассчитать ускорения силы тяжести  $g_i$ .

8. Посчитать среднее значение  $g_{cp} = \frac{\sum g_i}{n}$ , где  $n$  – число измерений.

9. Данные измерений занести в таблицу 5.1.

Таблица 5.1

Номер измерения	$Z_1, \text{ м}$	$Z_2, \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$	$n_1$	$n_2$	$T_1, \text{ с}$	$T_2, \text{ с}$	$g_i, \text{ м/с}^2$	$g_{cp}, \text{ м/с}^2$
1	1	-								
2	-	0,9								
3	-	0,8								
4	-	0,7								

### Упражнение 2. Определение ускорения силы тяжести обратным маятником

Во всяком физическом маятнике можно найти две точки (точка подвеса и центр качания), при последовательном подвешивании маятника за которые период колебания не изменится. На этом принципе основано определение ускорения свободного падения при помощи обратного маятника.

1. Закрепить чечевицу 5 на обратном маятнике на минимальном расстоянии от чечевицы 11.

2. Подвесить маятник призмой 7 на опорную площадку 2.

3. Отклонить маятник на угол 4–6°. Дать возможность маятнику свободно колебаться. Пропустив 4–6 полных колебаний маятника, определить время  $t_1$  для  $n_1 = 20$  полных колебаний при помощи секундомера.

4. Вычислить период колебаний  $T_1 = \frac{t_1}{n_1}$  секунд.

5. Переместить чечевицу 5 на 50–70 мм шкалы 3.

6. Отклонить маятник на угол 4–6° и по секундомеру определить время  $t'_1$  20 полных колебаний  $n'_1$ .

7. Вычислить период колебаний  $T'_1 = \frac{t'_1}{n'_1}$  секунд.

8. Перевернуть маятник, подвесив его на опорную призму 12.

9. Подвижную чечевицу 5 вновь устанавливают на минимальное расстояние от чечевицы 11.

10. Произвести отсчет времени  $t_2$  20 полных колебаний  $n_2$ .

11. Определить период  $T_2 = \frac{t_2}{n_2}$  секунд.

12. Переместить чечевицу на 10 мм по шкале 3 и, закрепив винтом 6, вновь определить период колебаний  $T_2$ .

13. Чечевицу 5 перемещают до тех пор, пока наблюдается сближение периодов колебания ( $T_1$  или  $T_1'$  к  $T_2$ ). Причем по мере приближения периодов колебания точность определения их должна повышаться.

14. При совпадении периодов колебания маятника на опорных призмах расстояние между ними и будет приведенной длиной  $l_0$ .

15. Найти центр тяжести маятника. Для этого снять его с опорной призмы, затем балансировать на горизонтальном ребре призмы, укрепленной на столе, до тех пор, пока моменты сил тяжести, действующие на правую и левую части маятника, окажутся равными. При таком положении равнодействующая сила тяжести проходит через точку опоры, а центр тяжести маятника будет расположен в стержне против точки опоры.

16. Замерить линейкой расстояния между опорными призмами и центром тяжести  $l_1$  и  $l_2$ , не снимая маятник с ребра призмы.

17. Вычислить ускорение свободного падения  $g$  для данного географического места, подставив значения периодов  $T_1$  и  $T_2$  и  $l_1$  и  $l_2$  в формулу

$$g' = \frac{4\pi^2(l_1 - l_2)(l_1 + l_2)}{T_1^2 l_1 - T_2^2 l_2}.$$

18. Вычислить ускорение свободного падения  $g$  по формуле (5.2), где  $T = T_{cp}$ .

19. Сравнить результаты вычислений, сделанных в п. п. 17 и 18.

20. Опытные данные занести в таблицу 5.2.

Таблица 5.2

$l_0, \text{м}$	$t_1, \text{с}$	$t_2, \text{с}$	$T_1, \text{с}$	$T_2, \text{с}$	$T_{cp}, \text{с}$	$g, \text{м/с}^2$	$l_1, \text{м}$	$l_2, \text{м}$	$g', \text{м/с}^2$

### Контрольные вопросы

1. Какие колебания называют гармоническими?
2. Записать динамическое и кинематическое уравнения гармонического колебания. Что означает каждая величина в этих уравнениях?
3. Что называется математическим маятником?
4. От чего зависит период колебаний математического маятника?

5. Почему из формулы  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  мы не можем определить ускорение

силы тяжести достаточно точно?

6. Что такое физический маятник?

7. От чего зависит период колебаний физического маятника?

8. Что называется приведенной длиной физического маятника?

9. Что такое центр качания? Каким свойством он обладает?

10. На каком свойстве обратного маятника основано определение ускорения силы тяжести?

## Лабораторная работа М 6

### ИЗУЧЕНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА

**Цель работы:** изучить параметрический резонанс, определить частоту колебаний маятника и частоту изменения параметра.

**Приборы и принадлежности:** установка для изучения параметрического резонанса.

#### Теоретическое обоснование

Колебания широко распространены в природе и технике. Во многих случаях они играют отрицательную роль. Колебания моста, возникающие из-за толчков, сообщаемых ему колесами поезда при прохождении через стыки рельсов, колебания (вибрации) корпуса корабля, вызванные вращением гребного винта, вибрации крыльев самолета – все эти процессы могут привести к катастрофическим последствиям. В подобных случаях задача заключается в том, чтобы предотвратить возникновение колебаний или, во всяком случае, воспрепятствовать тому, чтобы колебания достигли опасных размеров.

Среди всего многообразия колебательных движений чаще всего выделяют два достаточно самостоятельных вида: свободные и вынужденные. Свободные колебания – это колебания, происходящие под действием восстанавливающих сил около положения равновесия. Таковыми являются, например, колебания математического, физического, пружинного маятников после нарушения равновесия. Вынужденные колебания – колебательные процессы, вызываемые и поддерживаемые вынуждающими силами, т. е. силами, заданными в виде явных функций времени и не зависящими от движения системы. Примерами могут служить те же системы – маятник и груз на пружине, но при действии вынуждающих сил  $F(t)$ . На практике можно обнаружить существование колебательных явлений иных типов, которые принципиально отличаются от вышеназванных. Например, **параметрические колебания**, возникающие в системах, параметры которых заданным образом периодически изменяются во времени.

С математической точки зрения колебательные процессы различного вида могут быть описаны при помощи дифференциальных уравнений следующего типа:

$$x'' + ax' + bx = F(t), \quad (6.1)$$

где  $x$  – величина, определяющая положение системы (координата, угол отклонения);  $x''$ ,  $x'$  – вторая и первая производные по времени, определяющие соответственно ускорение и скорость для изменения величины  $x$ ;  $a, b$  – коэффициенты, которые имеют постоянные значения для свободных и вынужденных колебаний системы с неизменными параметрами, но в общем случае могут являться функциями времени и координат;  $F(t)$  – внешняя вынуждающая сила (для вынужденных колебаний).

При рассмотрении идеализированных систем без учета сил трения, сопротивления слагаемое  $ax'$  обращается в нуль. Для параметрических колебаний, встречающихся на практике, без учета сил трения уравнение принимает вид

$$x'' + b(t)x = 0, \quad (6.2)$$

причем функция  $b(t)$  обладает свойством периодичности, т. е.

$$b(t) = b(t + T), \quad (6.3)$$

где  $T$  – период функции  $b(t)$ .

В качестве примера системы, в которой происходят параметрические колебания, рассмотрим математический маятник, ось подвеса которого совершает заданные колебания в вертикальном направлении (рис. 6.1). В качестве изменяемого параметра здесь выступает длина подвеса.

Пусть  $l$  – длина маятника,  $m$  – масса груза,  $\varphi$  – угол отклонения,  $y = y(t)$  – заданный периодический закон движения точки подвеса. Тогда уравнение движения для малых относительных колебаний маятника примет вид:

$$(-mg - my'')l\varphi = ml^2\varphi'', \quad (6.4)$$

где  $my''$  – так называемая переносная сила инерции.

После сокращения  $m$  выражение (6.2) можно привести к виду:

$$\varphi'' + \frac{g+y''(t)}{l}\varphi = 0. \quad (6.5)$$

Сравнивая (6.2) и (6.4), можно сделать вывод о том, что рассматриваемая система совершает параметрические колебания. Не затрагивая

хода решения уравнения (6.5), отметим некоторые свойства этих колебаний, вытекающие из вида этого решения: амплитуды параметрических колебаний (в зависимости от значений постоянных системы) либо остаются ограниченными, либо возрастают с течением времени.

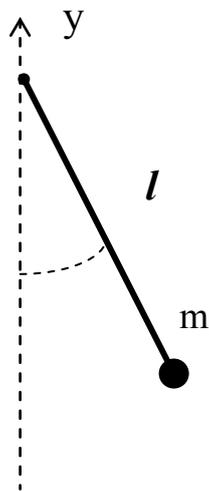


Рисунок 6.1 – Математический маятник

Это явление называют **параметрическим резонансом**. Параметрический резонанс существенно отличается от резонанса при вынужденных колебаниях и в определенном смысле опаснее последнего.

С физической точки зрения объяснить явление параметрического резонанса можно увеличением энергии маятника за счет работы внешней силы, осуществляющей изменение длины подвеса. Это будет происходить при условии, что максимальная длина будет при крайних отклонениях груза, а минимальная – при прохождении им среднего положения. Сила натяжения нити при этом не постоянна: она меньше в крайних положениях, когда скорость обращается в нуль, и больше в среднем положении, когда скорость маятника максимальна. Поэтому отрицательная работа внешней силы при удлинении маятника оказывается меньше по величине, чем положительная работа, совершаемая при укорочении. В итоге работа внешней силы за период оказывается больше нуля. Рассмотренные процессы будут происходить при условии, что частота изменения параметра будет в два раза больше частоты колебаний маятника, т. е.  $\nu = 2 \nu_0$ . Значит

$$T_0 = 2T, \quad (6.6)$$

где  $T_0$  – период колебаний маятника, а  $T$  – период изменения параметра.

### Описание установки

Установка состоит (рис. 6.2) из основания с вертикальной стойкой 1, математического маятника 2, представляющего собой тонкую нить с грузом на конце, пульта управления 3, на лицевой панели которого имеется тумблер

«POWER» для включения питания и ручка «FREQUENCY OF CHANGE PARAMETER» для регулировки частоты изменения параметра. Ручка «FREQUENCY OF CHANGE PARAMETER» снабжена стрелкой для установки заданных положений, соответствующих определенным значениям частоты изменения параметра. Внутри пульта управления 3 расположен электродвигатель, на валу которого насажен эксцентрик, предназначенный для преобразования вращательного движения вала в возвратно-поступательное вертикальное перемещение нити маятника 2. На стойке основания 1 размещены:

кронштейн 4 со шкалой, кронштейн, предназначенный для изменения длины подвеса маятника 2, и шкала для отсчета угла его отклонения; фотоэлектронный датчик 5, предназначенный для выдачи сигнала на секундомер 6. Секундомер 6 предназначен для регистрации числа и времени колебаний маятника 2. На передней панели секундомера расположены кнопки: «POWER» для включения питания, «STOP» для остановки отсчета времени, «С» для обнуления счетчиков.

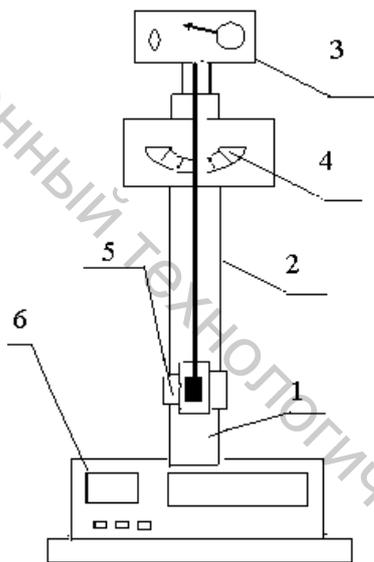


Рисунок 6.2 – Установка для изучения параметрического резонанса

### Выполнение работы

В данной лабораторной работе необходимо определить частоту изменения параметра для заданных положений ручки «FREQUENCY OF CHANGE PARAMETER», используя явление параметрического резонанса. Для этого необходимо выполнить следующее:

1. Включить тумблер «POWER» на лицевой панели пульта управления 3.
2. Ручку «FREQUENCY OF CHANGE THE PARAMETER» установить в положение 1.
3. Включить на передней панели секундомера кнопку «POWER» и дать ему 1–2 минуты прогреться.

4. Установить кронштейн 4 со шкалой в положение, при котором предполагается наступление параметрического резонанса. Для выбора положения этого кронштейна следует учитывать, что при установке ручки «**FREQUENCY OF CHANGE PARAMETER**» в положение 1 частота изменения параметра максимальна, а в положении 4 – минимальна.

5. Отвести рукой маятник на угол 3–5°.

6. В течение 1–2 минут наблюдать за изменением амплитуды колебаний. При увеличении амплитуды до 10°–15°, т. е. при наступлении параметрического резонанса, выключить тумблер «**POWER**» на лицевой панели пульта управления 3 и произвести определение частоты колебаний маятника  $\nu_0$  согласно п. 8. При отсутствии увеличения амплитуды колебаний остановить рукой колебания и, изменяя положение кронштейна 4, добиться наступления резонанса системы.

7. Кратковременно нажать на кнопку «**C**» на панели секундомера и произвести отсчет 10–20 колебаний маятника. Остановка отсчета производится кратковременным нажатием на кнопку «**STOP**». По показаниям индикаторов определить частоту колебаний маятника  $\nu_0$ , используя формулу

$$\nu_i = \frac{n}{t}, \quad (6.7)$$

где  $n$  – число колебаний по индикатору «**PERIODS**»,  $t$  – время колебаний по индикатору «**TIME**».

8. Определить частоту изменения параметра  $\nu$  по формуле

$$\nu = 2 \nu_0. \quad (6.8)$$

9. Произвести измерения согласно п.п. 4–9 для других положений ручки «**FREQUENCY OF CHANGE PARAMETER**».

10. Результаты измерений занести в таблицу 6.1.

Таблица 6.1

№ положения ручки	$t$ , с	$n$	$\nu_0$ , Гц	$\nu$ , Гц

### Контрольные вопросы

1. Какие колебания называются параметрическими?
2. В чем заключается явление параметрического резонанса? В чем опасность этого явления на практике?
3. При каком условии наступает параметрический резонанс в колебательной системе, используемой в этой лабораторной работе?

## Лабораторная работа М 7

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В ВОЗДУХЕ МЕТОДОМ СТОЯЧИХ ВОЛН

**Цель работы:** изучение волновых процессов и определение скорости звука в воздухе методом стоячих волн.

**Приборы и принадлежности:** осциллограф, звуковой генератор, стеклянная трубка с микрофоном и динамиком, поршень.

#### Теоретическое обоснование

Если в каком-либо месте упругой (твердой, жидкой или газообразной) среды возбудить колебания её частиц, то вследствие взаимодействия между частицами это колебание начнет распространяться в среде от частицы к частице с некоторой скоростью  $v$ . Процесс распространения колебаний в пространстве называется **волной**.

Частицы среды, в которой распространяется волна, не переносятся волной, они лишь совершают колебания около своих положений равновесия. Со скоростью распространения волны передается от частицы к частице лишь состояние колебательного движения и его энергия. В зависимости от направления колебаний частиц по отношению к направлению, в котором распространяется волна, различают продольные и поперечные волны. В продольной волне частицы среды колеблются вдоль направления распространения волны. В поперечной волне частицы среды колеблются в направлениях, перпендикулярных к направлению распространения волны. Механические поперечные волны могут возникнуть лишь в среде, обладающей сопротивлением сдвигу. Поэтому в жидкой и газообразной средах возможно возникновение только продольных волн.

Волновой процесс будет известен, если для любого момента времени известны величины отклонения  $\xi$  от положения равновесия всех частиц среды, расположенных на различных расстояниях  $x$  от источника волны. Источником волны является какое-либо колеблющееся тело.

Все время, пока существует волна, частицы среды совершают колебания около своих положений равновесия, причем различные частицы колеблются со сдвигом по фазе.

Расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися одинаковым образом (в одинаковой фазе), называется **длиной волны  $\lambda$** . Длина волны равна тому расстоянию, на которое распространяется волна за период, т. е.

$$\lambda = vT. \quad (7.1)$$

Заменяя в этом соотношении  $T$  через  $\frac{1}{\nu}$ , где  $\nu$  – частота колебаний, получим

$$\lambda \nu = v. \quad (7.2)$$

Пусть источник волны находится в некоторой точке  $O$  однородной среды и совершает гармонические колебания:

$$\xi = a \cos(\omega t + \phi_0), \quad (7.3)$$

где  $\xi$  – смещение колеблющейся системы (материальной точки) от положения равновесия;  $a$  – амплитуда;  $\omega$  – циклическая (круговая) частота,  $\omega = 2\pi\nu$ ;  $\phi_0$  – начальная фаза колебаний;  $t$  – время колебаний.

Для простоты рассуждений, положим в момент времени  $t = 0$  начальную фазу колебаний  $\phi_0 = 0$ . Тогда волну, распространяющуюся в направлении  $x$ , можно изобразить следующим образом (рис. 7.1).

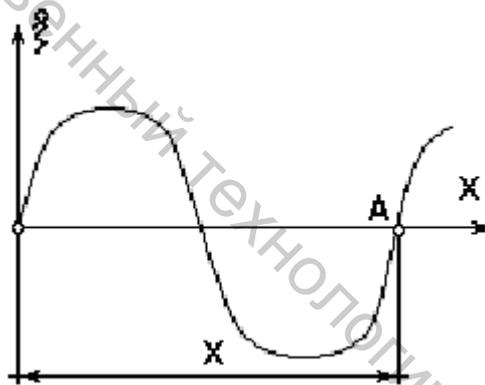


Рисунок 7.1 – Волновой процесс. Зависимость величины отклонения  $\xi$  от положения равновесия всех частиц среды, расположенных на различных расстояниях  $X$  от источника волны

Если среда не поглощает энергию распространяющихся колебаний, то в точке  $A$  будут колебания с амплитудой  $a$ , но с другой фазой колебаний. Действительно, для прохождения пути  $x$  волне понадобится время  $\tau$ :

$$\tau = \frac{x}{v}, \quad (7.4)$$

где  $v$  – скорость распространения волны. Следовательно, колебания в точке  $A$  будут отставать от колебаний в точке  $O$  на время  $\tau$  (начнутся позже). Тогда для точки  $A$

$$\xi = a \cdot \cos \omega \left( t - \tau \right), \text{ или } x = a \times \cos \omega \left( t - \frac{x}{u} \right). \quad (7.5)$$

Величина  $\xi$  в (7.5) представляет собой смещение любой из точек с координатой  $x$  в момент времени  $t$ .

Уравнение (7.5) можно записать иначе

$$\xi = a \cdot \cos \left( \omega t - \frac{\omega}{v} x \right). \quad (7.6)$$

Величину  $\frac{\omega}{v} = k$  называют **волновым числом**.

С учётом того, что циклическая частота

$$\omega = 2\pi\zeta = \frac{2\pi}{T}, \quad (7.7)$$

скорость распространения волны

$$v = \frac{\lambda}{T}, \quad (7.8)$$

где  $\zeta$  – частота;  $T$  - период;  $\lambda$  – длина волны; волновое число  $k$  можно записать в виде

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (7.9)$$

Таким образом

$$\xi = a \cos (\omega t - k x) \quad (7.10)$$

Уравнение (7.10) называют **уравнением плоской волны**.

В случае, когда скорость распространения волны во всех направлениях одна и та же, порождаемая точечным источником волна будет **сферической**.

Если волновой фронт представляет собой плоскость – волна плоская. Под волновым фронтом понимают геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени  $t$ .

Легко увидеть, что если волна распространяется в противоположную сторону (в сторону убывания  $x$ ), то ее уравнение будет иметь вид

$$\xi = a \cos (\omega t + k x). \quad (7.11)$$

В общем случае в уравнениях (7.10) и (7.11) необходимо учитывать начальную фазу колебаний  $\varphi_0$ , т. е.

$$\xi = a \cos (\omega t \pm k x + \varphi_0). \quad (7.12)$$

Если в среде распространяется одновременно несколько волн, то колебания частиц среды оказываются геометрической суммой колебаний, которые совершали бы частицы при распространении каждой из волн в отдельности. Следовательно, волны просто накладываются одна на другую, не

возмущая друг друга. Это вытекающее из опыта утверждение называется **принципом суперпозиции** (наложение) волн.

Волны, обладающие постоянной разностью фаз, называются **когерентными**. Когерентными волнами являются только волны с одинаковой частотой. При сложении когерентных волн возникает явление **интерференции**, заключающееся в том, что колебания в одних точках среды усиливаются, а в других точках ослабляются.

Примером интерференции волн являются **стоячие волны**, образующиеся в результате наложения двух когерентных волн, распространяющихся по одному и тому же пути в противоположных направлениях. Практически стоячие волны возникают при отражении волн от преград. Падающая и отраженная волны, будучи когерентными, налагаются друг на друга и дают стоячую волну. При отражении волны частота и направление колебаний не изменяются. Теория и опыт показывают, что если волна падает из более плотной среды на границу раздела с менее плотной средой, то, испытывая отражение, волна не меняет фазы колебания. При отражении волны от более плотной среды фаза колебания изменяется скачком на  $\pm \pi$ , что эквивалентно «потере» полуволны  $\frac{\lambda}{2}$ .

Рассмотрим случай интерференции двух когерентных волн, распространяющихся в противоположных направлениях вдоль оси  $x$ .

Для простоты рассуждений положим, что к началу отсчета начальная фаза колебания  $\varphi_0 = 0$ . Тогда уравнение падающей волны будет

$$\xi_1 = a \cos(\omega t - kx), \quad (7.13)$$

а отраженной 
$$\xi_2 = a \cos((\omega t + kx) \pm \Delta\varphi), \quad (7.14)$$

где  $\Delta\varphi$  - изменение фазы колебания при отражении.

Результирующее колебание

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2a \cos\left(kx \pm \frac{\Delta\varphi}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\Delta\varphi}{2}\right). \quad (7.15)$$

Если отражение происходит без изменения фазы  $\Delta\varphi = 0$ , тогда

$$\xi = 2a \cos kx \cos \omega t. \quad (7.16)$$

Если фаза отраженной волны меняется на  $\pm\pi$ , то

$$\xi = 2a \sin kx \sin \omega t. \quad (7.17)$$

Уравнения (7.16) и (7.17) являются **уравнениями стоячей волны**, распространяющейся вдоль оси  $x$ .

Из (7.16) и (7.17) видно, что в каждой точке стоячей волны происходят колебания той же частоты  $\omega$ , что и у встречных волн. Амплитуда стоячей волны

$$A = |2a \sin kx| = \left| 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \right|. \quad (7.18)$$

Она зависит от  $x$  и в точках, где  $\frac{2\pi}{\lambda} x = \pm(2n+1)\frac{\pi}{2}$ ; ( $n = 0, 1, 2, 3 \dots$ ) достигает максимального значения, равного  $2a$ . Такие точки получили название **пучностей**. Координаты пучностей  $x_p = \pm(2n+1)\frac{\lambda}{4}$ . Точки, где  $\frac{2\pi}{\lambda} x = \pm n\pi$ , называют **узлами**. Координаты узлов  $x_{\text{узл.}} = \pm n\frac{\lambda}{2}$ .

Из вышеприведённых формул видно, что расстояние между соседними пучностями такое же, как и между узлами, и равно  $\frac{\lambda}{2}$ .

Следует заметить, что стоячая волна отличается от бегущей монохроматической плоской волны, у которой амплитуды колебаний всех её точек одинаковы, но фазы их колебаний в различные моменты времени различны. У стоячей волны все частицы совершают колебания в одинаковой фазе (одновременно), но амплитуды колебаний различных частиц в стоячей волне неодинаковы.

Таким образом, измерив расстояние между соседними пучностями или узлами, можно определить длину волны  $\lambda$ . Зная частоту колебаний  $\zeta$ , по формуле (7.2) можно определить скорость звука.

### Выполнение работы

1. Подключить к сети осциллограф и звуковой генератор.
2. Установить частоту на звуковом генераторе  $\zeta_1 = 2000$  Гц.
3. Перемещая поршень с крайнего нижнего положения вверх, определить по линейке координату  $X_1$  пучности. (На осциллографе при этом амплитуда колебаний максимальна).
4. Перемещая поршень вверх, определить координаты следующих пучностей:  $X_2, X_3, X_4$ .
5. Определить расстояния  $\Delta X$  между пучностями:

$$\Delta X_1 = X_2 - X_1,$$

$$\Delta X_2 = X_3 - X_2,$$

$$\Delta X_3 = X_4 - X_3.$$

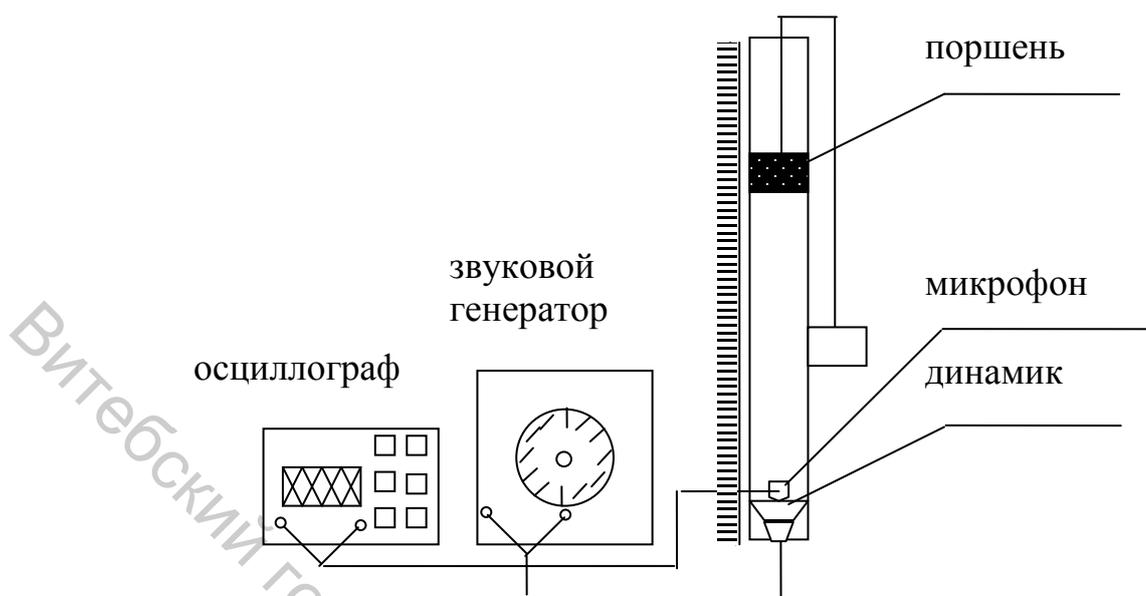


Рисунок 7.2 – Схема установки для определения скорости звука в воздухе

6. Установить частоту на звуковом генераторе  $\zeta_1 = 2500$  Гц. Провести аналогичные измерения для этой частоты, согласно пунктам 3, 4 и 5.
7. Определить скорости звука по формуле
 
$$v = 2\Delta X \cdot \zeta,$$
 для каждого  $\Delta X$ .
8. Вычислить среднее арифметическое значение скоростей звука.
9. Результаты измерений занести в таблицу 7.1.
10. Сделать вывод, в котором привести сравнение вычислений  $v_{\text{ср}}$  и теоретической скорости звука в воздухе  $v_T = 340$  м/с.

Таблица 7.11

Частота $\zeta$ , Гц	Координата пучности $X$ , м	Расстояние между пучностями $\Delta X$ , м	Скорость звука $v$ , м/с

### Контрольные вопросы

1. Что называют стоячей волной?
2. В чем состоит принцип определения скорости звука методом стоячих волн?
3. Уравнение плоской волны.
4. Когда возникают стоячие волны?
5. В каких точках возникают пучности и узлы?

### Лабораторная работа М 8

## ИЗУЧЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ

**Цель работы:** определить основные характеристики внутреннего трения в жидкости методом Стокса.

**Принадлежности:** вискозиметр Стокса, секундомер, шарик, магнит.

### Теоретическое обоснование

Идеальная жидкость, т. е. жидкость без трения, является абстракцией. В реальных жидкостях, помимо сил нормального давления, на границах движущихся элементов жидкости действуют еще касательные силы вязкости.

Эти силы являются силами трения: **внутреннего**, если они действуют между силами жидкости, и **внешнего**, если это силы взаимодействия между жидкостью и стенкой сосуда. Силы вязкости направлены так, что ускоряют медленно движущиеся слои и замедляют быстро движущиеся.

Всем реальным жидкостям и газам в большей или меньшей степени присуща вязкость (внутреннее трение). Вязкость проявляется в том, что возникшее в жидкости или газе движение после прекращения действия причин, его вызвавших, постепенно прекращается.

Течение жидкости, при котором все характеризующие его величины, т. е. скорость движения, плотность жидкости и температура в данной точке потока, сохраняются без изменения, называется **установившимся**, или **стационарным**.

В различных точках потока все эти величины могут иметь разные значения, но в каждой отдельной точке при стационарном течении они остаются постоянными. Течение, при котором это условие не соблюдается, называется **неустановившимся**, или **нестационарным**.

Различают ламинарное (слоистое) и турбулентное течения жидкости. При **ламинарном течении** жидкость как бы разделяется на слои, которые скользят друг относительно друга, не перемешиваясь. Если в ламинарный поток ввести подкрашенную струйку, то она сохраняется, не размываясь, на всей длине потока, так как частицы жидкости в ламинарном потоке не переходят из одного слоя в другой. **Ламинарное течение стационарно.**

При увеличении скорости или поперечных размеров потока характер движения существенным образом изменяется. Возникает энергичное перемешивание жидкости. Такое течение называется **турбулентным**. При турбулентном течении скорость частиц в каждом данном месте все время беспорядочно изменяется. **Турбулентное течение нестационарно.** Если в турбулентный поток ввести окрашенную струйку, то уже на небольшом расстоянии от места его введения окрашенная жидкость равномерно распределяется по всему сечению потока.

В движущемся потоке слой жидкости, непосредственно прилегающий к твердой поверхности, в результате прилипания остается неподвижным

относительно ее. Скорость остальных слоев возрастает по мере удаления от твердой поверхности.

Пусть ламинарный поток жидкости течет в направлении координатной оси  $Y$  (рис. 8.1).

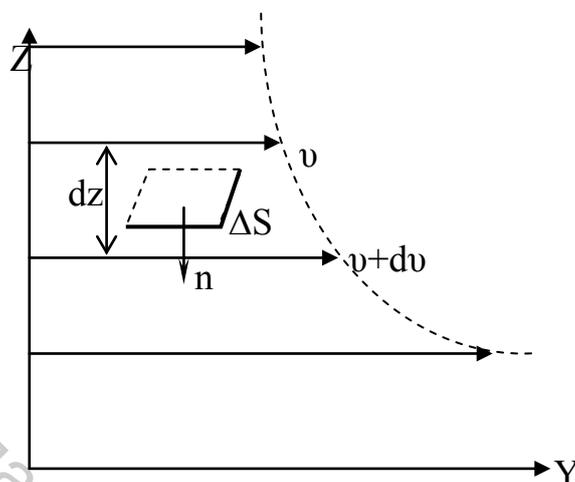


Рисунок 8.1 – Ламинарный поток в жидкости в  $YZ$  координатах

Слои жидкости движутся с разными скоростями. Скорости двух слоев, отстоящих друг от друга на расстоянии  $dz$ , отличаются на  $dv$ .

Вектор  $\frac{dv}{dz} \vec{n}$  (где  $\vec{n}$  – единичный вектор в направлении максимального возрастания скорости) называется **градиентом скорости**. Градиент скорости показывает, как быстро изменяется скорость слоев относительно оси  $Z$ .

Ньютон установил, что модуль силы внутреннего трения  $\vec{F}$  между слоями жидкости в ламинарном потоке прямо пропорционален площади их соприкосновения  $\Delta S$  и модулю градиента скорости  $\frac{dv}{dz}$ .

$$F = \eta \frac{dv}{dz} \Delta S. \quad (8.1)$$

Коэффициент  $\eta$  в формуле (8.1) называется **динамической вязкостью жидкости** (динамическим коэффициентом вязкости), или коэффициентом внутреннего трения.

Если в формуле (8.1)  $\frac{dv}{dz} = 1$  и  $\Delta S = 1$ , то  $\eta = F$ .

Тогда можно сформулировать физический смысл динамической вязкости жидкости: **динамическая вязкость численно равна силе внутреннего трения, возникающей на каждой единице поверхности соприкосновения двух слоев, которые движутся один относительно другого с градиентом скорости, равным единице.**

Динамическая вязкость зависит от природы жидкости и с повышением температуры уменьшается.

Другими важными характеристиками жидкости являются кинематическая вязкость и текучесть.

**Кинематической вязкостью** жидкости называется отношение ее динамической вязкости  $\eta$  к плотности этой жидкости  $\rho_0$ .

$$\nu = \frac{\eta}{\rho_0} \quad (8.2)$$

**Текучестью** жидкости называется величина, обратная динамической вязкости

$$\vartheta = \frac{1}{\eta}. \quad (8.3)$$

Английский ученый Рейнольдс установил, что характер течения жидкости зависит от значения безразмерной величины

$$R_a = \frac{\rho_0 \nu l}{\eta}, \quad (8.4)$$

где  $\rho_0$  – плотность жидкости,  $\nu$  – средняя скорость потока, например, для движения жидкости по трубам – средняя скорость по сечению трубы;  $\eta$  – динамическая вязкость жидкости;  $l$  – характерный для поперечного сечения размер, например, сторона квадрата при квадратном сечении, радиус или диаметр при круглом сечении и т. д.

Величина (8.4) называется **числом Рейнольдса**. Начиная с некоторого определенного значения  $R_{e \text{ кр.}}$ , называемого критическим, течение приобретает турбулентный характер.

Соотношение (8.4) можно применять для определения характера движения шарика в жидкости. В этом случае оно примет вид

$$R_a = \frac{\rho_0 \nu d}{\eta}, \quad (8.5)$$

где  $\rho_0$  – плотность жидкости;  $\nu$  – скорость установившегося равномерного движения шарика;  $\eta$  – динамическая вязкость жидкости;  $d$  – диаметр шарика.

Критическое число Рейнольдса для движения шарика в жидкости  $R_{e \text{ кр.}} = 0,5$ . При  $R_e < 0,5$  движение будет ламинарным, при  $R_e \geq 0,5$  движение переходит в турбулентное.

При движении шарика в жидкости играет роль не трение шарика о жидкость, а трение отдельных слоев друг о друга, так как при соприкосновении

шарика с жидкостью к его поверхности тотчас же прилипают молекулы жидкости. Шарик обволакивается слоями жидкости и связан с ними межмолекулярными силами. Непосредственно прилегающий к шарикау слой движется вместе с ним с такой же скоростью. Характер изменения скорости от слоя к слою показан на рисунке 8.1.

### Теория метода измерения

Для определения динамической вязкости широко используется метод Стокса. Если в сосуд с жидкостью бросить шарик, плотность которого больше плотности жидкости, то он будет падать (рисунок. 8.2).

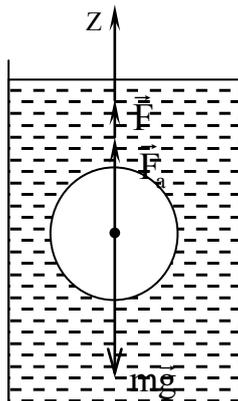


Рисунок 8.2. – Схема опыта для определения вязкости жидкости методом Стокса

На падающий шарик действуют силы: сила тяжести  $m\vec{g}$ , выталкивающая (архимедова) сила  $\vec{F}_a$  и сила внутреннего трения  $\vec{F}$ , тормозящая движение шарика. Если считать, что стенки сосуда находятся на значительном расстоянии от движущегося шарика (шарик движется в безграничной среде) и жидкость обтекает шарик ламинарно, то силу внутреннего трения можно определить по закону Стокса

$$F = 6 \pi \eta r v, \quad (8.6)$$

где  $v$  – скорость равномерного движения шарика;  $\eta$  – динамическая вязкость жидкости;  $r$  – радиус шарика.

Сила тяжести

$$mg = \rho V g, \quad (8.7)$$

а выталкивающая сила

$$F_a = \rho_o V g, \quad (8.8)$$

где  $\rho$  – плотность шарика;  $V$  – объем шарика;  $\rho_0$  – плотность жидкости;  $g$  – ускорение свободного падения.

При равномерном движении шарика в жидкости  $m\vec{g} + \vec{F}_a + \vec{F} = 0$  или в проекции на координатную ось  $Z$

$$-mg + F_a + F = 0. \quad (8.9)$$

Соотношение (8.9) с учетом (8.6), (8.7), (8.8) и выражения для объема шарика  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$  перепишем в виде:  $-\frac{4}{3}\pi r^3 g + \frac{4}{3}\pi \rho_0 r^3 g + 6\pi\eta r v = 0$ ,

откуда найдем

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho_0)}{9} r^2 g v \quad (8.10)$$

Заменяя в соотношении (8.10) радиус  $r$  шарика и скорость согласно соотношениям

$$r = \frac{d}{2} \quad \text{и} \quad v = \frac{l}{t}, \quad (8.11)$$

где  $d$  – диаметр шарика;  $l$  – расстояние, пройденное шариком при равномерном движении за время  $t$ .

Получим окончательно зависимость для динамической вязкости

$$\eta = \frac{(\rho - \rho_0) d^2 g t}{18 l}. \quad (8.12)$$

Соотношение (8.12) справедливо для ламинарного движения шарика в жидкости. Характер движения определяется соотношением (8.5), которое с учетом (8.11) перепишется в виде

$$R_e = \frac{\rho_0 l d}{\eta t} \quad (8.13)$$

Значения  $\eta$ , для которых  $R_e \geq 0,5$  отбрасываются.

Кинематическая вязкость и текучесть жидкости определяются, соответственно, по формулам (8.2) и (8.3).

### Описание установки

В работе используется вискозиметр Стокса, состоящий из стеклянной трубы достаточно большого диаметра, расположенной вертикально. Вдоль трубы расположена миллиметровая линейка. Шарик бросается сверху трубы

так, чтобы он двигался в середине налитой в трубу жидкости. Если диаметр трубы взять 4 см и больше, то жидкость в трубе можно считать безграничной средой.

### Выполнение работы

1. Включить секундомер.
2. Поднести магнит к нижней части вискозиметра Стокса. Убедиться, что шарик, находящийся внутри вискозиметра, примагнитился к магниту через стеклянную трубку.
3. Переместить с помощью магнита шарик вдоль стеклянной трубы вискозиметра вверх, поместив его под верхнюю крышку вискозиметра таким образом, чтобы магнит находился в центре крышки вискозиметра.
4. Убрать магнит с верхней крышки вискозиметра. При этом шарик упадет в жидкость и начнет свое движение.
5. С помощью секундомера определить время  $t$  прохождения шариком расстояния  $l$  в жидкости. (Рекомендуется определить время  $t$  для  $l_1 = 0,5$  м;  $l_2 = 0,45$  м;  $l_3 = 0,4$  м;  $l_4 = 0,35$  м;  $l_5 = 0,30$  м. Начинать отсчет расстояния  $l$  с метки 70 см на линейке, прикрепленной рядом с вискозиметром).
6. Провести пять измерений.
7. По формуле 8.12 определить динамическую вязкость жидкости  $\eta$ . При этом учесть, что диаметр шарика  $d = 4$  мм, плотность жидкости (масла)  $\rho_0 = 900$  кг/м<sup>3</sup>, плотность шарика (сталь)  $\rho = 7800$  кг/м<sup>3</sup>.
8. Вычислить число Рейнольдса  $Re$  по формуле (8.13). Отбросить значения  $\eta$ , для которых  $Re \geq 0,5$ . Определите характер движения шарика в жидкости (ламинарный или турбулентный).
9. По среднему значению динамической вязкости  $\eta$  определить кинематическую вязкость  $\nu$  по формуле (8.2) и текучесть жидкости  $\vartheta$  по формуле (8.3).
10. Результаты измерений и вычислений запишите в таблицу 8.1.

Таблица 8.1

№ опыта	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$\rho_0$ , кг/м <sup>3</sup>	$d$ , м	$g$ , м/с <sup>2</sup>	$l$ , м	$t$ , с	$\eta$ , Нс/м <sup>2</sup>	$Re$	$\nu$ , м <sup>2</sup> /с	$\vartheta$ , м <sup>2</sup> /Нс

11. Вычислите абсолютную и относительную погрешности измерения динамической вязкости жидкости (по требованию преподавателя).
12. Сделайте вывод.

### Контрольные вопросы

1. Какова природа сил внутреннего трения в жидкости?
2. Какое течение жидкости называется установившимся и неустановившимся, ламинарным и турбулентным? Какое принципиальное различие между ними?
3. Что называется, градиентом скорости?

4. Каков физический смысл динамической вязкости жидкости? Что называется кинематической вязкостью и текучестью?

5. Как, пользуясь числом Рейнольдса, определить характер движения шарика в жидкости?

6. Вывести формулу для определения динамической вязкости жидкости.

## Лабораторная работа М 9

### ИЗУЧЕНИЕ ГИРОСКОПИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА

**Цель работы:** изучить гироскопический эффект (закон сохранения импульса), определить экспериментальное и теоретическое значения угловой скорости прецессии, вычислить момент силы тяжести, определить момент импульса гироскопа, проанализировать график зависимости угловой скорости прецессии от момента силы тяжести.

**Приборы и принадлежности:** гироскоп.

#### Теоретическое обоснование

Технические характеристики изучаемого гироскопа:

– Момент инерции  $I$  ротора электродвигателя с маховиком –  $5,5 \cdot 10^{-3}$  кг·м<sup>2</sup>.

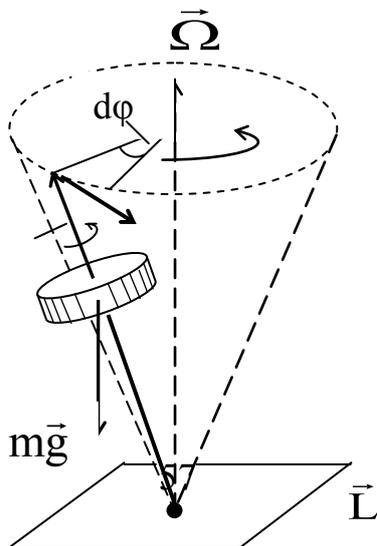
– Максимальный момент количества  $L$  движения ротора электродвигателя с маховиком (кинетический момент гироскопа) –  $55$  кг·м<sup>2</sup>·с<sup>-1</sup>.

– Диапазон изменения скорости вращения  $n$  ротора электродвигателя –  $10^3 \div 10^4$  об/мин.

Одним из наиболее захватывающих опытов, связанных с демонстрацией проявления законов динамики твердого тела, является опыт с вращающимся игрушечным волчком или юлой (рис. 9.1).

Попытки отклонения оси вращения волчка от вертикали приводят к тому, что вопреки ожиданию волчок не падает, а продолжает вращаться, описывая конус, т.е. совершает прецессирующее движение с частотой  $\Omega$ . Только когда вследствие трения вращение волчка заметно замедлится, он опрокидывается и занимает положение, соответствующее минимуму потенциальной энергии.

С развитием прогресса эффект нашел самое средстввах навигации, ракет, спутников, лодок.



Такое поведение волчка гироскопического научно-технического гироскопический широкое применение в системах управления самолетов, подводных

Рисунок 9.1 – Схема опыта с вращающимся волчком

**Гирископом** (или волчком) называется массивное симметричное тело, вращающееся с большой угловой скоростью  $\omega$  вокруг оси симметрии. В этом случае момент импульса  $\vec{L}$  гироскопа постоянен по величине и всегда направлен по оси симметрии, совпадающей с осью вращения. Существует несколько способов крепления гироскопов. Если ось гироскопа закреплена так, что на него не действуют моменты внешних сил (рис. 9.2), то он называется свободным гироскопом (трением в подвесах и трением вращающегося ротора о воздух в силу его малости можно пренебречь).

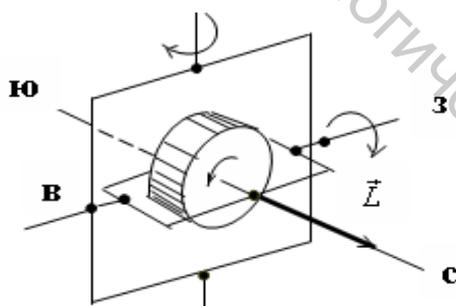


Рисунок 9.2 – Свободный гироскоп

Свободный гироскоп имеет три степени свободы и может совершать любые повороты вокруг центра подвеса – точки пересечения осей вращения. В этом случае вектор  $\vec{L}$  не прецессирует и сохраняет свою ориентацию в пространстве неизменной. Действительно, если на тело не действуют внешние силы (момент внешних сил  $\vec{M}$  равен нулю), то момент импульса  $\vec{L}$  этого тела относительно центра инерции остается постоянным

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = 0; \quad \vec{L} = const. \quad (9.1)$$

Это свойство свободного гироскопа, когда вектор  $\vec{L}$  неизменно указывает одно и то же направление в инерциальном пространстве, используют в гироскопе.

Наряду со свободными гироскопами существуют несвободные гироскопы. В этом случае приложенный момент внешних сил количественно связан со скоростью прецессии  $\vec{\Omega}$ . Если гироскоп имеет ограниченное движение по отношению к своему основанию, т. е. гироскоп может вращаться только вокруг одной из поперечных осей, то такой гироскоп называется двухстепенным. Если гироскоп может вращаться только вокруг двух поперечных осей, то такой гироскоп называется трехстепенным. Двухстепенный гироскоп нашел применение в авиационных указателях поворота, трехстепенный гироскоп применяется в качестве указателя горизонтальной плоскости.

Рассмотрим более подробно свободный гироскоп (рис. 9.3), у которого центр подвеса совпадает с центром масс. Выбор направления подвижной системы координат OXYZ произведем в следующем порядке: ось OX направим вдоль оси симметрии вращающегося ротора 1, ось OZ направим в вертикальном направлении перпендикулярно оси OX через центр масс гироскопа, ось OY – перпендикулярно осям OX и OZ.

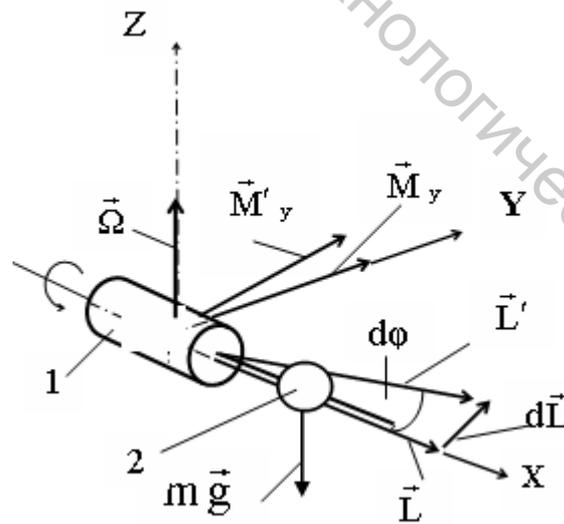


Рисунок 9.3 – Свободный гироскоп, у которого центр подвеса совпадает с центром масс

Если гироскоп уравновешен, то ось ОХ занимает горизонтальное положение, и прецессионное движение гироскопа отсутствует. Для создания момента внешних сил необходимо передвинуть противовес 2 вдоль оси ОХ при вращающемся двигателе. Момент силы тяжести направлен вдоль оси ОУ. Величина этого момента  $\vec{M}_y$  равна произведению силы тяжести противовеса  $mg$  на величину его перемещения  $\Delta r$  по оси ОХ. За время  $dt$  импульс гироскопа получит приращение

$$d\vec{L} = \vec{M}_y dt, \quad (9.2)$$

совпадающее по направлению с  $\vec{M}_y$ , и будет равен результирующей

$$\vec{L}' = \vec{L} + d\vec{L}, \quad (9.3)$$

лежащей в плоскости, перпендикулярной оси ОZ. Направление вектора  $\vec{L}'$  совпадает с новым направлением оси вращения гироскопа. Таким образом, ось гироскопа ОХ повернется на угол  $d\varphi$ . Одновременно на такой же угол повернется в плоскости ХОУ вектор  $\vec{M}_y$ . В результате чего, спустя время  $dt$ , будет иметь место такое же взаимное расположение векторов  $\vec{L}'$  и  $\vec{M}_y$ , как и в начальный момент  $\vec{L}$  и  $\vec{M}_y$ . В итоге ось гироскопа будет поворачиваться вокруг оси ОZ, совершая прецессию.

Угловая скорость прецессии определяется отношением

$$\Omega = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (9.4)$$

В случае, когда угловая скорость прецессии  $\Omega$  много меньше собственной частоты вращения гироскопа  $\omega$ , с большой степенью точности момент импульса гироскопа можно принять

$$\vec{L} = I\vec{\omega}, \quad (9.5)$$

где  $I$  – момент инерции гироскопа относительно оси вращения ротора, т. е. оси ОХ;  $\omega$  – угловая скорость собственного вращения. В этом приближении

$$d\vec{L} = [d\vec{\varphi} \cdot \vec{L}], \quad (9.6)$$

где  $d\vec{\varphi}$  – угол поворота оси гироскопа за время  $dt$ , направленный вдоль оси ОZ.

Воспользуемся **основным законом динамики вращательного движения**, согласно которому: скорость изменения момента импульса относительно центра масс равна моменту внешних сил, действующих на тело.

Тогда

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \left[ \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \cdot \vec{L} \right] = [\vec{\Omega} \cdot \vec{L}]$$

или

$$m \cdot g \cdot \Delta r = I \cdot \omega \cdot \Omega. \quad (9.7)$$

Примечательно то, что при постоянном моменте силы тяжести  $\vec{M}_y$  угловая скорость прецессии  $\Omega$  увеличивается при уменьшении угловой скорости вращения ротора  $\omega$  и уменьшается при ее увеличении.

### Устройство и принцип работы гироскопа

Конструкция гироскопа выполнена в настольном исполнении на литом основании с регулируемыми опорами 17 (рис. 9.4).

Рабочая часть гироскопа состоит из электродвигателя 1, диска (маховика) 2, насаженного на вал электродвигателя 1, штанги 3 со шкалой для отсчета положения противовеса 4, насаженного на штангу 3. По условиям техники безопасности вращающийся диск 2 закрыт кожухом 16. Поворот рабочей части гироскопа в вертикальной плоскости осуществляется при помощи вилки 5. Визуально отсчет угла поворота рабочей части гироскопа в горизонтальной плоскости осуществляется по лимбу 6 с помощью указателя 7. Отсчет угла поворота рабочей части гироскопа в вертикальной плоскости осуществляется по положению отметчика 8. На передней панели управления выведены кнопка включения сети 9, ручка управления скоростью электродвигателя 10, прибор замера скорости вращения электродвигателя 11. Для определения скорости прецессии гироскопа, панель содержит указатель угла поворота рабочей части прибора в горизонтальной плоскости 12 и миллисекундомер 13. Индикатор отсчета угла поворота  $\varphi$  регистрирует лишь величины угла, кратные  $10^\circ$ . Поэтому для того чтобы угол  $\varphi$  выразить в радианах, необходимо показания индикатора умножить на переводной коэффициент  $\frac{100\pi}{180}$ . Кроме того, на этой же панели располагаются кнопка стоп 14 (фиксации отсчета), кнопка сброс 15 (стирания записи результата).

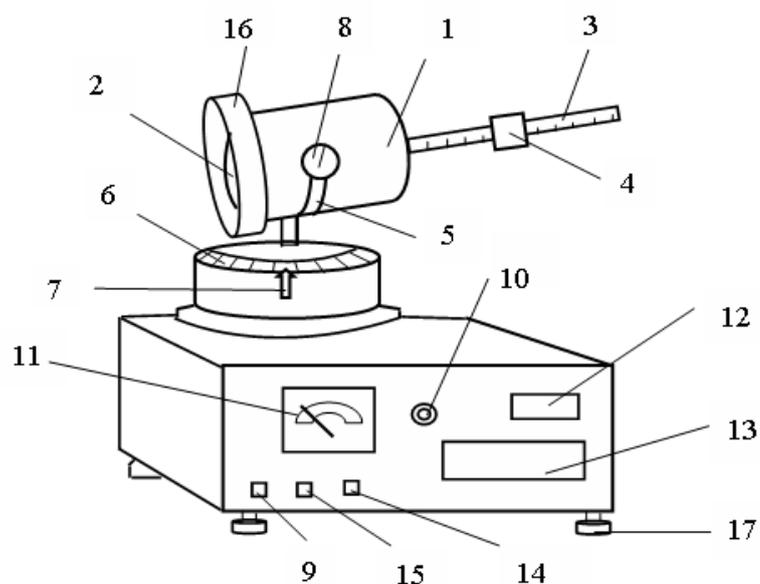


Рисунок 9.4 – Конструкция гироскопа

### Меры безопасности

К работе с гироскопом можно приступать только после ознакомления с его устройством, принципом работы, порядком выполнения работы. Перед началом работы с гироскопом необходимо убедиться в том, что он заземлен, а вращающийся диск электродвигателя закрыт кожухом.

### Выполнение работы

1. Установить рабочий стол гироскопа в горизонтальной плоскости при помощи винтов 17 по уровню основания.

2. Передвижением противовеса 4 по штанге 3 добейтесь положения равновесия рабочей части гироскопа, при котором ось  $OX$ , проходящая вдоль штанги двигателя, и диск занимали бы горизонтальное положение. Запишите координату края перегрузка  $g_0$ , чтобы в последующем определять величину перемещения  $\Delta g$  перегрузка по штанге.

3. Включить миллисекундомер и блок управления нажатием кнопки 9.

4. Включить электродвигатель ручкой управления 10 и, плавно поворачивая ее, установить по прибору 11 частоту электродвигателя ( $\nu = 6000$  об/мин). Выждите 1 минуту и убедитесь в отсутствии прецессии и равновесии рабочей части гироскопа.

5. Смещением противовеса на  $\Delta g = 4$  см, создайте момент силы тяжести  $\vec{M}_y$  относительно подвижной оси  $OY$ . При передвижении противовеса старайтесь удерживать штангу гироскопа (ось  $OX$ ) горизонтально. Прoderжите штангу в горизонтальном положении около 1 минуты, пока вращение диска не установится. Отпустите штангу гироскопа. При установившейся скорости вращения частота оборотов по прибору 11 не должна изменяться (6000 об/мин). Если же изменение частоты вращения произошло, то установите ее прежнюю.

значение. Величина созданного момента  $\vec{M}_y$  равна произведению силы тяжести противовеса ( $m = 0,375$  кг) на величину его перемещения  $\Delta r$  по штанге от первоначального положения  $r_0$ , соответствующего равновесию.

6. С началом прецессии, когда лимб гироскопа повернется на угол не менее  $30^\circ$ , нажмите кнопку 15 (сброс), установив нули на индикаторных панелях 12 и 13.

7. Когда индикатор угла 12 зафиксирует значение 09, что соответствует углу поворота  $90^\circ$ , нажмите кнопку стоп 14. В этом случае регистрация угла поворота закончится спустя некоторое время на значении 10, что соответствует углу  $100^\circ$ .

8. Запишите показание миллисекундомера  $t$ .

9. Результаты измерений занесите в таблицу 9.1.

10. Повторите пункты 5–9 для смещения противовеса  $\Delta r$  на 6 и 8 см.

11. Плавно поворачивая ручку регулировки 10 скорости вращения диска электродвигателя против часовой стрелки до щелчка, уменьшите скорость вращения диска до нуля.

12. Отключите блок регистрации от сети, отжав кнопку 9.

13. Выдерните вилку шнура установки из розетки.

14. Передвижением противовеса 4 по штанге 3 верните гироскоп в положение равновесия, при котором ось ОХ, проходящая вдоль штанги двигателя и диск, занимала бы горизонтальное положение.

15. Путем деления угла поворота  $\varphi$  на зафиксированный отсчет времени  $t$  определите угловую скорость прецессии  $\Omega_p = \varphi / t$ .

16. Вычислите момент силы тяжести относительно оси ОУ

$$M_y = m \cdot g \cdot \Delta r.$$

17. Определите момент импульса гироскопа  $L = I \cdot \omega$ . (Момент инерции ротора электродвигателя с маховиком  $I = 5,5 \cdot 10^{-3}$  кг·м<sup>2</sup>). Помните, что угловая скорость собственного вращения гироскопа зависит от частоты  $\omega = 2\pi\nu$  и вычисления необходимо проводить в системе СИ.

18. Убедитесь в справедливости основного закона динамики вращательного движения. Для этого сравните теоретическое значение угловой скорости прецессии, вычисленное по (9.7) как  $\Omega_m = \frac{M_y}{L}$ , и экспериментальное  $\Omega_p$ .

19. Постройте график зависимости  $\Omega = f(M_y)$ .

Таблица 9.1

	$\Delta r,$ $10^{-2}$ м	$\varphi,$ рад	$t,$ с	$\Omega_p,$ рад/с	$M_y,$ Н·м	$L,$ кг·м <sup>2</sup> /с	$\Omega_m,$ рад/с
	4,0	1,74					
	6,0	1,74					
	8,0	1,74					

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение гироскопа.
2. Что такое свободный гироскоп? Где он используется?
3. Как поведет себя невращающийся и вращающийся гироскоп, если приложить силу к штанге 3 гироскопа, стараясь повернуть ее вокруг вертикальной оси?
4. Как поведет себя невращающийся и вращающийся гироскоп, если приложить к штанге 3 гироскопа силу, стараясь повернуть ее вокруг горизонтальной оси?
5. Как зависит угловая скорость прецессии  $\Omega$  от массы  $m$  перегрузка?
6. Сохраняется ли полная механическая энергия гироскопа при гироскопическом эффекте?
7. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения.

### Лабораторная работа М 10

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ТЕЛ

**Цель работы:** определить коэффициент теплопроводности исследуемого образца.

**Приборы и принадлежности:** исследуемый образец, технические весы, комплект разновесов, штангенциркуль, электрическая плитка, термометр, калориметрический стакан, вода, калориметр.

#### Теоретическое обоснование

**Теплопроводность** – один из видов переноса теплоты от более нагретых частей тела к менее нагретым, приводящий к выравниванию температуры. При теплопроводности происходит перенос энергии от частиц (молекул, атомов, электронов), обладающих большей энергией, частицам с меньшей энергией.

На рисунке 10.1 изображено тело прямоугольной формы с основаниями 1 и 2, расположенными нормально к оси  $x$ . Пусть температура будет функцией одной координаты  $T = T(x)$ . При этом  $dT/dx < 0$  (температура убывает в положительном направлении оси  $X$ ). Тогда через любое сечение тела, нормальное к выбранной оси, происходит передача теплоты, которая описывается законом Фурье

$$dQ = -\chi \frac{dT}{dx} S dt. \quad (10.1)$$

где  $dQ$  – количество теплоты, переносимое через площадь сечением  $S$  за время  $dt$ ,  $\chi$  – коэффициент теплопроводности, или просто теплопроводность (зависит от агрегатного состояния вещества, его атомно-молекулярного строения, давления, состава и т. д.).

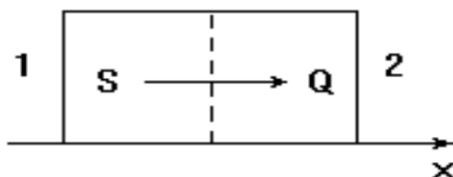


Рисунок 10.1 – Перенос теплоты  $Q$  через площадь сечением  $S$  от основания 1 к основанию 2 вдоль оси  $X$

$$dQ = -\chi \frac{dT}{dx} S dt, \quad (10.1)$$

где  $dQ$  – количество теплоты, переносимое через площадь сечением  $S$  за время  $dt$ ,  $\chi$  – коэффициент теплопроводности, или просто теплопроводность (зависит от агрегатного состояния вещества, его атомно-молекулярного строения, давления, состава и т. д.).

Коэффициент теплопроводности зависит от температуры. Однако для небольших температур его можно считать постоянным.  $\frac{dT}{dx}$  – градиент температуры (точнее, проекция градиента температуры на ось  $X$ ).

Знак минус в уравнении (10.1) указывает на то, что теплота течет в направлении убывания температуры. Полагая  $S = 1$ ;

$$\frac{dT}{dx} = 1; \Delta t = 1 \text{ имеем } Q = \chi, \text{ т. е. коэффициент теплопроводности}$$

численно равен количеству теплоты, переносимому через единицу площади за единицу времени при единичном градиенте температуры (измеряется в Вт/(м·К)).

Рассмотрим явление теплопроводности применительно к нашему эксперименту. Если теплота передается от более нагретой системы тел, температура  $T_1$  которых поддерживается постоянной, к менее нагретой системе через диск толщиной  $x$ , то температура системы будет повышаться. Система в нашем случае состоит из калориметра с водой. При повышении температуры этой системы на  $dT$ , количество теплоты  $dQ$ , прошедшее через диск толщиной  $x$ , будет

$$dQ = (c_1 m_1 + c_2 m_2) dT, \quad (10.2)$$

где  $c_1 m_1$  и  $c_2 m_2$ , соответственно удельные теплоёмкости и массы воды и пустого калориметра.

С другой стороны, это количество теплоты, согласно (10.1), равно

$$dQ = \chi \frac{T_1 - T}{x} S dt, \quad (10.3)$$

где  $T_1$  и  $T$  – температура более нагретой и менее нагретой стороны диска.

Приравнявая (10.2) и (10.3), получаем  $(c_1 m_1 + c_2 m_2) dT = \chi \frac{T_1 - T}{x} S dt$ , откуда

$$\frac{x(c_1 m_1 + c_2 m_2) dT}{T_1 - T} = \chi S dt. \quad (10.4)$$

Если температура второй среды изменилась за время  $\tau$  от  $T_0$  до  $T_2$ , то значение коэффициента теплопроводности можно получить интегрированием уравнения (10.4)

$$x(c_1 m_1 + c_2 m_2) \int_{T_0}^{T_2} \frac{dT}{T_1 - T} = \chi S \int_0^{\tau} dt,$$

откуда

$$\chi = \frac{(c_1 m_1 + c_2 m_2) x}{S \tau} \ln \frac{T_1 - T_0}{T_1 - T_2}. \quad (10.5)$$

### Описание установки

Установка для опытного определения коэффициента теплопроводности представлена на рисунке 10.2.

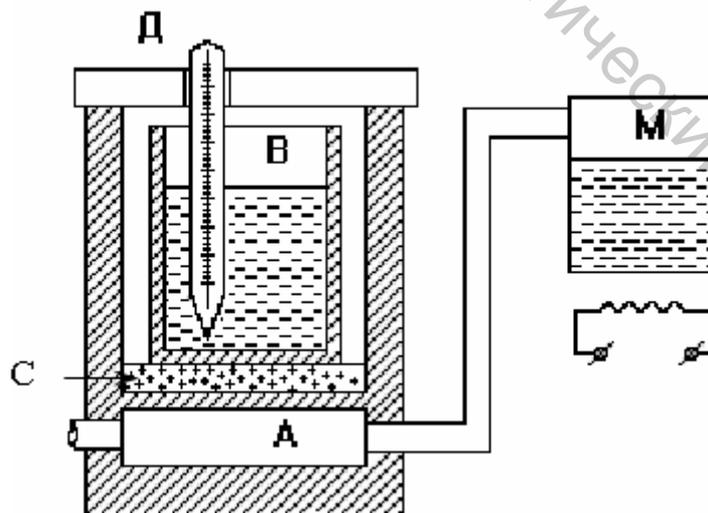


Рисунок 10.2 – Схема установки для определения коэффициента теплопроводности тел

Пар от кипятильника М через трубку непрерывно поступает в сосуд А, благодаря чему температура стенок сосуда остается постоянной и равной примерно  $T_1 = 100\text{ }^\circ\text{C}$ . На верхнюю крышку сосуда А кладется диск С из исследуемого вещества, сверху диска устанавливается калориметрический стакан В с водой. В калориметрический стакан с водой вставляется термометр Д. Зная толщину  $x$ , площадь  $S$  исследуемого вещества, температуру воды до нагревания и время  $\tau$  после начала нагревания, можно определить коэффициент теплопроводности  $\chi$ .

### Выполнение работы

1. Измерить штангенциркулем толщину  $x$  и диаметр  $d$  исследуемого образца. Вычислить его площадь по формуле

$$S = 0,25 \pi d^2.$$

2. На технических весах определить массу калориметрического стакана  $m_2$ , а затем массу воды в нем  $m_1$ .

3. Исследуемый образец С поместить в калориметр на площадку (см. рис. 10.2.). Поставить на него калориметрический стакан с водой В. Накрыть крышкой Д. В отверстие крышки Д вставить термометр таким образом, чтобы следить за температурой воды в калориметрическом стакане.

4. На электрическую плитку поставить колбу с водой М.

5. Включить электрическую плитку. Дождаться кипения воды в колбе М. Записать в таблицу 10.1 температуру  $T_1$  (температура кипения воды).

6. Когда из трубки А начнет идти пар, замерить температуру  $T_0$  воды в калориметрическом стакане.

7. Через время  $\tau = 20$  минут записать конечную температуру  $T_2$  воды в калориметрическом стакане.

8. Выключить электроплитку.

9. Данные занести в таблицу 10.1.

10. Вычислить коэффициент теплопроводности  $\chi$  по формуле (10.5).

11. Сделайте вывод.

Таблица 10.1

$x,$ $м$	$d,$ $м$	$S,$ $м^2$	$m_1,$ $кг$	$m_2,$ $кг$	$C_1, \frac{Дж}{кгК}$	$C_2, \frac{Дж}{кгК}$	$T_1,$ $К$	$T_0,$ $К$	$T_2,$ $К$	$\tau,$ с	$\chi, \frac{Вт}{мК}$
					4180	896					

### Контрольные вопросы

1. Сформулируйте закон Фурье.

2. От чего зависит коэффициент теплопроводности? Каков его физический смысл? Какова размерность?

3. Выведите формулу для определения коэффициента теплопроводности.

## Лабораторная работа М 11

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ УДЕЛЬНЫХ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ $c_p/c_v$ МЕТОДОМ АДИАБАТИЧЕСКОГО РАСШИРЕНИЯ

**Цель работы:** изучить изопроцессы идеальных газов, определить показатель адиабаты для воздуха, сравнить экспериментальное значение показателя адиабаты с его теоретическим значением.

**Приборы и инструменты:** стеклянный баллон, водяной манометр, насос.

#### Теоретическое обоснование

В термодинамике для описания тепловых свойств тел используется понятие теплоемкости. Теплоемкость характеризует способность тела нагреваться.

**Теплоемкостью  $C^*$**  называется физическая величина, равная теплоте, которую необходимо сообщить телу для увеличения температуры на 1К:

$C^* = \frac{\delta Q}{dT}$ , где  $\delta Q$  – теплота, сообщаемая телу;  $dT$  – изменение температуры тела.

Теплоемкость зависит как от химического состава и термодинамического состояния тела, так и от типа процесса, при котором происходит сообщение телу теплоты.

Очевидно, что теплоемкость также зависит от массы тела, поэтому удобно пользоваться такими понятиями, как:

– **удельная теплоемкость  $c$**  – величина, характеризующая теплоемкость единицы массы вещества  $c = \frac{C^*}{m}$ , где  $m$  – масса вещества.

– **молярная теплоемкость  $C$**  – величина, характеризующая теплоемкость одного моля вещества  $C = \frac{C^*}{\nu}$ , где  $\nu = \frac{m}{\mu}$  – число молей вещества;  $\mu$  – молярная масса вещества.

При описании тепловых свойств газа, который участвует в некотором изопроцессе, приняты некоторые обозначения:  $C_p^*$  – теплоемкость в изобарном процессе,  $C_v^*$  – теплоемкость в изохорном процессе и т. д. Зависимость величины теплоемкости газов от вида термодинамического процесса можно изучить, исследуя уравнение первого начала термодинамики

$$dQ = dU + dA, \quad (11.1)$$

из которого следует, что изменение внутренней энергии вещества, определяющей изменение температуры газа, будет зависеть от доли теплоты, идущей на совершение газом работы.

В случае изохорного расширения  $dV = 0$ . Поэтому вся подводимая теплота идет на увеличение внутренней энергии:  $mc_v dT = dU$ .

При изобарном расширении газа уравнение (11.1) имеет вид

$$mc_p dT = mc_v dT + dA.$$

При изобарном нагревании газ совершает работу:  $dA = P dV = \frac{m}{\mu} R dT$ .

При изобарном процессе часть энергии идет на совершение газом работы. Значит, для нагревания газа до одной и той же разности температур в изобарном процессе должно быть подведено большее количество теплоты, чем при изохорном процессе. Таким образом, теплоемкость  $c_p$  всегда больше теплоемкости  $c_v$ .

Молекулярно-кинетическая теория позволяет получить выражения для теплоемкостей изопроцессов в следующем виде

$c_p$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении

$$c_p = \frac{i + 2}{2} \frac{R}{\mu}, \quad (11.2)$$

$c_v$  – удельная теплоемкость при постоянном объеме

$$c_v = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu}, \quad (11.3)$$

где  $R$  – газовая постоянная,  $i$  – количество степеней свободы газа (для одноатомных газов  $i = 3$ , для двухатомных  $i = 5$ , для трехатомных и более  $i = 6$ ).

Из формул (11.2) и (11.3) следует уравнение, известное как уравнение Майера

$$c_p = c_v + \frac{R}{\mu}.$$

Как правило, величина теплоемкости газа существенно меньше величины теплоемкости сосуда, в котором находится газ. Это приводит к тому, что непосредственное измерение теплоемкости газа чрезвычайно неточно.

В данной работе методом адиабатического расширения измеряется отношение теплоемкостей  $c_p/c_v = \gamma$ , являющееся показателем адиабаты в уравнении Пуассона, описывающем адиабатический процесс:  $PV^\gamma = const$ .

Показатель адиабаты в данной работе определяется для воздуха, который на 96 % состоит из молекул двухатомного газа. Теоретическое значение величины  $\gamma$  может быть рассчитано по формуле

$$\gamma_{\text{ад.д}} = \frac{i + 2}{i}. \quad (11.4)$$

## Описание установки и метода измерений

Экспериментальная установка изображена на рисунке 11.1. При помощи ручного насоса 2, в сосуде 1 может быть создано избыточное давление воздуха, измеряемое водяным манометром 3. Резиновый шланг, соединяющий насос 2 и сосуд 1, снабжен механическим зажимом 4, предотвращающим утечку воздуха из сосуда в процессе измерений.

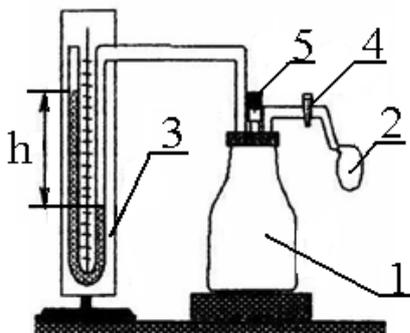


Рисунок 11.1 – Схема установки для определения удельных теплоемкостей методом адиабатического ускорения

Установка также содержит клапан 5, предназначенный для быстрого выпуска воздуха из сосуда 1 в окружающую среду и установления атмосферного давления в сосуде 1. В ходе опыта масса воздуха в сосуде изменяется, при этом объем сосуда  $V_c$  остается неизменным. Поэтому для описания состояния газа в данном эксперименте удобно использовать понятие удельного объема

$$\tilde{V} = \frac{V_c}{m},$$

где  $m$  – масса воздушной смеси в сосуде.

При таком подходе набор термодинамических переменных ( $P$ ,  $\tilde{V}$ ,  $T$ ) описывает параметры единицы массы газа, то есть остается возможность применения всех термодинамических законов, описывающих поведение замкнутых объемов газа неизменной массы.

В ходе опыта воздушная смесь, содержащаяся в стеклянном сосуде, совершает процесс, диаграмма которого приведена на рисунке 11.2.

Ручным насосом в сосуд медленно накачивается воздух. При этом в сосуде создается давление, превышающее атмосферное давление  $P_A$ , и газ переходит в состояние 1 (рис. 11.2) с параметрами  $P_1, \tilde{V}_1, T_1$ . Температуру  $T_1$  можно считать равной температуре окружающей среды, так как при достаточно медленном повышении давления теплообмен приводит к выравниванию температур между газом в сосуде и окружающей средой.

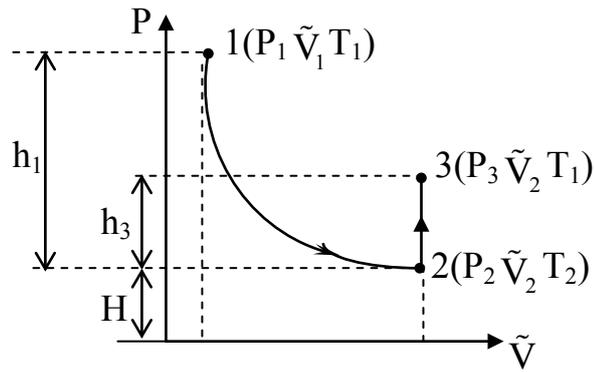


Рисунок 11.2 - Диаграмма процессов, совершаемых единицей массы газа:

1–2 – адиабатическое расширение; 2–3 – изохорическое нагревание

Для перевода газа в состояние 2 необходимо открыть клапан 5 на короткое время. При этом часть газа покидает сосуд, и давление воздуха в сосуде становится равным атмосферному давлению. Новое состояние газа характеризуется параметрами  $P_2 \tilde{V}_2 T_2$ . Масса газа в сосуде уменьшается, поэтому удельный объем  $\tilde{V}_2$  становится большим, чем начальный объем  $\tilde{V}_1$ . Быстрое расширение газа в процессе 1-2 приближенно можно считать адиабатическим, так как можно пренебречь обменом энергии между газом в сосуде и окружающей средой вследствие конечной скорости распространения теплоты по стенкам сосуда.

Температура газа  $T_2$  в состоянии 2 оказывается меньше температуры  $T_1$ , так как из первого начала термодинамики следует, что в процессе адиабатического расширения газ совершает работу только за счет убыли своей внутренней энергии.

Адиабатический процесс 1-2 описывается уравнением Пуассона

$$P_1 \tilde{V}_1^\gamma = P_2 \tilde{V}_2^\gamma. \quad (11.5)$$

Через 3–5 минут после закрытия клапана газ в сосуде нагревается до температуры окружающей среды  $T_1$  (процесс 2-3). При этом масса газа в сосуде не изменяется. Следовательно, удельный объем газа также не изменяется. То есть процесс 2–3 – изохорный, а состояние 3 характеризуется параметрами  $P_3 \tilde{V}_2 T_1$ .

В рассматриваемом опыте температура газа в состояниях 1 и 3 равна температуре окружающей среды, поэтому  $T_1 = T_3$ . Следовательно, из уравнения Клапейрона – Менделеева можно получить

$$P_1 \tilde{V}_1 = P_3 \tilde{V}_2. \quad (11.6)$$

Получим выражение для расчета показателей адиабаты  $\gamma$ . Для этого возведем уравнение (11.6) в степень  $\gamma$  и разделим почленно на уравнение (11.5)

$$P_1^{\gamma-1} = \frac{P_3^\gamma}{P_2} \quad (11.7)$$

После логарифмирования уравнения (11.7) получим

$$\gamma = \frac{\ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)}{\ln\left(\frac{P_1}{P_3}\right)} = \frac{\ln\left(1 + \frac{h_1}{H}\right)}{\ln\left(1 + \frac{h_1}{H}\right) - \ln\left(1 + \frac{h_3}{H}\right)}, \quad (11.8)$$

где  $h_1, h_3$  – разности уровней воды в манометре в состояниях газа 1 и 3 соответственно;  $H$  – высота водяного столба, гидростатическое давление которого равно атмосферному давлению  $P_A$ .

Для получения последнего равенства использованы следующие соотношения:

$$\begin{aligned} P_1 &= \rho g (h_1 + H) \\ P_2 &= P_A = \rho g H \end{aligned} \quad (11.9)$$

$$P_3 = \rho g (h_3 + H),$$

где  $\rho$  – плотность воды,  $g$  – ускорение свободного падения.

В данном опыте значения величин  $h_1$  и  $h_3$  порядка нескольких сантиметров (от 3 до 10 см), значение величины  $H$ , примерно 1000 см, поэтому в выражении (11.8) можно использовать приближенной формулой  $\ln(1+x) \approx x$ , справедливой при  $x \ll 1$ . Так как  $h_1, h_3 \ll H$ ,

то

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_3}. \quad (11.10)$$

### Выполнение работы

1. Перекрыть воздухоотвод клапаном 5, установив его в горизонтальное положение, а зажим 4 – в вертикальное положение.
2. Медленно накачать насосом 2 воздух в стеклянный сосуд 1 до тех пор, пока значение разности уровня воды в манометре 3 составит порядка 15–20 см.
3. Закрыть зажим 4 (т. е. установить его в горизонтальное положение).

4. Через 1–2 минуты измерить по линейке разность уровня воды в манометре  $h_1$ .

5. Выпустить воздух из сосуда 1 открытием зажима 5. После того, как уровни воды в плечах манометра сравняются, быстро закрыть зажим 5. После этого уровни воды в плечах манометра будут изменяться.

6. Через некоторое время (2–3 минуты) после того, как изменение уровней воды в манометре прекратится, измерить по линейке разность уровней  $h_3$ .

7. Открыть зажим 5, установив его в вертикальном положении.

8. Повторить пункты 1–7 пять раз.

9. Данные опыта занести в таблицу 11.1.

10. Для каждого измерения вычислить показатель адиабаты  $\gamma$  по формуле (11.10) и занести в таблицу 11.1.

11. Определить среднее арифметическое значение по формуле

$$\bar{\gamma} = \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5}{5}.$$

12. Вычислить теоретическое значение  $\gamma_{\text{теор}}$  по формуле (11.4), считая воздух двухатомным газом ( $i = 5$ ).

13. Данные опыта занести в таблицу 11.1.

14. Сделать вывод. Сравнить теоретическое значение и среднее арифметическое экспериментальное значение показателя адиабаты.

Таблица 11.1

№ измерения	$h_1$ , см	$h_3$ , см	$\gamma$	$(\bar{\gamma} - \gamma)$	$\gamma_{\text{теор}}$

### Контрольные вопросы

1. Какой процесс называется адиабатическим? Напишите уравнение адиабатического процесса.

2. Сформулируйте I закон термодинамики для адиабатического процесса.

3. Дайте определение понятий теплоемкость, удельная теплоемкость, молярная теплоемкость.

4. Что означают обозначения  $c_p$  и  $c_v$ ? Почему они имеют разные значения для одной и той же массы газа?

5. Почему соотношение  $c_p/c_v$  всегда больше единицы?

6. Выведите формулу (11.4).

7. Могут ли молярные теплоемкости различных газов быть одинаковыми по величине?

8. Почему разность молярных теплоемкостей  $c_p - c_v$  имеет примерно одинаковое значение независимо от типа молекул?

9. Почему при адиабатическом расширении газа понижается его температура? За счет какого источника энергии совершается работа расширяющегося газа?

10. Получите формулу (11.10).

11. Почему при накачивании автомобильной камеры шланг насоса нагревается, а при выпускании воздуха из камеры выходящий воздух и вентиль будут казаться холодными?

12. Какой из газов одноатомный или двухатомный одинаковой массы, находящихся при одинаковых условиях, а затем адиабатно расширившихся до одинакового объема, совершил большую работу?

## Лабораторная работа М 12

### ИЗМЕНЕНИЕ ЭНТРОПИИ В РЕАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

**Цель работы:** изучить второе начало термодинамики, определить изменение энтропии в реальной системе.

**Приборы и принадлежности:** калориметр, термометр, технические весы, комплект разновесов, электрическая плитка, испытуемые тела (алюминий, железо, латунь), крючок.

#### Теоретическое обоснование

Казалось бы, что в изолированной термодинамической системе возможны любые процессы, в ходе которых сохраняется внутренняя энергия системы. Однако это не так. Дело в том, что различные состояния, отвечающие одной и той же энергии, обладают разной вероятностью. Естественно, что изолированная система будет самопроизвольно переходить из менее вероятных в более вероятные состояния либо пребывать преимущественно в состоянии, вероятность которого максимальна.

Допустим, что в одной из половин разделенного перегородкой сосуда имеется газ, а в другой половине сосуда – вакуум. Если убрать перегородку, газ распространится на весь сосуд. Обратный процесс, в результате которого газ самопроизвольно собрался бы в одной из половин сосуда, невозможен. Это обусловлено тем, что вероятность состояния, при котором молекулы газа распределены поровну между обеими половинами сосуда, очень велика, а вероятность состояния, при котором все молекулы газа находились бы в одной из половин не разделенного перегородкой сосуда, практически равна нулю. Процесс распространения газа на весь объем является необратимым. Необратимым является процесс, обратный которому крайне маловероятен. Из сказанного выше следует, что для того, чтобы определить, какие процессы могут протекать в изолированной термодинамической системе, нужно знать вероятность различных состояний этой системы. Величина, которая служит для характеристики вероятности состояний, получила название

**энтропии.** Эта величина является, подобно внутренней энергии, функцией состояния системы.

Чтобы дать определение энтропии, нужно ввести понятие микро- и макросостояний термодинамической системы. Состояние термодинамической системы может быть задано с помощью макроскопических параметров, характеризующих все тело в целом: объема, давления, температуры и т. п. Охарактеризованное таким способом состояние называется **макросостоянием**.

Если система находится в равновесии, то параметры будут постоянными, а макросостояние – не изменяющимся.

Вместе с тем частицы, образующие систему, все время перемешиваются и изменяют свой импульс в результате соударений. В соответствии с этим микросостояние системы все время изменяется. Отсюда следует, что всякое макросостояние осуществляется различными способами, каждому из которых соответствует некоторое микросостояние системы.

Состояние макроскопического тела, охарактеризованное настолько подробно, что оказываются заданными состояния всех молекул тела, называется **микросостоянием**.

Число различных микросостояний, посредством которых осуществляется данное макросостояние, называется **статистическим весом макросостояния**. Мы будем обозначать его буквой  $\Omega$ . Статистический вес обычно выражается огромными числами. Чтобы понять смысл статистического веса (термодинамической вероятности), рассмотрим следующий пример. Пусть в сосуде имеются только 4 молекулы. Мысленно разобьем сосуд на две равные части – левую и правую.

Вследствие движения молекул распределение их между обеими частями будет меняться. Рассмотрим состояния, отличающиеся друг от друга числом молекул в левой и правой частях сосуда. Пронумеруем молекулы и подсчитаем число способов, которыми может быть реализовано каждое состояние. Результаты подсчета приведены в таблице 12.1.

Состояние, характеризующееся тем, что, скажем, в левой части сосуда находится одна молекула (безразлично, какая), а в правой части – три молекулы, представляет собой макросостояние. Из таблицы видно, что такому макросостоянию соответствует 4 микросостояния. Следовательно, статистический вес данного макросостояния равен 4, а вероятность (обычная, а не термодинамическая) равна  $4/16$ .

В основе статистической физики лежит гипотеза, согласно которой все микросостояния данной термодинамической системы равновероятны. Отсюда следует, что вероятность макросостояния пропорциональна его статистическому весу. Поэтому в качестве величины, определяющей вероятность состояния, можно было бы взять сам статистический вес. Однако это неудобно по следующим причинам. Во-первых, статистический вес выражается огромными числами, работать с которыми было бы чрезвычайно затруднительно. Во-вторых, что важнее, статистический вес не обладает свойством аддитивности.

Таблица 12.1

Состояние		Способы реализации состояния		Число способов реализации данного состояния
Число молекул слева	Число молекул справа	№ молекул, находящихся слева	№ молекул, находящихся справа	
0	4	-	1, 2, 3, 4	1
1	3	1	2, 3, 4	4
		2	1, 3, 4	
		3	1, 2, 4	
		4	1, 2, 3	
2	2	1, 2	3, 4	6
		1, 3	2, 4	
		1, 4	2, 3	
		2, 3	1, 4	
		2, 4	1, 3	
3, 4	1, 2			
3	1	1, 2, 3	4	4
		1, 2, 4	3	
		1, 3, 4	2	
		2, 3, 4	1	
4	0	1, 2, 3, 4	-	1

Всего способов  $2^4 = 16$

Чтобы убедиться в этом, разобьем данную систему на две практически не взаимодействующие подсистемы. Предположим, что эти подсистемы находятся в состояниях со статистическими весами  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ . Каждое из  $\Omega_1$  микросостояний первой подсистемы может реализоваться совместно с каждым из  $\Omega_2$  микросостояний второй подсистемы. Всего возможно  $\Omega_1 \cdot \Omega_2$  различных комбинаций микросостояний подсистем, каждая из которых является микросостоянием системы.

Следовательно, статистический вес системы  $\Omega = \Omega_1 \cdot \Omega_2$ . Взяв логарифмы от обеих частей равенства, получим состояние  $\ln \Omega = \ln \Omega_1 + \ln \Omega_2$ , из которого следует, что логарифмы статистического веса – аддитивная величина.

Больцман предложил в качестве функции, характеризующей вероятность состояния системы, взять величину

$$S = k \ln \Omega, \quad (12.1)$$

называемую **энтропией системы**,  $k$  – постоянная Больцмана.

Энтропия, как уже отмечалось, является функцией состояния термодинамической системы. Следовательно, она может быть представлена в виде функции параметров состояния, таких как  $P$ ,  $V$ ,  $T$  и т. п.

Методами статистической физики можно доказать, что ее изменение для случая равновесных (обратимых) процессов может быть представлена в виде

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \quad (12.2)$$

или

$$S_2 - S_1 = \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}, \quad (12.3)$$

где  $\delta Q$  – элементарное количество тепла, получаемого системой от окружающей среды или переданного окружающей среде при температуре  $T$ .

Из определения  $S$  как величины, характеризующей вероятность состояния термодинамической системы, вытекают следующие свойства энтропии:

1. В ходе необратимого процесса энтропия системы возрастает. Действительно, изолированная (т. е. предоставленная самой себе) система переходит из менее вероятных в более вероятные состояния, что сопровождается увеличением статистического веса, а, следовательно, и функции  $S$ .

2. Энтропия изолированной системы, находящейся в равновесном состоянии, максимальна.

Утверждение о том, что энтропия изолированной термодинамической системы может только возрастать либо по достижении максимального значения оставаться постоянной, носит название **закона возрастания энтропии**, или **второго начала термодинамики**

$$\Delta S \geq 0. \quad (12.4)$$

Клаузиус сформулировал второе начало термодинамики следующим образом: невозможны такие процессы, единственным конечным результатом которых был бы переход некоторого количества теплоты от тела менее нагретого к телу более нагретому. Иными словами, теплота не может самопроизвольно переходить от холодных тел к горячим.

Состояние, осуществляемое небольшим числом способов, называется **упорядоченным**, или **неслучайным**. Состояние, осуществляемое многими способами, называется **беспорядочным**, или **случайным**. Следовательно, энтропия является мерой степени беспорядка в системе. Сообщение системе теплоты приводит к усилению хаотичного движения молекул и, следовательно, увеличивает степень беспорядка в системе.

При абсолютном нуле температуры всякое тело, как правило, находится в состоянии, статистический вес которого равен единице. Энтропия в этом случае равна нулю при стремлении к нулю температуры

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0. \quad (12.5)$$

Это утверждение называют **теоремой Нернста**, или **третьим началом термодинамики**.

Из выражений (12.2) и (12.3) следует способ ее измерений. При сообщении тепла системе будут происходить изменения физических характеристик системы и в том числе параметров, которые могут быть измерены непосредственно экспериментально. Если известна аналитическая связь  $S$  с другими параметрами, то в этом случае открывается возможность расчета изменений энтропии  $\Delta S$ .

В частности, можно записать:

$$\delta Q = c m dT, \quad (12.6)$$

где  $c$  – удельная теплоемкость системы.

В этом случае

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c m dT}{T}. \quad (12.7)$$

Окончательно получим соотношение

$$\Delta S = c \cdot m \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}, \quad (12.8)$$

где  $T_1$  и  $T_2$  – температура начального и конечного состояний системы.

Простейший способ экспериментального измерения  $S$  объекта и последующий расчет  $\Delta S$  можно реализовать по следующей схеме. Объект, температура которого  $T_1$  известна, любым способом нагревается или охлаждается до температуры  $T_2$ . Значение  $\Delta S$  можно провести по формуле (12.8). Таким образом, в этом случае достаточно измерить начальную и конечную температуру объекта. Необходимым условием эксперимента является равновесное состояние объекта в начальном и конечном состояниях, т. е. равенство температуры по всему его объему. Выполнение последнего требования в обычных условиях не всегда представляется возможным.

Более целесообразно проводить эксперимент с использованием калориметра, который в достаточно хорошем приближении можно рассматривать как изолированную систему.

В этом случае тело массой  $m_m$  с удельной теплоемкостью  $c_m$  и начальной температурой  $T_1$  (температура кипящей воды) помещают в калориметр массой  $m_k$  с удельной теплоемкостью  $c_k$  и начальной температурой  $T_o$ .

При выравнивании температуры произойдет изменение энтропии

для тела  $\Delta S_T = c_T m_T \cdot \ln \frac{T}{T_1};$  (12.9)

для калориметра  $\Delta S_k = c_k m_k \cdot \ln \frac{T}{T_0};$  (12.10)

для воды  $\Delta S_B = c_B m_B \cdot \ln \frac{T}{T_0}.$  (12.11)

Изменение энтропии  $\Delta S$  всей системы будет равно

$$\Delta S = (c_k m_k + c_B m_B) \cdot \ln \frac{T}{T_0} + c_T m_T \ln \frac{T}{T_1}. \quad (12.12)$$

При этом, если калориметр достаточно изолирован, должно выполняться

$$\Delta S \geq 0, \quad (12.13)$$

где равенство будет соответствовать равновесным процессам теплообмена, неравенство – неравновесным процессам. Значение  $\Delta S$  в последнем случае будет характеризовать «степень» неравновесности процессов, приведших к изменению всей системы.

### Выполнение работы

1. Получить у преподавателя или лаборанта три испытуемых тела: алюминий, железо и латунь.
2. Определить с помощью весов массу тел  $m_T$  и занести их в таблицу 12.1.
3. Включить нагревательную электроплитку. Поместить в неё ёмкость с водой, в которой разместить испытуемые тела.
4. Взвесить калориметрический стакан. Его массу  $m_k$  занести в таблицу 12.1.
5. Не снимая калориметрический стакан с весов, налить в него около 100 грамм воды. Массу воды  $m_e$  занести в таблицу 12.3
6. Поставить калориметрический стакан с водой в калориметр. Определить температуру  $T_0$  воды, поместив термометр в калориметрический стакан.
7. Дождаться, пока вода, находящаяся на электроплитке, закипит. Выждать не менее 5 минут. Тогда можно считать, что испытуемые тела (алюминий, железо и латунь) будут нагреты до температуры  $T_1$  кипения воды.

8. С помощью крючка перенести одно из испытуемых тел из кипящей воды в калориметрический стакан с водой, в котором находится термометр. (Тело не должно касаться термометра).

9. Следить за ростом температуры. Зафиксировать максимальное значение температуры  $T$ . Занести значение температуры  $T$  в таблицу 12.2 (в строчку, соответствующую именно этому телу).

Таблица 12.2

№	$C_k$ , Дж/кг·К	$m_k$ , кг	$S_B$ , Дж/кг·К	$m_B$ , кг	$C_T$ , Дж/кг·К	$m_T$ , кг	$T$ , К	$T_0$ , К	$T_l$ , К	$\Delta S$ , Дж/К

Таблица 12.3 – Свойства некоторых веществ

Вещества	Плотность (кг/м <sup>3</sup> )	Удельная теплоемкость (Дж/кг·К)
Алюминий	2700	896
Железо (сталь)	7800	460
Латунь	8400	380
Свинец	11300	130
Вода	1000	4180
Масло	900	2090

10. Вылить воду из калориметрического стакана и охладить его.

11. Повторить пункт 5–10 с другими испытуемыми телами.

12. Выключить электроплитку.

13. Рассчитать изменение энтропии  $\Delta S$  по формуле (12.12) для каждого из испытуемых тел.

14. Построить график зависимости  $\Delta S$  от произведения  $C_T m_T$ .

15. Сделать вывод.

Таблица 12.4 – Теплопроводность некоторых твердых тел (Вт/м·К)

Алюминий	210
Войлок	0,046
Песок сухой	0,325
Эбонит	0,174

**Примечание.** Важно, чтобы в каждом опыте количество воды и ее начальная температура были одинаковыми. Поэтому перед началом каждого эксперимента рекомендуется для заполнения мензурки выпустить немного воды из крана.

## Контрольные вопросы

1. Сформулируйте понятия микро-, макросостояний термодинамической системы.
2. Что такое статистический вес? Формула Больцмана.
3. Энтропия  $S$  является функцией состояния системы. Приведите примеры других параметров системы, являющихся функциями состояния.
4. Сформулируйте второе начало термодинамики. Объясните особенность содержания второго начала по отношению к первому началу термодинамики.
5. Может ли энтропия убывать в ходе необратимого процесса?
6. Выведите формулу изменения энтропии всей системы.

## Лабораторная работа М 13

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТЕЛА МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

**Цель работы:** определить момент инерции испытуемого тела методом крутильных колебаний.

**Приборы и принадлежности:** штангенциркуль, эталонное тело (параллелепипед), испытуемое тело (куб), установка подвеса.

#### Теоретическое обоснование

Момент инерции любого тела относительно оси, проходящей через центр тяжести, можно определить опытным путем, если известен момент инерции хотя бы одного тела относительно оси, проходящей через его центр тяжести. Это заключение получено из рассмотрения движения тела, совершающего крутильные колебания.

Тело, совершающее колебания, периодически смещается от некоторого среднего положения то в одном, то в другом направлении.

Наиболее простым из периодически повторяющихся движений является движение, происходящее по прямолинейному пути, при котором смещение  $x$  изменяется со временем по закону синуса (или косинуса)

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (13.1)$$

где  $A$  – амплитуда колебания,  $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$  – круговая частота,  $\varphi_0$  – начальная фаза.

Такое колебательное движение называется гармоническим.

Вторая производная от смещения по времени численно равна ускорению гармонического колебательного движения

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x. \quad (13.2)$$

Умножив массу тела на ускорение, получаем формулу возвращающей силы, при действии которой совершаются гармонические колебания.

$$F = -m\omega^2 x = -kx \quad (13.3)$$

( $k$  – коэффициент возвращающей силы).

В формулу возвращающей силы смещение входит в первой степени. Подобную зависимость величин называют **линейной**. Знак минус в этой формуле означает, что направление силы противоположно смещению.

Следовательно, для тела, совершающего гармонические колебания, второй закон Ньютона запишется так:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx. \quad (13.4)$$

Коэффициент возвращающей силы

$$k = m \omega^2 \quad (13.5)$$

численно равен силе, действующей на тело, когда смещение равно единице.

Выразив круговую частоту через период колебаний, имеем:

$$k = m \frac{4\pi^2}{T^2}. \quad (13.6)$$

Откуда получается формула для периода гармонических колебаний:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (13.7)$$

Если какое-нибудь тело, например, шестерню, подвесить на проволоке так, чтобы проволока проходила через центр тяжести тела, и, закрутив проволоку на малый угол (порядка  $10^\circ$ ), освободить ее от действия закручивающего момента, то тело будет совершать крутильные колебания. При этом различные точки тела описывают дуги концентрических окружностей (рис. 13.1).

С динамической точки зрения крутильные колебания совершаются при действии момента упругой силы, противодействующей закручиванию проволоки. Когда угол закручивания мал, тогда момент упругой силы находится в линейной зависимости от угла закручивания

$$M = -c\varphi, \quad (13.8)$$

и крутильные колебания оказываются гармоническими. ( $c$  – коэффициент возвращающего момента, который зависит от упругих свойств и размеров проволоки).

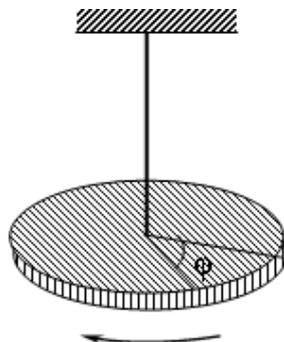


Рисунок 13.1 – Тело, подвешенное на проволоке, закрученной на угол  $\varphi$

Поскольку при крутильных колебаниях тела его точки движутся по дугам окружностей, то формула II закона Ньютона для этого случая движения запишется так:

$$I \frac{d^2}{dt^2} = - c\varphi, \quad (13.9)$$

где  $I$  – момент инерции тела.

Известно, что в формулах механики для поступательного и вращательного движений существует аналогия, которая отражается уравнениями (13.4) и (13.8).

Момент инерции  $I$  и коэффициент  $c$  в уравнении (13.8) являются величинами, аналогичными соответственно массе  $m$  и коэффициенту  $k$  в уравнении (13.4), поэтому оказывается справедливой следующая формула для периода крутильных колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{c}}. \quad (13.10)$$

Подвесив на одной и той же проволоке поочередно тело с известным моментом инерции  $I_0$ , а затем испытуемое тело с неизвестным моментом инерции  $I$ , определяют их периоды крутильных колебаний

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{c}} \quad \text{и} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{c}}. \quad (13.11)$$

Решая полученную систему уравнений относительно  $I$ , находим

$$I = I_o \frac{T^2}{T_o^2}. \quad (13.12)$$

В качестве эталонного тела можно взять прямоугольный параллелепипед (рис. 13.2), момент инерции которого относительно оси, проходящей через центр тяжести, определяется формулой

$$I_i = m \frac{a^2 + b^2}{12}. \quad (13.13)$$

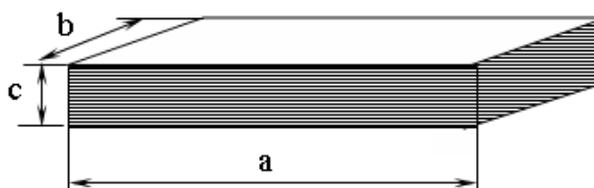


Рисунок 13.2 – Параллелепипед длиной  $a$ , шириной  $b$ , высотой  $c$

( $m$  – масса параллелепипеда,  $a$  и  $b$  – длины ребер, не параллельных оси вращения).

Если применить прямоугольный параллелепипед в качестве эталонного тела в опыте по определению момента инерции испытуемого тела, то расчетная формула запишется так

$$I = m \frac{a^2 + b^2}{12} \frac{T^2}{T_o^2}. \quad (13.14)$$

### Описание установки и принцип работы

Общий вид установки подвеса изображен на рисунке 13.3.

Подвес представляет собой настольный прибор и состоит из следующих основных частей. Основание 13, на вертикальной стойке 1 которого размещены верхний и нижний кронштейны 2. Между кронштейнами 2 на стальной проволоке 3 подвешена рамка 4, предназначенная для установки и закрепления исследуемого груза 5. В центрах граней груза, в серединах его ребер и у вершин имеются углубления для закрепления в рамке. На кронштейне 6 размещены шкала 7, предназначенная для угла поворота рамки, электромагнит 8 для фиксации рамки в заданном положении и блок питания электромагнита 12. Электромагнит фиксируется в требуемом положении стопорным винтом 9. На кронштейне 6 закреплен фотоэлектрический датчик 10. На основании 1 закреплен миллисекундомер физический комбинированный 11, служащий для отсчета времени и числа колебаний. Момент инерции твердого тела исследуется методом крутильных колебаний. В качестве исследуемого тела

используется металлический груз (параллелепипед и куб). Масса параллелепипеда  $m_2 = 1,835$  кг, масса куба  $m_1 = 0,953$  кг.

Исследуемый груз закрепляется в рамке, начальное положение которой фиксируется электромагнитом. После того, как отключается электромагнит тумблером, рамка с грузом начинает совершать крутильные колебания.

Флажок, установленный на рамке, во время колебаний пересекает световой поток в датчике фотоэлектрическом, затем сигнал с фотодатчика поступает на миллисекундомер.

Период крутильных колебаний определяется по показаниям миллисекундомера по формуле

$$T = \frac{t}{n}, \quad (13.15)$$

где  $t$  – время колебаний,  $n$  – число колебаний.

### Указание мер безопасности

К работе с подвесом допускаются лица, ознакомленные с его устройством и принципом действия.

Перед началом работы с подвесом необходимо убедиться, что он заземлен.

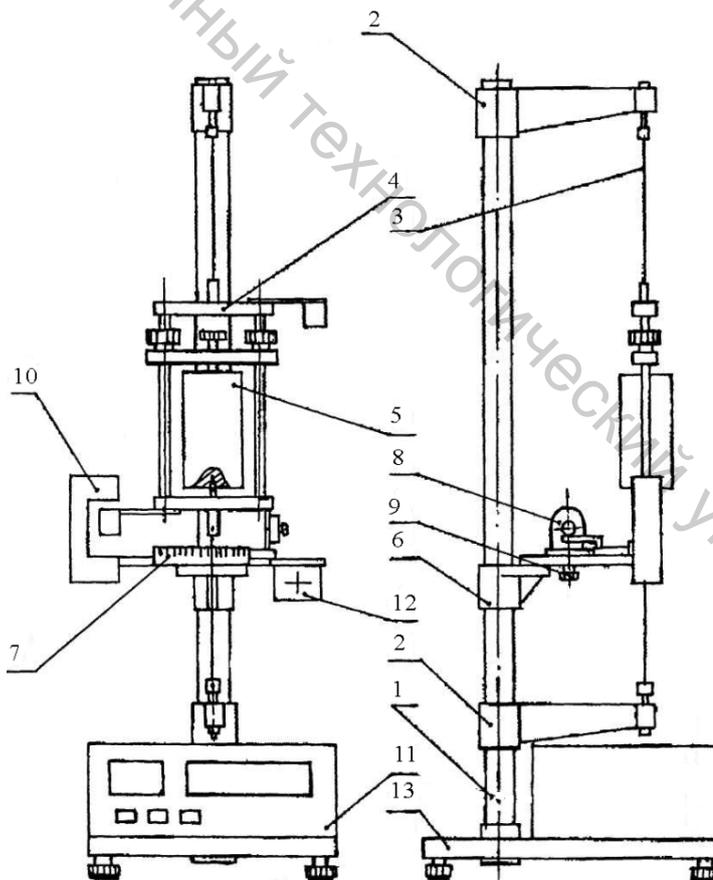


Рисунок 13.3 – Схема установки подвеса для определения момента инерции тел методом крутильных колебаний

В процессе работы с подвесом, при смене исследуемых образцов, необходимо образец придерживать рукой во избежание его падения.

После проведения работы с подвесом необходимо отключить его от сети.

### Выполнение работы

1. Измерить геометрические размеры параллелепипеда с помощью штангенциркуля.

2. Включить в сеть шнур питания миллисекундомера. Нажать кнопку «POWER» на лицевой панели, при этом должны загореться цифровые индикаторы.

3. Дать миллисекундомеру 1–2 мин прогреться и включить тумблер блока питания электромагнита.

4. Закрепить груз в рамке. Поднять подвижную планку по направляющим, установить груз так, чтобы соответствующее углубление в центре одной из граней вошло в выступ на нижней перекладине рамки.

5. Отпустить подвижную планку по направляющим, зажать гайки и поджать груз сверху винтом.

6. Повернуть рамку с параллелепипедом до электромагнита. При этом начальное положение зафиксируется электромагнитом.

7. Нажать кнопку сброса «С» на панели миллисекундомера. Отключить электромагнит тумблером. При этом рамка с грузом начнет совершать крутильные колебания.

8. Когда индикатор колебаний зафиксирует значение 09, нажать кнопку «STOP». В этом случае регистрация числа колебаний закончится спустя некоторое время на значении 10. Зафиксировать время  $t_0$  десяти колебаний и занести его в таблицу 13.1.

9. Определить период колебаний  $T_0$  по формуле (13.14). Опыт провести 3 раза.

10. Определить момент инерции параллелепипеда  $I_0$  по формуле (13.12).

13. Освободить рамку от параллелепипеда.

14. Закрепить в рамке испытуемое тело (куб) согласно п. п. 4–6.

15. Определить период колебаний испытуемого тела по формуле (13.14) согласно п. п. 7–9.

16. Определить момент инерции испытуемого тела по формуле (13.11).

17. Данные занести в таблицу 13.1.

18. Сделать вывод.

Таблица 13.1

ЭТАЛОННОЕ ТЕЛО (ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД)						ИСПЫТУЕМОЕ ТЕЛО (КУБ)			
№ опы- тов	масса $m$ , кг	$a$ , м	$b$ , м	время 10 колеба- ний $t_0$ , с	период коле- баний $T_0$ , с	момент инерции $I_0$ , кг·м <sup>2</sup>	время 10 колеба- ний $t_0$ , с	период коле- баний $T$ , с	момент инер- ции $I$ , кг·м <sup>2</sup>
	1,835								

### Контрольные вопросы

1. Как вычисляют момент инерции тела? От чего зависит момент инерции?
2. Что называют моментом силы? Записать формулу момента силы, которой противодействует закручивание тела.
3. Записать уравнение движения тела, совершающего крутильные колебания.
4. Записать формулу периода крутильных колебаний.
5. Вывести расчетную формулу для определения момента инерции тела методом крутильных колебаний.

### Лабораторная работа М 14

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ЛИНЕЙНОГО РАСШИРЕНИЯ МЕТАЛЛОВ

**Цель работы:** экспериментально определить коэффициент линейного расширения исследуемых образцов в виде металлических трубок.

#### Теоретическое обоснование

Все металлы обладают *мелкокристаллической* структурой. Правильная форма кристаллов обусловлена упорядоченным расположением составляющих их частиц - атомов, молекул или ионов. Данное расположение может быть представлено в виде так называемой *кристаллической решетки* – пространственного каркаса, образованного пересекающимися друг с другом прямыми линиями. В точках пересечения – *узлах решетки* – лежат центры частиц, образующих кристалл. Кристаллические решетки можно подразделить на несколько типов в зависимости от вида частиц, находящихся в узлах, и от характера связи между ними. Так, решетки, образуемые металлами, принято называть *металлическими*. В их узлах находятся положительные ионы, а валентные электроны могут передвигаться в различных направлениях. Совокупность свободных электронов иногда называют *электронным газом*. Такое строение обуславливает высокую электропроводность, теплопроводность и пластичность металлов.

При изменении температуры объем твердого тела изменяется: при увеличении температуры объем возрастает, при охлаждении тела сжимаются. Явление изменения размеров и объема твердых тел с изменением температуры называется **тепловым расширением**.

Каковы причины расширения тел при нагревании? Почему при нагревании (охлаждении) средние расстояния между атомами увеличиваются (уменьшаются)?

Рассмотрим **молекулярную картину теплового расширения**. Зависимость потенциальной энергии взаимодействия молекул от расстояния

между ними позволяет выяснить причину возникновения теплового расширения. Рассмотрим на рисунке 14.1 и рисунке 14.2 зависимость сил межмолекулярного взаимодействия молекул и потенциальной энергии взаимодействия молекул от расстояния между ними.

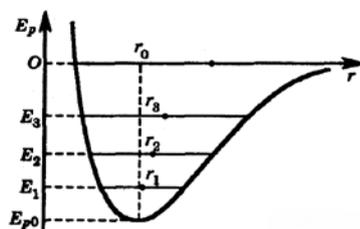


Рисунок 14.1 – Зависимость силы  $F$  межмолекулярного взаимодействия молекул от расстояния между ними

Если молекулы находятся на расстояниях, превышающих их размеры в несколько раз, то силы взаимодействия между ними практически не сказываются (*силы взаимодействия короткодействующие*). На расстояниях, превышающих 2–3 диаметра молекул, сила отталкивания  $F_2$  практически равна нулю. Заметна лишь сила притяжения  $F_1$ . По мере уменьшения расстояния сила притяжения возрастает, одновременно с этим растет и сила отталкивания. На некотором расстоянии  $r_0$ , примерно равном диаметру молекулы, модуль силы притяжения равен модулю силы отталкивания. При дальнейшем уменьшении расстояния начинают перекрываться электронные оболочки молекул, что приводит к очень быстрому возрастанию силы отталкивания. Кривые сил взаимодействия несимметричны. Расстояние  $r_0$  является положением равновесия атома. В этом положении его потенциальная энергия меньше, чем в любом соседнем положении – график зависимости потенциальной энергии от расстояния проходит через минимум в этой точке (рис.14.2).

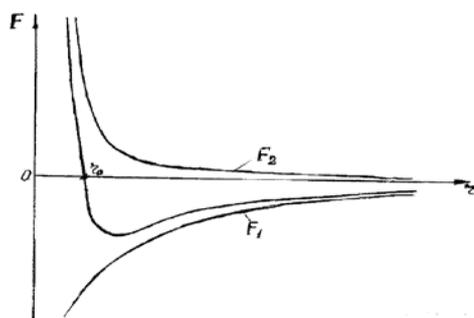


Рисунок 14.2 – Зависимость потенциальной энергии взаимодействия молекул от расстояния между ними

Таким образом, молекула (атом) находится внутри потенциальной «ямы» и совершает колебания не выходя из нее, от одной ее «стенки» до другой.

Кривая потенциальной энергии сильно несимметрична. Она очень быстро возрастает от минимального значения  $E_{p0}$  при уменьшении  $r$  и сравнительно медленно растет при увеличении  $r$ . При абсолютном нуле в состоянии равновесия молекулы находились бы друг от друга на расстоянии  $r_0$ , соответствующем минимальному значению потенциальной энергии  $E_{p0}$ . По мере нагревания кинетическая энергия молекул увеличивается и они начинают совершать колебания около положения равновесия. Размах колебаний определяется средним значением энергии. Если бы кривая потенциальной энергии была бы симметрична, то среднее положение молекулы по-прежнему соответствовало бы расстоянию  $r_0$ . Что означало бы общую неизменность средних расстояний между молекулами при нагревании, гармоничность колебаний около положения равновесия, и, следовательно, отсутствие теплового расширения.

На самом деле атомы кристаллической решетки совершают ангармонические (т.е. не гармонические) колебания.

При повышении температуры размах колебаний увеличивается, т. к. возрастает энергия (энергетический уровень) частицы. Так, например, при температуре  $T_1$  энергетический уровень  $E_1$ , при  $T_2$  – уровень  $E_2$ . В первом случае частица колеблется около положения  $r_1$ , во втором, с большей амплитудой, – около  $r_2$ , которые соответствуют новым положениям равновесия. Из рисунка 14.2 видно, что при повышении температуры точка положения равновесия смещается вправо, т. е. в сторону больших межатомных расстояний. Отсюда очевидна причина теплового расширения тел.

Количественно тепловое расширение характеризуется коэффициентом линейного расширения.

Пусть тело при температуре  $T_1$  имеет длину  $l_1$ , а при температуре  $T_2 = T_1 + \Delta T$  (где  $\Delta T$  – интервал температур) имеет длину  $l_2$ , тогда коэффициент линейного расширения определяется из соотношения

$$\alpha = \frac{l_2 - l_1}{l_1(T_2 - T_1)} = \frac{\Delta l}{l_1 \Delta T}. \quad (14.1)$$

Коэффициент линейного расширения  $\alpha$  показывает, на какую долю своего первоначального значения изменяются линейные размеры тела при изменении температуры на один градус Кельвин (**физический смысл коэффициента линейного расширения**).

Для твердых тел данные коэффициенты малы и представляют собой величины порядка  $10^{-5} - 10^{-6}$  ( $1/град$ ). При достаточно высоких температурах расширение тела пропорционально его абсолютной температуре и

коэффициент расширения от температуры не зависит. Однако в области низких температур коэффициент расширения несколько зависит от температуры: с ее уменьшением он также уменьшается и при приближении к абсолютному нулю стремится к нулю.

### Схема опыта и вывод расчетной формулы

Учтем тот факт, что в небольшом интервале температур относительное изменение линейного размера твердого тела пропорционально изменению температуры

$$\Delta L/L_0 = \alpha \Delta T, \quad (14.2)$$

где  $\Delta T$  – изменение температуры при нагревании;  $\alpha$  – коэффициент линейного расширения.

Полагая  $\Delta L = L_t - L_0$ , где  $L_0$  – линейный размер тела при начальной температуре  $t_0$ ;  $L_t$  – линейный размер тела при температуре  $t$ ;  $\Delta T = t - t_0 = \Delta t$  – разница температур, измеренных по шкале Цельсия, из уравнения (14.2) получим следующее выражение:

$$L_t = L_0 (1 + \alpha \Delta t). \quad (14.3)$$

Согласно формуле (14.3), длина твердого тела будет возрастать линейно с увеличением температуры.

Итак, если длина трубы при комнатной температуре  $t_1$  равна  $L_1$ , а при температуре  $t_2$  (в результате нагрева проходящим паром) –  $L_2$ , то на основании формулы (14.3) можно записать

$$\begin{aligned} L_1 &= L_0 (1 + \alpha \Delta t_1); \\ L_2 &= L_0 (1 + \alpha \Delta t_2), \end{aligned}$$

где

$$\Delta t_1 = t_1 - t_0, \quad \Delta t_2 = t_2 - t_0.$$

Или, учитывая, что  $t_0 = 0$  °C

$$\begin{aligned} L_1 &= L_0 (1 + \alpha t_1); \\ L_2 &= L_0 (1 + \alpha t_2). \end{aligned}$$

Далее, используя последние соотношения, можно получить выражение для коэффициента линейного расширения  $\alpha$

$$\alpha = (L_2 - L_1) / L_0 (t_2 - t_1).$$

Если учесть, что длина трубки после нагревания очень мало отличается от начальной длины, то расчетная формула для определения коэффициента линейного расширения примет следующий вид:

$$\alpha = (b_2 - b_1) / L (t_2 - t_1), \quad (14.4)$$

где  $b_1$  и  $b_2$  – показания индикатора до и после нагревания;  $L$  – длина трубки до нагревания;  $t_1$  и  $t_2$  – температуры трубки до и после нагревания.

Схема экспериментальной установки приведена на рисунке 14.3.

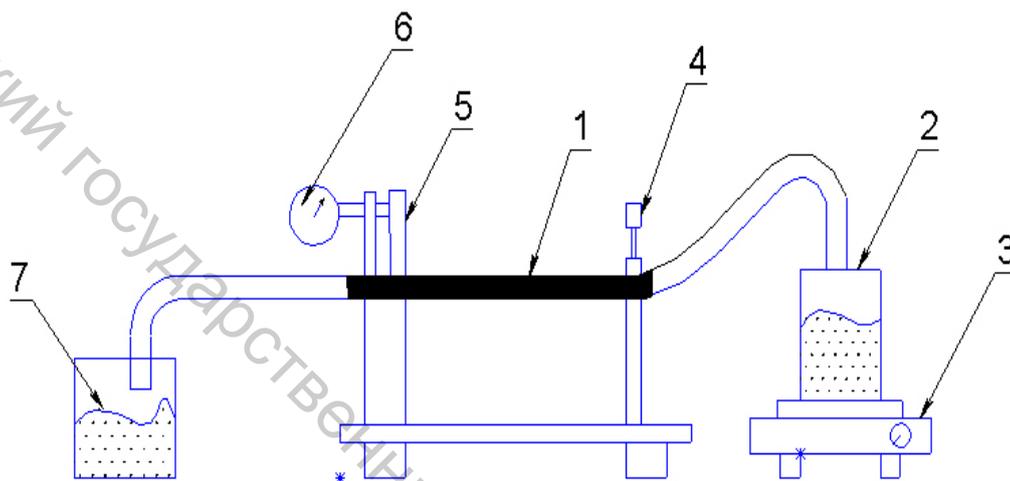


Рисунок 14.3 – Схема установки для определения коэффициента линейного расширения металлов

Исследуемый лабораторный образец в виде трубки 1 нагревается водяным паром, поступающим из сосуда 2, разогреваемого электрической плиткой 3. Один конец трубки прикреплен неподвижно к основанию контейнера с помощью винта 4. Другой, свободный конец, снабжен упором 5, контактирующим с измерительным стержнем индикатора 6. Пар и вода, получающаяся при его конденсации, отводятся в сосуд 7.

Поскольку один конец трубки во время опыта остается свободным, он будет перемещаться при удлинении трубки в результате нагревания. При этом индикатор позволяет измерить абсолютное приращение длины по формуле  $\Delta L \approx b_2 - b_1$ , подставляя которое в расчетную формулу (14.4) можно оценить коэффициент линейного расширения образца.

### Выполнение работы

1. Измерить линейкой длину  $L$  трубки 1 из исследуемого материала.
2. Установить в держателе трубку 1 из исследуемого материала, закрепить её винтом 4, подсоединить её к парогенератору (сосуд 2, разогреваемый электрической плиткой 3). Обратный конец трубки соединить с упором 5, контактирующим с измерительным стержнем индикатора 6.

3. Перемещая индикатор 6 до соприкосновения с упором 5, установить его приблизительно на середину предела измерений.

4. Определить показания индикатора  $b_1$  при комнатной температуре  $t_1$ .

5. Включить парогенератор и дождаться выхода пара через обратный конец трубки. Через 2–3 минуты снять показания индикатора  $b_2$  при  $t_2=100^{\circ}\text{C}$ . Выключить парогенератор.

6. По формуле (14.4) рассчитать коэффициент линейного расширения  $\alpha$ .

7. После остывания трубки установить в держатель трубку из другого материала и определить коэффициент линейного расширения  $\alpha$  согласно п. п.1–7.

8. Данные эксперимента занести в таблицу 14.1

Таблица 14.1

№ образца	$L, \text{мм}$	$t_1, ^{\circ}\text{C}$	$t_2, ^{\circ}\text{C}$	$b_1, \text{мм}$	$b_2, \text{мм}$	$\alpha, ^{\circ}\text{C}^{-1}$
1						
2						

9. Сопоставить результаты данной работы с данными таблицы 14.2 для теоретического коэффициента линейного расширения  $\alpha$ .

Таблица 14.2 – Средний коэффициент линейного расширения металлов

Вещество	$t, ^{\circ}\text{C}$	$\alpha \cdot 10^{-6}$ град <sup>-1</sup>
Алюминий	0-100	22,8 – 23,7
Железо	0-100	11,3 – 12,15
Сталь (1,5% С)	0-100	10,5 – 12,5
Латунь (62% Cu, 38% Zn)	10-16	17 – 19
Медь	18	16,7 – 17,06

10. Сделайте вывод.

### Контрольные вопросы

1. Объяснить механизм теплового расширения твердых тел.

2. Какова зависимость энергии взаимодействия частиц твердого тела от расстояния между ними?

3. Сформулировать физический смысл коэффициента линейного расширения твердых тел.

4. Запишите формулу, по которой рассчитывается коэффициент линейного расширения.

5. Зависит ли коэффициент линейного расширения от температуры?

6. В центре металлической пластины имеется круглое отверстие. Как будет изменяться диаметр отверстия при нагревании?

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная литература

1. Зисман, Г. А. Курс общей физики. Т. 1 / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – Москва : Высш. шк., 1974. – 339 с.
2. Лабораторные занятия по физике / под ред. Л. Л. Гольдина. – Москва : Наука, 1983. – 704 с.
3. Савельев, И. В. Курс общей физики : учебное пособие для вузов : в 5 кн. / И. В. Савельев. – Москва : Астрель: АСТ, – 2002. – 854 с.
4. Сивухин, Д. В. Общий курс физики. Механика : учеб. пособие для студентов физ. специальностей вузов / Д. В. Сивухин. – 2-е изд., испр. – Москва : Наука, 1979. – 520 с. : ил.
5. Соловьев, В. А. Основы измерительной техники : руководство к лабораторным работам по физике / В. А. Соловьев, В. Е. Яхонтова. – Ленинград : Изд-во ЛГУ, 1980. – 216 с. : ил.
6. Уродов, В. И. Практикум по физике : учеб. пособие / В. И. Уродов, В. С. Стрижнев. – Минск : Выш. шк., 1973. – 384 с. : ил.
7. Физический практикум : учеб. пособие для студентов физ. специальностей вузов / А. М. Саржевский [и др.] ; под ред. Г. С. Кембровского. – Минск : Изд.-во «Университетское», 1986. – 352 с. : ил.
8. Яворский, Б. М. Основы физики. Механика. В 2 т. Т. 1 / Б. М. Яворский, А. А. Пинский. – 5-е изд. – Москва : Физматлит., 2003. – 1128 с. (Т. 1 – 576 с., Т. 2 – 552 с.).
9. Яворский, Б. М. Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – 3-е изд., испр. – Москва : Наука, 1990. – 624 с.
10. Савельев, И. В. Курс общей физики. Ч. I. / И. В. Савельев. – Москва : Наука, 1987. – 432 с.
11. Зисман, Г. А. Курс общей физики, Ч. 1. / Г. А. Зисман. – Москва : Наука, 1972. – 339 с.
12. Яворский, Б. М. Основы физики, Ч. I. / Б. М. Яворский. – Москва : Наука, 1974. – 496 с.
13. Яворский, Б. М. Справочное руководство по физике. / Б. М. Яворский. – Москва : Наука. 1989. – 576 с.
14. Фриш, С. Э. Курс общей физики, Ч. 1. / С. Э. Фриш, А. В. Тимофеева. – Москва : Наука. 1951. – 574 с.

## Дополнительная литература

1. Зейдель, А. Н. Ошибки измерения физических величин : учебное пособие для вузов / А. Н. Зейдель. – 2-е. изд. – Санкт-Петербург : Лань, 2005. – 137 с.
2. Лабораторный практикум по физике. Ч. 1 / под общ. ред. А. Г. Головейко. – Минск : Изд-во БПИ, 1973. – 273 с.
3. Королев, Б. И. Основы вакуумной техники / Б. И. Королев. – Москва : Энергия, 1957. – 352 с.
4. Матвеев, А. Н. Молекулярная физика / А. Н. Матвеев. – Москва : Высш. шк., 1987. – 471 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Лабораторная работа М 1 Обработка результатов физического эксперимента. Определение плотности правильной геометрической формы	4
Лабораторная работа М 2 Изучение основного уравнения динамики вращательного движения (второй закон Ньютона для вращательного движения)	10
Лабораторная работа М 3 Определение коэффициента трения методом наклонного маятника	22
Лабораторная работа М 4 Опытная проверка законов Ньютона	27
Лабораторная работа М 5 Изучение колебаний математического и физического маятников	32
Лабораторная работа М 6 Изучение параметрического резонанса	40
Лабораторная работа М 7 Определение скорости звука в воздухе методом стоячих волн	45
Лабораторная работа М 8 Изучение вязкости жидкости	51
Лабораторная работа М 9 Изучение гироскопического эффекта	57
Лабораторная работа М 10 Определение коэффициента теплопроводности тел	64
Лабораторная работа М 11 Определение отношения удельных теплоемкостей $c_p/c_v$ методом адиабатического расширения	68
Лабораторная работа М 12 Изменение энтропии в реальных системах	74

Лабораторная работа М 13 Определение момента инерции тела методом крутильных колебаний	81
Лабораторная работа М 14 Определение коэффициента литейного расширения металлов	87
Литература	93

Витебский государственный технологический университет

Учебное издание

**Механика и молекулярная физика**

Лабораторный практикум по курсу «Физика»

Составители:

Рубаник Василий Васильевич,  
Рубаник Василий Васильевич (мл.),  
Шилин Александр Дмитриевич,  
Лаппо Наталья Михайловна

Редактор *Н.В. Медведева*  
Корректор *Т.А. Осипова*  
Компьютерная верстка *И.Л. Кудина*

---

Подписано к печати 16.10.17 Формат 60x90 1/16 Усл. печ. листов 6.0.  
Уч.-изд. листов 5.7 Тираж 75 экз. Заказ № 332.

Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет»  
210035, г. Витебск, Московский пр., 72.

Отпечатано на ризографе учреждения образования

«Витебский государственный технологический университет»

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий № 1/172 от 12 февраля 2014 г.

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий № 3/1497 от 30 мая 2017 г.