Пусть $H \subseteq G$ и индекс $|G : H| = 2$. Так как индекс равен 2, то для любого элемента x, не входящего в множество H, справедливо равенство $G = H + Hx$, причём классы H и Hx являются различными классами. С другой стороны, так как для любого $h \in H$ справедливо равенство $hH = Hh$, то и для любого $x \in G$ будет верным равенство $xH = Hx$, а это означает, что подгруппа H инвариантна в группе G.

В работе проведено доказательство следующих свойств инвариантных подгрупп:

1) если H_1 и H_2 подгруппы группы G, причём H_1 инвариантна в группе G, то в этой группе будет инвариантно их произведение $H_1 H_2$;

2) если H_1 и H_2 подгруппы группы G, которые инвариантны в порождении $(H_i < \langle H_1 ; H_2 \rangle;\ i = 1;\ 2)$, то любой элемент из H_1 перестановочен с каждым элементом из H_2.

УДК 512. 542

БЕСКОНЕЧНЫЕ ЦИКЛИЧЕСКИЕ ГРУППЫ КОНЕЧНОГО ИНДЕКСА

Мацуганова Е. С., студ., Гречаников А. А., студ., Коваленко А. В., ст. преп.
Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь

В данной работе проводим исследование бесконечных циклических групп, а именно показываем, что существует единственная неединичная подгруппа конечного индекса.

Рассмотрим циклическую группу порождённую элементом $a : G = \langle a \rangle$. Пусть группа H является её неединичной подгруппой. Если α является наименьшим натуральным числом, таким что $a^\alpha \in H$, то $H = \langle a^\alpha \rangle$. Для любого натурального $i = \alpha q + r,\ 0 \leq r < \alpha$ получаем верное равенство $a^i = (a^\alpha)^q \cdot a^r$, где $(a^\alpha)^q \in H$. Следовательно, $a^i = Ha^r$, а группу G можно представить в виде разложения: $G = H + Ha + Ha^2 + \ldots + Ha^{\alpha-1}$, необходимо только показать, что все эти смежные классы различные.

Предположим от противного. Пусть существуют равные смежные классы: $Ha^i = Ha^j$, где $i \neq j,\ 0 \leq i,\ j < \alpha\text{-}1$. Для определённости положим $i > j$, а, следовательно, $a^i = ha^j$ или $a^{i\text{-}j} = h \in H,\ 0 < i - j < \alpha\text{-}1$. Пришли к противоречию с тем, что α наименьшее натуральное число, для которого $a^\alpha \in H$. Следовательно, любая подгруппа H из циклической группы G будет иметь конечный индекс $|G : H| = \alpha$. Покажем, что данная подгруппа является единственной.

Пусть в группе G имеются две подгруппы H_1 и H_2 одного и того же индекса, то есть $n = |G : H_1| = |G : H_2|$. Предположим, что k и p наименьшие натуральные числа, для которых $\langle a^k \rangle = H_1$, $\langle a^p \rangle = H_2$. Тогда справедливы равенства: $|G : H_1| = k$, $|G : H_2| = p$. Следовательно, $k = p = n$ и $H_1 = \langle a^n \rangle$, $H_2 = \langle a^n \rangle$. То есть, единственность доказана.

Кроме единственности подгруппы в работе доказываем её существование.

Пусть G – бесконечная циклическая группа, порождённая элементом $a : G = \langle a \rangle$. Рассмотрим подгруппу, порождённую элементом $a^n : H = \langle a^n \rangle$. Она является бесконечной циклической группой и будет иметь два образующих элемента a^n и $(a^n)^{-1} = a^{-n}$. Это означает, что n является наименьшим натуральным числом, для которого справедлива принадлежность $a^n \in H$. Следовательно, в бесконечной циклической группе существует единственная циклическая подгруппа конечного индекса $|G : H| = n$.

Пусть G – бесконечная циклическая группа H – её неединичная подгруппа. Тогда H – бесконечная циклическая группа, изоморфная группе G. В силу доказанного выше, подгруппа H имеет конечный индекс. Рассмотрим разложение группы G по подгруппе H:

$$G = Hx_1 + Hx_2 + Hx_3 + \ldots + Hx_n,$$

причём мощность смежного класса равна мощности подгруппы, то есть $|Hx_i| = |H|$.

Если предположить, что H – конечная группа, то сумма G конечного числа конечных множеств – конечна. Но G – бесконечная циклическая группа, получаем противоречие, следовательно, H – бесконечная группа.

Таким образом, в работе доказаны основные свойства бесконечных циклических групп.

УДК 004.8

ПРИМЕНЕНИЕ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА В ФИНАНСОВЫХ И АНАЛИТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Иношевская Е. А., студ., Берестенко В. Д., студ., Никонова Т. В., к.ф.-м.н., доц.
Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь

Искусственный интеллект (ИИ) – это область компьютерных наук, которая занимается созданием систем, способных выполнять задачи, требующие человеческого интеллекта. Эти задачи могут включать в себя распознавание речи, принятие решений, визуальное восприятие и даже творческую деятельность [1].

ИИ в финансовых системах обуславливается такими сферами как:

– чат-боты: чат-боты и голосовые помощники на основе NLP предоставляют клиентам круглосуточно персонализированную поддержку;

– «умные» инструменты маркетинга: персонализация услуг для улучшения маркетинговых стратегий, анализ данных о поведении клиентов и предсказание их потребностей и предпочтения [2];

– инвестиционные консультирования и оценка стоимости активов, основываясь на таких факторах, как текущие рыночные условия, прогнозы доходности и исторические данные;

– скоринг: качество моделей машинного обучения в скоринговых системах отвечает за точность оценки кредитоспособности потенциальных заемщиков.

ИИ в аналитических системах характеризуется такими областями применения как:

– автоматизация анализа данных: обработка больших массивов данных (Big Data), структурированных и неструктурированных, выявление скрытых закономерностей и трендов;

– предиктивный анализ: использование статистического анализа и машинного обучения для анализа текущих и исторических данных с целью выявления закономерностей и прогнозирования будущих событий;

– текстовый анализ: использование для автоматического извлечения ценной