соответствующие жесткости (при высоте каблука $H = 40 мм$) $C_k = {}^{m}\!/_{\varphi_2}$ равны $1{,}18 \cdot 10^7\, Нмм$ и $0{,}227 \cdot 10^7\, Нмм$. Решение уравнения (5) при этих значениях жесткости каблука (при размерах $l = 85 мм$, $a = 0{,}25 l$) и жесткостях балки – геленочной части низа обуви и упругой опоры $D_1 = 0{,}67 \cdot 10^7\, Н \cdot мм^2$, $D_3 = 0{,}26 \cdot 10^7\, Н \cdot мм^2$, $C_n = 60\, {}^{Н}\!/_{мм}$) $X = 0{,}196F$, $X = 0{,}211F$. При $C_k = \infty$ (балка слева жестко защемлена) $X = 0{,}193F$. Если используется стальная шпилька, податливостью каблука можно пренебречь. Если каблук пластмассовый (без шпильки), ошибка в определении реакции X составляет $\approx 10\,\%$.

Список использованных источников

1. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов / В. И. Феодосьев. – Москва : Наука, 1964. – 540 с.

УДК 531.391.1

РАСТЯЖЕНИЕ УПРУГОЙ НИТИ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ШЕРОХОВАТОЙ ТРУБКЕ

Доц. Федосеев Г.Н.

УО «Витебский государственный технологический университет»

На рисунке изображена упругая по Гуку нить во вращающейся шероховатой трубке, ω - ее угловая скорость. Выясним, при каких условиях возможно растяжение нити с постоянной скоростью (на рисунке показана скорость конца нити V).

Удлинение нити равно Vt (t - время). Относительная длинна ее

$$f(l_0) = {}^{(l_0 + Vt)}\!/_{l_0} = 1 + {}^{Vt}\!/_{l_0}, \tag{1}$$

где l_0 – первоначальная длинна нити. Предположим

$$f = \frac{\partial s}{\partial s_0} = f(l_0),\ s = s_0(1 + {}^{Vt}\!/_{l_0}) \tag{2}$$

(s_0 и s – лагранжава и эйлерова координаты на нити).

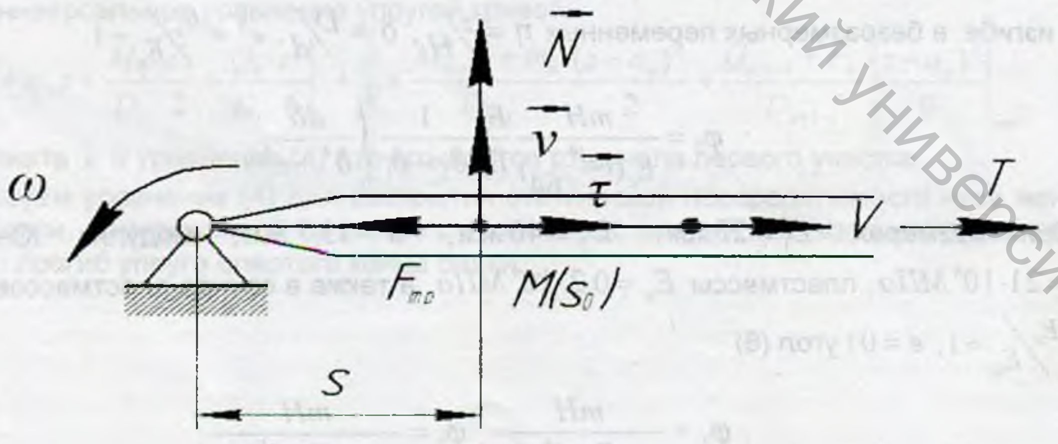

Рисунок 1 – Нить во вращающейся трубе

Воспользуемся теперь уравнениями движения нити [1] – в частном случае растяжения на рисунке 1:

$$\frac{f}{\mu_0}\frac{\partial \tilde{T}}{\partial s}+\vec{F}=\frac{\partial \tilde{V}}{\partial t}+\lambda\frac{\partial \tilde{V}}{\partial s}+\vec{\omega}\times\vec{V},\ \frac{\partial \tilde{V}}{\partial s}=\vec{\omega}\times\vec{\tau}+\frac{\partial \tilde{\lambda}}{\partial s}\vec{\tau}; \qquad (3)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial s}=\frac{1}{f}\left(\frac{\partial f}{\partial t}+\lambda\frac{\partial f}{\partial s}\right),\ f=1+\alpha T \qquad (4)$$

(«волной» помечены локальные производные натяжения нити $\vec{T}$, скорости $\vec{V}$, угловой скорости трубки $\vec{\omega}$, $\vec{F}$ – плотность распределенных сил, действующих на нить; λ – продольная скорость; μ_0 – погонная масса нити, α – ее растяжимость). Натяжение нити найдется из реологического соотношения – второго из уравнений (4): $T={(f-1)}/{\alpha}$, где относительная длина f дается формулой (1); $T={Vt}/{(\alpha l_0)}$. Первое из уравнений (4) даст продольную скорость:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial s}=\frac{1}{1+\frac{Vt}{l_0}}\frac{V}{l_0}=\frac{1}{\frac{l_0}{V}+t},\ \lambda=\frac{s}{\frac{l_0}{V}+t}. \qquad (5)$$

Впрочем, формула (5) получается из определения $\lambda={\partial s}/{\partial t}$: дифференцируя уравнение (2), получим:

$$\lambda=s_0\frac{V}{l_0}=\frac{s}{1+\frac{Vt}{l_0}}\frac{V}{l_0}=\frac{s}{\frac{l_0}{V}+t}.$$

Из кинематического условия для скоростей – третьего из векторных уравнений (3) – находим проекции скорости $\vec{V}$ на направления касательной (орт $\vec{\tau}$) и нормали (орт $\vec{\nu}$):

$$\frac{\partial V_1}{\partial s}=\frac{\partial \lambda}{\partial s},\ V_1=\lambda;\ \frac{\partial V_2}{\partial s}=\omega,\ V_2=\omega s. \qquad (6)$$

Наконец, из основного закона динамика нити – первого из уравнений (3) – получаются проекции распределенных сил, действующих на нить. Учитывая в нем, что натяжение T не зависит от координаты s, и используя скорости (5 – 6), находим:

$$F_1=-F_{тр}=-\omega^2 s,\ N=\frac{d\omega}{dt}s+2\frac{\omega}{\frac{l_0}{V}+t}. \qquad (7)$$

Плотности сил (7) связаны законом Амонтона [1] $F_{тр}=kN$ (k - коэффициент трения), что дает линейное дифференциальное уравнение

$$\frac{1}{\omega^2}\frac{d\omega}{dt}+\frac{2}{\frac{l_0}{V}+t}\frac{1}{\omega}=\frac{1}{k}\ \Rightarrow\ \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\omega}\right)-\frac{2}{\frac{l_0}{V}\left(1+\frac{Vt}{l_0}\right)}\left(\frac{1}{\omega}\right)=-\frac{1}{k} \qquad (8)$$

Напишем уравнение (8) в безразмерных переменных:

$$\tau=1+{Vt}/{l_0},\ u=\frac{V}{\omega l_0}:\ \frac{du}{d\tau}-\frac{2}{\tau}u=-\frac{1}{k}. \qquad (9)$$

Его решение слагается [2] из общего решения соответствующего однородного уравнения и какого–либо частного решения исходного неоднородного уравнения (9). В однородном уравнении переменные разделяются: ${du}/{u}={2d\tau}/{\tau}$, его решение:

$$u = C\tau^2. \tag{10}$$

Частное решение найдем, следуя методу вариации произвольной постоянной в решении (10); т.е. ищем его в виде $u = C(\tau)\tau^2$. В итоге, общее решение неоднородного уравнения (10) получается в виде

$$u = C\tau^2 + \tau/k. \tag{11}$$

Прибегая – см. формулы (9) – к начальному условию $\omega(0) = \omega_0$, $\tau(0) = 1$, найдем постоянную: $C = u_0 - 1/k$, и функция (11) даст решение

$$u = (u_0 - 1/k)\tau^2 + \tau/k, \tag{12}$$

где начальное значение переменной (9) $u_0 = V/(\omega_0 l_0)$.

Монотонный рост функции (12) обеспечивается условием

$$u_0 \geq \frac{1}{k}, \ \frac{V}{\omega_0 l_0} \geq \frac{1}{k}, \ \omega_0 \leq k\frac{V}{l_0}. \tag{13}$$

Растяжение нити с постоянной скоростью возможно при монотонной убыли угловой скорости трубки от начального значения (13) – в стремлении к нулю.

Список использованных источников

1. Якубовский, Ю. В. Основы механики нити / Ю. В. Якубовский [и др.] – Москва : Легкая индустрия, 1973. – 271 с.
2. Матвеев, Н. М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений / Н. М. Матвеев – Москва : Высшая школа, 1963. – 546 с.

УДК 517:531.112

К ВОПРОСУ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ И МУЛЬТИМЕДИЙНОГО ИЗУЧЕНИЯ КУРСА ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Проф. Локтионов А.В.

УО «Витебский государственный технологический университет»

Основными видами самостоятельной работы студентов являются: изучение теоретического материала, самостоятельное освоение некоторых вопросов учебной программы, решение задач на практических занятиях, проведение контрольных работ, консультаций, подготовка к участию в олимпиадах и научно-технических конференциях, навыки выполнения научно-исследовательской работы. Возбуждение всех видов памяти при проведении, например, экзамена также является составной частью самостоятельной работы студентов.

Обучение – это сложный многогранный процесс. Необходимо формирование новых типов образовательных структур и технологий, отвечающих требованиям интеграции в мировую образовательную систему.

Однако, ввиду существенного сокращения числа часов на изучение курса теоретической механики особенно актуальной является правильная организация самостоятельной работы студентов. Особую актуальность она приобретает в последнее время в связи с сокращением для ряда специальностей числа аудиторных часов, отводимых на теоретическую механику. Для успешного изучения теоретической механики, кроме изучения теории, необходимы навыки в решении задач. Практика показывает, что курс теоретической