

можно уверенно утверждать, что большая часть студентов при изучении дисциплины «Математический анализ» испытывает большие трудности, что сказывается на формировании компетенций, предусмотренных образовательным стандартом. Аналогично обстоит дело и с остальными разделами математического анализа.

Кроме того, ранее на этой специальности изучался предмет «Теория функций», который непосредственно связан с математическим анализом и в котором изучались свойства множеств, а именно их мощности. На наш взгляд, преподаватель математики обязательно должен уметь сравнивать множества по их мощности, знать, каких чисел «больше»: рациональных или иррациональных, целых или натуральных и т.д. Поэтому, нам кажется, что данный предмет должен обязательно изучаться или на первой или на второй ступени высшего образования.

Заключение. Чтобы избежать вышеперечисленных проблем, на наш взгляд, необходимо в дальнейшем увеличить количество аудиторных часов на такую необходимую для будущих учителей математики дисциплину как математический анализ. Это позволит улучшить качество подготовки специалистов и сформировать необходимые профессиональные компетенции.

1. Образовательный стандарт высшего образования (ОСВО 1-02 05 01-2021) [электронный ресурс]. – Режим доступа: https://edustandart.by/media/k2/attachments/os_1-02-05-01_120721.pdf.

2. Иванова Ж.В. О применении современных образовательных технологий в преподавании математических дисциплин / Ж.В. Иванова, Т.Л. Сурин // Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта. – 2020. – № 2(107). – С.115-118.

ДОМЕННЫЕ ГРАНИЦЫ И ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ДЕФЕКТЫ В СЛОИСТЫХ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ

*А.Л. Толстихина¹, Р.В. Гайнутдинов¹, А.К. Лашкова¹,
В.Н. Шут², С.Е. Мозжаров², И.Ф. Кашевич³*

¹Москва, Институт кристаллографии имени А.В. Шубникова РАН

²Витебск, ВГТУ

³Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Сегнетоэлектрики – это материалы со спонтанной электрической поляризацией, которую можно переориентировать внешним электрическим полем, и это свойство позволяет найти ключевые приложения для них в функциональной современной электронике. По аналогии с ферромагнетизмом каждая область с однородной поляризацией называется доменом, а тонкая граница между соседними доменами - доменной стенкой. Практически важные электрофизические свойства сегнетоэлектрических материалов напрямую зависят от характера и топологии доменной структуры. В связи с этим несколько десятилетий назад стало активно развиваться новое направление в этой области, которое называли доменной инженерией, связанная с развитием методов получения сегнетоэлектриков с необходимой заданной доменной структурой, а сегнетоэлектрические доменные стенки рассматривались как простые интерфейсы и изучались как таковые. Это было связано с тем, что с классической точки зрения, доменные границы занимают пренебрежимо малую объемную долю в материале, и их значимость для физических свойств сегнетоэлектриков видится через их движение или взаимодействие с дефектами, а не через их конкретные характеристики.

Идея о том, что сегнетоэлектрические доменные стенки обладают собственными физическими свойствами, обсуждалась еще в 1970-х годах на основе теоретических моделей. Указывалось также на их специфические свойства. Совсем недавно, после основополагающей работы [1], экспериментальные данные по свойствам доменных стенок вызвали новый интерес, например, с необычной проводимостью в диэлектриках

или их полярными свойствами. Эти исследования привели к новой концепции устройств, названной инженерией доменных стенок, где активным элементом является доменная стенка, а не объемный материал.

Сегнетоэлектрические и сегнетоупругие доменные границы представляют собой двумерные (2D) топологические дефекты с толщиной, приближающейся к уровню элементарной ячейки. Когда это пространственное ограничение сочетается с наблюдениями за возникающими функциональными свойствами, такими как полярность в неполярных системах или электропроводность в изолирующих системах материалов, становится ясно, что доменные границы представляют собой новые и интересные объекты для исследования их свойств и влияния на процессы реполяризации.

Целью данной работы является исследование структуры доменных стенок сегнетоэлектрических кристаллов триглицинсульфата с периодическим послойным изменением примеси с точки зрения симметрии доменных границ и их электропроводящих свойств, а также рассматривается возможное происхождение и природа наблюдаемой проводимости.

Материал и методы. Материалом для исследования являлись современные литературные данные по исследованию электрофизических свойств сегнетоэлектрических доменных стенок, а также сегнетоэлектрические кристаллы семейства триглицинсульфата (TGS) с периодической структурой из чередующихся ростовых полос номинально чистого TGS и легированных неизоморфной примесью ионов хрома (TGS–TGS+Cr) и изоморфной примесью L- α -аланина (TGS–TGS+LATGS), которые были выращены скростным методом при постоянной температуре роста 31.4°C. Подробная методика получения неоднородных кристаллов описана в [2].

Прецизионное выявление доменной структуры методами атомно-силовой микроскопии (токопроводящей и микроскопии пьезоэлектрического отклика МПО) и измерение электрических характеристик доменных стенок проводилось в Институте кристаллографии им. А.В. Шубникова ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН.

Результаты и их обсуждение. Микроскопией пьезоотклика получено панорамное изображение доменной структуры полосчатых кристаллов (0.25%) DLATGS – (0.25%) LATGS, характеризующее изменение доменной структуры при нарастании кристалла от затравки к поверхности LATGS в пирамиде роста {110}. Ширина полос, параллельных естественной грани (фронту роста), составляла ~250 мкм. Более подробные результаты описаны в работе [3]. С помощью программного обеспечения SPIP 6.1.1 (ImageMetrology) проведена обработка МПО-изображений двух участков поверхности с одинаковой площадью 15.7×10^4 мкм²: первый – участок с похожими по размерам доменами сложной формы (полоса DLATGS), второй – практически монодоменный с ветвящимися доменами противоположной компоненты (полоса LATGS). Суммарный периметр доменных стенок отличался в 2,5 раза: $l_1 = 9 \times 10^4$, $l_2 = 3.6 \times 10^4$ мкм. То есть при добавлении примеси изомера D- α - к L- α -аланину в равном количестве в 2.5 раза увеличивается периметр доменных стенок. Таким образом, в объеме кристалла DLATGS–LATGS формируются периодические полосы с доменной структурой, локальные сегнетоэлектрические характеристики которых различаются примерно в 2 раза, что, по-видимому, происходит в большей степени из-за увеличения длины доменных границ.

Методом проводящей ACM получены токовые изображения поверхности образца полосчатого кристалла TGS-TGS+Cr. В области доменной стенки наблюдалась более высокая проводимость. Проводимость чистых и примесных полос кристаллах TGS–TGS+Cr изучали также зондовым методом с помощью петаомметра B2987A на зондовой станции «Cascade Microtech Tesla». Площадь зонда составляла 1 мкм².

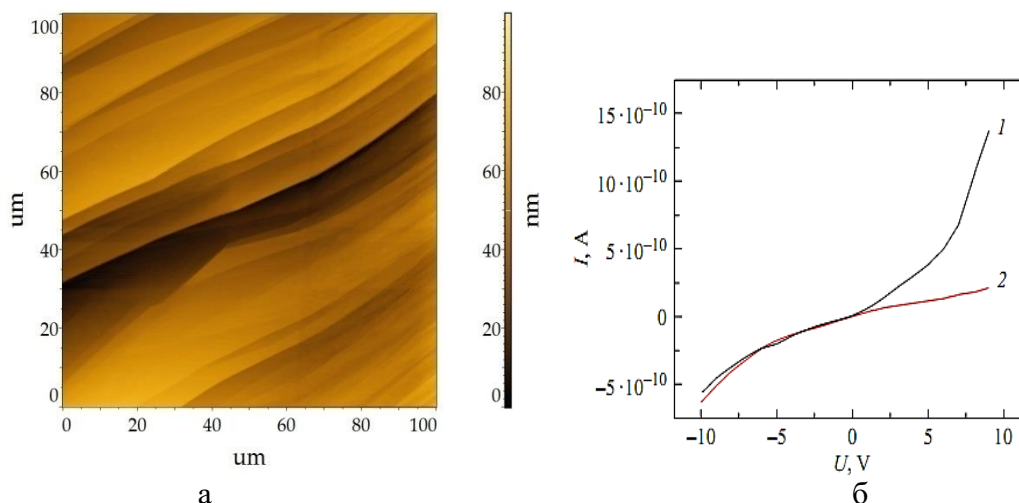


Рисунок 1 – Топографическое изображение участка поверхности кристалла TGS – TGS+Cr (а); вольтамперные характеристики кристалла TGS–TGS+Cr: 1 – для полосы TGS+Cr, 2 – TGS (б). Источник тока подключен к платформе зондовой станции

Поскольку доменные границы в TGS обладают повышенной проводимостью, то можно ожидать, что участки кристалла с большей плотностью доменных стенок на единицу площади также должны лучше проводить электрический ток. Сравнительное исследование проводимости чистых и примесных полос кристалла на зондовой станции (рисунок б) демонстрирует в 1.5–3 раза большую величину тока на омических интервалах ВАХ на примесных участках поверхности (кривая 1) по сравнению с чистыми (кривая 2).

Для выяснения механизма проводимости доменных стенок в легированных полосчатых кристаллах TGS проведен обзор современных общих представлений, которые постулируются как фундаментальные механизмы, ответственные за проводимость доменной стенки в сегнетоэлектриках.

Со времени первых сообщений о проводимости доменной границы в WO_3 и BiFeO_3 (BFO) это явление наблюдалось в ряде систем материалов, таких как одноосные сегнетоэлектрики (LiNbO_3 ; $\text{Pb}(\text{Zr}/\text{Ti})\text{O}_3$; LiTaO_3 ; BaTiO_3 , KTiOPO_4), мультиферроики и несобственные сегнетоэлектрики и магнитные системы. Доменные границы в сегнетоэлектриках или мультиферроиках характеризуются углом между векторами поляризации в соседних доменах и их зарядовым состоянием. В зависимости от переориентации поляризации поперек стенки могут быть созданы незаряженные (диполи, ориентированные «голова к хвосту» или бок о бок под углом 180°), положительно (голова к голове) и отрицательно (хвост к хвосту) заряженные стенки. Проводимость доменной стенки можно наблюдать как на заряженных, так и на незаряженных доменных стенках. Однако незаряженные доменные границы встречаются гораздо чаще, и они обычно энергетически выгодны, и более стабильны. Согласно литературным данным [4], общее мнение о наблюдении электропроводности на незаряженных сегнетоэлектрических доменных стенках состоит в том, что она возникает из-за следующих факторов или комбинаций: структурно-обусловленные сопутствующими изменениями в электронной структуре, приводящими к уменьшению запрещенной зоны в пристеночной области; хиральным характером стенки; а также накоплением заряженных дефектов у стенки. Пристеночные области можно рассматривать как области высокой симметрии, отражающие структуру кристалла. Указывается, что хиральные стенки способствуют жесткому вращению поляризации поперек стенки. Это вызывает разрыв поляризации и скачок электростатического потенциала на стенке. Это может привести к потенциальной ступеньке на доменной границе. Шаг электростатического потенциала способствует

накоплению экранирующих зарядов в плоскости стенки, что предположительно приводит к ее повышенной электропроводности. Кроме того, теоретические расчеты также указывают на роль неоднородных упругих деформаций, существующих у стенки.

Заключение. В представленном случае слоистых кристаллов TGS – TGS+Cr наиболее естественно рост проводимости в примесных слоях с Cr^{3+} объяснить за счет сквозной электронной проводимости и повышенной плотности доменных стенок. Установлено также, что диэлектрическая проницаемость в примесных областях поверхности падает примерно в 4–6 раз по сравнению с номинально чистыми участками полосчатых кристаллов.

1. Salje, E.K.H. Multiferroic Domain Boundaries as Active Memory Devices: Trajectories Towards Domain Boundary Engineering / E.K.H. Salje // ChemPhysChem. – 2010. – Vol. 11. – P. 940–950.

2. Шут, В.Н. Выращивание сегнетоэлектрических монокристаллов ТГС с послойно-периодическим изменением состава / В.Н. Шут, И.Ф. Кашевич // Наука – образованию, производству, экономике: материалы 73-й Регион. науч.-практ. конф. преподав., науч. сотрудников и аспирантов, Витебск, 11 марта 2021 г. – Витебск: ВГУ имени П. М. Машерова, 2021. – С. 73–75.

3. Толстихина, А.Л. Особенности формирования доменных границ в сегнетоэлектрических послойно легированных кристаллах TGS-TGS+Cr / А.Л. Толстихина, Б.С. Рошин, И.Ф. Кашевич [и др.] // Наука - образованию, производству, экономике: материалы 74-й Региональной научно-практической конференции преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 18 февраля 2022 г. – Витебск: ВГУ имени П. М. Машерова, 2022. – С. 46–48.

4. Prashant, R. Review of Domain Modelling and Domain Imaging Techniques in Ferroelectric Crystals / R. Prashant, Nien-Ti Tsou and John E. Huber A. //Materials. – 2011. – V. 4. – P. 417–447.

СРАВНЕНИЕ И РАЗВИТИЕ СОВРЕМЕННЫХ ПОДХОДОВ К ПОЛУЧЕНИЮ РАЦИОНАЛЬНЫХ ФОРМУЛ ДЛЯ КРАТНЫХ КОРНЕЙ ПОЛИНОМОВ

*Ю.В. Трубников, М.М. Чернявский
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова*

Направление получения точных рациональных формул для вычисления кратных корней полиномов на основе конструкций, связанных с результатом полиномов, до появления современных компьютеров практически не развивалось из-за большой громоздкости вычислений. В последние два десятилетия ситуация коренным образом изменилась и возрос интерес математиков к изучению данной темы. Настоящее исследование является естественным продолжением и развитием результатов работ [1; 2; 3]. Цель исследования – провести сравнительный анализ результатов в теории получения рациональных выражений для кратных корней полиномов с последующим обобщением и развитием данных результатов.

Материал и методы. Материалом исследования являются алгебраические полиномы комплексного аргумента $f(z)$, имеющие кратный корень кратности $s \geq 2$, а также алгоритмы построения рациональных формул для их вычисления. Методы исследования – анализ и синтез, а также методы математического анализа и алгебры с применением системы компьютерной математики *Maple 2023*.

Результаты и их обсуждение. Рассмотрим два полинома комплексного аргумента вида. и $g = g(z) = b_0 \prod_{j=1}^m (z - \beta_j)$.

Напомним, что выражение $R = a_0^m b_0^n \cdot \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^m (\alpha_i - \beta_j)$ называется *результантом* полиномов f и g . Это рассматриваемое выражение можно представить в виде [4; с. 336]:

$$R = a_0^m g(\alpha_1) g(\alpha_2) \dots g(\alpha_n) = (-1)^{nm} b_0^n f(\beta_1) f(\beta_2) \dots f(\beta_m). \quad (1)$$