

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ БССР

Витебский технологический институт лёгкой промышленности

УДК 539.3

№ госрегистрации 81017504

0286.0 036949

"УТВЕРЖДАЮ"



Проректор по научной работе

В.Е.Горбачик

января 1985 г.

ОТЧЁТ

О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ "РАЗВИТИЕ МЕТОДА
ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТЕОРИИ ПОТЕНЦИАЛА ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО
РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

/Заключительный/

ГБ 81-64

Начальник НИС

И.Е.Правдивый

Зав. кафедрой

Г.Н.Федосеев

Научный руководитель

А.А.Калинин

Витебск 1985

Библиотека ВГТУ



РЕФЕРАТ

Отчёт 54 стр., 6 рисунков, 20 источников.

Развитие метода интегральных уравнений теории потенциала для численного решения краевых задач теории упругости.

Объектом исследования являются осесимметричные краевые задачи теории упругости, теплопроводности и термоупругости.

Целью работы является численное решение осесимметричных краевых задач теории упругости, теплопроводности и термоупругости.

Использовано интегральное представление Соммиана. При осевой симметрии граничных условий трёхмерные задачи сведены к двумерным. Результаты исследования предельных значений интегралов формулы для напряжений позволили получить новые формулы для поверхностных напряжений, содержащие интегралы с особенностями не выше сингулярной. На основании интегрального представления решения трёхмерной задачи стационарной термоупругости получены интегральные уравнения осесимметричных термоупругих задач. Рассмотрены интегральные уравнения плоской и осесимметричной задач теплопроводности.

Составлена программа решения осесимметричной задачи со смешанными краевыми условиями на алгоритмическом языке Фортран. Составлена также программа на Ассемблере "Наири-К" и решён отладочный пример. Получены численные решения плоской и осесимметричной задач теплопроводности.

Рассмотрен метод решения нестационарных задач теплопроводности в трансформированном по Лапласу пространстве с использованием приближённых методов обращения.

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Доцент, кандидат
технических наук

Kauf

А.А.Калинин I, 4, 6
16 декабря 1985 г.

Доцент, кандидат
технических наук

r.g

Г.Н.Федосеев I, 4, 6
16 декабря 1985 г.

Старший препода-
ватель

Minchenko

А.В.Минченко 2, 3, 5
16 декабря 1985 г.

Старший препода-
ватель

Rotenberg

В.Е.Ротенберг 7, 8, 9
16 декабря 1985 г.

Введение	5
1 Интегральные уравнения осесимметричных задач теории упругости	6
2 Исследование предельных значений интегралов с высокими полярными особенностями	19
3 Интегральные формулы для определения напряжений на границе области	24
4 Алгоритм численного решения осесимметричных задач .	27
5 Блок-схема программы численного решения осесимметричных задач	31
6 Интегральные уравнения осесимметричной задачи термоупругости	36
7 Постановка задачи теплопроводности и термоупругости и получение ГИУ для задач теплопроводности	39
8 Решение плоской и осесимметричной стационарных задач теплопроводности методом ГИУ.	42
9 Решение нестационарных задач теплопроводности методом ГИУ	47
Заключение	52
Список использованных источников	53

I. Интегральные уравнения осесимметричных краевых задач теории упругости.

Рассматриваются две области (конечная D^+ и бесконечная D^-) бесконечной упругой изотропной среды с упругими постоянными G и ν , разграниченные замкнутой поверхностью S .

Интегральные уравнения краевой задачи теории упругости для тела вращения с осесимметричными силовыми граничными условиями, построенные на эластопотенциалах простого слоя имеют вид

$$2\pi G \eta \mu_i(x) + \int_L \mu_k(y) D_{ij}^k \alpha_j dL = t_i(x). \quad (I)$$

Здесь $\mu_i(x)$, $\mu_k(y)$ — компоненты вектора плотности эластопотенциала в фиксированной при интегрировании и переменной точках x , y ; L — контур меридионального сечения тела вращения; α_j — направляющие косинусы к контуру L в фиксированной точке x ; $t_i(x)$ — поверхностные усилия; коэффициент η равен $+1$ для внутренней задачи (задача II^+); -1 для внешней (задача II^-). Ядра уравнений выражены через полные эллиптические интегралы первого и второго рода.

Уравнения (I.I) получены по уравнениям примерной задачи, записанными для тела вращения в цилиндрической системе координат ρ_0, φ_0, z_0 , связанной с точкой x .

$$2\pi G \eta \mu_{i0}(x) + \int_S \mu_{k0}(y) d_{ij}^{k0} \alpha_j dS = t_{i0}(x). \quad (I.I.)$$

Ядра d_{ij}^{k0} определяются по формуле

$$d_{ij}^{k0} = \frac{G}{2(1-\nu)r^2} \left[(1-2\nu)(\delta_{ik} \beta_{j0} + \delta_{jk} \beta_{i0} - \delta_{ij} \beta_{k0}) + 3\beta_{i0} \beta_{j0} \beta_{k0} \right]. \quad (I.3.)$$

В формулах (I.2.) и (I.3) α_{j0} и β_{i0} — направляющие косинусы внешней нормали к поверхности S и вектора

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены осесимметричные краевые задачи теории упругости, теплопроводности и термоупругости.

При осевой симметрии граничных условий трехмерные задачи сведены к двумерным, исследованы предельные значения несобственных интегралов формул для напряжений и получены новые формулы для поверхностных напряжений, содержащие интегралы с особенностями не выше сингулярной.

Интегральные уравнения термоупругой задачи сведены в случае осесимметричных граничных условий к двумерной области.

Получены численные решения плоской и осесимметричной задач теплопроводности /на базе интегрального представления, построенного на основе формулы Грина/.

Рассмотрен метод решения нестационарных задач теплопроводности в трансформированном /по Лапласу/ пространстве изображений.

Список использованных источников

1. Копейкин Ю.Д., Калинин А.А., Прямое решение неосесимметричной другой краевой задачи теории пружинчатых систем методом гармонических потенциалов. Известия АН БССР. Серия физико-матем. н., № 3. 1972, с. 85-90.
2. Копейкин Ю.Д., Шишкин В.П., Прямое решение краевых задач теории упругости для тела вращения на основе интегральной формулы Соммиера. Известия АН БССР. Серия физико-матем. н., № 3. 1976, с. 33-37.
3. Купрадзе В.Д., Гегелиа Т.Г., Башелейшвили М.О., Бурчуладзе Т.В. Трехмерные задачи математической теории упругости. Изд. Тбилисского ун-та, 1968. 622 с.
4. Крылов В.И., Канторович Л.В. Приближенные методы высшего анализа. М. Физматгиз, 1962. 708 с.
5. Новацкий В., Теория упругости. Перев. с польского. М.: Мир, 1975, 872 с.
6. Коваленко А.Д., Основы термоупругости. Киев: "Наукова думка", 1970, 308 с.
7. Боли Б., Уэйнер Дж., Теория температурных напряжений. Перев. с английского. М.: "Мир", 1964, 518 с.
8. Takenti Y. Foundation for coupled thermoelasticity, -"Journal of thermal stresses", 1979, 2, N3-4, pp 323-339
9. Takeuti Y., Furukawa T., Some applications on thermal shock in a plate. - "Transactions of the ASME. Journal of Applied Mechanics". 1981, 48, March, pp 113-118.
10. Коздоба Л.А., Решение нелинейных задач теплопроводности. Киев: "Наукова думка", 1976, 136 с.
11. Коздоба Л.А., Методы решения нелинейных задач теплопроводности. М.; "Наука", 1975, 228 с.
12. Био М. Вариационные принципы в теории теплопроводности. Перев. с английского. М.: "Энергия", 1975, 209 с.

13. Boley B.A., The analysis of problems of heat conduction and melting. - "High temperature structures and materials. Proceedings of the Third Symposium of Naval Structural Mechanics 1963". Pergamon Press. Oxford e.a. 1964, pp 260-315.
14. Положий Г.Н., Уравнения математической физики. М.: "Высшая школа", 1964, 560 с.
15. Лашенов А.Н., О мультипликативном методе вычисления особенностей в численном интегрировании. - "Учёные записки Ленинградского Гос. пед. ин-та", 1958, в. 1983, с 151-157.
16. Диткин В.А., Прудников А.П., Справочник по операционному исчислению. -М.: "Высшая школа", 1965, 466 с.
17. Шиппи Д. Дж., Применение метода граничных интегральных уравнений к изучению нестационарных явлений в твёрдых телах. -"Механика. Новое в зарубежной науке. В.15". Перев. с ангрлийского. М.: "Мир", 1978, с. 30-45.
18. Слепян Л.Н., Яковлев Ю.С., Интегральные преобразования в нестационарных задачах механики. Л.: "Судостроение", 1980, 344 с.
19. Ротенберг В.Е., Шишкин В.П., Численное решение задач стационарной теплопроводности методом граничных интегральных уравнений. -"Весті АН БССР, серія фізіка-энергетичних навук", 1983, № 1, с. III-IV.
20. Шнейдер П. Инженерные проблемы теплопроводности. Перевод с английского. М.: ИЛ, 1960, 478 с.

