

Механизм обеспечивает стабильную работу процесса обрезки и формирования остатков нитей, достаточных для петлеобразования в последующем цикле работы вышивального полуавтомата.

#### Список использованных источников

1. Фролов, К. В. Теория механизмов и машин : учебное пособие для вузов / К. В. Фролов [и др.]. – Москва : Высш. шк., 1987. – 496 с.
2. Барсов, Л. В. Теория плоских механизмов и динамика машин / Г. А. Барсов [и др.]. – Москва : Высш. шк., 1961. – 336 с.
3. Юдин, В. А. Теория механизмов и машин / В. А. Юдин, Л. В. Петрокас. – Москва : Высш. шк., 1967. – 528 с.
4. Механизм обрезки на многоголовочном вышивальном полуавтомате : пат. 1927 РБ : МПК7 D 05 В 65/00 / Б. С. Сункуев, С. Ю. Краснер, И. Л. Шнейвайс, А. П. Давыдько, О. В. Дервоед ; заявитель и патентообладатель УО «ВГТУ». – № и 20040456 ; заявл. 04.10.04 ; опубл. 15.03.05 // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2006. – № 2. – С. 170.

УДК 539.3/.6

## УНИВЕРСАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ БАЛКИ С КУСОЧНО-ПОСТОЯННОЙ ЖЕСТКОСТЬЮ

Студ. Матвеев А.К., студ. Подалинский В.В., доц. Федосеев Г.Н.

УО «Витебский государственный технологический университет»

В практике нередко упругие балки с кусочно-постоянной жесткостью поперечных сечений. Желательно и в этом случае располагать уравнениями для углов поворота и прогибов поперечных сечений, аналогичными универсальным уравнениям для балок с постоянной жесткостью сечений [1].

Рассмотрим два смежных участка балки с жесткостями сечений  $D_n$  и  $D_{n+1}$ , показанных на рисунке 1.

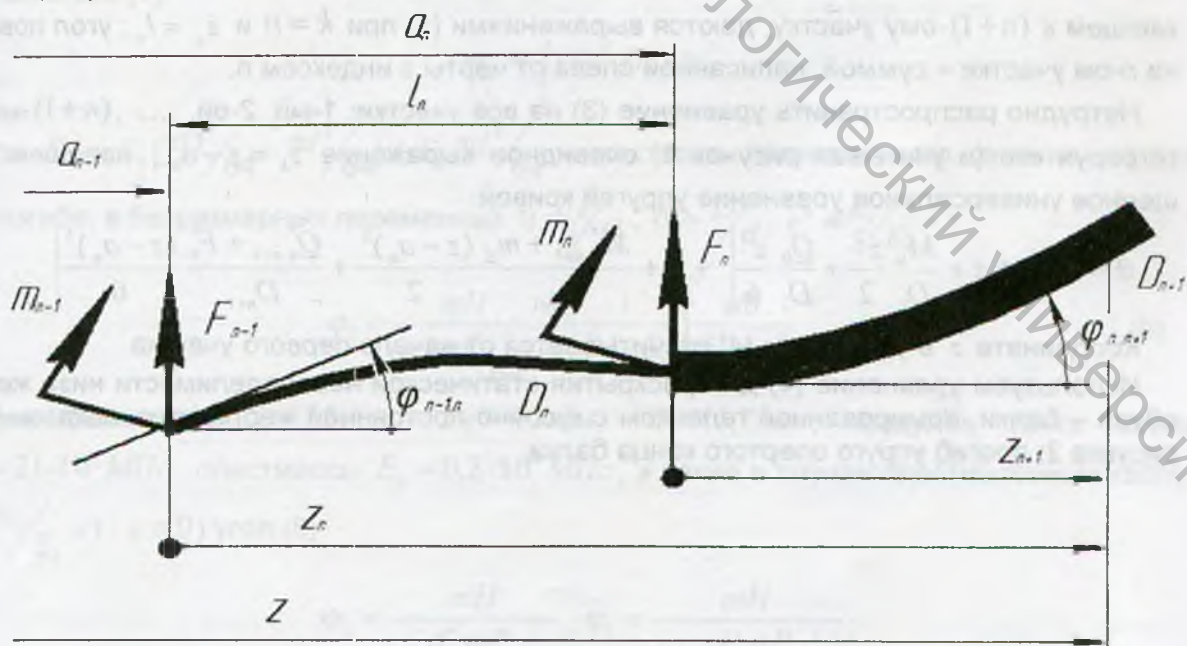


Рисунок 1 – Смещенные участки балки

Интегрируя дифференциальные уравнения упругой кривой [1],  $\vartheta_k'' = M_k / D_k$  ( $\vartheta_k$  и  $D_k$  – прогиб и изгибная жесткость сечения  $k$ -го участка балки); поперечная сила и изгибающий момент в пределах  $k$ -го участка

$$Q_k = Q_{k-1,k} + F_{k-1}, M_k = M_{k-1,k} + Q_{k-1,k}z_k + m_{k-1} + F_{k-1}z_k, \quad (1)$$

где  $Q_{k-1,k}$ ,  $M_{k-1,k}$ , поперечная сила и изгибающий момент в сечении  $(k-1)$ -го участка, примыкающем к  $k$ -ому участку,  $F_{k-1}$  и  $m_{k-1}$  – сила и момент на  $(k-1)$  границе между участками). Угол поворота сечения  $k$ -го участка – результат первого интегрирования дифференциального уравнения –

$$\varphi_k = \varphi_{k-1,k} + \frac{M_{k-1,k} + m_{k-1}}{D_k} z_k + \frac{Q_{k-1,k} + F_{k-1}}{D_k} \frac{z_k^2}{2}, \quad (2)$$

где  $\varphi_{k-1,k}$  – угол поворота плоскости, разграничивающей  $(k-1)$ -ый и  $k$ -ый участки. Предположим, в выражении (2)  $k = n+1$ ,  $k = n$ . Распространяя выражение (2) при  $k = n$  на  $(n+1)$ -ый участок, добавляя (и вычитая) его к выражению (2) при  $k = n+1$  и учитывая, что  $\varphi_n(l_n) = \varphi_{n,n+1}$ , напишем выражение для угла поворота произвольного сечения  $(n+1)$ -го участка:

$$\varphi = \varphi_{n-1,n} + \frac{M_{n-1,n} + m_{n-1}}{D_n} z_n + \frac{Q_{n-1,n} + F_{n-1}}{D_n} \frac{z_n^2}{2} \Big|_n + \frac{M_{n,n+1}^* + m_n}{D_{n+1}} (z_n - l_n) + \frac{Q_{n,n+1}^* + F_n}{D_{n+1}} \frac{(z_n - l_n)^2}{2} \Big|_{n+1}, \quad (3)$$

где фиктивные момент и сила

$$M_{n,n+1}^* = M_{n,n+1} \left(1 - \frac{D_{n+1}}{D_n}\right), \quad Q_{n,n+1}^* = Q_{n,n+1} \left(1 - \frac{D_{n+1}}{D_n}\right),$$

изгибающий момент  $M_{n,n+1}$  и поперечная сила  $Q_{n,n+1}$  в сечении  $n$ -го участка, примыкающем к  $(n+1)$ -ому участку, даются выражениями (1) при  $k = n$  и  $z_n = l_n$ ; угол поворота на  $n$ -ом участке – суммой, написанной слева от черты с индексом  $n$ .

Нетрудно распространить уравнение (3) на все участки: 1-ый, 2-ой, ...,  $(n+1)$ -ый. Интегрируя его (и учитывая рисунок 1) очевидное выражение  $z_k = z - a_{k-1}$  напишем обобщенное универсальное уравнение упругой кривой:

$$\vartheta = \vartheta_0 + \varphi_0 z + \frac{M_0}{D_1} \frac{z^2}{2} + \frac{Q_0}{D_1} \frac{z^3}{6} \Big|_1 + \dots + \frac{M_{n,n+1}^* + m_n}{D_{n+1}} \frac{(z - a_n)^2}{2} + \frac{Q_{n,n+1}^* + F_n}{D_{n+1}} \frac{(z - a_n)^3}{6} \Big|_{n+1}. \quad (4)$$

Координата  $z$  в уравнении (4) отсчитывается от начала первого участка.

Используем уравнение (4) для раскрытия статической неопределенности низа женской обуви – балки, армированной геленком с кусочно-постоянной жесткостью, показанной на рисунке 2: прогиб упруго опертого конца балки.

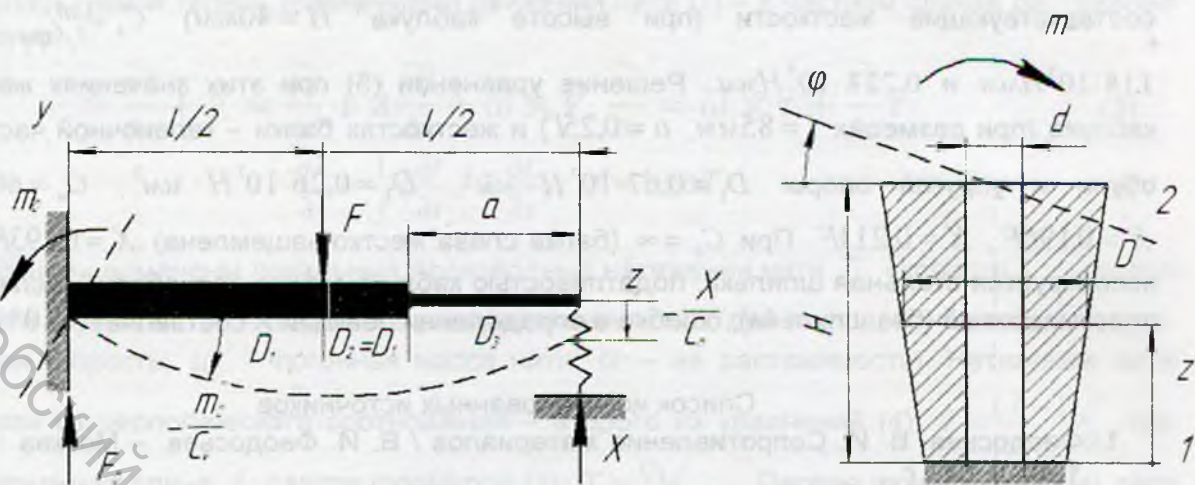


Рисунок 2 – Расчетные схемы низа обуви

$$\vartheta(l) = \left(-\frac{m_0}{c_k}\right)l + \frac{(-m_0)l^2}{D_1} \frac{1}{2} + \frac{F_0 l^3}{D_1} \frac{1}{6} + \frac{(-F)(l/2)^3}{D_1} \frac{1}{6} + \frac{M_{23}(1 - D_3/D_1) a^3}{D_3} \frac{1}{2} + \frac{Q_{23}(1 - D_3/D_1) a^3}{D_3} \frac{1}{6} = -\frac{X}{C_n},$$

(5)

где реактивный момент и сила в заделке  $m_0 = Fl/2 - Xl$ ,  $F_0 = F - X$ , изгибающий момент и поперечная сила  $M_{23} = Xa$ ,  $Q_{23} = -X$ ;  $C_k$  – изгибная жесткость каблука, показанного на рисунке 2,  $C_n$  – жесткость упругой опоры низа обуви. Из уравнения (5) найдется реакция упругой опоры  $X$ .

Угол поворота поперечного сечения каблука 2 со стальной шпилькой выражается интегралом Мора [1]:

$$\varphi_2 = \int_0^H (m/D_k) dz,$$

где  $D_k = E_n(\pi D^4/64 - \pi d^4/64) + E_c \pi d^4/64$  – жесткость произвольного сечения каблука при изгибе; в безразмерных переменных  $\eta = z/H$ ,  $\delta = D/d$ ,  $e^4 = E_c/E_n$

$$\varphi_2 = \frac{mH}{E_c(\pi d^4/64)} \frac{1}{E_n} \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{d\delta}{\delta^4 + e^4}. \quad (6)$$

При размерах  $D_1 = 25$  мм,  $D_2 = 40$  мм,  $d = 13,7$  мм; модулях Юнга стали  $E_c = 21 \cdot 10^4$  МПа, пластмассы  $E_n = 0,2 \cdot 10^4$  МПа, а также в случае пластмассового каблука ( $E_c/E_n = 1$ ,  $e = 0$ ) угол (6)

$$\varphi_2 = \frac{mH}{1,3(E_c \pi d^4/64)}, \quad \varphi_2 = \frac{mH}{0,25(E_c \pi d^4/64)}$$

соответствующие жесткости (при высоте каблука  $H = 40 \text{ мм}$ )  $C_k = \frac{m}{\varphi_2}$  равны  $1,18 \cdot 10^7 \text{ Н/мм}$  и  $0,227 \cdot 10^7 \text{ Н/мм}$ . Решение уравнения (5) при этих значениях жесткости каблука (при размерах  $l = 85 \text{ мм}$ ,  $a = 0,25l$ ) и жесткостях балки – геленочной части низа обуви и упругой опоры  $D_1 = 0,67 \cdot 10^7 \text{ Н} \cdot \text{мм}^2$ ,  $D_3 = 0,26 \cdot 10^7 \text{ Н} \cdot \text{мм}^2$ ,  $C_n = 60 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$ )  $X = 0,196F$ ,  $X = 0,211F$ . При  $C_k = \infty$  (балка слева жестко закреплена)  $X = 0,193F$ . Если используется стальная шпилька, податливостью каблука можно пренебречь. Если каблук пластмассовый (без шпильки), ошибка в определении реакции  $X$  составляет  $\approx 10\%$ .

Список использованных источников

1. Феодосьев, В. И. Соппротивление материалов / В. И. Феодосьев. – Москва : Наука, 1964. – 540 с.

УДК 531.391.1

## РАСТЯЖЕНИЕ УПРУГОЙ НИТИ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ШЕРОХОВАТОЙ ТРУБКЕ

Доц. Федосеев Г.Н.

УО «Витебский государственный технологический университет»

На рисунке изображена упругая по Гуку нить во вращающейся шероховатой трубке,  $\omega$  – ее угловая скорость. Выясним, при каких условиях возможно растяжение нити с постоянной скоростью (на рисунке показана скорость конца нити  $V$ ).

Удлинение нити равно  $Vt$  ( $t$  – время). Относительная длинна ее

$$f(l_0) = \frac{(l_0 + Vt)}{l_0} = 1 + \frac{Vt}{l_0}, \quad (1)$$

где  $l_0$  – первоначальная длинна нити. Предположим

$$f = \frac{\partial s}{\partial s_0} = f(l_0), \quad s = s_0(1 + \frac{Vt}{l_0}) \quad (2)$$

( $s_0$  и  $s$  – лагранжава и эйлера координаты на нити).

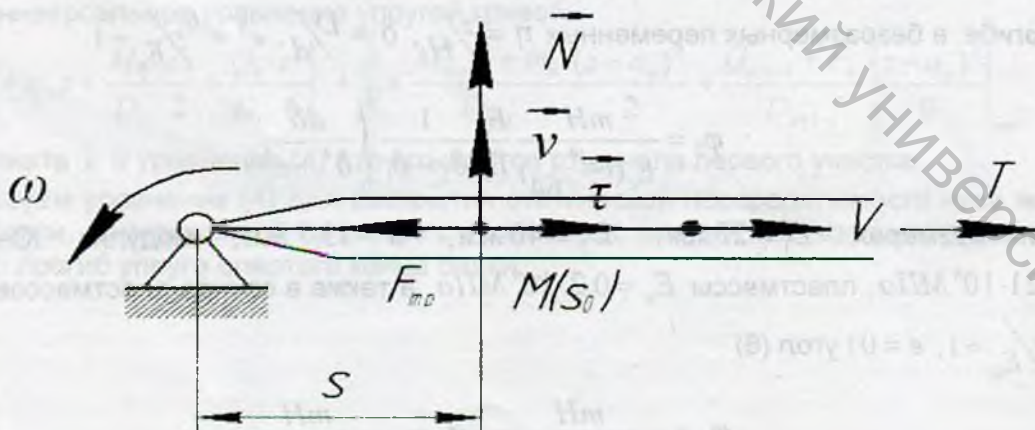


Рисунок 1 – Нить во вращающейся трубке