РАЗДЕЛ 3
ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

3.1 Математика и информационные технологии

УДК 685.34:519.87

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА РАСТЯЖЕНИЯ ОБРАЗЦОВ ИСКУССТВЕННЫХ КОЖ

Туча В. А., студ., Дмитриев А. П., к.т.н., доц.
Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь

Для оценки деформационных свойств материалов, применяемых в деталях верха обуви, при проведении по ГОСТ 17316-71 полуцикловых испытаний образцов искусственных кож [1] необходимо получить функциональные зависимости между прочностными характеристиками и величинами деформирования. Построение математической модели в виде формулы зависимости относительного удлинения ε от приложенной нагрузки P для дальнейшего прогнозирования значений показателей свойств осуществляется различными эмпирическими и теоретическими методами, одним из которых является метод наименьших квадратов. Методом наименьших квадратов в работе [2] получены аппроксимирующие кривые растяжения образцов искусственной кожи на тканой основе FOCA 330 в виде функций Гомперца и Перла.

Кривые Гомперца и Перла, имеющие S-образный характер и горизонтальную асимптоту, аппроксимируют кривые растяжения со средней квадратической ошибкой равной соответственно 0,52 и 1,28.

В работе [3] для описания кривых растяжения в координатах «напряжение σ – относительное удлинение ε» предлагается универсальная математическая модель, следующего вида:

$$\sigma = \frac{\varepsilon}{b_0 + b_1 \cdot \varepsilon} + b_2 \cdot \varepsilon^2,$$

где σ – напряжение при растяжении (Па), b_0, b_1, b_2 – некоторые параметры модели, согласно рекомендациям авторов работы [2] имеют следующий смысл $b_0 = 1 / E_y$, где E_y – условный модуль упругости (Па), $b_1 = \frac{1}{\sigma_n} - \frac{1}{\sigma_y}$, где σ_n – условный предел пластичности, $\sigma_y = \varepsilon_p \cdot E_y$ – условный предел упругости, ε_p – относительное разрывное удлинение (%) и $b_2 = \frac{\sigma_p - \sigma_n}{\varepsilon_p^2}$, где σ_p – напряжение при разрыве.

Для образцов искусственной кожи FOCA 330 получены следующие значения параметров модели $b_0 = 0{,}243 \cdot 10^{-7}$ Па$^{-1}$, $b_1 = 0{,}001 \cdot 10^{-7}$ Па$^{-1}$, $b_2 = 0{,}152 \cdot 10^{-7}$ Па. Полученная математическая модель имеет среднюю квадратическую ошибку 1,32, что больше, чем при моделировании кривыми Гомперца и Перла. Дальнейшие исследования будут направлены на уточнение параметров модели, согласно схеме алгоритма методики из работы [3].

Список использованных источников

1. Дмитриев, А. П. Деформационные свойства и структура современных искусственных кож на тканевой основе для верха обуви / А. П. Дмитриев, В. Д. Борозна, А. Н. Буркин // Дизайн и технологии. – 2018. – № 65 (107). – С.29–35.
2. Дмитриев, А. П. Свойства функций Гомперца и Перла и особенности их применения для аппроксимирования / А. П. Дмитриев, А. С. Авласенко // Материалы докладов 54-й Международной научно-технической конференции преподавателей и студентов : в 2 т. / УО «ВГТУ». – Витебск, 2021. – Т. 1. – С. 244–246.
3. Кузнецов, А. А. Оценка и прогнозирование механических свойств текстильных нитей / А. А. Кузнецов, В. И. Ольшанский ; УО «ВГТУ». – Витебск, 2004. – 226 с.

УДК 512. 542

ПОДГРУППЫ, ПОРОЖДЁННЫЕ ИНВАРИАНТНЫМ МНОЖЕСТВОМ

Руммо В. Г., студ., Гречаников А. А., студ., Коваленко А. В., ст. преп.
Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь

В данной работе рассматриваем инвариантные подгруппы, которые имеют большое значение в теории групп. Непустое множество M элементов группы G называется инвариантным, если для любого элемента x группы G выполняется равенство $x^{-1}Mx = M$, то есть это такое множество, которое совпадает со всеми сопряжёнными. Отметим тот факт, что пересечение инвариантных подгрупп является инвариантной подгруппой, а так же то, что инвариантная подгруппа составляет полный класс сопряжённых подгрупп.

Рассмотрим подмножество M основного множества группы G. Предположим, что множество M является инвариантным. Покажем, что любая подгруппа, порождённая инвариантным множеством, является инвариантной подгруппой, то есть $H = \langle M \rangle \lhd G$. Подгруппа, порождённая заданным множеством, состоит из тех и только тех элементов группы, которые могут быть представлены в виде конечного числа степеней элементов из данного множества, то есть любой элемент $h \in H$ записывается в виде $h = m_1^{\alpha_1} m_2^{\alpha_2} \ldots m_k^{\alpha_k}$, $m_i \in M$, α_i – целые числа, $i = 1, 2, \ldots, k$.

Ввиду инвариантности множества, для любого элемента x группы G выполняется равенство: $x^{-1}hx = x^{-1}m_1^{\alpha_1} m_2^{\alpha_2} \ldots m_k^{\alpha_k} x$. Трансформируем последнее равенство:

$$x^{-1}hx = x^{-1}m_1^{\alpha_1}x \cdot x^{-1}m_2^{\alpha_2}x \cdot \ldots \cdot x^{-1}m_k^{\alpha_k} x.$$

Пусть $\alpha_i > 0$, тогда $x^{-1}m_i^{\alpha_i}x = x^{-1}m_i x \cdot x^{-1}m_i x \cdot \ldots \cdot x^{-1}m_i x = (x^{-1}m_i x)^{\alpha_i} \in H$, так как $x^{-1}m_i x \in M$. Предположим, что для некоторого j число $\alpha_i < 0$:

$$x^{-1}m_j^{\alpha_j}x = (x^{-1}m_j^{-\alpha_j}x)^{-1} = \left((x^{-1}m_j x)^{-\alpha_j}\right)^{-1} = (x^{-1}m_j x)^{-\alpha_j} \in H,$$

то есть в любом случае $x^{-1}m_i^{\alpha_i}x \in H$, для любого $i = 1, 2, \ldots, k$.

А так как H – подгруппа, то произведение элементов $x^{-1}hx \in H$. Откуда $H = \langle M \rangle \lhd G$.

Докажем, что подгруппа, индекс которой в группе равен двум, инвариантна в группе.